



## CONSTRUCTION AND GEOTECHNICS

Т. 12, № 3, 2021

<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>



DOI: 10.15593/2224-9826/2021.3.04

УДК 624.131.524

### ФОРМУЛА РАСЧЕТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА ДЛЯ ПЛИТНЫХ ФУНДАМЕНТОВ

**Ю.О. Матвиенко, В.П. Дыба, М.П. Матвиенко**

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова,  
Новочеркасск, Россия

#### О СТАТЬЕ

Получена: 28 мая 2021

Принята: 24 июля 2021

Опубликована: 30 сентября 2021

#### Ключевые слова:

расчетное сопротивление грунта, плитный фундамент, глубина заложения фундаментов, предельное давление, глубина проникновения пластических зон.

#### АННОТАЦИЯ

Представлено исследование расчетного сопротивления грунта для плитных фундаментов, на основании которого сделан вывод, что его значение при расчете нормативным методом завышается. Выведена новая формула расчетного сопротивления грунта для плитных фундаментов, в основе которой лежит ограничение зон пластических деформаций, зависящее от глубины заложения фундамента. Новая формула выводится по методике, аналогичной для нормативной формулы, с разницей в замене решения для полосовой нагрузки на решение для полубесконечных нагрузок. Преимуществом новой формулы является то, что полученное значение расчетного сопротивления основания не может превысить предельное давление, вычисленное по обобщенной формуле Грандтля. Описан возможный вариант разграничения областей применения нормативной и новой формул расчетного сопротивления грунта, а также проблема определения глубины проникновения пластических зон в грунтовое основание с ростом глубины заложения фундамента.

© ПНИПУ

© **Матвиенко Юлия Олеговна** – аспирант, e-mail: [julyamatvienko@mail.ru](mailto:julyamatvienko@mail.ru), ORCID: 0000-0002-5617-8292.

**Дыба Владимир Петрович** – доктор технических наук, профессор, e-mail: [dyba1948@mail.ru](mailto:dyba1948@mail.ru), ORCID: 0000-0003-3638-4600.

**Матвиенко Максим Петрович** – старший преподаватель, e-mail: [maxmatvienko09@mail.ru](mailto:maxmatvienko09@mail.ru), ORCID: 0000-0001-6465-3578.

**Julia O. Matvienko** – Postgraduate, e-mail: [julyamatvienko@mail.ru](mailto:julyamatvienko@mail.ru), ORCID: 0000-0002-5617-8292.

**Vladimir P. Dyba** – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: [dyba1948@mail.ru](mailto:dyba1948@mail.ru), ORCID: 0000-0003-3638-4600.

**Maksim P. Matvienko** – Senior Lecturer, e-mail: [maxmatvienko09@mail.ru](mailto:maxmatvienko09@mail.ru), ORCID: 0000-0001-6465-3578.

## FORMULA OF THE DESIGN RESISTANCE OF SOIL FOR PLATE FOUNDATIONS

J.O. Matvienko, V.P. Dyba, M.P. Matvienko

Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 28 May 2021  
Accepted: 24 July 2021  
Published: 30 September 2021

#### Keywords:

calculated soil resistance, plate foundation, depth of foundation, ultimate pressure, depth of penetration of plastic zones.

### ABSTRACT

This article presents a study of the design soil resistance for slab foundations, on the basis of which it is concluded that its value is overestimated when calculating by the normative method. A new formula for the design soil resistance for slab foundations is derived, which is based on the limitation of zones of plastic deformation, depending on the depth of the foundation. The new formula is derived according to the methodology similar to the normative formula with the difference in replacing the band load solution with the semi-infinite load solution. The advantage of the new formula is that the obtained value of the design resistance of the foundation cannot exceed the ultimate pressure calculated according to the generalized Prandtl formula. A possible variant of delimiting the areas of application of the normative and new formulas for the design soil resistance, as well as the problem of determining the depth of penetration of plastic zones into the soil base with an increase in the depth of the foundation, is described.

© PNRPU

## Введение

Согласно российским строительным нормам при расчете оснований по деформациям необходимо вычислить расчетное сопротивление грунтов основания  $R$ . И если средние давления  $P_{cp}$  под подошвой фундамента не превысят величины  $R$ , то принято считать, что выполняется условие проверки основания по несущей способности.

При малых интенсивностях полосовой нагрузки  $P$  условие прочности не выполняется (функция текучести  $f < 0$ ) и грунтовая среда считается как бы упругой (ясно, что не каждое допредельное состояние – упругое). При возрастающем давлении  $P$  на грунт наступает момент, называемый критической нагрузкой  $P_{кр}$ , которая соответствует началу возникновения в грунте зон сдвигов и окончанию фазы уплотнения, когда под краем нагрузки между касательными и нормальными напряжениями возникают соотношения, приводящие грунт в предельное напряженное состояние (в этих зонах появляются точки, в которых  $f = 0$ ). Нагрузка  $P_{кр}$  называется нагрузкой Пузыревского [1] и выражается формулой (1).

$$R = \frac{\pi(\gamma h + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma h. \quad (1)$$

При дальнейшем возрастании  $P$  под краями полосы нагрузки появляются области, на границах этих областей  $f = 0$ , а внутри этих областей  $f > 0$ , т.е. внутри областей статически недопустимые поля напряжений. Эти фантастические области называются областями разрушения или «пластическими» областями. Интенсивность полосовой нагрузки, соответствующая проникновению «пластических» областей в основание на глубину в четверть ширины полосы нагрузки, называется расчетным сопротивлением грунтов основания  $R$  и выражается формулой (2).

$$R = \frac{\pi(0,25b\gamma + \gamma h + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma h. \quad (2)$$

Вопросы адекватности формулы (2) рассматривались в работе [2].

## Методы назначения расчетного сопротивления оснований плитных фундаментов

В научной литературе существует мнение, что использование формулы (2) для назначения расчетного сопротивления грунтовых оснований плитных фундаментов малопригодно. Например, А.В. Пилягин и А.Г. Сафина в работах [3, 4] пишут, что при применении формулы (2) к плитным фундаментам больших размеров величина расчетного сопротивления сильно преувеличивается.

Такой вывод вполне очевиден, так как согласно формуле (2) величина  $R$  линейно зависит от ширины фундамента  $b$ , неограниченно увеличиваясь при росте  $b$ .

Аналогично А.И. Осокин пишет [5], что расчет сопротивления по формуле из СП приводит к завышению допустимых значений нагрузки, и, как следствие, фундамент работает в пластической зоне деформаций в большей степени, нежели принято считать.

Известны исследования, где для уточнения величины расчетного сопротивления грунта учитывают многослойность основания [6] и деформационную анизотропию грунтов [7].

Следует отметить, что понятие расчетного сопротивления грунта является российским и в других странах не используется. Но можно отметить иностранные работы F.H. Chen [8], P. Bhattacharya, J. Kumar [9], W.T. Oh, S.K. Vanapalli [10], M.D. Bolton [11], A.S. Vesic [12], R.L. Michalowski [13], в которых исследуется развитие «пластических» областей под подошвой фундамента при его нагружении.

Задача определения расчетного сопротивления оснований плитных фундаментов не имеет одного решения. Могут быть как инженерные предложения (как у А.Г. Сафиной [14]), так и формулы, выведенные на основе некоторой гибридной модели грунтового основания. Можно также использовать статистику средних давлений под плитными фундаментами в реализованных проектах для создания «практической» формулы.

Если для фундамента под колонну ограничение по  $R$  гарантирует его устойчивость, то, видимо, для плитного фундамента ограничением нагрузки следует не допустить явление выдавливания грунта вдоль края фундамента (рис. 1).

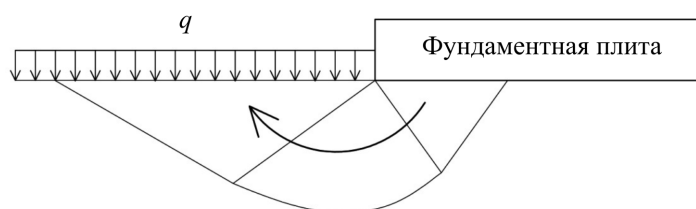


Рис. 1. Выдавливание грунта из под плитного фундамента  
Fig. 1. Extruding soil from under the plate foundation

Давление выдавливания определяется формулой Прандтля (4), обобщенной в работе [15] для условия прочности (условия пластичности) (3) в виде:

$$\sigma_3 = -C + A\sigma_1, \quad (3)$$

$$P = Ae^{\frac{\pi(A-1)}{2\sqrt{A}}} \left( q + \frac{C}{A-1} \right) - \frac{C}{A-1}. \quad (4)$$

Так как формула (4) получена для невесомого грунта, то (4) является нижней оценкой неизвестной предельной нагрузки.

Возможное расчетное сопротивление основания плитных фундаментов можно представить так (5):

$$P = kAe^{\frac{\pi(A-1)}{2\sqrt{A}}} \left( q + \frac{C}{A-1} \right) - \frac{C}{A-1}, \quad (5)$$

где коэффициент  $k$ , меньший единицы, выбирается из необходимого запаса прочности.

### Вариант расчетного сопротивления оснований плитных фундаментов

Пусть основной идеей вывода расчетного давления является ограничение глубины проникновения «предельных зон» в основание. Будем следовать проверенной методике вывода формулы (1), которая заключается в следующем. Решение линейной теории упругости для полупространства, нагруженного полосовой нагрузкой с пригрузкой, подставляется в условие прочности (2). Получается уравнение кривой, в точках которой выполняется условие  $f = 0$ . Затем находится зависимость между интенсивностью полосовой нагрузки  $P$  и координатой  $z_{\max}$  наиболее заглубленной точки кривой. При  $z_{\max} = 0$  получается нагрузка Пузыревского, а при  $z_{\max} = 0,25b$  – формула (1).

В описанной методике проведем следующие изменения. Не будем рассматривать ширину  $b$ . В качестве характеристики длины выберем глубину заложения фундамента  $h$  (рис. 2). Решение для полосовой нагрузки заменим известным решением для полубесконечных нагрузок (6).

В невесомом линейно упругом основании при полубесконечных нагрузках возникает поле напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -P + \frac{P-q}{2\pi} (\pi - 2\theta + \sin \theta), \\ \sigma_\theta &= -P + \frac{P-q}{2\pi} (\pi - 2\theta - \sin \theta), \\ \tau_{r\theta} &= -P + \frac{P-q}{2\pi} (1 + \cos 2\theta). \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что в формулах (6) и в следующих использовано правило: сжимающие напряжения – отрицательны.

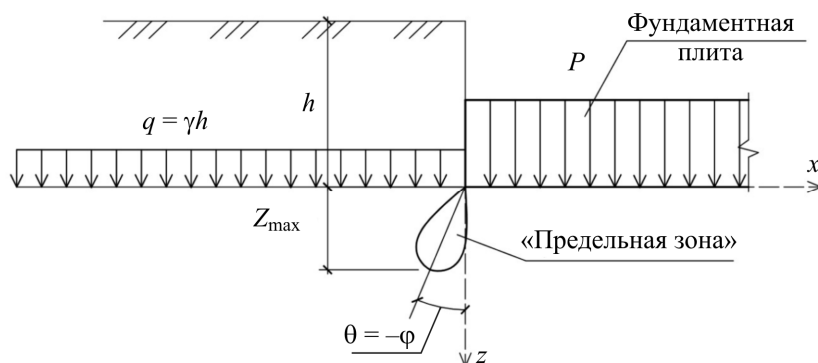


Рис. 2. Упругое полупространство, нагруженное полубесконечными нагрузками  
 Fig. 2. Elastic half-space loaded with semi-infinite loads

По известным формулам перейдем от основных напряжений к главным напряжениям:

$$\sigma_1 = -P + \frac{P-q}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \cos \theta \right), \quad (7)$$

$$\sigma_3 = -P + \frac{P-q}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \theta - \cos \theta \right).$$

Добавим к напряжениям (7) гидростатические напряжения от собственного веса грунта  $-\gamma(h+z)$  и подставим их в условие предельного состояния (3):

$$\sigma_3 - \gamma(h+z) = -C + A[\sigma_1 - \gamma(h+z)]. \quad (8)$$

Выразим из уравнения (8) величину  $z$

$$z = \frac{1}{(A-1)\gamma} (-C - \sigma_3 + A\sigma_1) - h. \quad (9)$$

Будем рассматривать (9) как уравнение границы «зоны разрушения».

Из уравнения

$$\frac{dz}{d\theta} = -\frac{P-q}{\pi\gamma} + \frac{P-q}{\pi\gamma} \cdot \frac{1+A}{1-A} \sin \theta = 0$$

находим

$$\theta = \arcsin \frac{1-A}{1+A}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (7) и (8), получим зависимость между  $z_{\max}$  и интенсивностью нагрузки  $P$ .

$$z_{\max} = -\frac{1}{(A-1)\gamma} - \frac{P}{\gamma} + \frac{P-h\gamma}{\pi\gamma} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1-A}{1+A} - \frac{2\sqrt{A}}{1-A} \right) - h. \quad (11)$$

Разрешая уравнение (11) относительно  $P$ , находим выражение критических нагрузок

$$R_{\text{пл}} = \frac{-h\gamma K - \pi \left( \frac{C}{A-1} + \gamma h + z_{\max} \gamma \right)}{\pi - K}, \quad (12)$$

где  $h$  – глубина заложения фундамента,  $\gamma$  – удельный вес грунта,  $z_{\max}$  – глубина проникновения «предельных зон» в основание,  $A$ ,  $C$  – коэффициенты для условия прочности Кулона – Мора,  $K$  – коэффициент, равный:

$$K = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1-A}{1+A} - \frac{2\sqrt{A}}{1-A}.$$

## Результаты и их обсуждение

Для определения области применения разработанной формулы рассмотрим примеры.

**Пример 1.** Вычислим расчетное сопротивление грунта для фундамента с переменной шириной подошвы  $b$ , глубиной заложения  $h = 2$  м, углом внутреннего трения  $\varphi = 23^\circ$ , удельным сцеплением  $c = 24$  кПа, удельный вес грунта  $\gamma = 18,3$  кН/м<sup>3</sup>.

Вычисляем коэффициенты для условия прочности Кулона – Мора:

$$A = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = 2,283, \quad C = \frac{2 \cdot c \cdot \cos\varphi}{1 - \sin\varphi} = 72,52.$$

Задаем глубину проникновения «предельных зон» в основание (см. рис. 2):

$$z_{\max} = 0,5h = 1 \text{ м.}$$

Определяем расчетное сопротивление грунта предложенным методом:

$$K = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1-A}{1+A} - \frac{2\sqrt{A}}{1-A} = 4,328;$$

$$R_{\text{пл}} = \frac{-h\gamma K - \pi \left( \frac{C}{A-1} + \gamma h + z_{\max} \gamma \right)}{\pi - K} = 423,7 \text{ кПа.}$$

Вычисляем расчетное сопротивление грунта для аналогичных исходных данных согласно формуле (2), рекомендуемой СП 22.13330.2016 для фундамента с изменяющейся шириной подошвы от 1 до 40 м, и сводим результаты расчета в табл. 1.

Таблица 1

Расчетное сопротивление грунта, вычисленное нормативным методом

Table 1

Design soil resistance calculated by the normative method

Параметр	Значение									
Ширина фундамента, м	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Расчетное сопротивление грунта $R$ , кПа	295,3	307,5	319,6	331,7	343,8	355,9	368,0	380,1	392,2	404,4
Ширина фундамента, м	11	12	15	20	25	30	35	38	39	40
Расчетное сопротивление грунта $R$ , кПа	416,5	428,6	464,9	525,5	586,1	646,6	707,2	743,5	755,6	767,8

Для аналогичных исходных данных вычислим предельное давление по обобщенной формуле Прандтля (4), которое равно  $P_{\text{прандтля}} = 750,1$  кПа. Из табл. 1 видно, что при ширине фундамента 39 м  $R > P_{\text{прандтля}}$ , что показывает некорректность применения формулы (2) для расчета плитных фундаментов. Если для рассчитанного примера построим график зависимости расчетного сопротивления грунта от ширины фундамента (рис. 3), то на нем можно выделить области применения нормативного и предлагаемого метода расчета  $R$ . Для исходных данных из примера расчетное сопротивление грунта допустимо рассчитывать по формуле (2) до ширины подошвы фундамента, равной 12 м, после целесообразно рассчитывать по новой формуле (12), которая не зависит от ширины фундамента.

**Пример 2.** Для грунтовых условий, аналогичных примеру 1, рассчитаем фундамент с глубиной заложения, изменяющейся от 0 до 5 м с шагом 0,5 м. Вычислим расчетное сопротивление грунта по формуле из СП (2) и по новой формуле (12), а также предельное давление по обобщенной формуле Прандтля (4). Сведем результаты в табл. 2 и построим график зависимости расчетного сопротивления грунта от глубины заложения фундамента (рис. 4).

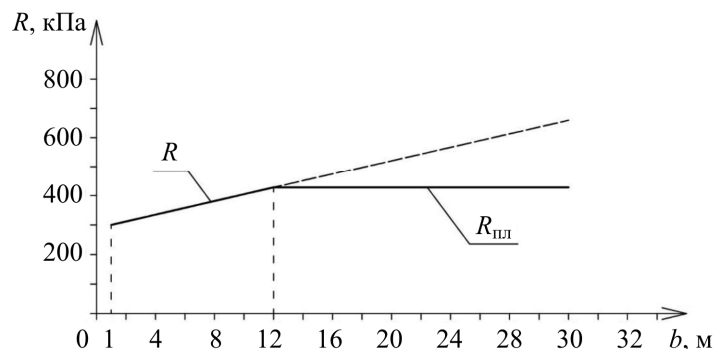


Рис. 3. Зависимость расчетного сопротивления от ширины фундамента  
 Fig. 3. Dependence of the design resistance on the width of the foundation

Таблица 2

Расчетное сопротивление грунта и предельное давление в зависимости от глубины заложения фундамента

Table 2

Design soil resistance and ultimate pressure depending on the depth of the foundation

Параметр	Значение										
Глубина заложения фундамента, м	0	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
Расчетное сопротивление грунта $R$ , кПа	392,0	425,4	458,7	492,1	525,5	558,9	592,2	625,6	659,0	692,4	725,8
Расчетное сопротивление грунта $R$ по новой формуле, кПа	193,3	250,9	308,5	366,1	423,7	481,3	538,9	596,6	654,2	711,8	769,4
$P$ по Прандтлю, кПа	433,2	512,4	591,7	670,9	750,2	829,4	908,7	987,9	1067	1146	1226

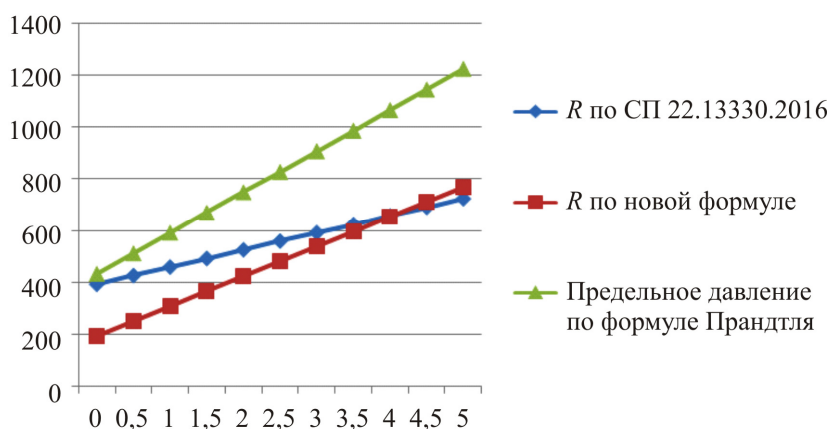


Рис. 4. Зависимость расчетного сопротивления грунта от глубины заложения фундамента  
 Fig. 4. Dependence of the calculated soil resistance on the depth of the foundation

## Выводы

По результатам исследований можно сделать вывод, что расчетное сопротивление грунта, вычисленное для плитных фундаментов по формуле (2) из СП 22.13330.2016, имеет завышенное значение, в некоторых случаях приближающееся к предельному давлению на основание, а иногда и превышающее его.

Выведенная формула (12) дает более точное значение расчетного сопротивления грунта для плитных фундаментов, так как не зависит от ширины подошвы фундамента. При расчете по новой формуле значение расчетного сопротивления грунта не может превысить предельного давления, рассчитанного по обобщенной формуле Прандтля. Для расчета фундаментов с небольшой шириной подошвы можно использовать формулу (2), а при возрастании ширины фундаментов, когда  $R$  по СП 22.13330.2016 превышает  $R_{пл}$  по выведенной формуле, можно использовать формулу (12) – таким образом, целесообразно разделить область применения обеих формул.

## **Библиографический список**

1. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Высшая школа, 1979.
2. Дыба В.П. К расчету грунтовых оснований по предельным состояниям // Механика грунтов в геотехнике и фундаментостроении: материалы всероссийской научно-технической конференции, г. Новочеркасск, 7–8 июня 2012 г. / Юж.-Рос. гос. ун-т (НПИ). – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2012. – С. 532.
3. Пилягин А.В., Сафина А.Г. К вопросу определения расчетного сопротивления анизотропных грунтов оснований // Российская геотехника – шаг в XXI век: труды юбилейной конф., посвященной 50-летию РОМГГиФ, 15–16 марта 2007г., Москва. – М., 2007. – Т. II. – С. 141–144.
4. Пилягин А.В. К вопросу определения расчетного сопротивления оснований при различных схемах загрузки // Известия КГАСА. – 2004. – № 1 (2). – С. 43–44.
5. Осокин А.И., Скворцов К.Д. Оптимизация формулы расчетного сопротивления грунта // Вестник гражданских инженеров. – СПб., 2020. – № 5 (82). – С. 117–122. DOI: 10.23968/1999-5571-2020-17-5-117-122.
6. Сопоставление результатов расчета несущей способности двухслойного основания заглубленного ленточного фундамента различными способами / А.Н. Богомолов, О.А. Богомолова, А.И. Вайнгольц, О.В. Ермаков // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. – 2014. – № 2. – С. 106–116.
7. Нуждин Л.В., Коробова О.А., Нуждин М.Л. Практический метод расчета осадков фундаментов с учетом деформационной анизотропии грунтов основания // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. – 2014. – № 4. – С. 245–263.
8. Chen F.H. Foundations on expansive soil. – Amsterdam, 1988. – P. 463.
9. Bhattacharya P., Kumar J. Bearing capacity of foundations on soft clays with granular column and trench // Soils and Foundations. – 2017. – № 57. – P. 488–495.
10. Oh W.T., Vanapalli S.K. Modeling the stress versus settlement behavior of shallow foundations in unsaturated cohesive soils extending the modified total stress approach // Soils and Foundations. – 2018. – № 58. – P. 382–397.
11. Bolton M.D. The strength and dilatancy of sands // Geotechnique. – 1986. – № 36 (1). – P. 65–78. DOI: 10.1680/geot.1986.36.1.65
12. Vesic A.S. Analysis of ultimate loads of shallow foundation // J. Soil Mech. Found. Div. – 1973. – № 99 (1). – P. 45–73.
13. Michalowski R.L. Upper-bound load estimates on square and rectangular footings // Géotechnique. – 2001. – № 51 (9). – P. 787–798.
14. Сафина А.Г. Пути повышения достоверности прогноза напряженно-деформированного состояния оснований плитных фундаментов: дис. ... канд. техн. наук. – Йошкар-Ола, 2011. – 143 с.



15. Дыба В.П. Оценки несущей способности фундаментов / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2008. – С. 202.

## References

1. Tsytoich N.A. *Mekhanika gruntov* [Soil mechanics]. Moscow, Higher school, 1979.
2. Dyba V.P. K raschetu gruntovykh osnovaniy po predel'nym sostoyaniyam [To the calculation of soil foundations for limit states]. *Soil mechanics in geotechnics and foundation engineering: materials of the All-Russian scientific and technical conference, Novocherkassk, June 7–8, 2012*. Novocherkassk, SRSPU (NPI), 2012, pp. 532.
3. Pilyagin A.V., Safina A.G. K voprosu opredeleniya raschetnogo soprotivleniya anizotropnykh gruntov osnovaniy [To the question of determining the design resistance of anisotropic soils of foundations]. *Russian geotechnics – a step into the XXI century: Proceedings of the Jubilee conference dedicated to the 50th anniversary of ROMGGiF, March 15–16, 2007, Moscow, 2007*, vol. II, pp. 141–144.
4. Pilyagin A.V. K voprosu opredeleniya raschetnogo soprotivleniya osnovaniy pri razlichnykh skhemakh zagruzheniya [On the question of determining the design resistance of the bases for various loading schemes]. *Izvestiya KGASA*, 2004, no. 1 (2), pp. 43–44.
5. Osokin A.I., Skvortsov K.D. Optimizatsiya formuly raschetnogo soprotivleniya grunta [Optimization of the formula for the calculated soil resistance]. *Bulletin of civil engineers*. – Saint Petersburg, 2020, no. 5 (82), pp. 117–122. DOI: 10.23968 / 1999-5571-2020-17-5-117-122.
6. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Vaingolts A.I., Ermakov O.V. Sopostavleniye rezul'tatov rascheta nesushchey sposobnosti dvukhsloynnogo osnovaniya zaglublennogo lentochnogo fundamenta razlichnymi sposobami [Comparison of the results of calculating the bearing capacity of a two-layer basement of a buried strip foundation in different ways]. *Vestnik PNRPU. Construction and architecture*, 2014, no. 2, pp. 106–116.
7. Nuzhdin L.V., Korobova O.A., Nuzhdin M.L. Prakticheskiy metod rascheta osadok fundamentov s uchetom deformatsionnoy anizotropii gruntov osnovaniya [A practical method for calculating the settlement of foundations taking into account the deformation anisotropy of the foundation soil]. *Vestnik PNRPU. Construction and architecture*, 2014, no. 4, pp. 245–263.
8. Chen F.H. *Foundations on expansive soil*. Amsterdam, 1988, 463 p.
9. Bhattacharya P., Kumar J. Bearing capacity of foundations on soft clays with granular column and trench. *Soils and Foundations*, 2017, no. 57, pp. 488–495.
10. Oh W.T., Vanapalli S.K. Modeling the stress versus settlement behavior of shallow foundations in unsaturated cohesive soils extending the modified total stress approach. *Soils and foundations*, 2018, no. 58, pp. 382–397.
11. Bolton M.D. The strength and dilatancy of sands. *Geotechnique*, 1986, no. 36 (1), pp. 65–78. DOI: 10.1680/geot.1986.36.1.65.
12. Vesic A.S. Analysis of ultimate loads of shallow foundation. *J. Soil Mech. Found. Div.*, 1973, no. 99 (1), pp. 45–73.
13. Michalowski R.L. Upper-bound load estimates on square and rectangular footings. *Géotechnique*, 2001, no. 51 (9), pp. 787–798.
14. Safina A.G. Puti povysheniya dostovernosti prognoza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya osnovaniy plitnykh fundamentov [Ways to improve the reliability of the forecast of the stress-strain state of the foundations of slab foundations]. Ph. D. thesis. Yoshkar-Ola, 2011, 143 p.
15. Dyba V.P. Otsenki nesushchey sposobnosti fundamentov [Estimates of the bearing capacity of foundations]. Novocherkassk, SRSPU, 2008, 202 p.