Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Ушаков А.Н. Два подхода к определению областей пластических деформаций в однородном основании ленточного фундамента // Construction and Geotechnics. – 2021. – Т. 12, № 3. – С. 105–116. DOI: 10.15593/2224-9826/2021.3.11

Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Ushakov A.N. Two approaches for determining areas of plastic deformation in a homogeneous base foundation. *Construction and Geotechnics*. 2021. Vol. 12. No. 3. Pp. 105-116. DOI: 10.15593/2224-9826/2021.3.11



CONSTRUCTION AND GEOTECHNICS T. 12, № 3, 2021 http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/



DOI: 10.15593/2224-9826/2021.3.11 УДК 624.154.1, 624.131.34

ДВА ПОДХОДА К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОБЛАСТЕЙ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ОДНОРОДНОМ ОСНОВАНИИ ЛЕНТОЧНОГО ФУНДАМЕНТА

А.Н. Богомолов, О.А. Богомолова, А.Н. Ушаков

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 23 июня 2021 Принята: 10 сентября 2021 Опубликована: 30 сентября 2021

Ключевые слова:

области пластических деформаций, однородное грунтовое основание, физико-механические свойства грунта, коэффициент бокового давления, условие пластичности, решение задачи о несущей способности основания в упругопластической постановке, «скорость» развития пластических областей, их форма, положение и размеры.

аннотация

Приведено сопоставление результатов вычислений положения, размеров и формы областей пластических деформаций, проведенных на основе использования условия пластичности Кулона и решения упругопластической задачи и смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта, в результате которых, кроме прочего, построены графики зависимости глубины развития пластических зон от величины интенсивности внешнего воздействия. Вычисления выполнены при трех значениях коэффициента бокового давления грунта ξ₀ = 0,37; 0,54; 0,72 для равномерной полосовой нагрузки (штамп отсутствует) и для абсолютно жесткого штампа при условии полного прилипания и при условии отсутствия трения по контакту «грунт – штамп». В результате установлено, что пластические области, соответствующие «кулоновскому» решению, существенным образом отличаются от аналогичных областей, построенных на основе упругопластических (смешанных) решений. Их размеры при одинаковых интенсивностях нагрузки больше, скорость развития вглубь основания при росте нагрузки выше, чем у альтернативных, а при достижении последней предельно допустимого значения они смыкаются под штампом и образуют единую серповидную область. Для «кулоновских» пластических областей их форма и скорость развития вглубь основания на начальных этапах нагружения достаточно сильно зависят от величины коэффициента бокового давления грунта. В случае «смешанного» решения «скорость» этого процесса практически не зависит от величины ξ₀. Если в качестве критерия определения предельно допустимого значения интенсивности внешнего воздействия использовать условие смыкания пластических областей в основании под нагрузкой, то у «кулоновских» областей это значение будет существенно ниже, чем у альтернативных, при всех рассмотренных значениях коэффициента бокового давления грунта.

© ПНИПУ

[©] Богомолов Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, e-mail: banzaritcyn@mail.ru. Богомолова Оксана Александровна – кандидат технических наук, доцент, e-mail: boazaritcyn@mail.ru, ORCID: 0000-0003-1163-6285.

Ушаков Андрей Николаевич – кандидат технических наук, доцент, e-mail: miit.vgasu@mail.ru.

Alexander N. Bogomolov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: banzaritcyn@mail.ru. Oksana A. Bogomolova – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: boazaritcyn@mail.ru, ORCID:

0000-0003-1163-6285.

Andrei N. Ushakov - Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: miit.vgasu@mail.ru.

TWO APPROACHES FOR DETERMINING AREAS OF PLASTIC DEFORMATION IN A HOMOGENEOUS BASE FOUNDATION

A.N. Bogomolov, O.A. Bogomolova, A.N. Ushakov

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation

Received: 23 June 2021 Accepted: 10 September 2021

Published: 30 September 2021

Keywords:

ARTICLE INFO

areas of plastic deformation, homogeneous foundation, physical and mechanical properties of soil, coefficient of lateral pressure, condition of plasticity, solution of problem on bearing capacity of foundation in elastoplastic statement, "speed" of development of plastic areas, their shape, position and sizes. ABSTRACT

The paper presents comparison of results of calculations of position, sizes and shapes of plastic deformation areas carried out on the basis of use of Coulomb plasticity condition and solution of elastic-plastic problem and mixed problem of elasticity theory and ground plasticity theory which resulted, among other things, in graphs of dependence of depth of plastic zones development on value of intensity of external influence. Calculations have been executed at three values of coefficient of side pressure of ground about = 0.37; 0.54; 0.72 for uniform strip load (no die), and for absolutely rigid die under condition of full sticking and under condition of no friction on ground-stamp contact. As a result, it was found that the plastic regions corresponding to the "Coulomb" solution differ essentially from similar regions based on elastic-plastic (mixed) solutions. Their sizes, with the same intensity of loading, are larger, their rate of development into the deepening of the base is higher than that of the alternative ones, and when the load reaches the maximum permissible value, they merge under the punch and form a single sickle-shaped area. In the case of "Coulomb" plastic areas, their shape and rate of development into the foundation in the initial stages of loading are rather strongly dependent on the value of soil side pressure coefficient. In the case of "mixed" solution, the "velocity" of this process is practically independent of the value of coefficient o. If we use the condition of closing of plastic regions in the foundation under load as the criterion for determination of the maximum permissible value of intensity of external action, then in "Coulomb" regions this value will be substantially lower than in alternative ones for all considered values of the coefficient of lateral pressure of soil.

© PNRPU

Ранее, а, порой, и ныне для определения положения, размеров и формы областей пластических деформаций (ОПД) часто используется условие прочности Кулона [1] для прямолинейных огибающих предельных кругов Мора, которое может быть представлено одним из трех приведенных ниже выражений

$$\sigma_{1} - \sigma_{2} = (\sigma_{1} + \sigma_{2} + 2\sigma_{cv})\sin\varphi,$$

$$(\sigma_{x} - \sigma_{z})^{2} + 4\tau_{xz}^{2} = (\sigma_{x} + \sigma_{z} + 2\sigma_{cv})^{2}\sin^{2}\varphi,$$

$$tg\theta_{max} = tg\varphi$$
(1)

где σ_1 ; σ_2 и σ_x ; σ_z ; τ_{xz} – безразмерные (в долях γh) главные нормальные напряжения и компоненты напряжения в рассматриваемой точке, определенные на основе того или иного решения задач линейной теории упругости; $\sigma_{cv} = C (\gamma htg \phi)^{-1}$ – приведенное давление связности; C; ϕ ; γ ; θ_{max} и h – удельное сцепление, угол внутреннего трения, объемный вес грунта, угол максимального отклонения и глубина заложения заглубленного фундамента соответственно.

Данный подход, однако, не дает достоверных результатов. Это объясняется тем, что как только в грунте возникают пластические области, около них происходит перераспределение напряжений, и напряжения, определенные на основе теории упругости, становятся неверными. По мере роста ОПД трансформация полей напряжений охватывает все большие и большие объемы активной зоны фундамента, и вычисляемые напряжения все более и более отличаются от их действительных значений. В связи с этим в настоящее время интенсивно используются нелинейные подходы, основанные на решениях упругопластических и смешанных задач теории упругости и теории пластичности грунта, например изложенные в [2], что позволяет получать более адекватные результаты.

В данной работе сопоставляются результаты решений задачи об образовании ОПД в грунтовом основании под равномерно распределенной полосовой нагрузкой, тривиальным методом, основанном на использовании формулы (1), и методом, основанном на решении смешанной модели теории упругости и теории пластичности грунта [2–5].

Вся информация для проведения вычислений (параметры нагрузки и физикомеханические свойства грунта) взята из работы [6], что позволит сравнить результаты наших вычислений с приведенными в ней данными. В этой работе рассмотрен гибкий ленточный фундамент шириной b = 3 м и глубиной заложения h = 2 м и два варианта численных значений физико-механических характеристик грунта. Первый вариант: $\varphi = 30^{\circ}$; $\gamma = 18$ кN/m³; $c_1 = 0$; модуль деформации $E_{\circ} = 25$ MPa; второй вариант отличается от первого тем, что $\varphi = 21^{\circ}$ и $c_2 = 25$ кПа. Все вычисления проведены при трех значениях коэффициента Пуассона v = 0,27; 0,35; 0,42, что соответствует величинам коэффициента бокового давления $\xi_{\circ} = 0,37$; 0,54; 0,72 [7].

Интенсивность прикладываемой (внешней) равномерно распределенной нагрузки задавалась авторами [6] в долях величины расчетного сопротивления *R*, которую они определили по формуле

$$R = \frac{\pi \left(\gamma h + \frac{\gamma b}{4} + \frac{c}{\mathrm{tg}\phi}\right)}{\mathrm{ctg}\phi + \phi - \frac{\pi}{2}} + \gamma h \tag{2}$$

при условии, что $c = c_1 = 0$.

Оказалось, что $R_1 = 263$ кПа. Интенсивность прикладываемой равномерно распределенной нагрузки принята авторами [6] следующей: $q_1 = R_1 = 263$ кПа, $q_2 = 1,17$ $R_1 = 0,307$ кПа, $q_3 = 1,34$ $R_1 = 352$ кПа. Если $c = c_2$, то величина $R_2 = 378$ kPa.

Величина предельно допустимой нагрузки определяется на основе наиболее часто применяемого критерия: в момент достижения нагрузкой предельного значения пластические области смыкаются.

Решение смешанной задачи

В качестве альтернативы использованию условия [1] при построении областей пластических деформаций воспользуемся приближенным решением смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта [2; 3], согласно которому безразмерные (в долях γh) напряжения в пластической области (отмеченные штриховым индексом) вычисляются по формулам

$$\sigma'_{z} = \sigma_{z};$$

$$\sigma'_{x} = \frac{\sigma_{z}(l - \sin \varphi) - 2\sigma_{cv} \sin \varphi}{l + \sin \varphi};$$

$$\tau'_{xz} = \frac{(\sigma_{z} + \sigma_{cv})b \sin \varphi}{l + \sin \varphi}$$
(3)

Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Ushakov A.N. / Construction and Geotechnics, vol. 12, no. 3 (2021), 105-116

где $b = tg2\alpha^* = tg2[\alpha - (45^\circ + \varphi/2)]; l = (1+b^2)^{\frac{1}{2}}; \alpha$ – угол наклона касательной к следу наиболее вероятной поверхности разрушения при условии, что рассматриваемая точка находится в допредельном состоянии [2; 3]; σ_z – «упругое» вертикальное напряжение в рассматриваемой точке; σ_{cv} – приведенное (в долях γh) давление связности.

Положение, размеры и форма пластической области определены при соблюдении следующих условий: напряженно-деформированное состояние грунта в упругих областях подчиняется законам линейной теории упругости, а в пластических – законам теории пластичности; в упругой и пластической областях выполняются уравнения равновесия; в каждой точке границы между упругими и пластическими областями выполняется условие непрерывности поля напряжений: нормальные и касательные к границе напряжения одинаковы по обеим ее сторонам; в упругой области выполняется условие совместности деформаций, в пластической области – условие пластичности.

На рис. 1 приведена соответствующая расчетная схема.



Рис. 1. Расчетная схема для решения смешанной задачи: граница *AA*' между упругой и пластической областью (*a*); равновесие треугольных призм, обеспечивающее условие неразрывности поля напряжений (б)

Fig. 1. Calculation scheme for solving the mixed problem: boundary *AA*' between elastic and plastic domain (*a*); equilibrium of triangular prisms providing stress field continuity condition (*b*)

В результате решения установлено, что если в каждой точке некоторой линии выполняются условия (4), то данная линия является границей между упругой и пластической областью в основании фундамента.

$$tg2\theta = \frac{2\left\{\tau_{xz}l + \sin\varphi[\tau_{xz} - b(\sigma_z + \sigma_{cv})]\right\}}{(\sigma_x - \sigma_z)(l + \sin\varphi) + 2\sin\varphi(\sigma_z + \sigma_{cv})};$$

$$sin\varphi_{\theta} = \frac{l(1 + \cos 2\theta)(\sigma_z - \sigma_x) + 2\tau_{xz}l\sin 2\theta}{(1 + \cos 2\theta)(\sigma_x - \sigma_z - 2\sigma_{cv}) - 2\sin 2\theta[b(\sigma_z + \sigma_{cv}) + \tau_{xz}]},$$
(4)

где θ – угол наклона касательной в точке границы между упругой и пластической областью; φ_{θ} – величина угла внутреннего трения внутри пластической области (на границе области выполняется условие $\varphi = \varphi_{\theta}$); σ_x ; σ_z ; τ_{xz} – безразмерные (в долях γh) главные нормальные напряжения и компоненты напряжения в рассматриваемой точке, определенные на основе решения соответствующей задачи линейной теории упругости. Для выявления «упругих» напряжений при решении смешанной задачи используется метод конечных элементов или методы теории функций комплексного переменного [6].

Полученное решение формализовано в компьютерную программу [8], использованную авторами при проведении исследований, результаты которых представлены ниже.

Сопоставление результатов расчетов

Как отмечено выше, целью исследования является сравнение пластических областей (РА), возникающих в основании полосовой нагрузки, при использовании для их определения «упругих» напряжений и условия [1] или решения смешанной задачи [2–4].

На рис. 2 приведены изображения пластических областей в основании под полосовой нагрузкой, определенные на основе условия [1] (*a*) и решения смешанной задачи [2; 3] (δ -*e*) при условии, что *q* = *R*₁; 1,17 *R*₁; 1,34 *R*₁, γ = 18 кN/m³, φ = 21°, c₂ = 25 кПа, *E* = 25 МПа, ξ_0 = 0,54.



Рис. 2. Области пластических деформаций в основании под полосовой нагрузкой, построенные на основе условия Кулона (*a*) и решения смешанной задачи [2; 3] (δ -*г*) для трех значений интенсивности внешнего воздействия $q = R_1$; 1,17 R_1 ; 1,34 R_1 при $\gamma = 18$ кN/m³, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25$ кПа, E = 25 МПа, $\xi_0 = 0.54$

Fig. 2. Plastic deformation regions in the basement under strip load, based on Coulomb condition (*a*) and mixed problem solution [2; 3] (*b*; *c*; *d*) for three values of external action intensity $q = R_1$; 1.17 R_1 ; 1.34 R_1 at $\gamma = 18$ kN/m³, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25$ kPa, E = 25 MPa, $\xi_o = 0.54$

Анализируя эти изображения (на рис. 1, *а*–*в*, показаны половины расчетных схем), можно отметить следующие существенные отличия «кулоновских» областей и РА, построенных на основании смешанного решения:

1. «Кулоновские» области, первоначально зародившиеся под краями полосовой нагрузки, сомкнулись и образовали единую область пластических деформаций.

2. Так как в первом случае все три пластические области сомкнуты, то можно утверждать, что даже минимальное значение интенсивности внешнего воздействия $q = 1,17 R_1$ превышает величину ее предельно допустимого значения ($q = 1,17 R_1 > q_{max}$).

3. Учитывая масштаб изображений (на рис. 1, a, он примерно в 2 раза больше, чем на рис 1, δ –c), ясно видно, что «кулоновские» области существенно больше по размерам и распространяются на большую глубину, чем соответствующие области, построенные на основании смешанного решения.

4. «Кулоновские» области при увеличении нагрузки развиваются с обеих сторон в направлении «под нагрузку», а соответствующие «смешанные» области – в противоположных направлениях (рис. 3). 5. «Кулоновские» области в начале своего развития имеют серповидную форму, а альтернативные им – каплевидную.

6. Упругое грунтовое ядро в первом случае имеет форму, близкую к половине эллипса, а во втором – равнобедренного треугольника с вогнутыми боковыми сторонами (см. рис. 3).

На рис. З приведены изображения пластических областей в момент их смыкания под полосовой нагрузкой. Интенсивность внешнего воздействия, соответствующая этому моменту, часто рассматривается как интенсивность предельно допустимой нагрузки на основание. В рассматриваемом случае «кулоновские» области сомкнулись при $q_c = 0,79 R_1 = 207,8$ kPa, а альтернативные им при $q_m = 4,07 R_1 = 1070$ kPa.



Рис. 3. Пластические области в момент их смыкания под нагрузкой: «кулоновские» (*a*), «смешанные» (*b*) Fig. 3. Plastic regions at the moment of their clamping under load: "Coulomb" (*a*), "mixed" (*b*)

На рис. 4 даны изображения пластических областей, построенных на основе смешанного решения при $\gamma = 18 \text{ кN/m}^3$, $\varphi = 30^\circ$, $c_1 = 0$, E = 25 MPa, $\xi_o = 0,54$ для трех рассматриваемых в работе значений интенсивности внешнего воздействия (показаны половины расчетных схем), и пластическая область при нагрузке $q = 1,75 R_1 = q_{\text{max}} = 460 \text{ kPa}$.

В последнем случае произошло смыкание РА, формы пластических областей изменились, начался процесс выпора грунта основания. Сравнивая эти области с соответствующими областями, приведенными на рис. 2, отметим, что их форма стала более округлой, а размеры увеличились, что является естественным откликом на условие $c_1 = 0$.

Считаем необходимым отметить, что области пластических деформаций, изображенные на рис. 4, *г*, имеют практически тождественную форму с пластическими областями, приведенными в работах [9; 10], и построенными на основе данных физических экспериментов (рис. 5).

Завершая рассмотрение вопроса о развитии областей пластических деформаций по мере увеличения интенсивности внешнего воздействия, изучим графические зависимости вида $Z_{\text{max}}/b = f(q)$, приведенные на рис. 6. Анализ кривых показывает, что в случае использования условия Кулона для построение областей пластических деформаций величина первой критической нагрузки $q_{\text{max}1}$ (разница более чем в четыре раза) и «скорость» роста величины Z/b – относительной глубины развития РА (см. рис. 4, *a*) существенным образом зависят от величины коэффициента бокового давления грунта ξ_0 . При достижении интенсивностью внешней нагрузки некоторого значения эти «скорости» становятся приблизительно равными: отрезки упомянутых выше кривых становятся параллельными (рис. 6, *a*).

Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Ушаков А.Н. / Construction and Geotechnics, т. 12, $N \ge 3$ (2021), 105–116



Рис. 4. Области пластических деформаций в основании под полосовой нагрузкой, построенные на основе решения смешанной задачи [2; 3] при $\gamma = 18 \text{ кN/m}^3$, $\varphi = 30^\circ$, $c_1 = 0$, E = 25 MPa, $\xi_o = 0,54$ для трех значений интенсивности внешнего воздействия $q = R_1(a)$; 1,17 $R_1(b)$; 1,34 $R_1(c)$ и пластическая область при нагрузке $q = 1,75 R_1 = q_{\text{max}} = 460 \text{ kPa}(d)$, являющейся предельно допустимой (смыкание PA)

Figure 4. Areas of plastic deformation in the foundation under strip load plotted from the solution of mixed problem [2; 3], at $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $\varphi = 30^\circ$, $c_1 = 0$, E = 25 MPa, $\xi_o = 0.54$ for three values of external action intensity $q = R_1(a)$; 1.17 $R_1(b)$; 1.34 $R_1(c)$ and the plastic region at load $q = 1.75 R_1 = q_{\text{max}} = 460 \text{ kPa}(d)$, which is the maximum allowable (PA closure)



Рис. 5. Области пластических деформаций, построенные на основе экспериментальных данных, приведенные в работах [11] (*a*) и [8] (б) Fig. 5. Plastic strain regions plotted from the experimental data given in [11] (*a*) and [8] (*b*)

Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Ushakov A.N. / Construction and Geotechnics, vol. 12, no. 3 (2021), 105-116



Рис. 6. Кривые зависимости вида $Z_{max}/b = f(q)$, построенные на основе условия Кулона (*a*) и решения смешанной задачи [2; 3] (*b*) при $\gamma = 18 \text{ кN/m}^3$, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25 \text{ kPa}$, $E_o = 25 \text{ MPa}$ и трех значениях коэффициента бокового давления $\xi_o = 0,37$; 0,54; 0,72

Fig. 6. $Z_{\text{max}}/b = f(q)$ curves based on Coulomb condition (*a*) and mixed problem solution [2; 3] (*b*) at $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25 \text{ kPa}$, E = 25 MPa and three values of lateral pressure coefficient $\xi_0 = 0.37$; 0.54; 0.72



Рис. 7. Размеры пластических областей, приведенных в работе [4] (окрашены тонами серого цвета) и полученных на основе решения смешанной задачи [2; 3], в основании полосовой нагрузки (*a*) и в основании под гладким штампом (б) при условии, что $\gamma = 18 \text{ кN/m}^3$, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25 \text{ kPa}$, E = 25 MPa, $\xi_o = 0,54 \text{ и} E_{hs} = 500 \text{ MPa}$

Fig. 7. Dimensions of plastic areas given in paper [4] (coloured in grey shades) and obtained from the solution of mixed problem [2; 3], at the base of strip load (*a*) and at the base under smooth die (*b*) provided that $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25 \text{ kPa}$, E = 25 MPa, $\xi_o = 0.54$ and $E_{hs} = 500 \text{ MPa}$

Если процесс развития РА рассматривается в условиях смешанной задачи [2; 3], то величины $q_{\max 1}$ при $\xi_0 = 0,37$ и $\xi_0 = 0,72$ отличаются не более чем на 15 %, а «скорость» изменения величины z/b практически одинакова при любых значениях величины ξ_0 : соответствующие кривые на рис. 6, δ , практически параллельны.

Сопоставим теперь форму и размеры пластических областей, приведенных в работе [6] и полученных нами.

На рис. 7 даны изображения этих пластических областей, возникающих под полосовой нагрузкой (рис. 7, *a*) и под гладким штампом (рис. 7, *б*) при $\gamma = 18 \text{ кN/m}^3$, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25 \text{ kPa}$, E = 25 MPa, $\xi_o = 0.54$ и $E_{hs} = 500 \text{ MPa}$ (РА, построенные нами, не окрашены). Величине интенсивности внешнего воздействия последовательно присваивались три значения.

Анализ изображений показывает:

1. На первом этапе нагружения ($q = R_1$) пластические области, построенные методом [2; 3], существенно больше по размерам и распространены на большую глубину, нежели пластические области, построенные авторами [6]. На следующих двух этапах нагружения положение меняется. На третьем этапе ($q = 1,34 R_1$) уже пластические области, описанные в работе [6], распространяются на большую глубину, чем построенные на основании смешанного решения.

2. Пластические области, построенные на основании смешанного решения, развиваются вглубь и в стороны от фундамента, пластические области, построенные по методике [6], напротив, имеют развитие вглубь и под фундамент. Эти области, образующиеся под полосой нагрузкой, смыкаются уже вскоре после первого этапа нагружения, а под гладким штампом их смыкание происходит на третьем этапе нагружения. Пластические области, построенные на основании смешанного решения, смыкаются, как было показано выше, в начале процесса выпора грунта основания из-под фундамента (рис. 4, *г*).

3. Области пластических деформаций, построенные авторам работы [6] при учете гладкого штампа и без такового (полосовая нагрузка), отличаются по форме, но глубина их развития для равных условий практически одинакова (при наличии штампа даже несколько больше, см. рис. 8, a, δ). Области пластических деформаций, построенные методом [2; 3], напротив, отличаются глубиной развития (в случае отсутствия штампа глубина больше), но весьма похожи формой. Глубина их развития при учете штампа существенно меньше, чем соответствующее значение, приведенное авторами работы [6] (см. рис. 8).



Рис. 8. Области пластических деформаций для трех значений интенсивности внешнего воздействия $q = R_1$; 1,17 R_1 ; 1,34 R_1 при наличии жесткого штампа (*a*) и без него (*b*), построенные авторами работы [6] и по методике [2; 3] при $\gamma = 18 \text{ кN/m}^3$, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25 \text{ kPa}$, E = 25 MPa, $\xi_0 = 0.54 \text{ и} E_{hs} = 500 \text{ MPa}$ (*c*)

Fig. 8. Plastic deformation regions for three values of external influence intensity $q = R_1$; 1,17 R_1 ; 1,34 R_1 in presence of rigid die (*a*) and without it (*b*), plotted by authors of work [6] and by method [2; 3] at $\gamma = 18$ kN/m³, $\varphi = 21^\circ$, $c_2 = 25$ kPa, E = 25 MPa, $\xi_o = 0,54$ and $E_{hs} = 500$ MPa (*c*)

4. Решение задачи по методике [6] дает упругое грунтовое ядро в форме равнобедренного треугольника с выпуклыми сторонами. Если задача решается методом [2; 3], то упругое ядро имеет форму равнобедренного треугольника, но уже с вогнутыми сторонами (см. рис. 4, *г*); оно имеет форму, аналогичную форме упругих ядер, приведенных в работе [12] и полученных аналитически и опытным путем (рис. 9).



Рис. 9. Фотография упругого грунтового ядра в виде равнобедренного треугольника с вогнутыми боковыми сторонами (*a*) и теоретически полученная форма грунтового ядра (δ) (цит. по [12]) Fig. 9. Photograph of an elastic ground core in the form of an isosceles triangle with concave sides (*a*) and the theoretically obtained shape of the ground core (*b*) (cited from [12])

Выводы

1. В результате выполненных исследований установлено, что пластические области, соответствующие «кулоновскому» решению, существенным образом отличаются от аналогичных областей, построенных на основе упругопластических и «смешанных» решений: размеры «кулоновских» областей и «скорости» их развития вглубь основания больше, чем у альтернативных.

2. Для «кулоновских» пластических областей их форма и скорость развития вглубь основания на начальных этапах нагружения достаточно сильно зависит от величины коэффициента бокового давления грунта. В случае «смешанного» решения величин ξ₀ практически не оказывает влияния на «скорость» этого процесса.

3. При решении поставленной в работе задачи методом [6] упругое грунтовое ядро имеет форму равнобедренного треугольника с выпуклыми сторонами. «Смешанное» решение [2; 3] дает форму грунтового ядра в виде равнобедренного треугольника, но с вогнутыми сторонами. Такая же форма упругого ядра получена в результате экспериментальных и теоретических исследований и другими авторами, например [12].

4. Если в качестве критерия определения предельно допустимого значения интенсивности внешнего воздействия использовать условие смыкания пластических областей в основании под нагрузкой, то у «кулоновских» областей это значение будет существенно ниже, чем у альтернативных, при всех рассмотренных значениях коэффициента бокового давления грунта. Рассмотренное в работе «смешанное» решение дает более высокие значения предельной нагрузки нежели «упругопластическое» решение.

Библиографический список

1. Coulomb C. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture // Memories de savants strangers de L'Academlie des sciences de Paris. -1773. -233 p.

2. Богомолов А.Н. Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке. – Пермь: ПГТУ, 1996. – 150 с. Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Ушаков А.Н. / Construction and Geotechnics, т. 12, $N \ge 3$ (2021), 105–116

3. Богомолов А.Н., Богомолова О.А. Сопоставление результатов физических и численных экспериментов по определению несущей способности однородного основания штампа // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2015. – № 6. – С. 7–11.

4. Зависимость величины предельно допустимой нагрузки от физико-механических свойств однородного основания штампа в условиях смешанной задачи / А.Н. Богомолов [и др.] // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. – 2017. – Т. 8, № 1. – С. 102–114.

5. Богомолова О.А., Жиделев А.В. Определение угла наклона наиболее вероятной площадки разрушения в точке грунтового массива // Construction and Geotechnics. – 2020. – Т. 11, № 1. – С. 5–19.

6. Шапиро Д.М., Готман Ю.А. Упругопластический расчет оснований фундаментов мелкого заложения // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2013. – № 4. – С. 19–23.

7. Богомолов А.Н., Вихарева О.А. К вопросу о минимальных значениях коэффициента бокового давления грунтов // Вестник ВолгГАСУ. Серия: Естественные науки. 2007. – Вып. 6 (23). – С. 110–114.

8. FEA: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617889 от 23 июля 2015 г. / А.Н. Богомолов [и др.]

9. Елизаров С.А., Малышев М.В. Критерии несущей способности и различные фазы деформирования основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1993. – № 4. – С. 2–5.

10. Болдырев Г.Г., Малышев М.В. Локализация деформаций в песчаном и глинистом основании // Известия вузов. Строительство. – 1987. – № 1. – С. 126–129.

11. Богомолов А.Н., Ушаков А.Н. Методы теории функций комплексного переменного в задачах геомеханики. – Волгоград: Перемена, 2014. – 227 с.

12. Березанцев В.Г. О расчете оснований гидротехнических сооружений // Гидротехническое строительство. – 1952. – № 7. – С. 34–40.

References

1. Coulomb C. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture. *Memories de savants strangers de L'Academie des sciences de Paris*, 1773, 233 p.

2. Bogomolov A.N. Raschet nesushchey sposobnosti osnovaniy sooruzheniy i ustoychivosti gruntovykh massivov v uprugoplasticheskoy postanovke [Calculation of the bearing capacity of the foundations of structures and the stability of soil masses in an elastoplastic setting] Perm, PSTU, 1996, 150 p.

3. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A. Comparison of results of physical and numerical experiments on determination of bearing capacity of homogeneous stamp foundation. *Bases, foun- dations and soil mechanics*, 2015, no. 6, pp. 7–11.

4. Bogomolov A.N. [et al]. Dependence of maximum permissible load on physical and mechanical properties of homogeneous stamp base under mixed problem. *Vestnik PNIPU. Stroitelstvo i arkhitektura*, 2017, vol. 8, iss. 1, pp. 102–114.

5. Bogomolova O.A., Zhidelev A.V. Determination of the slope angle of the most probable fracture site at the point of the soil mass. *Construction and Geotechnics*, 2020, vol. 11, iss. 1, pp. 5–19.

6. Shapiro D.M., Gotman Y.A. Elastoplastic calculation of shallow foundations. *Bases, foundations and soil mechanics*, 2013, no. 4, pp. 19–23.

7. Bogomolov A.N., Vihareva O.A. To a question on minimum values of coefficient of lateral pressure of soils. *Bulletin of VolgGASU. Natural Sciences*, 2007, no. 6 (23), pp. 110–114.

8. Bogomolov A.N. FEA. Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlia EVM № 2015617889 (2015).

9. Elizarov S.A., Malyshev M.V. Criteria of bearing capacity and different phases of foundation deformation. *Bases, foundations and soil mechanics*, 1993, no. 4, pp. 2–5.

10. Boldyrev, G.G., Malyshev, M.V. Deformation localization in sandy and clay foundation. *Izvestiya vuzov. Construction*, 1987, no. 1, pp. 126–129.

11. Bogomolov A.N., Ushakov A.N. Methods of theory of functions of complex variable in problems of geomechanics. Volgograd, Peremena, 2014, 227 p.

12. Berezantsev V.G. On calculation of foundations of hydraulic structures. *Hydraulic Engineering Construction*, 1952, no. 7, pp. 34–40.