



CONSTRUCTION AND GEOTECHNICS

Т. 12, № 4, 2021

<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>



DOI: 10.15593/2224-9826/2021.4.02

УДК 624.13

РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ – НАСЫПЬ»

О.А. Богомолова¹, А.В. Жиделев²

¹Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

²Филиал «Взлет» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) в г. Ахтубинске, Ахтубинск, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 22 августа 2021

Принята: 14 октября 2021

Опубликована: 28 декабря 2021

Ключевые слова:

система «насыпь – слабое основание», расчет напряженного состояния грунтового массива, коэффициент запаса устойчивости, коэффициент стабильности, области пластических деформаций, модели грунта.

АННОТАЦИЯ

Изложена методика расчета устойчивости откосов насыпи, включающая построение наиболее вероятной поверхности скольжения и определения областей пластических деформаций при упругом и упругопластическом (смешанная задача) распределении напряжений в грунтовой массе. Приведены результаты сопоставительных расчетов устойчивости систем «насыпь – слабое основание», данные для которых были взяты из научных статей, опубликованных другими авторами. По итогам этих расчетов были сопоставлены поля напряжений и перемещений, возникающие в системе «насыпь – слабое основание», положение и форма областей пластических деформаций, построенных как на основе условия прочности Кулона – Мора, так и на основе решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов, было проведено сопоставление численных значений величин коэффициентов устойчивости и коэффициентов безопасности слабого основания. Установлено, что замена грунтовой массы насыпи эквивалентной нагрузкой, как это достаточно часто делается при инженерных расчетах, существенным образом трансформирует поля напряжений и перемещений в грунтовой массе основания, положение и форму областей пластических деформаций и в конечном итоге влечет за собой получение недостоверных результатов. Показано, что результаты расчетов, выполненных при помощи разработанной при участии одного из авторов компьютерной программы FEA и программного комплекса Plaxis, находятся в удовлетворительном соответствии: изополя напряжений и перемещений практически совпадают, пластические области имеют сходные размеры, очертание и положение в грунтовой массе, что позволяет рекомендовать компьютерную программу FEA для практического использования при расчете устойчивости откосов и склонов, а также системы «насыпь – слабое основание».

© ПНИПУ

© **Богомолова Оксана Александровна** – кандидат технических наук, доцент, e-mail: boazaritcyn@mail.ru, OrcidID: 0000-0003-1163-6285.

Жиделев Андрей Викторович – кандидат технических наук, доцент, директор, e-mail: redskorhion@mail.ru, OrcidID: 0000-0003-1763-3675.

Oxana A. Bogomolova – Candidate of Engineering Science, Associate Professor, e-mail: boazaritcyn@mail.ru, OrcidID: 0000-0003-1163-6285.

Andrey V. Zhidelev – Candidate of Engineering Science, Associate Professor, Head, e-mail: red_scorpion@list.ru, OrcidID: 0000-0003-1763-3675.

CALCULATION OF THE «BASE – EMBANKMENT» SYSTEM STABILITY

O.A. Bogomolova¹, A.V. Zhidelev²

¹Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation

²Branch «Vzlet» of Moscow Aviation Institute (National Research University), Akhtubinsk, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 22 August 2021
Accepted: 14 October 2021
Published: 28 December 2021

Keywords:

"embankment – weak foundation" system, stressed state calculation of the soil mass, stability margin coefficient, stability coefficient, plastic deformation areas, soil models.

ABSTRACT

The article describes a method of calculating the stability of fill slopes, including the construction of the most probable sliding surface and the determination of plastic deformations areas with elastic and elastoplastic (mixed task) distribution of stresses in the soil mass. The comparative stability calculations results of the "embankment – weak foundation" systems are presented, the data for which were taken from scientific articles published by other authors. According to these calculation results, the stress and displacement fields arising in the "embankment – weak base" system, the position and shape of the areas of plastic deformations constructed both on the basis of the Coulomb – Mohr strength condition and on the basis of solving a mixed problem of the theory of elasticity and the theory of plasticity of soils the article has comparison of numerical values of the stability coefficients and the safety coefficients of a weak. It is established that the replacement of the soil mass of the embankment with an equivalent load, as is often done in engineering calculations, significantly transforms the stress and displacement fields in the soil mass of the base, the position and shape of the areas of plastic deformation and, ultimately, entails obtaining unreliable results.

The article shows the results of calculations performed using the FEA computer program developed by one of the authors and the Plaxis software package are in satisfactory agreement: the stress and displacement isofields practically coincide, plastic areas have similar dimensions, shape and position in the soil mass, which allows us to recommend the FEA computer program for practical use in calculating the stability of slopes and slopes, as well as the "embankment – weak foundation" system.

© PNRPU

Введение

В настоящей работе приведены результаты вычисления устойчивости системы «основание – насыпь», выполненные при помощи двух подходов: на основании использования упругопластической модели Кулона – Мора [1; 2] и решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов [3; 4]. Для использования этих подходов необходимо знать четыре параметра грунта: два деформационных – модуль деформации E_0 и коэффициент Пуассона ν (или коэффициент бокового давления ξ_0), и два прочностных – угол внутреннего трения φ и удельное сцепление c . Напряжения в исследуемом грунтовом массиве определяются аналитическими или численными методами.

В работах [5–8] приведены результаты расчетов устойчивости системы «основание – насыпь», полученные независимо от нас другими авторами. В настоящей статье представлены результаты расчета тех же объектов на основе методики, изложенной в [7; 8], и выполнено сравнение наших результатов и полученных независимо от нас.

Предлагаемый метод расчета устойчивости грунтового массива

Считаем, что напряженное состояние исследуемого грунтового массива определено одним из численных (метод конечных расчетов (МКЭ)) или аналитических методов, например, методами теории функций комплексного переменного.

Запишем условие прочности Кулона – Мора [1; 2] в виде, предложенным А. Како [8], введя предварительно некую функцию напряженного состояния и физико-механических свойств грунта K в рассматриваемой точке грунтового массива

$$K\tau_n = \sigma' \operatorname{tg}\varphi, \quad (1)$$

где $\sigma' = \sigma_n + \sigma_{\text{св}}$ – приведенное нормальное напряжение [6]; $\sigma_{\text{св}}$ – давление связности.

При $K = 1$ выражение (1) принимает вид условия почности Кулона – Мора.

Рассмотрим равновесие бесконечно малой призмы единичной высоты (рис. 1, а), расположенной в некоторой точке грунтового массива, и составим уравнения равновесия проекций всех сил на направления \bar{n} и $\bar{\tau}$.

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{in} = 0; \quad \sigma_n S + \sigma_z S \cos^2 \alpha + \sigma_x S \sin^2 \alpha + 2\tau_{xz} \cos \alpha \sin \alpha = 0; \\ \sum F_{i\tau} = 0; \quad \tau_n S - \tau_{xz} S \cos^2 \alpha + \sigma_z S \cos \alpha \sin \alpha + \tau_{xz} S \sin^2 \alpha - \sigma_x S \sin \alpha \cos \alpha = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Выразим нормальную σ_n и касательную τ_n компоненты напряжения, действующего по наклонной площадке, ориентированной под углом α , через составляющие σ_z ; σ_x ; τ_{xz} полного напряжения в рассматриваемой точке

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_x \sin^2 \alpha + 2\tau_{xz} \sin \alpha \cos \alpha; \\ \tau_n &= (\sigma_x - \sigma_z) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xz} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Подставляя выражения (3) в формулу (1) и выделяя величину K , получим выражение для функции K , которую будем называть коэффициентом запаса устойчивости в точке грунтового массива:

$$K = \frac{[\sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_x \sin^2 \alpha + 2\tau_{xz} \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_{\text{св}}] \operatorname{tg}\varphi}{(\sigma_x - \sigma_z) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xz} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}. \quad (4)$$

Числитель и знаменатель полученной дроби равны соответственно удерживающей $F_{\text{уд}}$ и сдвигающей $F_{\text{сд}}$ силам, действующим в рассматриваемой точке по площадке сдвига, ориентированной под углом α (см. рис. 1, а).

Отметим, что в работах [6; 9] величина, эквивалентная K , называется коэффициентом стабильности. При $K = 1$ и при выполнении всех преобразований в обратном порядке выражение (4) вырождается в условие прочности Кулона – Мора.

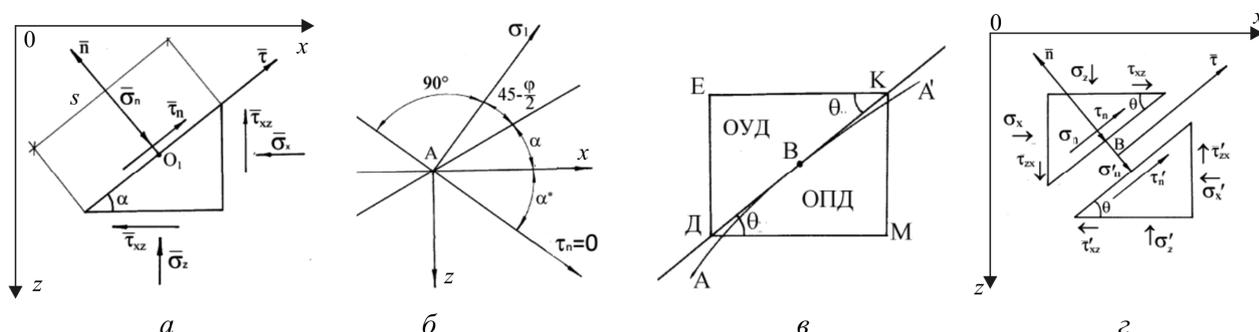


Рис. 1. Расчетные схемы для составления уравнений равновесия бесконечно малой треугольной призмы (а); решения смешанной задачи (б–г): ОУД – область упругих деформаций;

ОПД – область пластических деформаций

Fig. 1. Calculation schemes for composing the equilibrium equations of an infinitesimal triangular prism (а); solving a mixed problem (б–г)

Задача об определении угла ориентации наиболее вероятной площадки сдвига решается путем исследования функции (4) на экстремум согласно тривиальной процедуре, заключающейся в выполнении условий

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial \alpha} &= 0; \\ \frac{\partial^2 K}{\partial \alpha^2} &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Выполнение первого из условий (5) сводится к решению квадратного уравнения, корни которого определяются выражением

$$\sin 2\alpha_{1,2} = -\frac{2\tau_{xz}}{B} \pm (\sigma_z - \sigma_x) \sqrt{\frac{D - B^2}{B^2 D}}, \quad (6)$$

где

$$B = (\sigma_z + \sigma_x + \sigma_{св}); \quad (7)$$

$$D = 4\tau_{xz}^4 + (\sigma_z - \sigma_x)^2. \quad (8)$$

Выбирать из полученных двух углов следует тот, при подстановке значения которого во второе условие (5) будет выполняться неравенство

$$D - \frac{2\tau_{xz}(\sigma_z - \sigma_x) + [(\sigma_z - \sigma_x)\sin 2\alpha - 2\tau_{xz}\cos 2\alpha]^2}{\sin 2\alpha \cos 2\alpha + B^{-1}[(\sigma_z - \sigma_x)\sin 2\alpha + 2\tau_{xz}\cos 2\alpha]} > 0. \quad (9)$$

В результате вычислений установлено, что величина угла α , при котором $K = K_{\min}$, соответствует знаку «+» перед радикалом в формуле (6).

Из формул (4), (6)–(9) следует, что угол α является функцией напряженного состояния и физико-механических свойств (в том числе и коэффициента бокового давления ξ_0) слагающих грунтов. Отметим, что в выражения (2)–(9) входят безразмерные напряжения (в долях γH , где γ – удельный вес грунта; H – характерный геометрический размер исследуемой области, например глубина зложения фундамента или высота откоса).

Построение наиболее вероятной линии скольжения (НВЛС), точнее говоря, следа наиболее вероятной поверхности скольжения, проводится согласно методике, приведенной в работе [10] и усовершенствованной в работах [3; 11; 13]. Согласно этой методике при построении НВЛС в каждой ее точке выполняется условие $K_{st} = K_{st \min}$.

Если S – дуговая координата на НВЛС длиной l , то величина коэффициента запаса устойчивости грунтового массива, естественно, при неизменном положении наиболее вероятной линии скольжения определяется выражением

$$K_{st} = \frac{\int_0^l F_{уд}(S) ds}{\int_0^l F_{сд}(S) ds}, \quad (10)$$

где $F_{уд}$ и $F_{сд}$ – удерживающие и сдвигающие силы, действующие в каждой точке НВЛС, численные значения которых определяются соответственно числителем и знаменателем формулы (4).

Построение областей пластических деформаций

Использование условия прочности Кулона – Мора

Если задача об определении напряженного состояния грунтового массива решается в рамках линейной теории упругости, то в подавляющем большинстве случаев для отыскания положения, формы и размера областей пластических деформаций (областей сдвига) используют условие прочности Кулона – Мора, записанное в той или иной форме.

Выше показано, что выражение (4) при $K = 1$ представляет собой условие прочности Кулона – Мора, в которое входит угол ориентации площадки наиболее вероятного сдвига, определяемый на основе выражений (6)–(9).

Таким образом, для определения областей пластических деформаций на рассматриваемом этапе нагружения следует определить точки грунтового массива, в которых выражение (4) принимает численное значение, равное 1. Соединяя эти точки плавной кривой, получим очертание области пластических деформаций.

Решение смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта

В работах [3; 4] показано, что, если некоторая точка грунтового массива находится в области пластических деформаций, то напряжения в этой точке могут быть определены по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_z &= \sigma_z; \\ \sigma'_x &= \frac{\sigma_z(l - \sin \varphi) - 2\sigma_{cb} \sin \varphi}{l + \sin \varphi}; \\ \tau'_{xz} &= \frac{(\sigma_z + \sigma_{cb})b \sin \varphi}{l + \sin \varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $b = \operatorname{tg} 2\alpha^*$; $l = (1 + b^2)^{\frac{1}{2}}$; $\alpha^* = \alpha - \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$ (см. рис. 1, б); угол α определяется выражениями (6)–(9).

Для определения границ между областями упругих и пластических деформаций воспользуемся очевидным условием непрерывности поля напряжений: нормальные и касательные к границе напряжения в каждой ее точке должны быть одинаковыми по обеим ее сторонам (см. рис. 1, в, г). Это условие будет определять как напряженное состояние самого грунта, так и форму областей пластических деформаций [3; 5].

Пусть кривая AA' есть граница между упругой и пластическими областями, и точка B лежит на этой кривой. Вырежем мысленно в окрестности точки B бесконечно малую прямоугольную призму единичной высоты ДЕКМ, расположенную таким образом, что точка B лежит на ее диагонали, а сама диагональ $ДК$ является касательной к кривой AA' в точке B (рис. 1, в). Разделим прямоугольную призму ДЕКМ на две треугольные призмы ДЕК и ДМК таким образом, что первая из них будет находиться в области упругих деформаций, а вторая – в пластической области. Уравнения равновесия выполняются во всем объеме грунтового массива. Выразим нормальные и касательные составляющие полного напряжения, действующего по наклонным граням призм ДЕК и ДМК через компоненты полного напряжения σ_z ; σ_x ; τ_{xz} и σ'_z ; σ'_x ; τ'_{xz} , используя тригонометрические функции двойного аргумента

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_z) \cos 2\theta + \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) + \tau_{xz} \sin 2\theta; \\ \tau_n &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_z) \sin 2\theta + \tau_{xz} \cos 2\theta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_n &= \frac{1}{2}(\sigma'_x - \sigma'_z) \cos 2\theta + \frac{1}{2}(\sigma'_x + \sigma'_z) + \tau'_{xz} \sin 2\theta; \\ \tau'_n &= \frac{1}{2}(\sigma'_x - \sigma'_z) \sin 2\theta - \tau'_{xz} \cos 2\theta. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из условия неразрывности поля напряжений следует, что

$$\tau_n = \tau'_n; \quad \sigma_n = \sigma'_n. \quad (14)$$

Подставляя в (14) соответствующие значения из выражений (12) и (13) и имея в виду, что $\sigma_z = \sigma'_z$, σ'_x , τ'_{xz} определяются формулами (11), получим выражения, описывающие границу упругих и пластических областей:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 2\theta &= \frac{2\{\tau_{xz}l + \sin \varphi[\tau_{xz} - b(\sigma_z + \sigma_{cb})]\}}{(\sigma_x - \sigma_z)(l + \sin \varphi) + 2\sin \varphi(\sigma_z + \sigma_{cb})}; \\ \sin \varphi_0 &= \frac{l(1 + \cos 2\theta)(\sigma_z - \sigma_x) + 2\tau_{xz}l \sin 2\theta}{(1 + \cos 2\theta)(\sigma_x - \sigma_z - 2\sigma_{cb}) - 2\sin 2\theta[b(\sigma_z + \sigma_{cb}) + \tau_{xz}]}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где θ – угол между касательной к границе AA' в точке В и положительным направлением оси OX; φ_0 – «граничное» значение угла внутреннего трения грунта, при котором данная точка массива «переходит» на данном этапе нагружения в область пластических деформаций; b и l – см. комментарий к формулам (11); σ_z ; σ_x ; τ_{xz} – компоненты напряжения, найденные из аналитического или численного решения соответствующей задачи теории упругости для исследуемой области на рассматриваемом этапе нагружения.

Аппарат для проведения вычислений

Все вычисления, выполненные при подготовке настоящей статьи, проведены при помощи компьютерной программы [14], разработанной при непосредственном участии авторов. Для определения напряжений в исследуемых областях в этих программах формализованы метод конечных элементов и аналитическое решение второй основной краевой задачи теории упругости для весомой изотропной полуплоскости с криволинейной границей [3; 15], полученное на основе использования методов теории функций комплексного переменного.

Примеры расчета устойчивости системы «основание – насыпь»

Расчет устойчивости системы «водонасыщенное основание – насыпь» в стабилизированном состоянии

Для проведения этого расчета выбран пример из работы [5], в которой, в частности, рассматривается устойчивость системы «водонасыщенное основание – дамба» в стабилизированном и нестабилизированном состоянии, т.е. с учетом и без учета фильтрационных процессов.

При решении этой задачи об устойчивости системы «основание – дамба» в стабилизированном состоянии авторами [5] приняты следующие характеристики грунта: для дамбы – $\gamma = 16 \text{ кН/м}^3$; $\varphi = 20^\circ$; $c = 20 \text{ кПа}$; $E = 20 \text{ МПа}$; $\nu = 0,3$, что соответствует величине коэффициента бокового давления $\xi_0 = 0,43$; для основания – $\gamma = 20 \text{ кН/м}^3$; $\varphi = 17^\circ$; $c = 17 \text{ кПа}$; $E = 10 \text{ МПа}$; $\nu = 0,4$, что соответствует величине $\xi_0 = 0,66$.

Расчетная область основания дамбы высотой 10 м, шириной по верху 20 м и по основанию 40 м имеет размеры $40 \times 120 \text{ м}$, что исключает влияние на напряженно-деформированное состояние (НДС) граничных условий. Расчеты выполнены методом конечных элементов при помощи программы Plaxis, в которой формализован МКЭ.

Авторы цитируемой статьи рассматривают проблемы взаимодействия дамбы и ее однородного водонасыщенного основания в рамках плоской задачи линейной теории упругости для анализа локальной и общей устойчивости основания и дамбы, что важно при выборе экономически эффективных конструкций дамб. Этот выбор зачастую сводится к оценке напряженного состояния основания под воздействием эквивалентной трапециевидной нагрузки [15]. Авторами [5] показано, что результаты расчетов с учетом и без учета жесткости тела дамбы существенно отличаются друг от друга. Критериями оценки этих различий могут, по мнению авторов [5], служить картины изолинии напряжений σ_x , σ_y , σ_{xy} , τ_{\max} и безразмерной величины $\tau_{rel} = \tau / \tau^*$, называемой авторами относительной прочностью (отметим, что точки грунтового массива, в которых выполняется условие $\tau_{rel} = 1$, принадлежат границе «кулоновской» пластической области). Кроме того, авторами [5] введены следующие обозначения: τ – действующее касательное напряжение; $\tau^* = \sigma \cdot \text{tg}\varphi + c$ – предельное значение сопротивления сдвигу. Поэтому во избежание путаницы в тексте будем придерживаться этих обозначений.

Нами выполнены все расчеты, результаты которых приведены в работе [5], и дополнительно построены картины изолиний полей перемещений и напряжений, возникающих в системе «насыпь – дамба» при учете и неучете жесткости последней. Отметим, что эпюры распределенной нагрузки при замене тела дамбы соответствующими силами (при неучете жесткости дамбы) показаны на рисунках красным цветом, тело дамбы окрашено голубым, а ее основание желтым цветом.

Проанализируем эти изображения.

На рис. 2 приведены картины изолиний безразмерных (в долях $\gamma_d H_d$) вертикальных σ_z ; горизонтальных σ_x и касательных τ_{zx} напряжений в системе «дамба – основание» без учета (а; в; д) и с учетом жесткости дамбы (б; г; е) соответственно. Сравнивая изолинии соответствующих полей напряжений, делаем вывод о том, что численные значения соответствующих напряжений в точках основания с одинаковыми координатами существенно отличаются друг от друга. Причем отличие численных значений вертикальных σ_z и горизонтальных σ_x напряжений может достигать 20–25 %, а касательных τ_{zx} напряжений 300 % и более.

Аналогичный результат получен З.Г. Тер-Мартиросяном и соавторами, которые утверждают, что, «как и следовало ожидать, в случаях учета и неучета жесткости дамбы получается существенная разница в НДС ее основания» [5].

В качестве еще одного подтверждения полученного результата приведем картины изополей напряжений τ_{\max} (рис. 3). Рассматривая их, делаем вывод, аналогичный вышеприведенному.

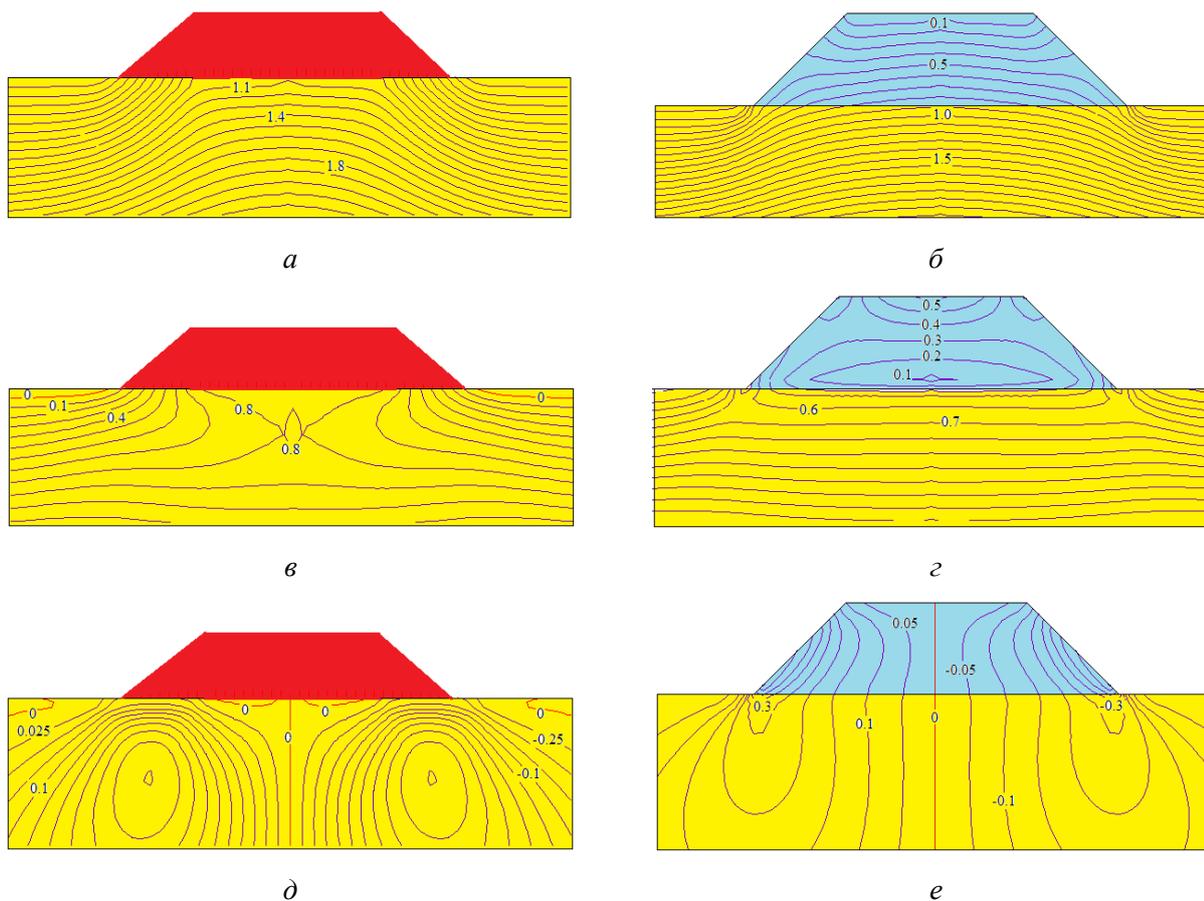


Рис. 2. Изолинии безразмерных (в долях $\gamma_d H_d$) вертикальных σ_z ; горизонтальных σ_x и касательных τ_{xz} напряжений в системе «дамба – основание» без учета (а; в; д) и с учетом жесткости дамбы (б; г; е) соответственно
 Fig. 2. Isolines of dimensionless stresses (in fractions of $\gamma_d H_d$): vertical – σ_z ; horizontal – σ_x and tangential – τ_{xz} in the “dam – base” system without (a; в; д) and taking into account (б; г; е) the rigidity of the dam, respectively

Изучая поля перемещений, возникающих в основании дамбы, мы получили результат, несколько отличающийся от результатов исследования, в котором сказано, что «расчеты показывают, что максимальная осадка основания в центре при его толщине 40 м составляет 32 см при отсутствии пригрузки. В случае замены дамбы эквивалентной нагрузкой осадка также составила 32 см – следовательно, учет жесткости не оказывает влияние на осадку основания» [5].

Наши же расчеты показали (рис. 4), что вертикальное перемещение (осадка) дамбы в той же точке (точке пересечения основания дамбы с вертикальной осью ее симметрии) при условии, что отношение модулей деформации материала дамбы и основания $E_{од}/E_{осн} = 2$, как это определено в работе [5], равно 19,5 см. Если $E_{од}/E_{осн} = 1$, то величина осадки равна 9,7 см. Если тело дамбы заменено эквивалентной вертикальной нагрузкой, то величина осадки той же точки равна всего 1,1 см, т.е. соответствующие напряжения отличаются по величине более чем на порядок. Из рис. 3 видно, что существенные отличия имеет и распределение горизонтальных перемещений.

Таким образом, мы не можем согласиться с выводами авторов работы [5] о том, что «учет жесткости дамбы не оказывает влияние на осадку основания».

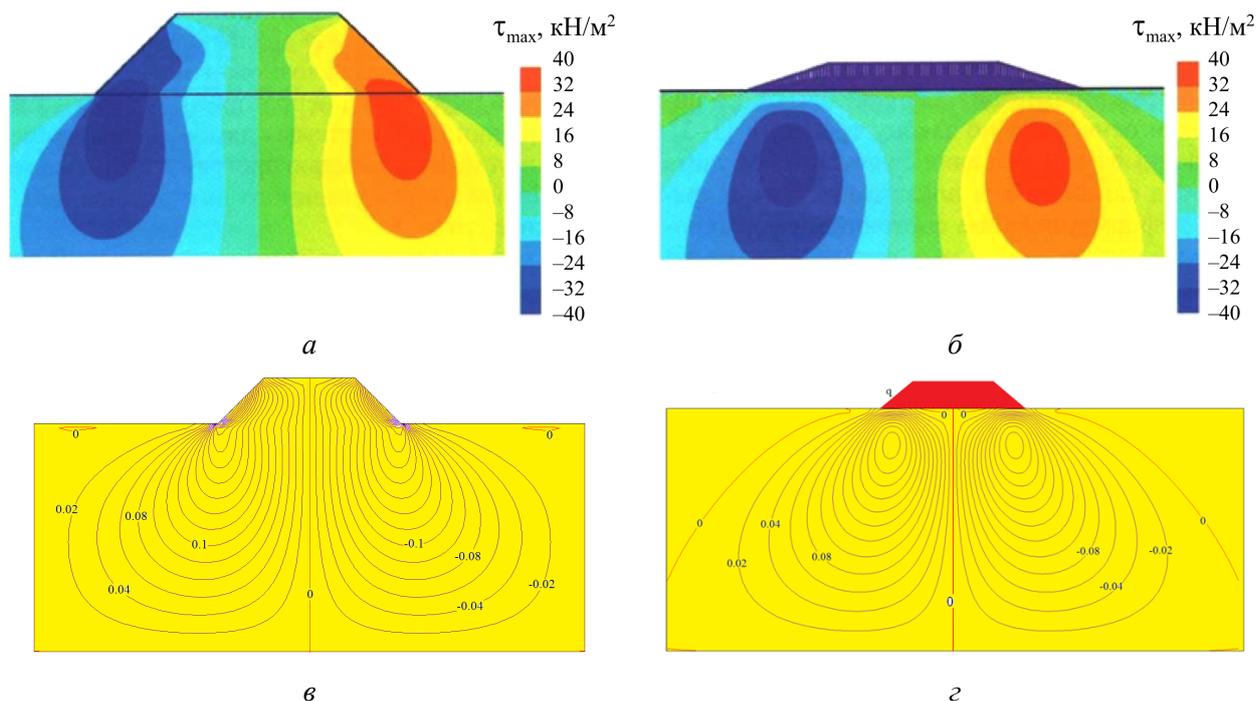


Рис. 3. Изополя τ_{\max} в основании и в теле дамбы с учетом (а, в) и без учета (б, г) жесткости дамбы, полученные авторами работы [5] (а, б) и нами (в, г) при помощи компьютерной программы [14]
 Fig. 3. Isofields τ_{\max} in the base and in the dam body, taking (a, в) and without taking into account (б, г) the dam rigidity, obtained by the authors of [5] (a, б) and by proposed method (в, г) using a computer program [14]

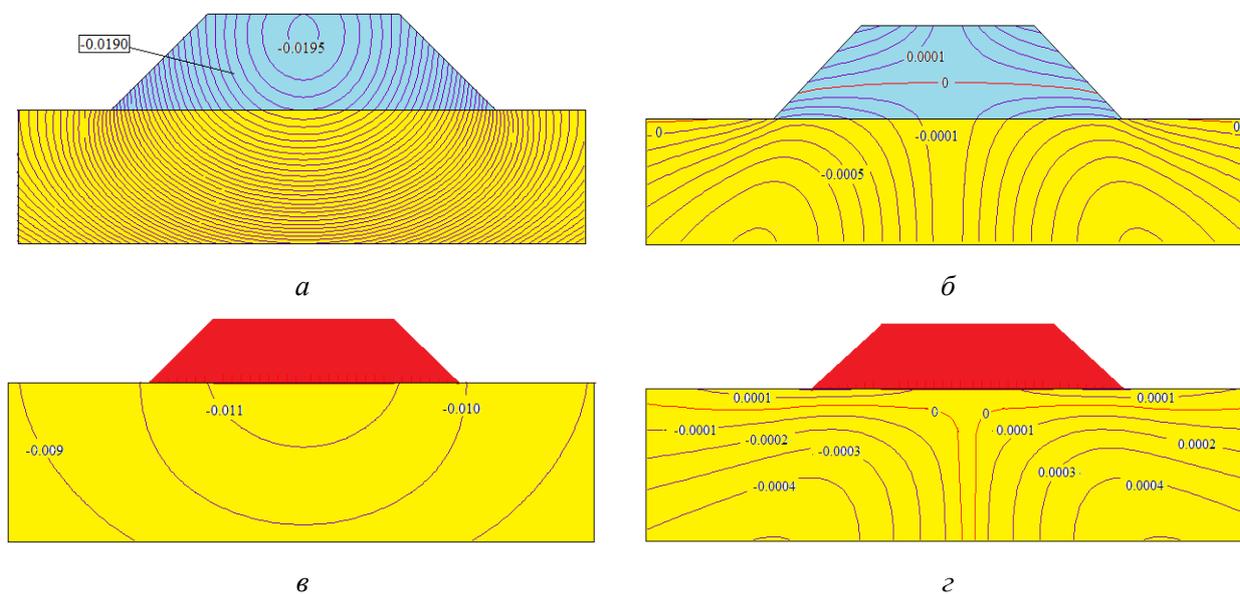


Рис. 4. Изолинии безразмерных (в долях Н) вертикальных (а; в) и горизонтальных (а; г) упругих перемещений системы «основание – дамба» с учетом (а; б) и без учета (в; г) жесткости дамбы
 Fig. 4. Isolines of dimensionless (in fractions of H) vertical (a; в) and horizontal (а; г) elastic displacements of the “base – dam” system taking (a; б) and without taking into account (в; г) the dam rigidity

Следующим изученным нами вопросом является вопрос о локальной устойчивости основания. Для решения этого вопроса авторами работы [5] и нами построены области пластических деформаций (области сдвигов, области предельного равновесия, как они названы в [5]) с учетом и без учета жесткости дамбы. Как сказано в работе [5], «в первом случае области предельного равновесия находятся под краями дамбы, что может привести к локальной потере устойчивости ее откоса. Во втором случае область предельного напряженного состояния локализуется под центром дамбы на определенной глубине и не выходит на поверхность» (рис. 5, а, б). Нами получен совершенно аналогичный результат, графическая интерпретация которого приведена на рис. 5, в, г. Отметим лишь одно отличие: в нашем случае пластические области, возникающие под краями дамбы (учитывается ее жесткость), имеют направление развития не под дамбу, а в противоположные стороны. Этот результат также подтверждает предположение о неэквивалентности рассматриваемых расчетных схем.

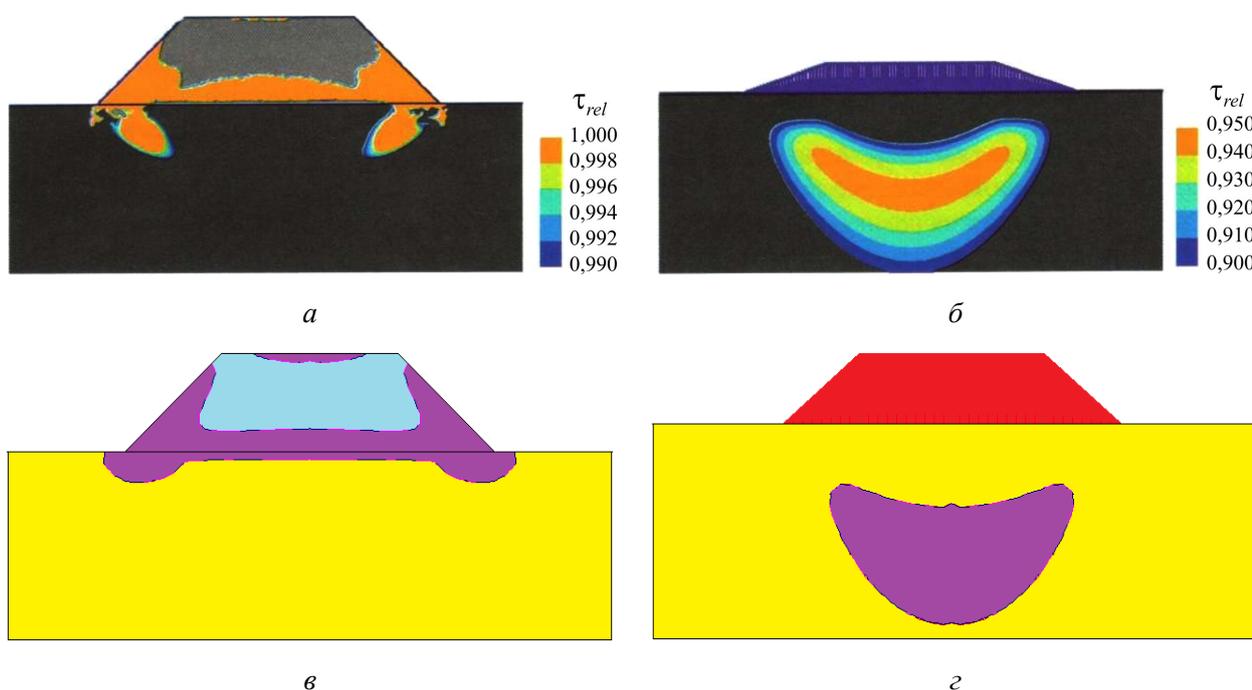


Рис. 5. Изополя $\tau_{rel} = \tau/\tau^*$ в основании и в теле дамбы с учетом (а) и без учета (б) жесткости тела дамбы, полученные авторами работы [5]; области пластических деформаций в основании и теле дамбы, ограниченные линиями $\tau_{rel} = \tau/\tau^* = 1$, построенные нами (в, г) при помощи компьютерной программы [14] с учетом (в) и без учета (г) жесткости тела дамбы

Fig. 5. Isofields $\tau_{rel} = \tau/\tau^*$ in the base and in the body of the dam, taking (a) and without taking into account (b) the rigidity of the body of the dam, obtained by the authors of the work [5]; areas of plastic deformations in the base and body of the dam, bounded by the lines $\tau_{rel} = \tau/\tau^* = 1$, constructed by authors (v, g) using a computer program [14] taking (v) and without taking into account (g) the dam body rigidity

На рис. 6, а представлено изополе относительной прочности $\tau_{rel} = \tau/\tau^*$ в начальный момент $t_0 = 0$ и область пластических деформаций в основании и теле дамбы, ограниченная линиями $\tau_{rel} = \tau/\tau^* = 1$, построенная нами (рис. 6, б) при помощи компьютерной программы [14]. Оба изображения соответствуют результатам расчета, выполненного с учетом жесткости тела дамбы. Сравнивая эти рисунки, определяем их практическую тождественность.

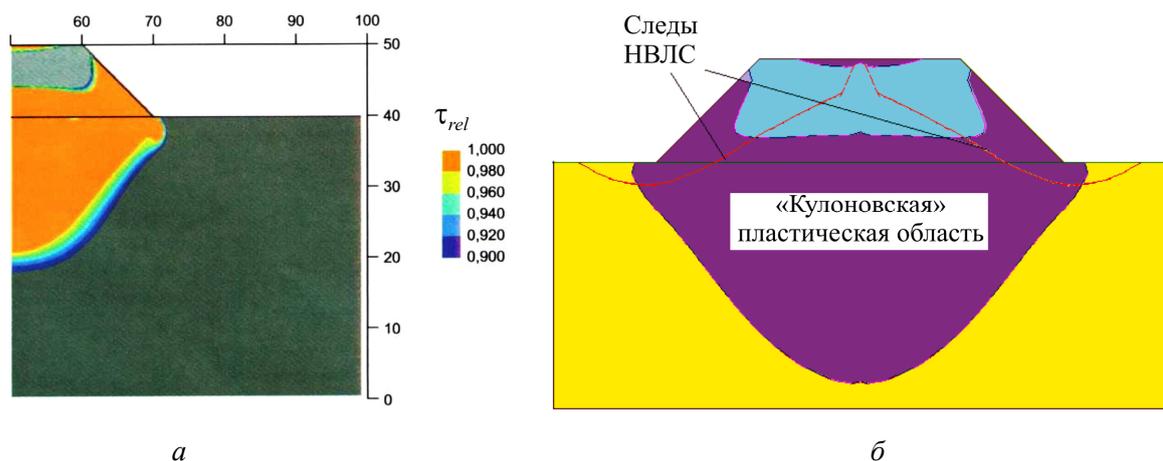


Рис. 6. Изополе относительной прочности $\tau_{rel} = \tau/\tau^*$ в водонасыщенном основании в момент времени $t_0 = 0$, полученное авторами работы [5] (а) и область пластических деформаций в основании и теле дамбы, ограниченная линиями $\tau_{rel} = \tau/\tau^* = 1$, построенная нами (б) при помощи компьютерной программы [14] с учетом жесткости тела дамбы

Fig. 6. The relative strength isofield $\tau_{rel} = \tau/\tau^*$ in a water-saturated base at time $t_0 = 0$, obtained by the authors of [5] (a) and the plastic deformations area in the base and body of the dam, bounded by the lines $\tau_{rel} = \tau/\tau^* = 1$, constructed by us (b) using a computer program [14] taking into account the dam body rigidity

Последним этапом проведенных нами вычислений являются расчеты по определению коэффициента запаса устойчивости основания дамбы с учетом ее жесткости и без такового. В работе [5] эти коэффициенты запаса устойчивости определены равными соответственно $K_{ж}^{[5]} = 1,329$ и $K^{[5]} = 1,871$, т.е. отличаются друг от друга в 1,408 раза. К сожалению, в работе [5] этот результат никак не проиллюстрирован.

На рис. 7, а, в приведены изображения следов наиболее вероятных поверхностей выпора грунта основания из-под дамбы, построенные с учетом и без учета ее жесткости, и «кулоновские» области пластических деформаций, построенные на основе выражений (4)–(9), как это описано выше.

Вычисления, выполненные нами, дают следующие значения соответствующих коэффициентов запаса устойчивости – $K_{ж} = 1,43$ и $K = 2,149$. Как видно, численные значения этих коэффициентов отличаются друг от друга в 1,503 раза. Сравнивая численные значения этих коэффициентов с соответствующими значениями, приведенными в работе [5], видим, что величина $K_{ж}$ больше величины $K_{ж}^{[5]}$ на 7,1 %, а величина K больше величины $K^{[5]}$ на 12,9 %. Как видно, и в этом случае полученные нами и приведенные в работе [5] результаты очень близки.

На рис. 7, б, г в качестве примера изображены области пластических деформаций (ОПД) в основании дамбы при условиях, описанных выше, но на основе приближенного смешанного решения задачи теории упругости и теории пластичности грунта с использованием формул (11), (15). Из рисунков видно, что эти области существенно отличаются от соответствующих «кулоновских областей». Отметим, что величина $K_{ж}^{cm} = 1,61$ (соответствует рис. 7, б) на 18 % больше величины $K_{ж} = 1,43$ (соответствует рис. 6, а) из-за того, что длина участка $D'E'$, находящегося внутри ОПД (рис. 6, б) существенно меньше длины участка CE , также находящегося внутри соответствующей пластической области (рис. 7, а).

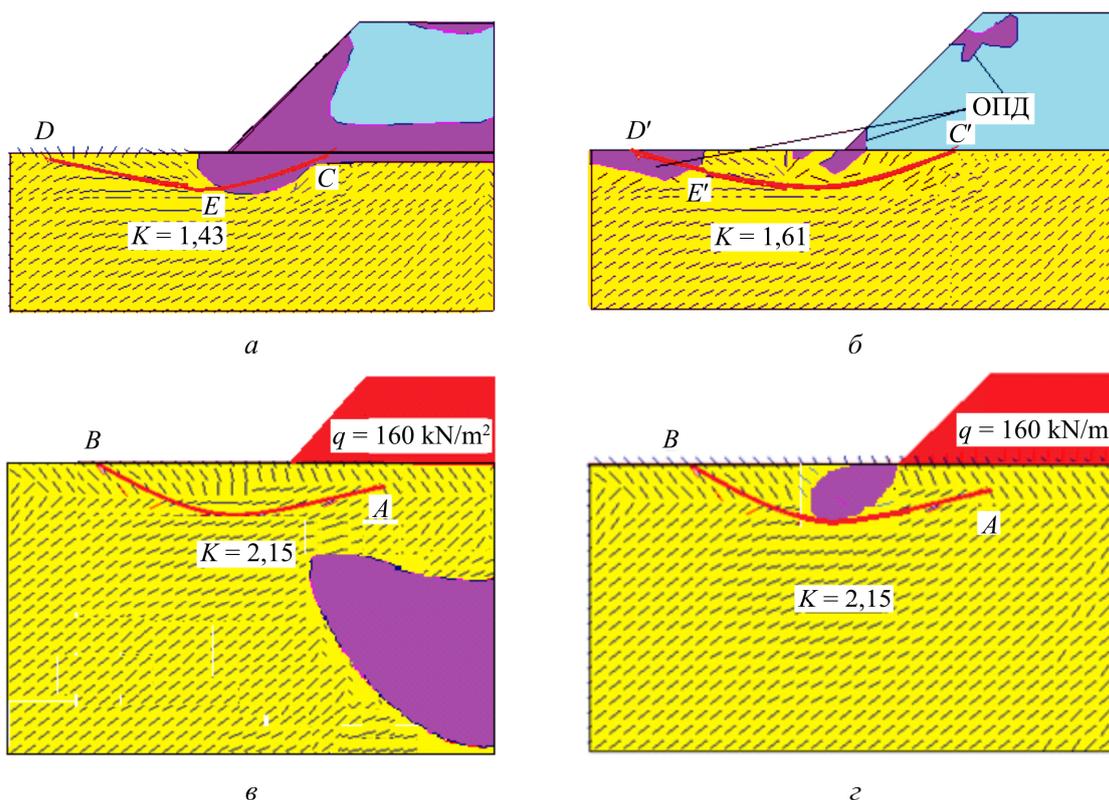


Рис. 7. Области пластических деформаций и следы наиболее вероятных поверхностей выпора, построенные с учетом (а; б) и без учета (в; г) жесткости дамбы на основании условия прочности Кулона – Мора (а; в) и решения смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта (б; г)

Fig. 7. Plastic deformations areas and the most probable outburst surfaces traces, constructed taking into account (а; б) and without taking into account (в; г) the dam rigidity based on of the Coulomb-Mohr strength condition (а; в) and solving a mixed problem of the theory of elasticity and the theory of soil plasticity (б; г)

Расчет величины коэффициента стабильности системы «слабое основание – насыпь»

Перейдем теперь к анализу результатов, приведенных в работе [6], где рассматривается пример расчета величины коэффициента стабильности системы «слабое основание – насыпь», который выбран из книги проф. Г.М. Шахунянца как наиболее подробно расписанный [9].

Высота насыпи составляет 30 м, крутизна ее откосов равна 1:2, а ширина основной площадки равна 10 м. Грунт основания имеет следующие характеристики: удельный вес 20 кН/м^3 , угол внутреннего трения $\varphi = 12^\circ$, удельное сцепление $c = 20 \text{ кН/м}^2$. При расчете насыпь заменяется эквивалентной нагрузкой, эпюра которой имеет форму трапеции, а ее максимальная интенсивность равна $P = 600 \text{ кН/м}^2$ [6].

Результаты вычислений, выполненные проф. Г.М. Шахунянцем [9], представлены на рис. 8, а; они указывают, что минимальное значение коэффициента стабильности $K_{\text{стаб}} = 1,17$. Область, оконтуренная изолинией со значением $K_{\text{стаб}} = 1,25$, располагается по оси насыпи на глубине от 15 до 30 м.

Результаты численного моделирования такой схемы авторами работы [6] (для сопоставления насыпь была заменена трапецидальной нагрузкой) дают весьма похожие результаты (рис. 8, б) и немного завышенный коэффициент стабильности (минимальное значение

$K_{\text{стаб}} = 1,25$), что объясняется невозможностью полного сопоставления двух расчетных методик (численное моделирование использует модели грунтов с параметрами, не указанными в примере). Область минимальных значений располагается на глубине от 5 до 30 м.

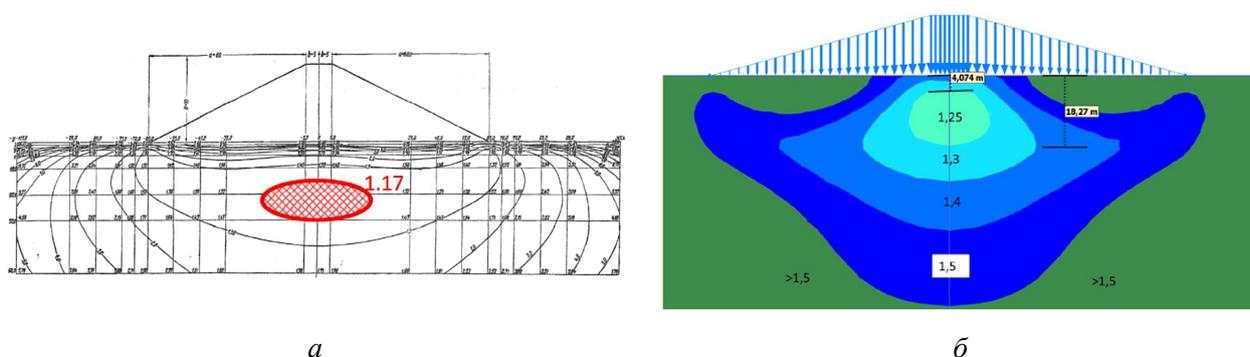


Рис. 8. Результаты расчета величины коэффициента стабильности для рассматриваемого примера: полученные проф. Г.М. Шахунянцем [9] (а) и авторами работы [6] (б)

Fig. 8. The calculating results of the stability coefficient value for example under consideration: obtained by Prof. G.M. Shakhunyants [9] (a) and by actual article authors [6] (b)

Аналогичные расчеты выполнены и нами при помощи компьютерной программы FEA [14] при величине коэффициента бокового давления грунта основания $\xi_0 = 0,75$, графическая интерпретация которых представлена на рис. 8. Стоит отметить, что расчет коэффициента стабильности при приложении эквивалентной трапециевидальной нагрузки дает некорректные результаты, поскольку не учитывает, из какого грунта отсыпается земляное полотно.

Сравнивая изополя $K_{\text{стаб}}$, приведенные на рис. 8, б и 9, можно говорить об их практической идентичности.

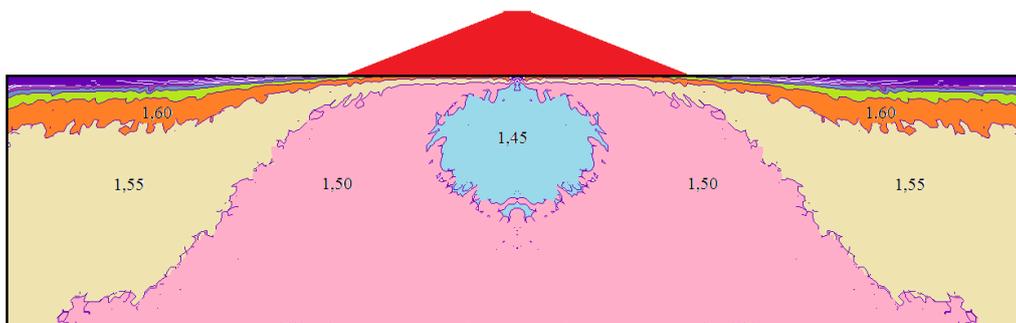
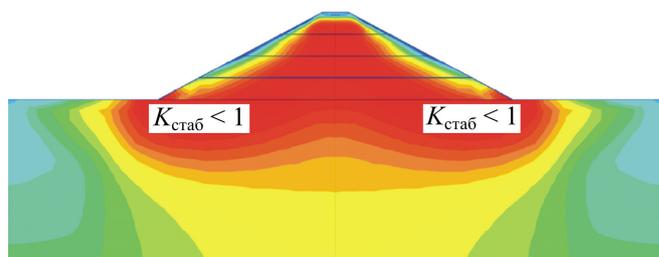


Рис. 9. Изополя коэффициента стабильности, полученные при помощи компьютерной программы FEA [14] при величине коэффициента бокового давления грунта основания $\xi_0 = 0,75$

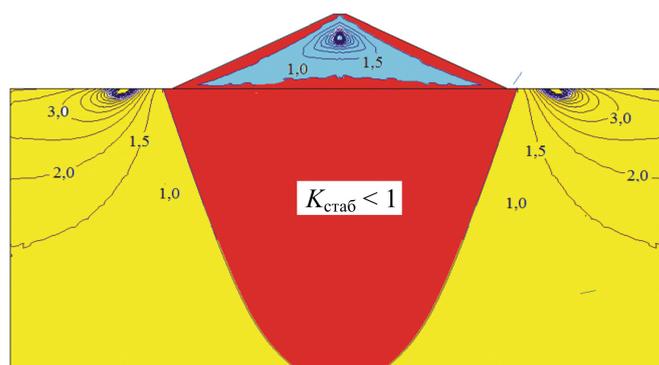
Fig. 9. The stability coefficient isofields obtained using the FEA computer program [14] at the value of the lateral pressure coefficient of the base soil $\xi_0 = 0,75$

Однако если отступить от допущений, принятых в инженерном расчете, и задать насыпь не трапециевидальной нагрузкой, а супесчаным грунтом с характеристиками: удельный вес 20 кН/м^3 , угол внутреннего трения $\varphi = 24^\circ$, удельное сцепление $c = 19 \text{ кН/м}^2$, то картина распределения коэффициента стабильности в основании будет совершенно иная (рис. 10).

На рис. 11 приведены изображения следов наиболее вероятных поверхностей скольжения (НВПС) для рассматриваемого примера, построенные авторами работы [6] (рис. 11, а) и нами (рис. 11, б, в) при помощи компьютерной программы FEA, из которых видно, что



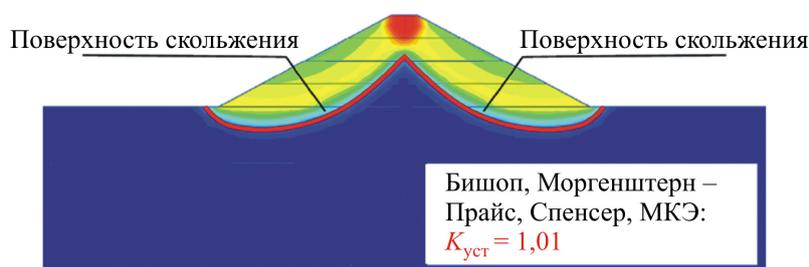
a



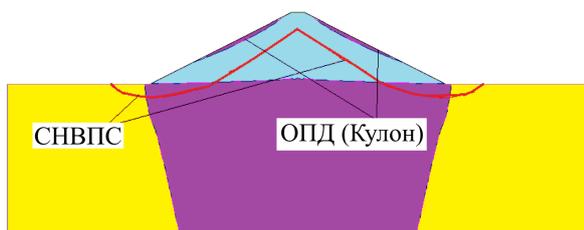
b

Рис. 10. Изополя $K_{\text{стаб}}$ по данным работы [6] (a) и построенные при помощи компьютерной программы FEA для измененных условий работы [6] (б)

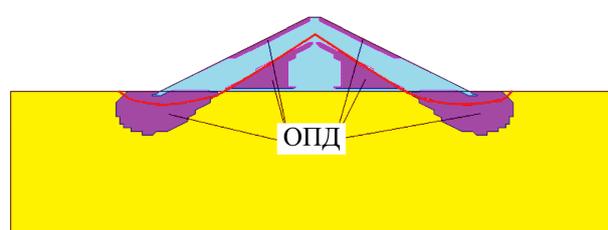
Fig. 10. Isofields of $K_{\text{стаб}}$ according to article [6] (a) and constructed using the FEA computer program for modified working conditions [6] (b)



a



b



v

Рис. 11. Следы наиболее вероятных поверхностей скольжения a – по данным работы [6], и б – построенные при помощи компьютерной программы FEA [14] для условий работы [6] при упругом решении, и в – при упругопластическом распределении напряжений (смешанная задача) в грунтовом массиве

Fig. 11. The most probable sliding surfaces traces a – according to the data of article [6] and б – constructed with the help of the FEA computer program [14] for working conditions [6] with elastic solution and в – elastic-plastic stress distribution (mixed problem) in the soil massif

форма следов НВПС практически одинакова в обоих случаях, но их положение в грун-
 том массиве несколько отличается – следы НВПС, построенные нами, расположены не-
 сколько ближе к контуру насыпи, чем это получено авторами работы [6]. Отличаются и
 численные значения коэффициентов запаса устойчивости. В нашем случае при упругом
 распределении напряжений в теле насыпи величина коэффициента запаса устойчивости
 равна $K = 1,34$, т.е. отличается от величины $K_{уст}$ на 33 %. Если задача об устойчивости на-
 сыпи решается в смешанной постановке, то величина $K_{см} = 1,08$, т.е. практически совпада-
 ет с величиной $K_{уст}$, приведенной в работе [6]. Это объясняется тем, что в данном случае
 след НВПС практически совпадает (см. рис. 11, в) с границей упругих и пластических об-
 ластей, на которой выполняется условие $K = 1$.

Расчет насыпи на слоистом глинистом основании

Анализ устойчивости [7] проведен для двух конструкций земляного полотна: это кон-
 струкция с бермами и однородным откосом заложения 1:1,75 (см. соответственно правую
 и левую части рис. 12, а). Моделирование в программе Plaxis 2D проведено с использо-
 ванием опции stage construction, что позволило задавать промежутки времени возведения
 каждого отдельного фрагмента (уровня) насыпи. Графическая интерпретация результатов
 моделирования приведена на рис. 12, б, в.

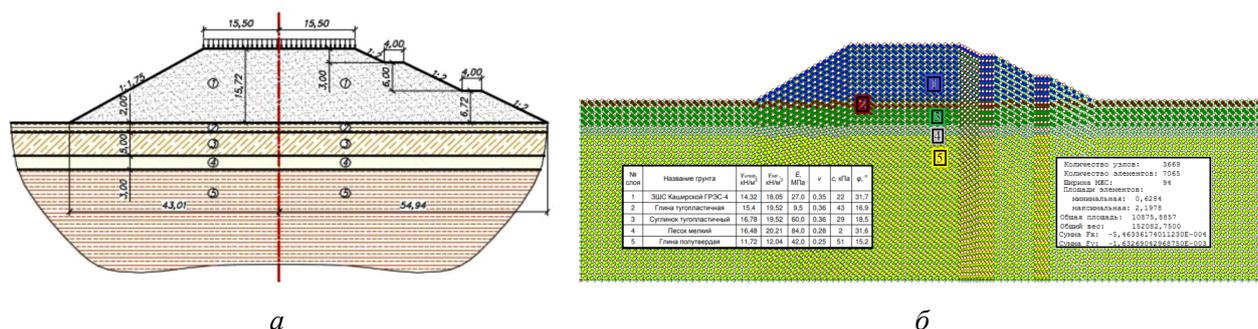


Рис. 12. Две конструкции земляной насыпи: с бермами и однородным откосом заложения 1:1,75
 (соответственно правая и левая части а), конечно-элементная схема для работы
 в оболочке программы FEA (б)

Fig. 12. Two earth embankment structures: with berms and a uniform slope of 1:1.75 (respectively,
 the right and left parts of a), a finite element scheme for operation in the FEA program shell (b)

Оценка устойчивости насыпи в программном комплексе ZSoil выполнена с использо-
 ванием моделей грунта Мора – Кулона и Друкера – Прагера. Численные значения величин
 коэффициентов запаса устойчивости сведены в обоих случаях в таблицу.

Численные значения расчетных коэффициентов запаса устойчивости

The numerical values of calculated stability margin coefficients

Высота насыпи и заложение откоса	Величина коэффициента запаса устойчивости								
	Bishop	Fellinius	Шахунянц	Plaxis	ZSoil		GEO 5 FEM		FEA [13]
				M-K	M-K	D-P	M-K	D-P	
15,72 (1:1,75)	1,94	1,70	1,76	1,69	1,72	1,72	1,88	2,06	1,58
15,72 (бермы)	2,31	2,05	2,06	1,98	2,10	1,95	2,26	2,28	1,72

На рис. 12, б приведена конечно-элементная схема для работы в оболочке программы FEA, которая составлена нами на основе схемы, приведенной в работе [7], и цитируемой нами на рис. 12, а. На этом же рисунке приведены численные значения физико-механических свойств грунтов слоев основания (слева на схеме) и параметры самой конечно-элементной схемы (справа).

На рис. 13 приведена часть результатов компьютерного моделирования устойчивости насыпи на слоистом глинистом основании, полученных авторами работы [7] и настоящей статьи. Сравнивая положение и форму следов НВПС, можно сказать, что они подобны.

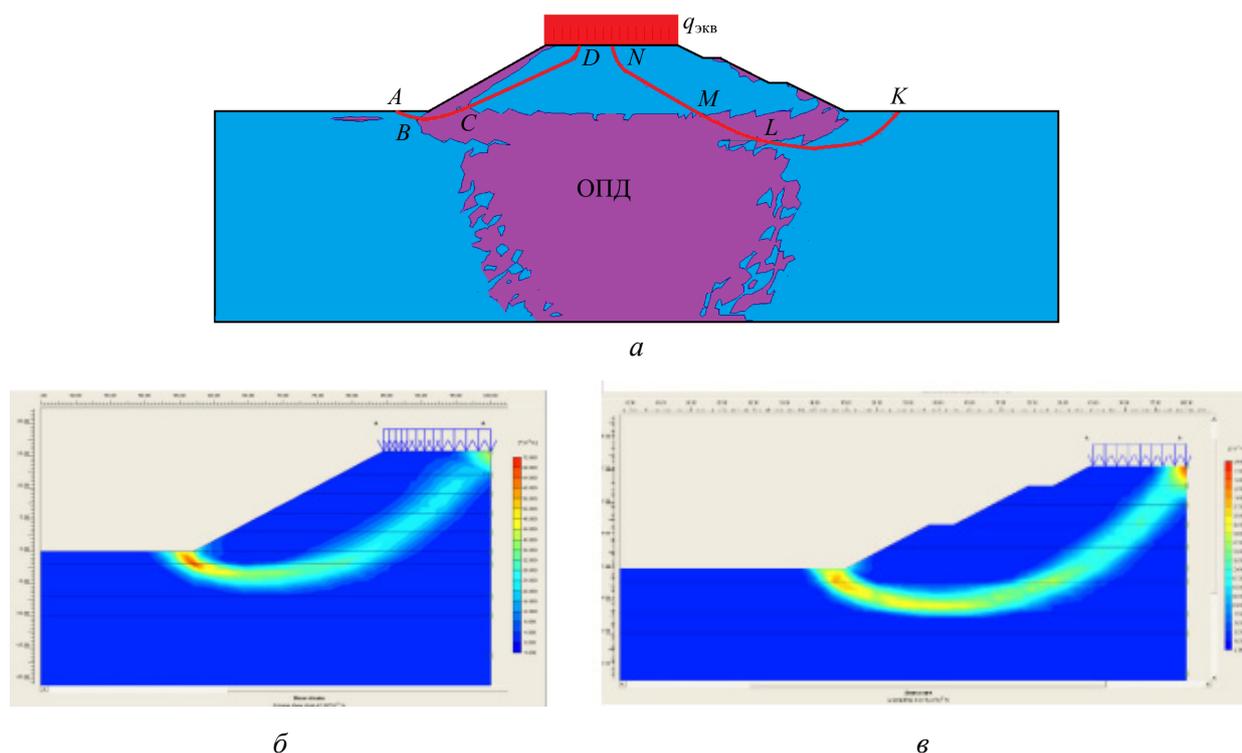


Рис. 13. Результаты моделирования конструкции в программе FEA и Plaxis 2D: области пластических деформаций и следы наиболее вероятных поверхностей скольжения, построенные нами (а), и изополя сдвигающих перемещений для левой (б) и правой (в) части насыпи (цитируется по работе [7])

Fig. 13. Structural modeling results in the FEA and Plaxis 2D program: areas of plastic deformations and the most probable sliding surfaces traces constructed by authors (a), and isofields of shifting displacements for the left (b) and right (c) parts of the embankment (cited in [7])

Численные значения коэффициентов запаса устойчивости откосов насыпи, полученные при помощи программы FEA, наиболее близки величинам коэффициентов запаса, полученным на основе использования программных комплексов Plaxis 2D и Zsoil. Отличия составляют соответственно 6,6 % и 8,2 % для откоса с заложением 1:1,75, а для откоса с бермами – 13,1 % и 15,1 % (см. таблицу).

Выводы

1. В результате проведения сопоставительных расчетов подтверждено, что замена грунтового массива насыпи эквивалентной нагрузкой при расчете устойчивости ее основания ведет к получению заведомо недостоверных результатов.

2. Результаты, получаемые при помощи программного комплекса Plaxis и компьютерной программы FEA для одних и тех же объектов, совпадают с достаточной для практики степенью точности, что позволяет рекомендовать последнюю для решения задач об устойчивости системы «насыпь – слабое основание».

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

Библиографический список

1. Coulomb C.A. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L`architecture // Memories de savants strangers de L`Academiie des sciences de Paris, 1773. – 233 p.
2. Coulomb C.A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemesde statique relatifs, a la architecture // Mem. Acad. Roy. Div. Sav. – 1776. – Vol. 7. – P. 343–387.
3. Богомолов А.Н. Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке. – Пермь: ПГТУ, 1996. – 150 с.
4. Богомолов А.Н., Богомолова О.А. Сопоставление результатов физических и численных экспериментов по определению несущей способности однородного основания штампа // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2015. – № 6. – С. 7–11.
5. Тер-Мартirosян З.Г., Сидоров В.В., Олодо Т.Д. Напряженно-деформированное состояние дамбы и ее основания с учетом их взаимодействия // Инженерная геология. – 2011. – № 6. – С. 30–34.
6. Вавринюк Т.С., Федоренко Е.В. К вопросу об определении допустимой нагрузки земляного полотна на слабые основания // Путь и путевое хозяйство. – 2015. – № 10. – С. 10–14.
7. Лунев А.А., Сиротюк В.В., Безделов Н.С. Сопоставление методов оценки устойчивости высокой насыпи из золошлаковой смеси // Вестник СибАДИ. – 2016. – Вып. 5 (51). – С. 106–113.
8. Caquot A. Equilibrium des Massifs a frottement Interne. – Gauthier Villars, Paris, France, 1934. – P. 1–91.
9. Шахунянц Г.М. Земляное полотно железных дорог. – М.: Трансжелдориздат, 1953. – 827 с.
10. Никитин С.Н. Построение ожидаемой поверхности скольжения по напряжениям в бортах карьера // Уголь. – 1962. – Вып. 1. – С. 36–38.
11. Цветков В.К. Расчет устойчивости откосов и склонов. – Волгоград: Нижне-Волжское кн. изд-во, 1979. – 238 с.
12. Богомолова О.А., Жиделев А.В. Determination of an inclination angle of the most probable destruction site at the ground point // Construction and Geotechnics. – 2020. – Т. 11, № 1. – С. 20–29.
13. Горбунов-Посадов М.И. Устойчивость фундаментов на песчаном основании. – М.: Госстройиздат, 1962. – 96 с.
14. FEA / А.Н. Богомолов и др. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617889 от 23 июля 2015 г.

15. Богомолов А.Н., Ушаков А.Н. Методы теории функций комплексного переменного в задачах геомеханики. – Волгоград: ВолгГАСУ: Изд-во ВГСПУ «Перемена», 2014. – 227 с.
16. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов. – М.: АСВ, 2009. – 550 с.

References

1. Coulomb C.A. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture. *Memories de savants strangers de L'Academiie des sciences de Paris*, 1773, 233 p.
2. Coulomb C.A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture. *Mem. Acad. Roy. Div. Sav.*, 1776, vol. 7, pp. 343–387.
3. Bogomolov A.N. Bearing capacity calculation of the structures foundations and the soil massifs stability in an elastic-plastic formulation. Perm, Perm state technical university, 1996, 150 p.
4. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A. Comparison of the physical and numerical experiments to determine the bearing capacity of a homogeneous stamp. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2015, vol. 6, pp. 7–11.
5. Ter-Martirosian Z.G., Sidorov V.V., Olodo T.D. The stress-strain state of the dam and its base, taking into account their interaction. *Engineering geology*, 2011, no. 6, pp. 30–34.
6. Vavrinyuk T.S., Fedorenko E.V. On the issue of determining the permissible load of the roadbed on weak foundations. *Railway Track and Facilities*, 2015, no. 10, pp. 10–14.
7. Lunev A.A., Sirotyuk V.V., Bezdlov N.S. Comparison of methods for assessing the high mound stability of ash and slag mixture. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal (Vestnik SibADI)*, 2016, vol. 5 (51), pp. 106–113.
8. Caquot A. Equilibrium des Massifs a frottement Interne. Gauthier Villars, Paris, France, 1934, pp. 1–91.
9. Shakhunyants G.M. Railway roadbed. Moscow, Transzheldorizdat, 1953, 827 p.
10. Nikitin S.N. Construction of the expected sliding surface by stresses in the sides of the quarry. *Coal*, 1962, vol. 1, pp. 36–38.
11. Tsvetkov V.K. Calculation of slope and slope stability. Volgograd, Nizhne-Volzhscoe Knizhnoe Izdatel'stvo, 1979, 238 p.
12. Bogomolova O.A., Zhidelev A.V. Determination of an inclination angle of the most probable destruction site at the ground point. *Construction and Geotechnics*, 2020, vol. 11, iss. 1, pp. 20–29. <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2020.1.02>.
13. Gorbunov-Posadov M.I. Stability of sandy base foundations. Moscow, Gosstroizdat, 1962, 96 p.
14. Bogomolov A.N. [et al]. FEA. Certificate of state registration of a computer program no. 2015617889 (2015).
15. Bogomolov A.N., Ushakov A.N. Methods of a theory of the complex variables functions in geomechanics problems. Volgograd, VolgGASU, Publisher VGSPU «Peremena», 2014, 227 p.
16. Ter-Martirosian Z.G. Soil mechanics. Moscow, ASV, 2009, 550 p.