

DOI: 10.15593/2224-9826/2022.1.01

УДК 624.154.1

ОСАДКА И ДЛИТЕЛЬНАЯ НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СВАИ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГРУНТОВ

З.Г. Тер-Мартirosян, А.З. Тер-Мартirosян, Л.Ю. Ермошина

Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 26 ноября 2021

Одобрена: 21 января 2022

Принята к публикации:

03 марта 2022

Ключевые слова:

одиночная свая, осадка, длительная несущая способность, упрочнение, окружающий и подстилающий грунты.

АННОТАЦИЯ

Вопросам взаимодействия одиночной сваи с окружающим и подстилающим грунтами посвящено большое количество научных работ как российских, так и зарубежных авторов. Основываясь на экспериментальных, численных и теоретических исследованиях, в научных работах были получены различные методы, подходы и решения, позволяющие наиболее корректно спрогнозировать осадку и несущую способность одиночной сваи. Исследования в данной области являются актуальными, поскольку определение осадки сваи, а также изучение механизма распределения нагрузки, передаваемой на неё, играют важную роль при проектировании свайных фундаментов.

В настоящей работе была решена краевая задача о взаимодействии длинной и несжимаемой сваи с окружающим и подстилающим грунтами в упруго-вязкой постановке с учетом упрочнения грунта, основываясь на модели Максвелла, а также на основе реологической модели А.З. Тер-Мартirosяна.

В данном исследовании представлен подробный ход решения краевой задачи, а также основные формулы для расчёта осадки и длительной несущей способности одиночной сваи. Показано изменение кривой зависимости $\sigma_R(t)$ при различных значениях вязкости грунта при решении задачи в упруго-вязкой постановке. Представлен дополнительный график зависимости $\sigma_R(t)$, показывающий различие в представленных моделях грунта.

На основании построенных графиков зависимости $\sigma_R(t)$ при решении задачи в упруго-вязкой постановке можно сделать вывод о том, что время достижения максимального значения нагрузки под пятой сваи прямо пропорционально значению вязкости грунта. При решении задачи на основе реологической модели А.З. Тер-Мартirosяна максимальное значение нагрузки под пятой сваи достигается раньше, чем при решении задачи в упруго-вязкой постановке как с учетом упрочнения грунта, так и без него, что требует дополнительного изучения.

© ПНИПУ

© **Тер-Мартirosян Завен Григорьевич** – доктор технических наук, профессор, e-mail: gic-mgsu@mail.ru, ORCID: 0000-0003-0948-1050

Тер-Мартirosян Армен Завенович – доктор технических наук, e-mail: gic-mgsu@mail.ru, ORCID: 0000-0001-8787-826X

Ермошина Любовь Юрьевна – аспирантка, e-mail: lyubov.ermoshina1801@mail.ru, ORCID: 0000-0003-1522-320X

Zaven G. Ter-Martirosyan – Doctor of Technical Science, Professor, e-mail: gic-mgsu@mail.ru, ORCID: 0000-0003-0948-1050

Armen Z. Ter-Martirosyan – Doctor of Technical Science, e-mail: gic-mgsu@mail.ru, ORCID: 0000-0001-8787-826X

Lyubov Yu. Ermoshina – Postgraduate Student, e-mail: lyubov.ermoshina1801@mail.ru, ORCID: 0000-0003-1522-320X

SETTLEMENT AND LONG-TERM BEARING CAPACITY OF THE PILE TAKING INTO ACCOUNT THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF SOILS

Z.G. Ter-Martirosyan, A.Z. Ter-Martirosyan, L.Yu. Ermoshina

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 26 November 2021
Approved: 21 January 2022
Accepted for publication:
03 March 2022

Keywords:

single pile, settlement, long-term bearing capacity, soil strengthening, surrounding and underlying soils.

ABSTRACT

A large number of scientific works by both Russian and foreign authors are devoted to the interaction of a single pile with the surrounding and underlying soils. Based on experimental, numerical and theoretical studies, various methods, approaches and solutions have been obtained in scientific works, which make it possible to most correctly predict the settlement and bearing capacity of a single pile. Research in this area is relevant, since the determination of the settlement of the pile, as well as the study of the mechanism of distribution of the load transmitted to it, play an important role in the design of pile foundations.

In this work, the boundary value problem of the interaction of a long and incompressible pile with the surrounding and underlying soils in an elastic-viscous formulation, taking into account soil strengthening, was solved, based on the Maxwell model, as well as on the basis of the rheological model of A.Z. Ter-Martirosyan.

This study presents a detailed course of solving the boundary value problem, as well as the basic formulas for calculating the settlement and long-term bearing capacity of a single pile. The change in the curve of dependence $\sigma_R(t)$ at different values of soil viscosity is shown when solving the problem in an elastic-viscous formulation. An additional graph of $\sigma_R(t)$ dependence is presented showing the difference in the presented soil models.

Based on the plotted graphs of the dependence of $\sigma_R(t)$ when solving the problem in an elastic-viscous formulation, it can be concluded that the time to reach the maximum value of the load under the foot of the pile is directly proportional to the value of the soil viscosity. When solving the problem on the basis of the rheological model A.Z. Ter-Martirosyan, the maximum value of the load under the foot of the pile is reached earlier than when solving the problem in an elastic-viscous formulation both with and without soil strengthening, which requires additional study.

© PNRPU

Введение

Вопросам взаимодействия одиночной сваи с окружающим и подстилающим грунтами посвящено большое количество научных работ, в которых авторы представляют свои теоретические, численные и экспериментальные исследования. Прогнозирование осадки сваи, а также изучение механизма распределения нагрузки, передаваемой на неё, играют важную роль при проектировании свайных фундаментов.

Полуаналитическое решение для анализа долговременной осадки одиночной сваи, внедренной в вязкоупругие грунты основания, было предложено в работе [1]. Авторы представили трехмерную вязкоупругую модель с производной дробного порядка для описания реологического поведения грунтов вокруг сваи.

Модель для определения осадки вертикально нагруженной одиночной висячей сваи, погруженной в слоистые грунты основания, была предложена в работе [2].

Аналитический метод для оценки поведения одиночной сваи конической формы и группы свай от приложенных статических осевых сжимающих нагрузок был предложен в работе [3].

Расчет лобового сопротивления одиночной сваи, внедренной в слабый грунт основания, с учетом консолидации и реологических свойств грунтов был рассмотрен в работе [4].

Аналитический подход для прогнозирования осадки вертикально нагруженной сваи и групп свай был предложен в работе [5]. Для моделирования нелинейной зависимости меж-

ду поверхностным трением (трением по боковой поверхности свай) и относительным перемещением системы «грунт – свая» была использована кусочная функция. Авторы работы выполнили сравнительный анализ результатов, полученных на основе предложенной методики расчета, с результатами полевых испытаний, а также с результатами исследований, выполненных другими авторами.

Гиперболический метод для анализа осадки вертикально нагруженных одиночных висячих свай был предложен в работе [6]. Предложенный подход к расчету осадки был получен на основании изучения выполненных экспериментальных испытаний одиночных висячих свай различного диаметра.

Несущая способность одиночной винтовой сваи при действии на нее равномерно распределенной вертикальной нагрузки с учетом уплотнения окружающих сваю грунтов была рассмотрена в работе [7].

На основе технологии «прозрачного грунта», изготовленного из плавящего кварцевого песка, н-додекана и белого масла, авторы работы [8] провели ряд модельных экспериментов на специально изготовленных сваях. По результатам выполненных экспериментальных исследований были построены графики зависимости осадок свай от приложенной нагрузки, а также получена диаграмма поля перемещений грунта вокруг свай, на основании которой исследовались причины снижения вертикальной несущей способности свай.

Модельные испытания одиночных свай и групп свай, заглубленных в слой песчаного грунта, были проведены в работе [9] с целью исследования их несущей способности. Испытания проводились как при естественной влажности песчаного грунта, так и при различном уровне грунтовых вод, включая полное водонасыщение песчаного слоя.

Экспериментальное и численное исследования несущей способности одиночных свай конической и цилиндрической формы, а также свайных групп, внедренных в песчаный грунт, были выполнены в работе [10].

Влияние прочностных и деформационных характеристик глинистых грунтов на осадку вертикально нагруженных одиночных буроинъекционных свай конической и цилиндрической формы было рассмотрено в работе [11]. Авторами работы была проведена серия численных расчетов методом конечных элементов в ПК Midas GTS NX.

Несущая способность одиночной трубчатой сваи была рассмотрена в работе [12]. Авторами было выполнено сравнение результатов, полученных в ходе испытаний одиночных свай статической нагрузкой, с результатами численного моделирования.

Материалы и методы

При проектировании свайных фундаментов особое внимание уделяется определению таких параметров, как осадка и несущая способность одиночной сваи. Геометрические размеры сваи (диаметр, длина), физико-механические свойства окружающих и подстилающих грунтов (в том числе реологические свойства) оказывают значительное влияние на данные параметры.

Известно, что действующее постоянное усилие N на оголовок сваи распределяется между боковой поверхностью сваи (T) и ее нижним концом (R) в зависимости от длины и диаметра сваи, а также в зависимости от деформационных (E , ν), прочностных (c , φ) и реологических (η) свойств грунтов, причем $N = T + R$.

Рассмотрим задачу о длинной несжимаемой свае заданного диаметра $2a_1$ и длины l_1 , которая внедрена в толщу грунтов и нижним концом опирается на подстилающий, срав-

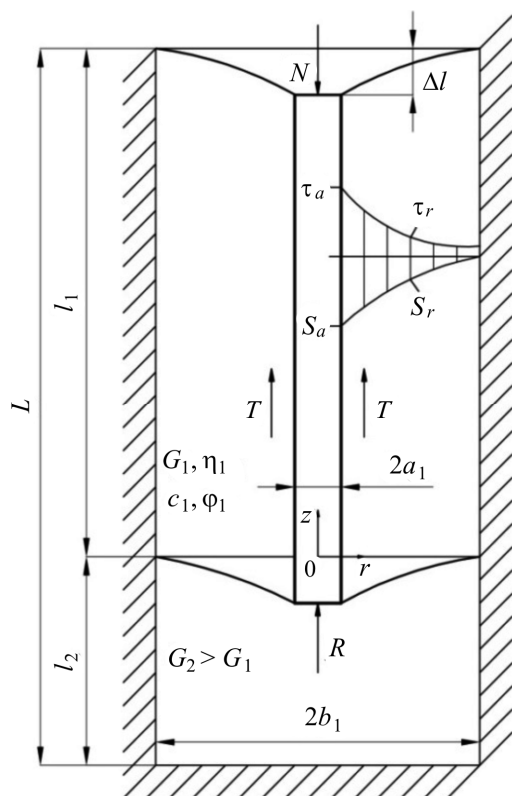


Рис. 1. Расчетная схема взаимодействия длинной и несжимаемой сваи с толстостенным грунтовым цилиндром и подстилающим слоем грунта

Fig. 1. Design scheme of interaction of a long and incompressible pile with a thick-walled soil cylinder and an underlying soil layer

Причем $\tau_a \cdot 2 \cdot \pi \cdot a_1 = \tau_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$. Из данного уравнения следует, что

$$\tau_r = \tau_a \cdot \left(\frac{a_1}{r} \right), \quad (5)$$

где τ_r – касательное напряжение, действующее в точке r ; r – горизонтальная координата.

Осадку грунта (G_2, ν_2) под пятой сваи определим по формуле для определения осадки круглого жесткого штампа с учетом K_l :

$$S_R = \sigma_R \cdot \frac{\pi \cdot a_1 \cdot (1 - \nu_2) \cdot \omega \cdot K_l}{4 \cdot G_2}, \quad (6)$$

где G_2 – модуль сдвига подстилающего грунта; ν_2 – коэффициент Пуассона подстилающего грунта; K_l – коэффициент, учитывающий влияние глубины пяты сваи, т.е. учитывает глубину приложения нагрузки на штамп ($K_l < 1$); ω – коэффициент, учитывающий форму штампа и его жесткость ($\omega = 0,79$ – для круглых, жестких штампов).

нительно плотный слой, грунта ($E > 40$ МПа), проникая в него на величину $\Delta l \ll l_1$ (рис. 1).

Расчетная область массива, вмещающего сваю, представляет собой двухслойный грунтовой цилиндр конечных размеров ($L, 2b_1$).

Запишем условие равновесия:

$$N = T + R, \quad (1)$$

где N – нормальное усилие, действующее на оголовок сваи; T – сила трения, действующая по боковой поверхности сваи; R – расчетное сопротивление грунта основания сваи.

$$N = \pi \cdot a_1^2 \cdot \sigma_N, \quad R = \pi \cdot a_1^2 \cdot \sigma_R,$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot a_1 \cdot l_1 \cdot \tau_a, \quad (2)$$

где σ_N – нормальное напряжение, действующее на оголовок сваи; σ_R – нормальное напряжение, действующее под пятой сваи; τ_a – касательное напряжение, действующее по боковой поверхности сваи; a_1 – радиус сваи; l_1 – длина сваи.

Из уравнений (1) и (2) следует, что:

$$\pi \cdot a_1^2 \cdot \sigma_N = 2 \cdot \pi \cdot a_1 \cdot l_1 \cdot \tau_a + \pi \cdot a_1^2 \cdot \sigma_R; \quad (3)$$

$$\tau_a = \frac{a_1}{2l_1} \cdot (\sigma_N - \sigma_R). \quad (4)$$

Результаты исследования

Решение задачи в упруго-вязкой постановке

В работе [13] было получено дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\dot{\sigma}_R + \frac{\sigma_R}{\eta_1(t) \cdot A} = \frac{\sigma_N}{\eta_1(t) \cdot A}; \quad (7)$$

$$A = \frac{\pi \cdot (1 - \nu_2) \cdot \omega \cdot K_l \cdot l_1}{2 \cdot G_2 \cdot a_1 \cdot \ln(b_1 / a_1)} + \frac{1}{G_1}. \quad (8)$$

Общее решение уравнения (7) известно [14] и имеет вид

$$\sigma_R = e^{-\int \frac{dt}{\eta_1(t) \cdot A}} \left\{ \int \frac{\sigma_N}{\eta_1(t) \cdot A} \cdot e^{\int \frac{dt}{\eta_1(t) \cdot A}} dt + C \right\}. \quad (9)$$

В частном случае при $\eta_1(t) = \eta_0 = \text{const}$ уравнение (9) имеет вид

$$\sigma_R(t) = \sigma_N \cdot \left(1 + \frac{e^{-\frac{t}{\eta_0 \cdot A}}}{A_1} - e^{-\frac{t}{\eta_0 \cdot A}} \right); \quad (10)$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot (1 - \nu_2) \cdot \omega \cdot K_l \cdot G_1 \cdot l_1}{2 \cdot G_2 \cdot a_1 \cdot \ln(b_1 / a_1)} + 1. \quad (11)$$

На рис. 2 представлены графики зависимости $\sigma_R(t)$, полученные при различных значениях $\eta_0 = \text{const}$.

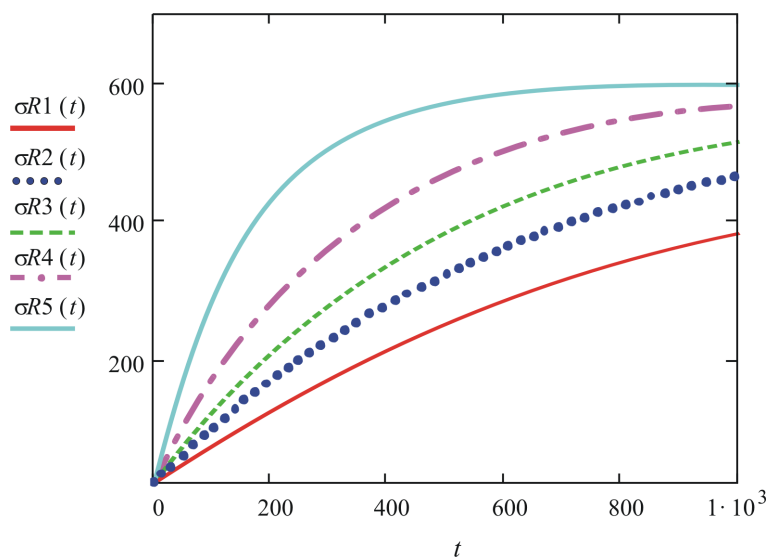


Рис. 2. Графики зависимости $\sigma_R(t)$, полученные при различных значениях $\eta_0 = \text{const}$ ($\eta_1 > \eta_2 > \eta_3 > \eta_4 > \eta_5$)

Fig. 2. Dependence plots $\sigma_R(t)$ obtained at different values of $\eta_0 = \text{const}$ ($\eta_1 > \eta_2 > \eta_3 > \eta_4 > \eta_5$)

Решение задачи в упруго-вязкой постановке с учетом упрочнения грунта

Для того чтобы учесть упрочнение грунта, выполним замену $\eta_1(t)$ на $\eta_0 \cdot e^{\alpha t}$ в уравнении (9), и тогда получим:

$$\sigma_R(t) = e^{-\int \frac{dt}{\eta_0 \cdot e^{\alpha t} \cdot A}} \left\{ \int \frac{\sigma_N}{\eta_0 \cdot e^{\alpha t} \cdot A} \cdot e^{\int \frac{dt}{\eta_0 \cdot e^{\alpha t} \cdot A}} dt + C \right\}; \quad (12)$$

$$\sigma_R(t) = e^{\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}} \left\{ \sigma_N \cdot e^{-\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}} + C \right\} = \sigma_N + C \cdot e^{\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}}. \quad (13)$$

Постоянную интегрированную C определим из начального условия (13) при $t = 0$:

$$C = \frac{\sigma_R(0) - \sigma_N}{\frac{1}{e^{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}}}. \quad (14)$$

Подставляя выражение (14) в уравнение (13), получаем

$$\sigma_R(t) = \sigma_N + (\sigma_R(0) - \sigma_N) \cdot e^{\frac{e^{-\alpha t} - 1}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}}. \quad (15)$$

Подставляя значение $\sigma_R(0) = \frac{\sigma_N}{A_1}$, полученное из решения задачи в линейной постановке [13], в уравнение (15), получаем

$$\sigma_R(t) = \sigma_N \cdot \left(1 + \frac{e^{\frac{e^{-\alpha t} - 1}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}} - e^{\frac{e^{-\alpha t} - 1}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}}}{A_1} \right). \quad (16)$$

При $t = 0$ $\sigma_R(0) = \frac{\sigma_N}{A_1}$.

При $t \rightarrow \infty$ $\sigma_R(\infty) = \sigma_N \cdot \left(1 + \frac{e^{\frac{-1}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}} - e^{\frac{-1}{\alpha \cdot \eta_0 \cdot A}}}{A_1} \right)$.

Решение задачи на основе реологической модели А.З. Тер-Мартirosяна

Реологическая модель А.З. Тер-Мартirosяна [15] имеет следующий вид:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau^*}{\eta_\gamma} \cdot \left(\frac{e^{-\alpha \gamma}}{a} + \frac{e^{\beta \gamma}}{b} \right), \quad (17)$$

где $\dot{\gamma}$ – скорость угловой деформации; τ – действующее значение касательного напряжения на образец при сдвиге (в частности); τ^* – предельное значение касательного напряжения на образец при сдвиге (в частности); η_γ – вязкость грунта; γ – угловая деформация; α, β, a, b – параметры упрочнения и разупрочнения глинистого грунта, определяемые по результатам экспериментальных исследований грунта в кинематическом режиме нагружения ($\dot{\gamma} = \text{const}$).

Определим перемещения окружающих сваю грунтов в соответствии с телескопическим механизмом взаимных смещений концентрических цилиндров грунта толщиной $\Delta r = \text{const}$:

$$\dot{S}_a(t) = \int_{a_1}^{b_1} \dot{\gamma}(t, r) dr + C, \quad (18)$$

$$\dot{\gamma}(t, r) = \frac{\tau_r}{\eta(\sigma)} \cdot f(t), \quad (19)$$

где $f(t) = \left(\frac{e^{-\alpha \cdot \dot{\gamma} t}}{a} + \frac{e^{\beta \cdot \dot{\gamma} t}}{b} \right)$.

Выполнив подстановку (5) в (19), а затем (19) в (18), после интегрирования получим:

$$\dot{S}_a(t) = \frac{\tau_a \cdot a_1}{\eta(\sigma)} \cdot \ln(b_1 / a_1) \cdot f(t). \quad (20)$$

Приравняв скорость осадки окружающих сваю грунтов $\dot{S}_a(t)$ к скорости осадки пяты сваи \dot{S}_R по (6), заменяя σ_R на $\dot{\sigma}_R$, получим

$$\frac{\tau_a \cdot a_1}{\eta(\sigma)} \cdot \ln(b_1 / a_1) \cdot f(t) = \dot{\sigma}_R \cdot \frac{\pi \cdot a_1 \cdot (1 - \nu_2) \cdot \omega \cdot K_l}{4 \cdot G_2}. \quad (21)$$

Выполнив определенную группировку, учитывая условие (4), получим дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\dot{\sigma}_R + \sigma_R \cdot \frac{f(t)}{B} = \frac{\sigma_N \cdot f(t)}{B}; \quad (22)$$

$$B = \frac{\pi \cdot (1 - \nu_2) \cdot \omega \cdot K_l \cdot l_1 \cdot \eta(\sigma)}{2 \cdot G_2 \cdot a_1 \cdot \ln(b_1 / a_1)}. \quad (23)$$

Общее решение уравнения (22) известно [14] и имеет вид

$$\sigma_R = e^{-\int \frac{f(t)}{B} dt} \left\{ \int \frac{\sigma_N \cdot f(t)}{B} \cdot e^{\int \frac{f(t)}{B} dt} dt + C \right\}; \quad (24)$$

$$\sigma_R(t) = e^{\left(\frac{e^{-\dot{\gamma} \alpha t}}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \alpha \cdot a} - \frac{e^{\dot{\gamma} \beta t}}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \beta \cdot b} \right)} \left\{ \sigma_N \cdot e^{\left(\frac{e^{\dot{\gamma} \beta t}}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \beta \cdot b} - \frac{e^{-\dot{\gamma} \alpha t}}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \alpha \cdot a} \right)} + C \right\} = \sigma_N + C \cdot e^{\left(\frac{e^{-\dot{\gamma} \alpha t}}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \alpha \cdot a} - \frac{e^{\dot{\gamma} \beta t}}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \beta \cdot b} \right)}. \quad (25)$$

Постоянную интегрированную C определим из начального условия (25) при $t = 0$:

$$C = \frac{\sigma_R(0) - \sigma_N}{e^{\left(\frac{1}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \alpha \cdot a} - \frac{1}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \beta \cdot b} \right)}}. \quad (26)$$

Подставляя выражение (26) в уравнение (25), получаем

$$\sigma_R(t) = \sigma_N + (\sigma_R(0) - \sigma_N) \cdot e^{\left(\frac{e^{-\dot{\gamma} \alpha t} - 1}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \alpha \cdot a} - \frac{e^{\dot{\gamma} \beta t} + 1}{B \cdot \dot{\gamma} \cdot \beta \cdot b} \right)}. \quad (27)$$

Подставляя значение $\sigma_R(0) = \frac{\sigma_N}{A_1}$, полученное из решения задачи в линейной постановке [11], в уравнение (27), получаем

$$\sigma_R(t) = \sigma_N \cdot \left(1 + \left(\frac{1 - A_1}{A_1} \right) \cdot e^{\left(\frac{e^{-\gamma \alpha t} - 1}{B \cdot \gamma \cdot \alpha \cdot a} \cdot \frac{e^{\gamma \beta t} + 1}{B \cdot \gamma \cdot \beta \cdot b} \right)} \right). \quad (28)$$

Осадку одиночной сваи определим по следующей формуле:

$$S_R = \sigma_R(t) \cdot \frac{\pi \cdot a_1 \cdot (1 - \nu_2) \cdot \omega \cdot K_l}{4 \cdot G_2}. \quad (29)$$

На рис. 3 представлены график зависимости $\sigma_R(t)$, полученный по (10), где $\eta_1(t) = \eta_0 = \text{const}$, график зависимости $\sigma_{R\alpha}(t)$, полученный по (16), где $\eta_1(t) = \eta_0 \cdot e^{\alpha t}$, и график зависимости $\sigma_{Rf}(t)$, полученный по (28).

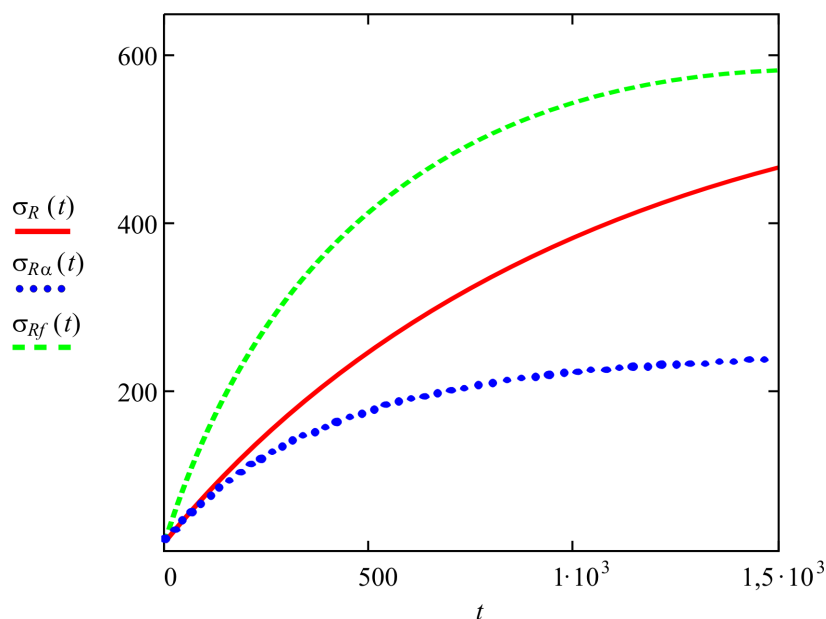


Рис. 3. Графики зависимости $\sigma_R(t)$, $\sigma_{R\alpha}(t)$ и $\sigma_{Rf}(t)$, полученные по (10), (16) и (28)
 Fig. 3. Dependence plots $\sigma_R(t)$, $\sigma_{R\alpha}(t)$ and $\sigma_{Rf}(t)$ obtained from (10), (16) and (28)

Выводы

На основании выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Решена краевая задача о взаимодействии длинной и несжимаемой сваи с окружающим и подстилающим грунтами в упруго-вязкой постановке с учетом упрочнения грунта, а также на основе реологической модели А.З. Тер-Мартirosяна.

2. Показано изменение кривой зависимости $\sigma_R(t)$ при различных значениях вязкости грунта при решении задачи в упруго-вязкой постановке. Видно, что время достижения максимального значения нагрузки под пятой сваи прямо пропорционально значению вязкости грунта.

3. Показано, что при решении задачи на основе реологической модели А.З. Тер-Мартиросяна максимальное значение нагрузки под пятой сваи достигается раньше, чем при решении задачи в упруго-вязкой постановке как с учетом упрочнения грунта, так и без него, что требует дополнительного изучения.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90076.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

Библиографический список

1. Li X.-M., Zhang Q.-Q., Liu S.-W. Semianalytical solution for long-term settlement of a single pile embedded in fractional derivative viscoelastic soils // International Journal of Geomechanics. – 2021. – Vol. 21, iss. 2. – № 0001906. DOI: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001906
2. Vertically-loaded single floating pile in layered soils by thin annulus element method / Q.-J. Liu, J.-B. Wang, J.-J. Ma, W.-H. Gao // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. – 2019. – Vol. 41, iss. 4. – P. 748–754. DOI: 10.11779/CJGE201904019
3. Li Y., Li W. Load-displacement behaviour of tapered piles: theoretical modelling and analysis // Geomechanics and Engineering. – 2021. – Vol. 26, iss. 1. – P. 1–11. DOI: 10.12989/gae.2021.26.1.001
4. Calculation of dragload of single pile in soft soil considering consolidation and rheology / G. Yu, W. Gong, G. Dai, Y. Luan // Journal of Southeast University (Natural Science Edition). – 2020. – Vol. 50, iss. 4. – P. 606–615. DOI: 10.3969/j.issn.1001-0505.2020.04.002
5. Xia Z.-Q., Zou J.-F. Simplified approach for settlement analysis of vertically loaded pile // Journal of Engineering Mechanics. – 2017. – Vol. 143, iss. 11. – № 04017124. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001334
6. Mert M., Ozkan M.T. A new hyperbolic variation method for settlement analysis of axially loaded single friction piles // Arabian Journal of Geosciences. – 2020. – Vol. 13, iss. 16. – № 794. DOI: 10.1007/s12517-020-05791-z
7. Прокопенко Д.В. Математическое и компьютерное моделирование несущей способности одиночной винтовой сваи с учетом уплотнения грунта // Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого. – 2013. – Т. 4, № 55. – С. 25–28.
8. Xu Z., Guo Z. Experimental study on bearing characteristics and soil deformation of necking pile with cap using transparent soils technology // Advances in Civil Engineering. – 2021. – Vol. 2021, № 6625556. DOI: 10.1155/2021/6625556
9. Al-Khazaali M., Vanapalli S.K. Experimental investigation of single model pile and pile group behavior in saturated and unsaturated sand // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. – 2019. – Vol. 145, iss. 12. – № 04019112. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002176
10. Nasrollahzadeh E., Hataf N. Experimental and numerical study on the bearing capacity of single and groups of tapered and cylindrical piles in sand // International Journal of Geotechnical Engineering. – 2019. DOI: 10.1080/19386362.2019.1651042
11. Каженцев Н.Г., Ещенко О.Ю. Влияние физико-механических свойств грунта основания на осадку одиночных буройнъекционных конических свай в глинистых грунтах //

Научное обеспечение агропромышленного комплекса: сб. ст. по материалам IX Всеросс. конф. молодых ученых. – Кубань, 2016. – С. 795–796.

12. Finite element analysis of bearing capacity test of single pipe-pile with hole / T. Yue, Z. Ke, J. Lei, R. Liang, T. Zhang, J. Yang // *Journal of Beijing Jiaotong University*. – 2018. – Vol. 42, iss. 6. – P. 32–40. DOI: 10.11860/j.issn.1673-0291.2018.06.005

13. Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Ермошина Л.Ю. Осадка и длительная несущая способность свай // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2021. – № 9. – С. 18–23. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.09.18-23

14. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1962. – 608 с.

15. Тер-Мартirosян А.З. Взаимодействие фундаментов зданий и сооружений с водонасыщенным основанием при учете нелинейных и реологических свойств грунтов: дис. ... д-ра техн. наук. – М., 2016. – 324 с.

References

1. Li X.-M., Zhang Q.-Q., Liu S.-W. Semianalytical solution for long-term settlement of a single pile embedded in fractional derivative viscoelastic soils. *International Journal of Geomechanics*, 2021, vol. 21, iss. 2, no. 0001906. DOI: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001906

2. Liu Q.-J., Wang J.-B., Ma J.-J., Gao W.-H. Vertically-loaded single floating pile in layered soils by thin annulus element method. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, vol. 41, iss. 4, pp. 748-754. DOI: 10.11779/CJGE201904019

3. Li Y., Li W. Load-displacement behaviour of tapered piles: theoretical modelling and analysis. *Geomechanics and Engineering*, 2021, vol. 26, iss. 1, pp. 1-11. DOI: 10.12989/gae.2021.26.1.001

4. Yu G., Gong W., Dai G., Luan Y. Calculation of dragload of single pile in soft soil considering consolidation and rheology. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2020, vol. 50, iss. 4, pp. 606-615. DOI: 10.3969/j.issn.1001-0505.2020.04.002

5. Xia Z.-Q., Zou J.-F. Simplified approach for settlement analysis of vertically loaded pile. *Journal of Engineering Mechanics*, 2017, vol. 143, iss. 11, no. 04017124. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001334

6. Mert M., Ozkan M.T. A new hyperbolic variation method for settlement analysis of axially loaded single friction piles. *Arabian Journal of Geosciences*, 2020, vol. 13, iss. 16, no. 794. DOI: 10.1007/s12517-020-05791-z

7. Prokopenko D.V. Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie nesushchej sposobnosti odinochnoj vintovoj svai s uchetom uplotneniya grunta [Mathematical and computer modeling of the bearing capacity of a single screw pile, taking into account soil compaction]. *Vestnik Gomel'skogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. P.O. Sukhogo*, 2013, vol. 4, no. 55. pp. 25-28.

8. Xu Z., Guo Z. Experimental study on bearing characteristics and soil deformation of necking pile with cap using transparent soils technology. *Advances in Civil Engineering*, 2021, vol. 2021, no. 6625556. DOI: 10.1155/2021/6625556

9. Al-Khazaali M., Vanapalli S.K. Experimental investigation of single model pile and pile group behavior in saturated and unsaturated sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2019. vol. 145, iss. 12, no. 04019112. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002176

10. Nasrollahzadeh E., Hataf N. Experimental and numerical study on the bearing capacity of single and groups of tapered and cylindrical piles in sand. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2019. DOI: 10.1080/19386362.2019.1651042
11. Kazhencev N.G., Eshchenko O.YU. Vliyanie fiziko-mekhanicheskikh svojstv grunta osnovaniya na osadku odinochnyh buroin"ekcionnyh konicheskikh svaj v glinistyh gruntah [Influence of the physical and mechanical properties of the base soil on the settlement of single bore-injection conical piles in clay soils]. *Nauchnoe obespechenie agropromyshlennogo kompleksa: sbornik statej po materialam IX Vserossijskoj konferencii molodyh uchenyh*, Kuban', 2016, pp. 795-796.
12. Yue T., Ke Z., Lei J., Liang R., Zhang T., Yang J. Finite element analysis of bearing capacity test of single pipe-pile with hole. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2018, vol. 42, iss. 6, pp. 32-40. DOI: 10.11860/j.issn.1673-0291.2018.06.005
13. Ter-Martirosyan Z.G., Ter-Martirosyan A.Z., Ermoshina L.Yu. Osadka i dlitel'naya neshchaya sposobnost' svai [Settlement and long-term bearing capacity of the pile]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2021, no. 9, pp. 18-23. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.09.18-23
14. Bronshtejn I.N., Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike [Mathematics reference]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1962, 608 p.
15. Ter-Martirosyan A.Z. Vzaimodejstvie fundamentov zdaniy i sooruzhenij s vodonasyshchennym osnovaniem pri uchete nelinejnyh i reologicheskikh svojstv gruntov [Interaction of foundations of buildings and structures with a water-saturated base, taking into account the nonlinear and rheological properties of soils]. Doctor's degree dissertation. Moscow, 2016, 324 p.