

DOI: 10.15593/2224-9826/2022.3.04

УДК 624.152

## СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ ЗАКРЕПЛЕННОГО ГРУНТА ОСНОВАНИЯ ШАХТЫ

О.А. Богомолова<sup>1</sup>, А.Н. Богомолов<sup>2</sup>, С.А. Богомолов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

<sup>2</sup>Научно-проектное экспертно-консультационное предприятие «ОиФ», Новосибирск, Россия

<sup>3</sup>Российский государственный аграрный университет – Московская сельскохозяйственная академия им. К.А. Тимирязева, Москва, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 22 июля 2022  
Одобрена: 26 июля 2022  
Принята к публикации:  
15 сентября 2022

#### Ключевые слова:

шахта, шпунтовое ограждение, грунтовые воды, физико-механические свойства грунта, укрепление основания, области предельного состояния, напряженно-деформированное состояние, коэффициент бокового давления, приведенное давление связности, прочностные характеристики закрепленного грунта, прочность и водонепроницаемость основания шахты.

### АННОТАЦИЯ

Данная статья посвящена подробному анализу напряженно-деформированного состояния грунтового массива днища шахты и изложению подхода к оценке значений физико-механических свойств закрепленного грунта основания, обеспечивающих его прочность и водонепроницаемость. Для анализа напряженно-деформированного состояния использована компьютерная программа, в которой для определения напряжений и перемещений формализован метод конечных элементов, а для определения областей пластических деформаций (областей предельного состояния) – условие пластичности Кулона. Предварительные расчеты показали, что области пластических деформаций расположены непосредственно под верхней границей днища, развиты преимущественно в горизонтальном направлении, при ширине шахты  $d = 5$  м их толщина приблизительно на 25 % больше, чем при  $d = 4$  м. Интенсивность вертикальных перемещений при  $d = 5$  м также несколько больше, чем при  $d = 4$  м. Вертикальные координаты точек арки «поднятия» днища шахты определены как разность вертикальных перемещений точек его поверхности и точки ее соприкосновения со шпунтом. Вертикальные перемещения у этой «общей» точки одинаковые, так как при конечно-элементном расчете в этой точке выполняется условие полного прилипания. Для определения свойств грунта днища шахты, которые после укрепления должны обеспечить его прочность и водонепроницаемость, воспользуемся приемом, позволяющий обеспечить выполнение условий, при которых в днище шахты отсутствуют зоны растягивающих вертикальных напряжений и области пластических деформаций. Используя метод обратного расчета, известную формулу В.А. Флорина и понятие о приведенном давлении связности удалось установить численные значения угла внутреннего трения и удельного сцепления, которыми необходимо наделить грунт межшпунтового пространства в процессе его закрепления, чтобы были обеспечены условия, оговоренные выше.

© ПНИПУ

© Богомолова Оксана Александровна – кандидат технических наук, доцент, e-mail: boazaritcyn@mail.ru, ORCID: 0000-0003-1163-6285

Богомолов Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, e-mail: banzaritcyn@mail.ru

Богомолов Сергей Александрович – кандидат технических наук, старший преподаватель, e-mail: bsavgau@mail.ru, ORCID: 0000-0002-5531-6163

Oksana A. Bogomolova – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: boazaritcyn@mail.ru, ORCID: 0000-0003-1163-6285

Alexander N. Bogomolov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: banzaritcyn@mail.ru

Sergei A. Bogomolov – Ph. D. in Technical Sciences, Senior Lecture, e-mail: bsavgau@mail.ru, ORCID: 0000-0002-5531-6163

## METHOD FOR DETERMINING THE STRENGTH PROPERTIES OF THE FIXED SOIL OF THE MINE BASE

O.A. Bogomolova<sup>1</sup>, A.N. Bogomolov<sup>2</sup>, S.A. Bogomolov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation

<sup>2</sup>Scientific-Project Expert-Consulting Enterprise "B&F", Novosibirsk, Russian Federation

<sup>3</sup>Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy named after K.A. Timiryazev, Moscow, Russian Federation

---

### ARTICLE INFO

Received: 22 July 2022  
Approved: 26 July 2022  
Accepted for publication:  
15 September 2022

#### Keywords:

mine, tongue-and-groove fencing, groundwater, physical and mechanical properties of the soil, strengthening of the base, areas of the limiting state, stress-strain state, lateral pressure coefficient, reduced connectivity pressure, strength characteristics of the fixed soil, strength and water resistance of the base of the mine.

### ABSTRACT

This article is devoted to a detailed analysis of the stress-strain state of the soil mass of the bottom of the mine and the presentation of an approach to assessing the values of the physico-mechanical properties of the fixed soil of the base, ensuring its strength and water resistance. To analyze the stress-strain state, a computer program was used in which the finite element method was formalized to determine stresses and displacements, and the Coulomb plasticity condition was used to determine areas of plastic deformations (regions of the limit state). Preliminary calculations have shown that the areas of plastic deformations are located directly under the upper boundary of the bottom, developed mainly in the horizontal direction, with a shaft width of  $d = 5$  m, their thickness is approximately 25 % greater than at  $d = 4$  m. The intensity of vertical movements at  $d = 5$  m is also slightly greater than at  $d = 4$  m. The vertical coordinates of the points of the arch of the "lifting" of the bottom of the shaft are defined as the difference between the vertical movements of the points of its surface and the point of its contact with the sheet pile. The vertical displacements of this "common" point are the same, since the condition of complete adhesion is fulfilled at this point in the finite element calculation. To determine the properties of the soil of the bottom of the mine, which, after strengthening, should ensure its strength and water resistance, we will use a technique that allows us to ensure the fulfillment of conditions under which there are no zones of tensile vertical stresses and areas of plastic deformation in the bottom of the mine. Using the method of reverse calculation, the well-known formula of V.A. Florin and the concept of reduced connectivity pressure, it was possible to establish numerical values of the angle of internal friction and specific adhesion, which must be given to the soil of the interspun space in the process of fixing it, so that the conditions stipulated above are provided.

© PNRPU

---

## Введение

В работе [1] представлены результаты анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтового массива, заключенного между элементами шпунтового ограждения, верхом которого является днище шахты. Глубина шахты принята равной  $H = 7,8$  м, длина шпунта  $L = 10$  м, а поперечный размер не указан. Однако в работе Улицкого и Алексеева [1] сказано, что поперечный размер шахты квадратного сечения обычно принимается равным  $d = 4–5$  м. Поэтому наши расчеты выполнены для двух значений  $d$ , 4 и 5 м.

Грунтовой массив сложен слоями с горизонтальными границами, которые представлены тремя инженерно-геологическими элементами (ИГЭ): ИГЭ № 1 – суглинок тяжелый пылеватый мягкопластичный мощностью до 6,3 м со следующими физико-механическими свойствами: объемный вес  $\gamma = 19$  кН/м<sup>3</sup>, угол внутреннего трения  $\varphi = 7^\circ$ , удельное сцепление  $c = 8$  кПа, модуль деформации  $E_0 = 7$  МПа, коэффициент пористости  $e = 0,93$ ; ИГЭ № 2 – супесь пылеватая серая мягкопластичная мощностью до 2 м:  $\gamma = 20,5$  кН/м<sup>3</sup>,  $\varphi = 16^\circ$ ,  $c = 11$  кПа,  $E_0 = 10$  МПа,  $e = 0,61$ ; ИГД № 3 – песок крупный коричневатый средней плотности  $\gamma = 20,7$  кН/м<sup>3</sup>,  $\varphi = 40^\circ$ ,  $E_0 = 10$  МПа,  $c = 1$  кПа,  $e = 0,55$ . Уровень грунтовых вод расположен на глубине 1,5 м от поверхности.

Авторы утверждают, что «грунты шахты, воспринимая гидростатическое давление воды, будут находиться в предельном состоянии, испытывая деформации разрыва по глубине, соответствующей глубине погружения шпунта. В результате будет происходить выпор грунтового днища разрабатываемой выработки, и грунтовая вода начнет поступать в котлован. Безусловно, такое решение не может быть приемлемо» [1].

Основой для таких выводов послужили результаты «определения напряженно-деформированного состояния массива грунта, выполненного методом конечных элементов (МКЭ) в упругопластической постановке, описываемой критерием Мора – Кулона. Для расчета использовался программный комплекс «Геомеханика» (по всей видимости, речь идет о компьютерной программе «Геомеханика», разработанной под руководством А.Б. Фадеева [2]).

Для того, чтобы избежать возникновения аварийной ситуации авторы предлагают создать противофильтрационный экран различной толщины на основе применения струйной технологии.

В качестве примера авторы приводят расчетную схему и результаты определения НДС массива грунта (рис. 1).

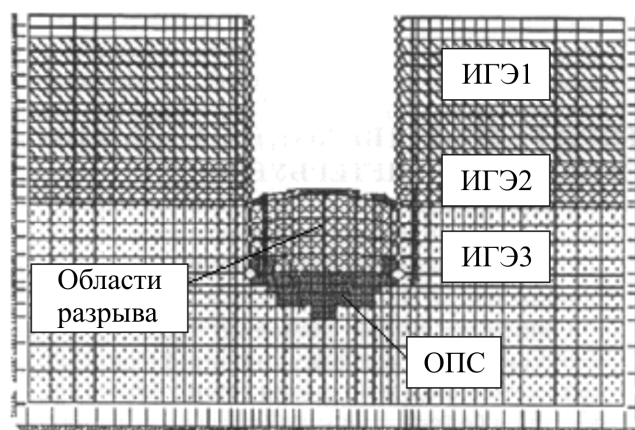


Рис. 1. Области предельного состояния грунта в основании днища шахты без закрепления грунта (затенены области предельного состояния по Кулону, заштрихованы – области разрыва) (цитируется по работе [1])

Fig. 1. The areas of the limiting state of the soil at the base of the bottom of the mine without fixing the soil (the areas of the limiting state are shaded by the Coulomb, the areas of rupture are shaded) (cited in [1])

«Анализ решений показал, пишут авторы, что с увеличением мощности закрепленного грунта в днище шахты, области развития предельного состояния уменьшаются и при мощности закрепленного грунта 3 м полностью исчезают. Следовательно, последнее решение с закреплением толщи грунта основания шахты 2,5–3 м следует считать надежным с точки зрения создания противофильтрационных свойств основания» (цитата [1]).

К сожалению, в статье не приводятся данные о том, шахта какой ширины (4 или 5 м) рассмотрена в описанном примере и какими физико-механическими свойствами наделен в процессе закрепления грунтовый массив днища шахты.

Данная статья посвящена более подробному анализу напряженно-деформированного состояния грунтового массива днища шахты и изложению подхода к оценке значений физико-механических свойств закрепленного грунта основания, обеспечивающих его прочность и водонепроницаемость.

## Анализ напряженно-деформированного состояния днища шахты

Для анализа напряженно-деформированного состояния использована компьютерная программа [3], в которой для определения напряжений и перемещений формализован метод конечных элементов, а для определения областей пластических деформаций (областей предельного состояния), в том числе, и условие пластичности Кулона [4, 5], аналогично тому, как это сделано в работах [6, 7].

На рис. 2 приведены изображения безразмерных (в долях  $\gamma_{cp}H$ ) вертикальных  $\sigma_z$ ; горизонтальных  $\sigma_x$  и касательных  $\tau_{xz}$  напряжений в днище шахты при  $d = 5$  м (а–в) и  $d = 4$  м (г–е) соответственно ( $\gamma_{cp}$  – средневзвешенное значение объемного веса грунта;  $H$  – глубина шахты).

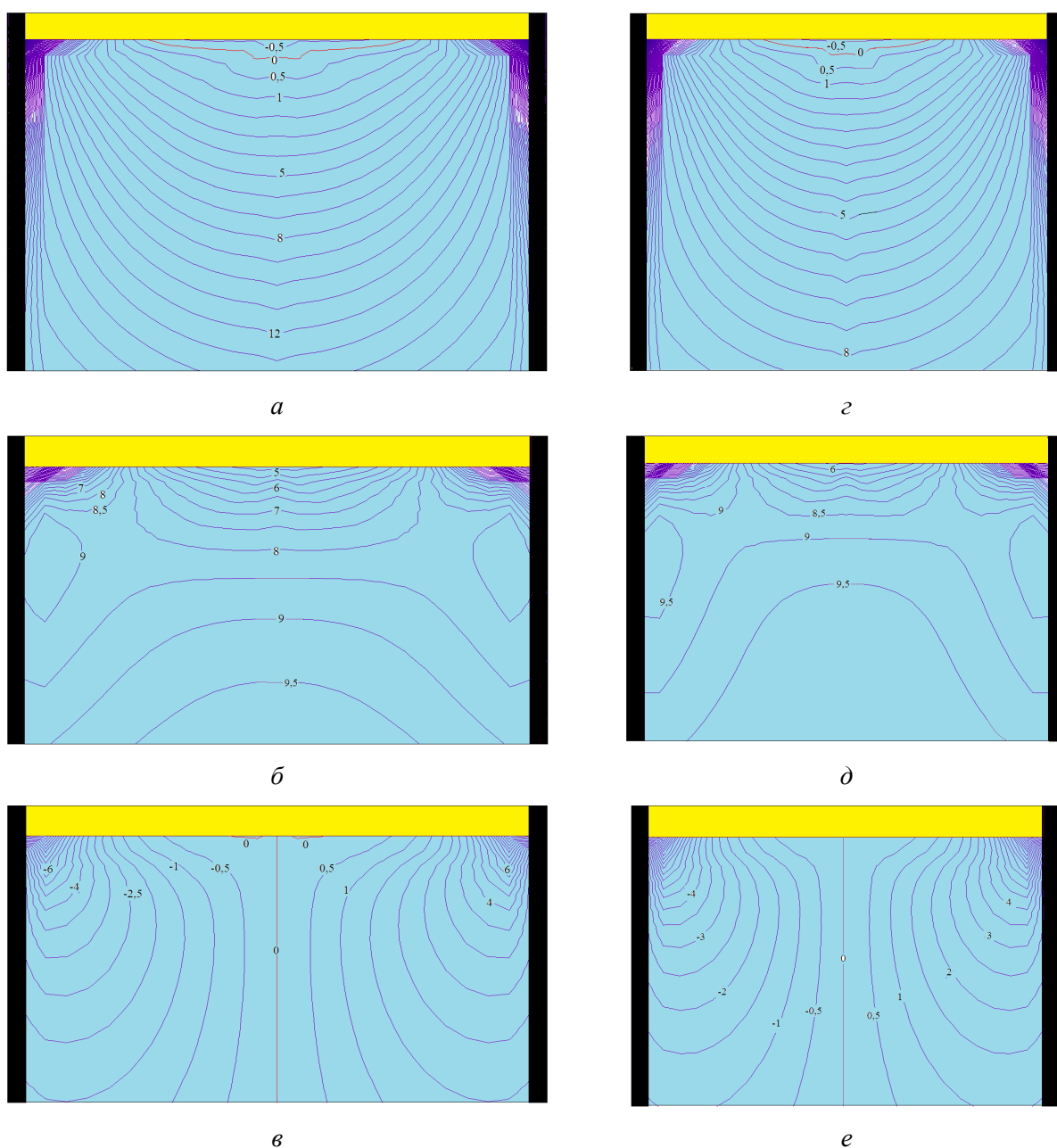


Рис. 2. Изолинии безразмерных (в долях  $\gamma_{cp}H$ ) вертикальных  $\sigma_z$ ; горизонтальных  $\sigma_x$  и касательных  $\tau_{xz}$  напряжений в днище шахты при  $d = 5$  м (а–в) и  $d = 4$  м (г–е) соответственно  
Fig. 2. Isolines of dimensionless (in  $\gamma_{cp}H$  fractions) vertical  $\sigma_z$ ; horizontal  $\sigma_x$  and tangential  $\tau_{xz}$  stresses in the bottom of the shaft at  $d = 5$  м (а–в) and  $d = 4$  м (г–е) respectively

Анализ рисунков изолиний показывает, что изображения соответствующих изолиний подобны, у поверхности днища наблюдается существенная концентрация горизонтальных сжимающих (положительных напряжений) напряжений и зона растягивающих вертикальных напряжений. Эти обстоятельства определяют развитие областей предельного состояния в верхней части днища шахты и его поднятие. Следует отметить, то интенсивность всех трех компонент напряжения при  $d = 4$  м примерно на 10–15 % выше, чем соответствующих напряжений при  $d = 5$  м.

На рис. 3 приведены изображения областей предельного состояния (пластических деформаций) грунта, изолиний безразмерных вертикальных перемещений точек межшпунтового пространства и арки поднятия поверхности днища шахты при  $d = 5$  м ( $a-e$ ) и  $d = 4$  м ( $z-e$ ) соответственно. Анализируя эти рисунки, и учитывая, что все они выполнены в одинаковом масштабе, можно сказать, что: области пластических деформаций расположены непосредственно под верхней границей днища, развиты преимущественно в горизонтальном направлении, при  $d = 5$  м их толщина приблизительно на 25 % больше, чем при  $d = 4$  м. Интенсивность вертикальных перемещений при  $d = 5$  м также несколько больше, чем при  $d = 4$  м. Вертикальные координаты точек арки «поднятия» днища шахты определены как разность вертикальных перемещений точек его поверхности и точки ее соприкосновения со шпунтом. Вертикальные перемещения у этой «общей» точки одинаковые, так как при конечно-элементном расчете в этой точке выполняется условие полного прилипания.

Следует отметить одно принципиальное отличие полученного нами результата от результата, приведенного в работе [1]: область пластических деформаций находится непосредственно под верхней границей днища, в то время как в работе [1] указано, что область пластических деформаций (ОПД) развивается под концами шпунта (см. рис. 1 и рис. 3,  $a, z$ ).

## **Определение прочностных свойств укрепляемого грунтового массива**

Для определения свойств грунта днища, которые после укрепления должны обеспечить его прочность и водонепроницаемость воспользуемся следующим приемом. По-нашему мнению, для того чтобы обеспечить выполнение упомянутых выше условий, необходимо, чтобы в днище шахты отсутствовали бы зоны растягивающих вертикальных напряжений  $\sigma_z$  и области пластических деформаций.

Известно [8], что на величину напряжений, возникающих в грунтовом массиве от действия собственного веса грунта и внешней нагрузки существенное влияние оказывает величина расчетного значения коэффициента бокового давления  $\xi_0$ , а на процесс образования и развития областей пластических деформаций – величина приведенного давления связности [9–12].

$$\sigma_{св} = c (\gamma H \operatorname{tg} \varphi)^{-1}. \quad (1)$$

Отметим, что величины  $\xi_0$  и  $\sigma_{св}$  являются переменными параметрами, которые входят в исходные данные при расчетах с использованием компьютерной программы [3] – инструмента данного исследования.

На первом этапе вычислений по определению напряженного состояния межшпунтового грунтового массива (днища шахты), постепенно изменяя расчетное значение  $\xi_0$ , определено, что при значениях и  $\xi_0^5 = 0,35$  в днище шахты при ее ширине 4 и 5 м соответственно отсутствуют зоны растягивающих вертикальных напряжений  $\sigma_z$  (см. рис. 4,  $a$ ).

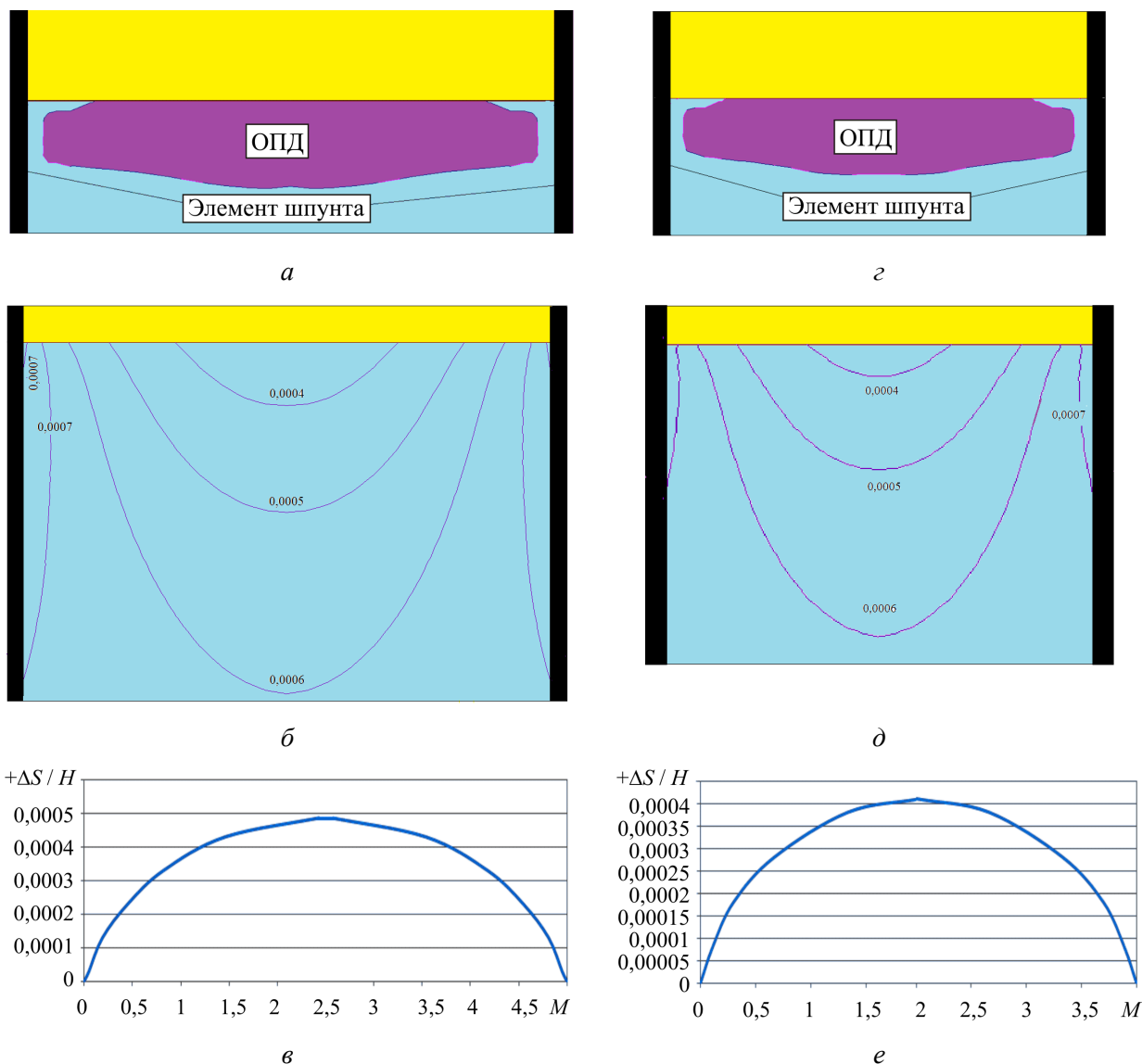


Рис. 3. Области предельного состояния (пластических деформаций) грунта, изолинии безразмерных вертикальных перемещений точек межшпунтового пространства и арки «поднятия» поверхности дна шахты при  $d = 5$  м (а–в) и  $d = 4$  м (z–e) соответственно  
 Fig. 3. The regions of the limiting state (plastic deformations) of the soil, the isolines of dimensionless vertical displacements of the points of the interspun space and the arch of the "lifting" of the surface of the bottom of the shaft at  $d = 5$  m (a–v) and  $d = 4$  m (z–e) respectively

Тогда, используя известную формулу В.А. Флорина [13, 14]

$$\xi_o = \text{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right), \quad (2)$$

целесообразность применения которой показана в [15], можно отыскать соответствующие этим значениям коэффициента бокового давления  $\xi_o$  величины угла внутреннего трения  $\varphi$ .

Подставляя в формулу (2) значения  $\xi_o^4 = 0,27$  и  $\xi_o^5 = 0,35$ , получим, что  $\varphi_4 = 35^\circ$  и  $\varphi_5 = 29^\circ$  (верхние и нижние индексы «4» и «5» применяются для обозначения соответствующих величин для шахты шириной 4 и 5 м). Как видно, оба этих значения меньше, чем  $\varphi = 40^\circ$ , что

соответствует углу внутреннего трения ИГЭЗ, т.е. незакрепленному грунту днища шахты. Так как по определению прочностные свойства закрепленного грунта не могут быть ниже аналогичных свойств незакрепленного грунта, то при дальнейших вычислениях будем считать угол внутреннего трения равным  $\varphi = 40^\circ$ , что пойдет в запас прочности.

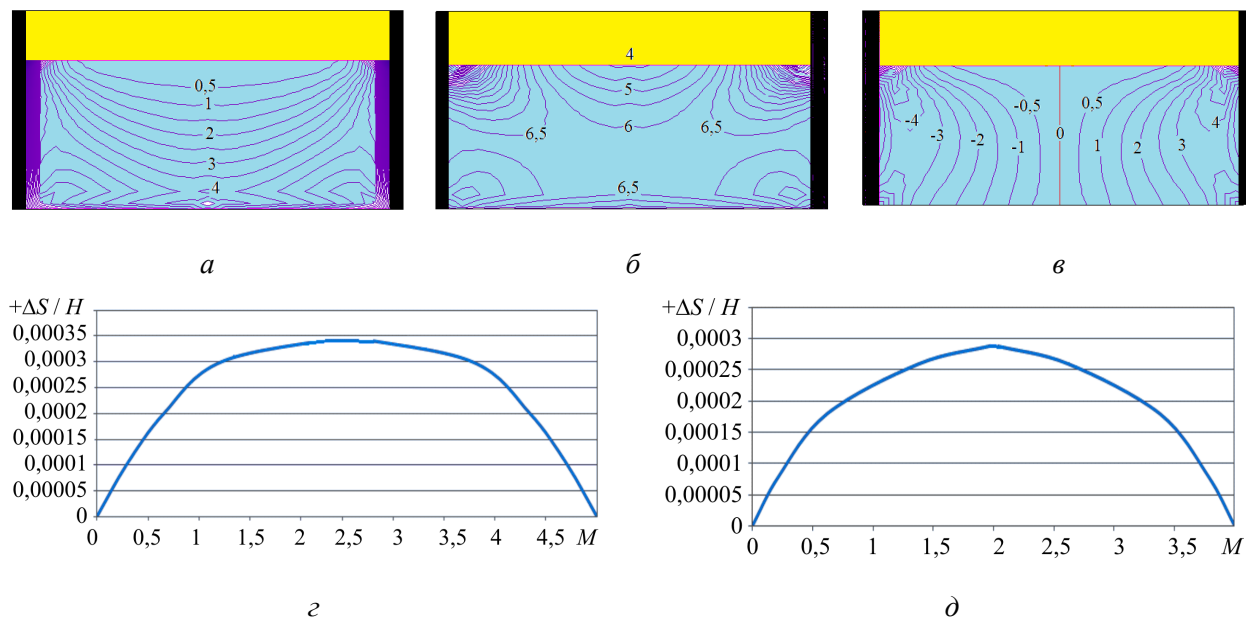


Рис. 4. Картины изолиний безразмерных (в долях  $\gamma_{cp}H$ ) вертикальных  $\sigma_z$ ; горизонтальных  $\sigma_x$  и касательных  $\tau_{xz}$  напряжений в днище шахты при  $d = 5$  м и величине  $\xi_0 = 0,35$  (a–в) соответственно; арки «поднятия» поверхности днища шахты при  $d = 5$  м (д) и  $d = 4$  м (е) при улучшенных прочностных свойствах грунта

Fig. 4. Pictures of isolines of dimensionless (in  $\gamma_{cp}H$  fractions) vertical  $\sigma_z$ ; horizontal  $\sigma_x$  and tangential  $\tau_{xz}$  stresses in the bottom of the mine at  $d = 5$  m and the value of  $\xi_0 = 0.35$  (a–в), respectively; arches of "lifting" the surface of the bottom of the mine at  $d = 5$  m (д) and  $d = 4$  m (е) with improved strength properties of the soil

На втором этапе вычислений будем последовательно изменять расчетное значение величины приведенного давления связности до тех пор, пока в исследуемой области не перестанут наблюдаться области пластических деформаций. В результате оказалось, что этому условию соответствуют значения  $\sigma_{cb}^4 = 2,02$  и  $\sigma_{cb}^5 = 2,4$ . Подставляя эти значения, а также значения  $\varphi = 40^\circ$ ,  $H = 7,8$  м и  $\gamma_{cp} = 19,85$  кН/м<sup>3</sup>, в выражение (1), получим  $c_4 = 273,67$  кПа и  $c_5 = 325,1$  кПа. Отметим, что если вместо  $\varphi = 40^\circ$  в выражение (1) подставить найденные по формуле (2) значения  $\varphi_4 = 35^\circ$  и  $\varphi_5 = 29^\circ$ , то соответствующие значения удельного сцепления окажутся равными  $c_4 = 228,33$  кПа и  $c_5 = 214,5$  кПа соответственно. Проверочные расчеты показали, что и при этих значениях сцепления области пластических деформаций в днище шахты будут отсутствовать.

На рис. 4 в качестве примера приведены картины изолиний безразмерных (в долях  $\gamma_{cp}H$ ) вертикальных  $\sigma_z$ , горизонтальных  $\sigma_x$  и касательных  $\tau_{xz}$  напряжений в днище шахты при  $d = 5$  м и  $\xi_0 = 0,35$  (a–в) соответственно, а также арки «поднятия» поверхности днища шахты при  $d = 5$  м (д) и  $d = 4$  м (е) при улучшенных прочностных свойствах грунта. Из рисунков видно, что отсутствуют зоны вертикальных растягивающих напряжений и области

пластических деформаций. Интенсивность всех компонент напряжения снизилась в соответствующих точках приблизительно на 15–20 %.

Закрепление основания шахты влечет за собой также уменьшение стрелы прогиба арки поднятия днища шахты приблизительно на 10–15 %.

## Выводы

Предложен подход к определению прочностных характеристик грунта, обеспечивающих прочность и водонепроницаемость основания шахты, основанный на методе обратного расчета.

Установлено, что для условий рассмотренного примера в незакрепленном основании шахты наблюдаются зоны растягивающих вертикальных напряжений и образование областей пластических деформаций. Локации этих объектов совпадают, однако ОПД имеют размеры существенно большие, чем размеры зон растягивающих вертикальных напряжений. Эти обстоятельства не позволяют нормально эксплуатировать объект.

Расчетами определены ориентировочные значения прочностных свойств закрепленного массива, при достижении которых шахта будет находиться в работоспособном состоянии.

*Финансирование.* Исследование не имело спонсорской поддержки.

*Конфликт интересов.* Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

*Вклад авторов.* Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

## Библиографический список

1. Улицкий В.М., Алексеев С.И. Обеспечение сохранности зданий при устройстве котлованов и прокладке инженерных сетей в Санкт-Петербурге // Основания, фундаменты и механика шрунтов. – 2002. – № 4. – С. 17–20.
2. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
3. FEA: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617889 / А.Н. Богомолов [и др.]. Зарегистрировано 23 июля 2015.
4. Coulomb C.A. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L`architecture // Memories de savants strangers de L`Academlie des sciences de Paris. – 1773. – 233 p.
5. Coulomb C.A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemesde statique relatifs, a la architecture // Mem. Acad. Roy. Div. Sav. – 1776. – Vol. 7. – P. 343–387.
6. Компьютерное моделирование осадок жесткого штампа на однородном весоном основании / Л.А. Бартоломей, О.А. Богомолова, В.Д. Гейдт, А.В. Гейдт // Construction and Geotechnics. – 2022. – Т. 13, № 2. – С. 5–17.
7. Численная оценка влияния жесткости надфундаментной части сооружения и деформационных свойств грунтового массива на осадки и устойчивость основания / Л.А. Бартоломей, О.А. Богомолова, В.Д. Гейдт, А.В. Гейдт // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2022. – Вып. 2 (87). – С. 6–18.



8. Кушнер С.Г. Расчет деформаций оснований зданий и сооружений. – Запорожье: ИПО Запорожье, 2008. – 496 с.
9. Богомолов А.Н. Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке. – Пермь: Перм. гос. техн. ун-т, 1996. – 149 с.
10. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A. The form of the elastic core and areas of plastic flow base under the jucked stamp // *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1928: Deep Foundations and geotechnical problems of territories (DFGC 2021), (26–28 May 2021, Perm, Russian Federation) / eds.: N. Vatin, A. Borodinecs, R. Abdikarimov; Perm National Research Polytechnical University. – [IOP Publishing], 2021. – 16 p. – URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1928/1/012063> (дата обращения: 08.06.2022). DOI: 10.1088/1742-6596/1928/1/012063
11. Богомолова О.А., Жиделев А.В. Влияние параметров подземной выработки на величину осадки дневной поверхности подрабатываемой территории // *Construction and Geotechnics*. – 2020. – Т. 11, № 2. – С. 5–18. DOI: 10.15593/2224-9826/2020.2.01
12. Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Ушаков А.Н. Два подхода к определению областей пластических деформаций в однородном основании ленточного фундамента // *Construction and Geotechnics*. – 2021. – Т. 12, № 3. – С. 105–116. DOI: 10.15593/2224-9826/2021.3.11.
13. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – Л.: Госстройиздат, 1959. – Т. I. – 360 с.
14. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – Л.: Госстройиздат, 1961. – Т. II. – 543 с.
15. Коэффициент бокового давления грунта как одна из величин, определяющих несущую способность однородного основания ленточного фундамента / А.Н. Богомолов, С.А. Калиновский, О.А. Богомолова, А.В. Прокопенко // *Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Сер. Строительство и архитектура*. – 2013. – Вып. 31 (50), ч. 2. – С. 251–257.

## References

1. Ulitsky V.M., Alekseev S.I. Ensuring preservation of buildings during construction of excavations and laying of engineering networks in St. Petersburg. *Bases, foundation and soil mechanics*, 2002, no. 4, pp. 17–20.
2. Fadeev A.B. Finite Element Method in Geomechanics. Moscow, Nedra, 1987, 221 p.
3. Bogomolov A.N. [et al]. FEA: certificate of state registration of a computer program no. 2015617889 (2015).
4. Coulomb C.A. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L`architecture. *Memories de savants strangers de L`Academie des sciences de Paris*, 1773, 233 p.
5. Coulomb C.A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemesde statique relatifs, a la architecture. *Mem. Acad. Roy. Div. Sav.*, 1776, vol. 7, pp. 343–387.
6. Bartolomey L.A., Bogomolova O.A., Geidt V.D., Geidt A.V. Computer modeling of rigid die settlements on uniform weighted base. *Construction and Geotechnics*, 2022, vol. 13, iss. 2, pp. 5–17. DOI: 10.15593/2224-9826/2022.2.01
7. Bartolomey L.A., Bogomolova O.A., Geidt V.D., Geidt A.V. Numerical estimation of influence of rigidity of above-foundation part of structure and deformation properties of soil mass on settlement and stability of foundation. *Bulletin of Volgograd State Architectural and Construction University. Building and architecture*, 2022, iss. 2 (87), pp. 6–18.

8. Kushner S.G. Calculation of deformations of foundations of buildings and structures. Zaporizhia, LLC IPO Zaporizhia, 2008, 496 p.

9. Bogomolov A.N. Calculation of bearing capacity of building foundations and stability of soil masses in elastoplastic formulation / A.N. Bogomolov // Perm: Perm State Technical University, 1996. – 149 c.

10. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A. The form of the elastic core and areas of plastic flow base under the jucked stamp. *Journal of Physics: Conference Series. Vol. 1928: Deep Foundations and geotechnical problems of territories (DFGC 2021), (26–28 May 2021, Perm, Russian Federation)*. Eds. N. Vatin, A. Borodinecs, R. Abdikarimov. Perm National Research Polytechnical University. [IOP Publish-ing], 2021. 16 p. Doi: 10.1088/1742-6596/1928/1/012063. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1928/1/012063>.

11. Bogomolova O.A., Zhidelev A.V. Influence of underground mine parameters on the value of daylight surface settlement of undermined territory. *Construction and Geotechnics*, 2020, vol. 11, iss. 2, pp. 5–18. DOI: 10.15593/2224-9826/2020.2.01.

12. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Ushakov A.N. Two approaches to determination of plastic deformation areas in homogeneous base of ribbon foundation. *Construction and Geotechnics*, 2021, vol. 12, iss. 3, pp. 105–116. DOI: 10.15593/2224-9826/2021.3.11.

13. Florin V.A. Fundamentals of soil mechanics. Vol. 1. Leningrad, Gosstroizdat, 1959, 360 p.

14. Florin V.A. Fundamentals of Soil Mechanics. Vol. 2. Leningrad, Gosstroizdat, 1961, 543 p.

15. Bogomolov A.N., Kalinovsky S.A., Bogomolova O.A., Prokopenko A.V. Soil side pressure coefficient as one of the values determining the bearing capacity of the homogeneous strip foundation. *Construction and Architecture*, 2013, vol. 31 (50), iss. 2, pp. 251–257.