



## CONSTRUCTION AND GEOTECHNICS

Т. 11, № 3, 2020

<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>



DOI: 10.15593/2224-9826/2020.3.01

УДК 624.131.439.5

### К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ СДВИГОВЫХ ИСПЫТАНИЙ ГРУНТОВ

А.М. Караулов<sup>1</sup>, К.В. Королев<sup>1</sup>, Л.А. Бартоломей<sup>2</sup>, Е.П. Брагарь<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный университет путей сообщения, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

#### О СТАТЬЕ

Получена: 28 февраля 2020

Принята: 09 июня 2020

Опубликована: 30 сентября 2020

#### Ключевые слова:

статистическая обработка, сдвиговые испытания, удельное сцепление, песчаные грунты, нормальный закон распределения, усеченный закон распределения.

#### АННОТАЦИЯ

Результатом любых сдвиговых испытаний – наиболее распространенного метода лабораторного определения прочностных характеристик грунтов – является набор значений предельного сопротивления сдвигу и соответствующего ему нормального давления по площадке сдвига. Теоретической базой для анализа результатов сдвиговых испытаний грунтов является теория вероятностей и математическая статистика. В то же время остаются некоторые вопросы по определению расчетных значений параметров прочности грунтов. Так, при обработке результатов сдвиговых испытаний по консолидированно-дренированной схеме для песчаных грунтов нередко расчетные показатели удельного сцепления грунта имеют отрицательные значения, что является некорректным.

В статье рассмотрен пример обработки данных сдвиговых испытаний опесчаненной супеси для различных нормальных давлений, приведен анализ результатов статистической обработки испытаний грунта. В основу нормативных методик при вероятностной оценке характеристик прочности грунта заложен исключительно нормальный закон распределения случайной величины. При этом предполагается возможность изменения значений случайной величины от  $-\infty$  до  $+\infty$ , в то время как параметры прочности грунта могут изменяться в ограниченном диапазоне, по крайней мере принимать только положительные значения от 0 до  $+\infty$ . Это обстоятельство не имеет практического применения для большинства глинистых грунтов, значения параметров прочности которых достаточно удалены от нуля, однако оказывает уже существенное влияние на результат при малых значениях искомых величин, в частности, при оценке величины удельного сцепления у песчаных грунтов. Поэтому для таких случаев в статье дается вариант статистической обработки результатов сдвиговых испытаний с использованием усеченного закона нормального распределения случайной величины.

© ПНИПУ

© Караулов Александр Михайлович – доктор технических наук, профессор, e-mail: karaulov@stu.ru.

Королев Константин Валерьевич – доктор технических наук, доцент, e-mail: korolev\_kv@mail.ru.

Бартоломей Леонид Адольфович – доктор технических наук, доцент, профессор, e-mail: bartolomei.leonid@mail.ru.

Брагарь Елена Петровна – магистрант, OrcidID: 0000-0003-1212-6324; e-mail: bragarep@tiuiu.ru.

Aleksandr M. Karaulov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: karaulov@stu.ru.

Konstantin V. Korolev – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: korolev\_kv@mail.ru.

Leonid A. Bartolomey – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: bartolomei.leonid@mail.ru.

Elena P. Bragar – Master Student, OrcidID: 0000-0003-1212-6324; e-mail: bragarep@tiuiu.ru.

## TO THE STATISTICAL ANALYSIS OF SOIL SHEAR TESTS RESULTS

A.M. Karaulov<sup>1</sup>, K.V. Korolev<sup>1</sup>, L.A. Bartolomey<sup>2</sup>, E.P. Bragar<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Siberian Transport University, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup>Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 28 February 2020

Accepted: 09 June 2020

Published: 30 September 2020

#### Keywords:

statistical processing, shear tests, specific cohesion, sandy soils, normal distribution law, reduced normal distribution law.

### ABSTRACT

The result of any shear tests, which are the most popular laboratory methods for determination of the strength characteristics of soils, is a set of values of the ultimate shear resistance and the corresponding normal pressure along the shear section. The theoretical background for the analysis of the soil shear tests results is the theory of probability and mathematical statistics. At the same time, we have questions about the determination of the calculation values of soil strength parameters. So, during the processing of shear tests results according to a consolidated-drained scheme for sandy soils the calculation values of soil specific cohesion are often negative, which is incorrect.

The article considers an example of processing of shear tests data of sandy loam for various normal pressures, and analyzes the results of statistical processing of soil tests. The normative methods for probabilistic assessment of soil strength characteristics are based on using of normal distribution law of a random variable. It is assumed that the values of a random variable can vary from  $-\infty$  to  $+\infty$ , while the soil strength parameters can vary in a limited range, i.e. accept only positive values from 0 to  $+\infty$ . This circumstance does not matter for the majority of clayed soils, which strength parameters are far enough from zero. However, it has a significant effect on the result for small sought-for values, particularly, in assessing of specific cohesion for sandy soils. Therefore, for such cases, the article presents a variant of the statistical processing of the shear tests results with using the reduced normal distribution law of a random variable.

© PNRPU

## Введение

Сдвиговые испытания являются наиболее распространенным методом лабораторного определения прочностных характеристик грунтов – удельного сцепления  $c$  и угла внутреннего трения  $\varphi$  [1–13]. Широкая популярность сдвиговых испытаний обусловлена высокой надежностью технологических операций по отбору образцов грунта, подготовке их к испытанию и реализации процесса сдвига в лабораторных условиях. Порядок проведения сдвиговых испытаний грунта и методика обработки результатов опытов в РФ регламентируются соответствующими государственными стандартами: ГОСТ 12248–2010. Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости; ГОСТ 20522–2012. Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний [14].

Существуют различные теории сдвиговой прочности грунта, обусловленные разными методиками определения прочностных характеристик. Соответственно, на практике используются различные конструкции сдвиговых приборов, в том числе оборудованные автоматизированными системами регистрации деформирования образцов грунта, а также измерения порового давления [15–18]. Результатом любых сдвиговых испытаний является набор значений предельного сопротивления сдвигу и соответствующего ему нормального давления по площадке сдвига. Чаще всего используется линейная зависимость между нормальными  $\sigma$  и предельными касательными  $\tau$  напряжениями – закон Кулона, константы которого и являются параметрами прочности грунта:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c. \quad (1)$$

Теоретической базой для анализа результатов сдвиговых испытаний грунтов являются теория вероятностей и математическая статистика [19]. В этой области также были внесены предложения по уточнению методики оценки расчетных значений параметров прочности грунта. Например, в последнюю редакцию ГОСТа по статистической обработке данных опытов включен учет диапазона давлений, в котором производятся сдвиги.

В то же время остаются некоторые вопросы по определению расчетных значений параметров прочности грунтов. Один из таких вопросов возникает при обработке результатов сдвиговых испытаний по консолидированно-дренированной схеме для опесчаненных супесей и песков [20]. Суть вопроса заключается в получении в некоторых случаях отрицательных расчетных значений удельного сцепления грунта, что, естественно, противоречит здравому смыслу. Конечно, в этой ситуации можно принять просто нулевое значение удельного сцепления – к такому упрощению часто прибегают на практике. Однако представляется нелишним исследовать этот вопрос подробнее, поскольку указанные испытания носят массовый характер и случаи получения отрицательных расчетных значений удельного сцепления далеко не единичные.

## Основная часть

Рассмотрим пример обработки данных сдвиговых испытаний опесчаненной супеси. Выполнены по шесть сдвиговых испытаний для нормальных давлений  $\sigma_i = 0,1$  МПа; 0,2 МПа; 0,3 МПа. Всего проведено 18 опытов ( $n = 18$ ). В таблице приведены полученные опытные значения предельных касательных напряжений  $\tau_i$ .

Значения опытных и теоретических величин предельных касательных напряжений

Experimental and theoretical values of ultimate shear stress

| Номер опыта | $\sigma_i$ , МПа | $\tau_i$ , МПа | $\tau_{mi}$ , МПа | $\Delta$ , МПа |
|-------------|------------------|----------------|-------------------|----------------|
| 1           | 0,1              | 0,044000       | 0,050861          | 0,0060         |
| 2           | 0,1              | 0,042000       | 0,050861          | 0,0040         |
| 3           | 0,1              | 0,056000       | 0,050861          | 0,0077         |
| 4           | 0,1              | 0,059000       | 0,050861          | 0,0047         |
| 5           | 0,1              | 0,054000       | 0,050861          | 0,0097         |
| 6           | 0,1              | 0,049000       | 0,050861          | 0,0110         |
| 7           | 0,2              | 0,095000       | 0,097444          | 0,0062         |
| 8           | 0,2              | 0,099000       | 0,097444          | 0,0071         |
| 9           | 0,2              | 0,093000       | 0,097444          | 0,0042         |
| 10          | 0,2              | 0,104000       | 0,097444          | 0,0021         |
| 11          | 0,2              | 0,102000       | 0,097444          | 0,0041         |
| 12          | 0,2              | 0,094000       | 0,097444          | 0,0052         |
| 13          | 0,3              | 0,141000       | 0,144028          | 0,0050         |
| 14          | 0,3              | 0,145000       | 0,144028          | 0,0071         |
| 15          | 0,3              | 0,149000       | 0,144028          | 0,0031         |
| 16          | 0,3              | 0,142000       | 0,144028          | 0,0060         |
| 17          | 0,3              | 0,138000       | 0,144028          | 0,0020         |
| 18          | 0,3              | 0,148000       | 0,144028          | 0,0041         |

Воспользуемся известной процедурой обработки данных сдвиговых испытаний, основанной на методе наименьших квадратов [14]. Рассчитаем нормативные значения параметров прочности грунта:

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{n \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot \sigma_i - \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_i}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2} = \frac{18 \cdot 0,4067 - 1,754 \cdot 3,6}{18 \cdot 0,84 - 3,6^2} = 0,4658, \quad (2)$$

$$c_n = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \tau_i - \operatorname{tg} \varphi_n \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_i \right) = \frac{1}{18} (1,754 - 0,4658 \cdot 3,6) = 0,00428 \text{ МПа.}$$

С использованием нормативных значений параметров прочности рассчитываются теоретические значения предельных касательных напряжений:

$$\tau_{mi} = \sigma_i \operatorname{tg} \varphi_n + c_n. \quad (3)$$

Значения  $\tau_{mi}$  приведены в таблице.

Далее выполняется проверка качества опытных данных на предмет исключения грубых ошибок по неравенству

$$\Delta = \nu S_{\text{dis}} - |\tau_{mi} - \tau_{oi}| \geq 0, \quad (4)$$

где  $S_{\text{dis}}$  – смещенная оценка среднего квадратического отклонения;  $\nu$  – статистический критерий.

Смещенная оценка дается формулой

$$S_{\text{dis}} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\tau_{mi} - \tau_i)^2}. \quad (5)$$

Проверка на ошибки выполняется для каждой группы значений  $\tau_i$  ( $k = 6$ ) при постоянной величине нормального давления  $\sigma_i = 0,1$  МПа;  $0,2$  МПа;  $0,3$  МПа. Для  $k = 6$  статистический критерий составляет  $\nu = 2,07$  [14]. Значения параметра  $\Delta$  также приведены в таблице. Поскольку все значения  $\Delta$  положительны, то данные сдвиговых испытаний могут быть приняты для дальнейшей статистической обработки.

Для определения расчетных значений параметров прочности грунта вычисляются значения средних квадратических отклонений касательных напряжений  $S_\tau$ , удельного сцепления  $S_c$  и тангенса угла внутреннего трения  $S_{\operatorname{tg} \varphi}$  [14]:

$$S_\tau = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \sum_{i=1}^n (\tau_{mi} - \tau_i)^2} = 0,00516 \text{ МПа,}$$

$$S_c = S_\tau \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2}} = 0,00516 \sqrt{\frac{0,84}{18 \cdot 0,84 - 3,6^2}} = 0,003219 \text{ МПа,} \quad (6)$$

$$S_{\text{tg}\varphi} = S_{\tau} \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2}} = 0,00516 \sqrt{\frac{18}{18 \cdot 0,84 - 3,6^2}} = 0,0149 \text{ МПа.}$$

Для доверительной вероятности 0,95 коэффициент  $t_{\alpha}$  (критическая точка распределения Стьюдента) составляет 1,75 [14], и отклонения удельного сцепления  $\Delta_c$  и тангенса угла внутреннего трения  $\Delta_{\text{tg}\varphi}$  от нормативных значений определяются формулами:

$$\Delta_c = t_{\alpha} \cdot S_c = 1,75 \cdot 0,003219 = 0,005634 \text{ МПа,} \quad (7)$$

$$\Delta_{\text{tg}\varphi} = t_{\alpha} \cdot S_{\text{tg}\varphi} = 1,75 \cdot 0,0149 = 0,02608.$$

Тогда минимальные и максимальные значения параметров прочности грунта будут следующими:

$$\begin{aligned} c_{\min} &= c_n - \Delta_c = -0,00136 \text{ МПа,} \\ c_{\max} &= c_n + \Delta_c = 0,00991 \text{ МПа,} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{tg}\varphi_{\min} = \text{tg}\varphi_n - \Delta_{\text{tg}\varphi} = 0,4397 \text{ МПа,}$$

$$\text{tg}\varphi_{\max} = \text{tg}\varphi_n + \Delta_{\text{tg}\varphi} = 0,4919 \text{ МПа.}$$

Итак, в рассмотренном примере стандартная методика дает отрицательное минимальное значение удельного сцепления, что очевидным образом противоречит физике явления.

Отметим, что все приведенные расчетные формулы являются следствием применения к статистической оценке параметров прочности грунта нормального закона распределения случайной величины. При этом предполагается возможность изменения значений случайной величины от  $-\infty$  до  $+\infty$ , в то время как параметры прочности могут принимать только положительные значения. Это обстоятельство не имеет практического значения для большинства глинистых грунтов, значения параметров прочности которых достаточно удалены от нуля. Для опесчаненных супесей и песков, как было показано выше, указанное обстоятельство может приводить к заметным ошибкам. Поэтому в данном случае следует воспользоваться усеченным законом нормального распределения случайной величины при статистической оценке удельного сцепления грунта [21].

Запишем функцию распределения для удельного сцепления как случайной величины. Функция распределения  $f$  в нормальном законе дается зависимостью

$$f = f(c) = \frac{1}{S_c \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(c-c_n)^2}{S_c^2}}. \quad (9)$$

На рисунке показан график функции  $f(c)$  и обозначены нормативное значение удельного сцепления  $c_n$  и отклонение  $\Delta_c$ .

Для усеченного закона нормального распределения при учете ограничения  $0 \leq c \leq \infty$  функция распределения  $\bar{f}$  будет иметь вид [21]

$$\bar{f} = \bar{f}(c) = \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{S_c \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(c-c_n)^2}{S_c^2}}, \quad (10)$$

где

$$A = \frac{1}{S_c \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp[-(c - c_n)^2 / S_c^2] \cdot dc.$$

На рисунке приведен график функции  $\bar{f}(c)$ . В этом случае определяются новые среднее (нормативное) значение удельного сцепления  $\bar{c}_n$  и среднее квадратическое отклонение  $\bar{S}_c$  с помощью выражения

$$\bar{c}_n = c_n + k_0 \cdot S_c. \quad (11)$$

Здесь

$$\bar{S}_c = S_c \sqrt{1 - k_0^2 - k_0 \cdot \frac{c_n}{S_c}},$$

$$k_0 = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(S_c/c_n)^2},$$

$$c_0 = \frac{1}{0,5 + \Phi(S_c / c_n)},$$

где  $\Phi(S_c/c_n)$  – нормированная функция Лапласа.

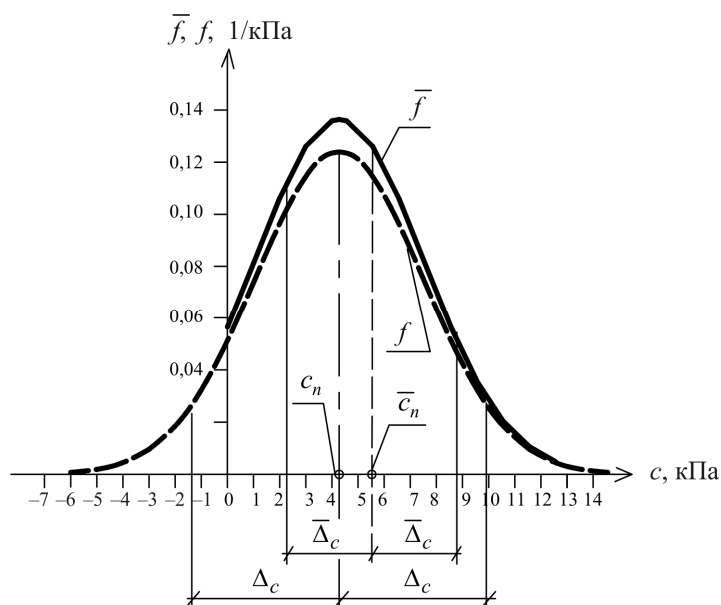


Рис. Нормальный и усеченный нормальный законы распределения для удельного сцепления  $c$  как случайной величины в виде функций  $f$  и  $\bar{f}$

Fig. Normal and reduced normal distribution law for a specific cohesion as a random variable in functional form  $f$  and  $\bar{f}$

Приведем значения параметров формулы (11):

$$\Phi(S_c / c_n) = \Phi(0,003219 / 0,00428) = 0,2742;$$

$$c_0 = \frac{1}{0,5 + 0,2742} = 1,2917;$$

$$k_0 = \frac{1,2917}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (0,003219/0,00428)^2} = 0,3883; \quad (12)$$

$$\bar{c}_n = 0,00428 + 0,3883 \cdot 0,003219 = 0,00553 \text{ МПа};$$

$$\bar{S}_c = 0,003219 \sqrt{1 - 0,3883^2} - 0,3883 \cdot \frac{0,00428}{0,003219} = 0,001858 \text{ МПа}.$$

В рассматриваемом примере имеем значения  $\bar{c}_n = 0,00553$  МПа и  $\bar{S}_n = 0,001858$  МПа. Соответственно, отклонение от нормативного значения при доверительной вероятности 0,95 составит:

$$\bar{\Delta}_c = t_\alpha \cdot \bar{S}_c = 1,75 \cdot 0,001858 = 0,003252 \text{ МПа}.$$

Нормативное значение удельного сцепления  $\bar{c}_n$  и отклонение  $\bar{\Delta}_c$  показаны на графике (см. рисунок). Новые минимальное и максимальное значения удельного сцепления

$$\bar{c}_{\min} = \bar{c}_n - \bar{\Delta}_c = 0,002278 \text{ МПа},$$

$$\bar{c}_{\max} = \bar{c}_n + \bar{\Delta}_c = 0,008782 \text{ МПа}.$$

Полученные результаты можно считать более достоверными.

## Заключение

Таким образом, изложенный подход к статистической обработке результатов сдвиговых испытаний, основанный на применении усеченного закона нормального распределения, может быть полезным при оценке расчетных параметров прочности грунтов при малых значениях удельного сцепления грунта.

## Библиографический список

1. Terzaghi K., Peck R.V. Soil mechanics in engineering practice. – New York. John Wiley and sons, 1967. – 592 p.
2. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Стройиздат, 1963. – 636 с.
3. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – Т. 2. – М.; Л.: Госстройиздат, 1961. – 544 с.
4. Механика грунтов, основания и фундаменты / С.Б. Ухов, В.В. Семенов, В.В. Знаменский, З.Г. Тер-Мартиросян, С.Н. Чернышев. – М.: Высшая школа, 2007. – 566 с.
5. Влияние гранулометрического и минералогического составов на реологические свойства грунтов / Ю. Цзе, Л. Йе, Г. Ху, Г. Фань // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2020. – № 1. – С. 13.
6. Prathap Kumar M.T., Sridhar R. Strength of Model Footing Resting on Treated Coir Mat Reinforced Sand // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Foundations, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 435–443.
7. Agaiby S.W., Ahmed S.M. Determination of Sand Void Ratio Using CPT and SPT // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical

Engineering. Engineering Geology, Site Characterization, And Geophysics, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 39–48.

8. Bryson L.S., Ahmed Faisal S. Shear Behavior of Weathered Compacted Shales // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Engineering Geology, Site Characterization, And Geophysics, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 229–238.

9. Spatial and Temporal Variations in Moisture Content at a Sandy Beach and the Impact on Sediment Strength / J. Paprocki, N. Stark, J.E. McNinch, H. Wadman // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Engineering Geology, Site Characterization, And Geophysics, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 258–265.

10. Influence of Particle Rolling and Rotation on the Shearing Response of Clean Sand / N. Barnett, Md.M. Rahman, Md.R. Karim, H.B. Khoi Nguyen // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 30–39.

11. Kordjazi A., Coe J.T. The Effects of Stress Redistribution on the Propagation of Stress Waves beneath the Bottom of Drilled Shaft Excavations // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 155–164.

12. Khan M.S., Ivoke J., Nobahar M. Progressive Change in Shear Strength of Yazoo Clay // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 560–569.

13. Awad M., Sasanakul I. Shear-Induced Matric Suction in Unsaturated Clayey Sand during Constant Water Content Triaxial Test // Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing, 24–27 March. – Philadelphia, Pennsylvania, 2019. – P. 853–862.

14. Основания, фундаменты и подземные сооружения. Справочник проектировщика / под общ. ред. Е.А. Сорочана и Ю.Г. Трофименкова. – М.: Стройиздат, 1985. – 480 с.

15. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов. – М.: Изд-во АСВ, 2009. – 552 с.

16. Шукле Л. Реологические проблемы механики грунтов. – М.: Стройиздат, 1976. – 485 с.

17. Болдырев Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов. Состояние вопроса. – Пенза: ПГУАС, 2008. – 696 с.

18. Head K.H., Epps R.J. Manual of Soil Laboratory Testing. Volume 3: Effective Stress Tests. – Whittles Publishing, 2014. – 414 p.

19. Гмурман В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1972. – 368 с.

20. Experimental Study on the Approach to Predict the Shear Strength of In-Situ Sandy Gravel / M. Jiang, J. Zhu, S. Chen [et al.] // Soil Mechanics and Foundation Engineering. – 2019. – No 56. – P. 178–183. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11204-019-09587-6>

21. Абегауз Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Н. Справочник по вероятностным расчетам. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с.



## References

1. Terzaghi K., Peck R.B. Soil mechanics in engineering practice. New York, John Wiley and sons, 1967, 592 p.
2. Tsytoich N.A. Mekhanika gruntov [Soil mechanics]. Moscow, Stroyizdat, 1963, 636 p.
3. Florin V.A. Osnovy mekhaniki gruntov [Fundamentals of Soil Mechanics]. Vol. 2. Moscow, Leningrad, Gosstroyizdat, 1961, 544 p.
4. Ukhov S.B., Semenov V.V., Znamenskiy V.V, Ter-Martirosyan Z.G., Chernyshev S.N. Mekhanika gruntov, osnovaniya i fundamenti [Soil mechanics, substructures and foundations]. Moscow, Vysshaya shkola, 2007, 566 p.
5. Jie Y., Ye L., Hu G., Fang Y.-G. Vliyaniye granulometricheskogo i mineralogicheskogo sostavov na reologicheskiye svoystva gruntov [Experimental study on the influence of granulometric and material compositions on soil rheological properties]. *Osnovaniya, fundamenti i mekhanika gruntov*, 2020, no. 1, pp. 13.
6. Prathap Kumar M.T., Sridhar R. Strength of model footing resting on treated coir mat reinforced sand. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Foundations*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 435–443.
7. Agaiby S.W., Ahmed S.M. Determination of sand void ratio using CPT and SPT. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Engineering Geology, Site Characterization, And Geophysics*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 39–48.
8. Bryson L.S., Ahmed Faisal S. Shear behavior of weathered compacted shales. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Engineering Geology, Site Characterization, And Geophysics*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 229–238.
9. Paprocki J., Stark N., McNinch J.E., Wadman H. Spatial and temporal variations in moisture content at a sandy beach and the impact on sediment strength. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Engineering Geology, Site Characterization, And Geophysics*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 258–265.
10. Barnett N., Rahman Md. M., Karim Md. R., Khoi Nguyen H.B. Influence of particle rolling and rotation on the shearing response of clean sand. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 30–39.
11. Kordjazi A. and Coe J.T. The Effects of stress redistribution on the propagation of stress waves beneath the bottom of drilled shaft excavations. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 155–164.
12. Khan M.S., Ivoke J., Nobahar M. Progressive change in shear strength of yazoo clay. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 560–569.
13. Awad M., Sasanakul I. Shear-induced matric suction in unsaturated clayey sand during constant water content triaxial test. *Selected Papers From Sessions Of The Eighth International*

*Conference On Case Histories In Geotechnical Engineering. Geotechnical materials, modeling, and testing*, 24–27 March, Philadelphia, Pennsylvania, 2019, pp. 853–862.

14. Sorochan Ye.A., Trofimenkov YU.G. *Osnovaniya, fundamenty i podzemnyye sooruzheniya. Spravochnik proyektirovshchika* [Substructures, foundations and underground constructions. Reference Book of designers]. Moscow, Stroyizdat, 1985, 480 p.

15. Ter-Martirosyan Z.G. *Mekhanika gruntov* [Soil mechanics]. Moscow, ASV, 2009, 552 p.

16. Shukle L. *Reologicheskiye problemy mekhaniki gruntov* [Rheological Problems of Soil Mechanics]. Moscow, Stroyizdat, 1976, 485 p.

17. Boldyrev G.G. *Metody opredeleniya mekhanicheskikh svoystv gruntov. Sostoyaniye voprosa* [Methods for determining the mechanical properties of soils. Status of the issue]. Penza, PGUAS, 2008, 696 p.

18. Head K.H., Epps R.J. *Manual of soil laboratory testing. Vol. 3: Effective Stress Tests*. Whittles Publishing, 2014, 414 p.

19. Gmurman V.S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [The theory of probability and mathematical statistics]. Moscow, Vysshaya shkola, 1972, 368 p.

20. Jiang, M., Zhu, J., Chen, S. et al. Experimental study on the approach to predict the shear strength of in-situ sandy gravel. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2019, no. 56, pp. 178–183. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11204-019-09587-6>.

21. Abegauz G.G., Tron' A.P., Kopenkin YU.N. *Spravochnik po veroyatnostnym raschetam* [Reference Book for Probability Calculations]. Moscow, Voenizdat, 1970, 536 p.