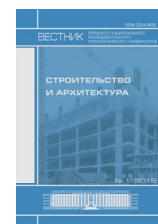




CONSTRUCTION AND GEOTECHNICS

Т. 11, № 3, 2020

<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>



DOI: 10.15593/2224-9826/2020.3.07

УДК 624.131

СЕЗОННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ ОПОЛЗНЕВОГО СКЛОНА

О.А. Богомолова¹, А.В. Жиделев²

¹Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

²Филиал «Взлет» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) в г. Ахтубинске, Ахтубинск, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 19 июня 2020

Принята: 19 августа 2020

Опубликована: 30 сентября 2020

Ключевые слова:

расчет устойчивости откосов и склонов, методы круглоцилиндрических поверхностей скольжения, физико-механические свойства грунта, напряженное состояние грунтового массива, наиболее вероятная линия скольжения (след поверхности скольжения), коэффициент бокового давления грунта, повышение уровня грунтовых вод и их «взвешивающее» влияние, прочностные свойства грунтов при замачивании.

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты расчета устойчивости оползнеопасного склона, расположенного на берегу реки. Дополнительные исследования устойчивости проведены вследствие того, что согласно результатам расчетов склона различными методами «отсеков», основанными на построении круглоцилиндрических поверхностей скольжения, склон находится в стабильном состоянии (приведены таблицы, содержащие численные значения коэффициентов запаса устойчивости). Однако в весенне-осенний период на склоне происходят локальные оползни. Поэтому были проведены новые расчеты устойчивости склона методом, основанном на анализе напряженного состояния грунтового массива, который позволяет учитывать «взвешивающее» воздействие грунтовых вод при их поднятии и снижение прочностных свойств слагающих грунтов при их замачивании. Этот метод формализован в компьютерной программе, разработанной при участии одного из авторов; программа имеет свидетельство о государственной регистрации. Расчетами установлено: повышение уровня грунтовых вод до максимально возможного значения снижает величины коэффициентов запаса устойчивости по рассмотренным линиям скольжения на 5,9–21 %. Показано, что если уменьшить численные значения коэффициентов запаса устойчивости, полученных методами круглоцилиндрических поверхностей скольжения на 21 %, то некоторые их значения будут весьма близки к единице и даже менее, что разрешает отмеченное выше противоречие. При расчете устойчивости оползнеопасных грунтовых массивов, в которых возможны сезонные колебания грунтовых вод, следует учитывать «взвешивающее» воздействие грунтовых вод при максимальном уровне их поднятия, снижение физико-механических (прочностных) характеристик грунтов вследствие их замачивания и, желательного, дестабилизирующего действие гидравлических напоров.

© ПНИПУ

© **Богомолова Оксана Александровна** – кандидат технических наук, доцент, OrcidID 0000-0003-1163-6285, e-mail: boazaritcyn@mail.ru.

Жиделев Андрей Викторович – кандидат технических наук, доцент, OrcidID: 0000-0003-1763-3675; e-mail: red_scorpion@list.ru.

Oxana A. Bogomolova – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, OrcidID: 0000-0003-1163-6285; e-mail: boazaritcyn@mail.ru.

Andrey V. Zhidelev – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, OrcidID: 0000-0003-1763-3675; e-mail: red_scorpion@list.ru.

SEASONAL CHANGES IN THE VALUE OF THE RESISTANCE COEFFICIENT OF THE LANDSLEND

O.A. Bogomolova¹, A.V. Zhidelev²

¹Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation

²Branch of Moscow Aviation Institute (National Research University) "Vzlet", Akhtubinsk, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 19 June 2020
Accepted: 19 August 2020
Published: 30 September 2020

Keywords:

calculation of the stability of slopes and slopes, methods of circular-cylindrical sliding surfaces, physical and mechanical properties of the soil, stress state of the soil massif, the most probable sliding line (trace of the sliding surface), coefficient of lateral soil pressure, rise in the level of groundwater and their "weighing" influence, strength properties of soils during soaking.

ABSTRACT

The results of calculating the stability of a landslide-prone slope located on the river bank are presented. Additional stability studies were carried out due to the fact that, according to the results of slope calculations using various "compartments" methods, based on the construction of circular cylindrical sliding surfaces, the slope is in a stable state (tables are given containing the numerical values of the safety factors). However, in the spring-autumn period, local landslides occur on the slope. Therefore, new calculations of slope stability were carried out using a method based on the analysis of the stress state of the soil massif, which allows one to take into account the "weighing" effect of groundwater when it rises and the decrease in the strength properties of the constituent soils when they are soaked. This method is formalized in a computer program developed with the participation of one of the authors; the program has a certificate of state registration. Calculations have established that an increase in the level of groundwater to the maximum possible value reduces the values of the safety factors along the considered sliding lines by 5.9–21 %. It is shown that if the numerical values of the safety factors obtained by the methods of circular cylindrical sliding surfaces are reduced by 21 %, then some of their values will be very close to unity or even less, which resolves the above contradiction. When calculating the stability of landslide-prone soil masses, in which seasonal fluctuations of groundwater are possible, one should take into account the "weighing" effect of groundwater at the maximum level of their rise, a decrease in the physical and mechanical (strength) characteristics of soils due to their soaking and, preferably, the destabilizing effect of hydraulic heads.

© PNRPU

Введение. Постановка проблемы. Актуальность

Поводом для проведения исследования, результаты которого приведены в настоящей статье, явилось возникновение локальных оползневых процессов на склоне берега реки Царица в г. Волгограде, где расположена часть комплекса зданий муниципального общеобразовательного учреждения дополнительного образования детей «Детско-юношеский центр» г. Волгограда (МОУ ДЮЦ). На основе многочисленных исследований и расчетов, выполненных ЗАО «Радан», было установлено, что величина коэффициента запаса устойчивости склона существенно превышает 1. Однако на отдельных участках этого склона наблюдаются оползневые явления. Расчет устойчивости склона двух близрасположенных геологических разрезов по сечениям I–I и IV–IV, выполнялся ЗАО «Радан» при помощи сертифицированной компьютерной программы GEO-SLOPE office (версия 4.21).

На рис. 1 в качестве примера приведен геологический разрез склона по сечению I–I (разрез по сечению IV–IV идентичен), а значения физико-механических характеристик грунтов, слагающих склон, представлены в табл. 1.

В процессе вычислений было построено более 2000 вероятных линий скольжения, для которых определены численные значения коэффициентов запаса устойчивости на основе трех расчетных методов: классического метода круглоцилиндрических линий скольжения, метода Бишоп и метода Ямбу [1–4], рекомендованных к применению в [5].

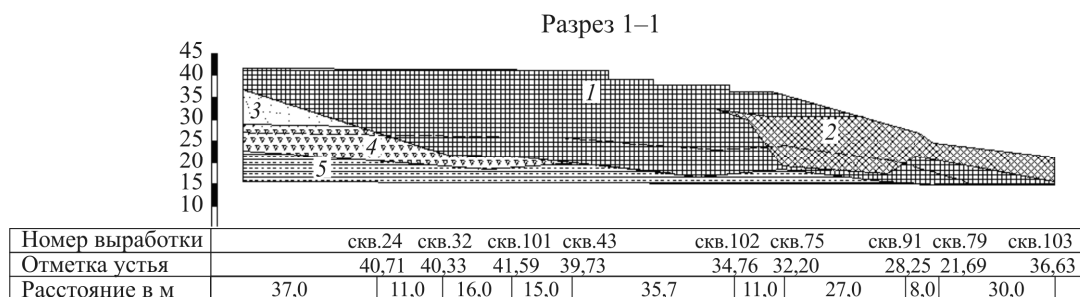


Рис. 1. Геологический разрез I–I
 Fig. 1. Geological section I–I

Таблица 1

Расчетные характеристики грунтов

Table 1

Design characteristics of soils

Номер слоя	Номер ИГЭ	Наименование грунта	$\rho_{\text{ест.}}$, г/см ³	$\rho_{\text{вод.}}$, г/см ³	φ^0	c , кПа, с учетом длительной прочности	c , кПа, без учета длительной прочности	E_0 , МПа
1	1	Насыпные грунты	1,84	1,91	27	0	11,9	3
2	2	Намывные пески	1,96	1,96	27	0	0	16,3
3	3	Суглинки	1,90	1,90	21	15	15	10,8
4	4	Пески	1,96	1,96	29	0	0	28,5
5	9	Песчано-алевритовые породы	1,78	1,78	21	21	42	7,6
6	10	Алевролиты	1,81	1,81	23	40,8	88,5	26,6
7	9	Песчано-алевритовые породы	1,78	1,78	21	21	42	7,6

На рис. 2, а и 3 в качестве примера приведена небольшая часть линий скольжения, построенных для сечений I–I и IV–IV, а на рис. 2, б и рис. 3, б показаны призмы возможного обрушения, соответствующие линиям скольжения, имеющим минимальные значения величины коэффициента запаса устойчивости для рассматриваемых условий и сечений.

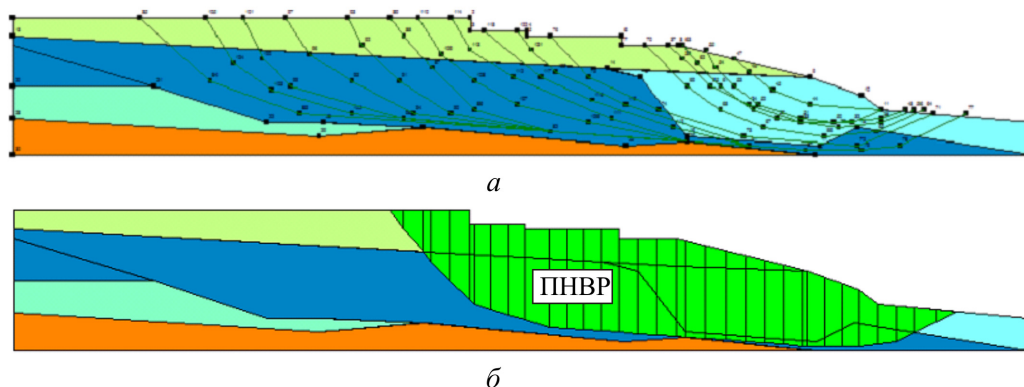


Рис. 2. Расчетные линии скольжения (а) и призма наиболее вероятного разрушения (ПНВР) (б) с соответствующей линией скольжения для сечения I–I
 Fig. 2. Calculated slip lines (a) and a prism of the most probable destruction (b) with a corresponding slip line for section I–I

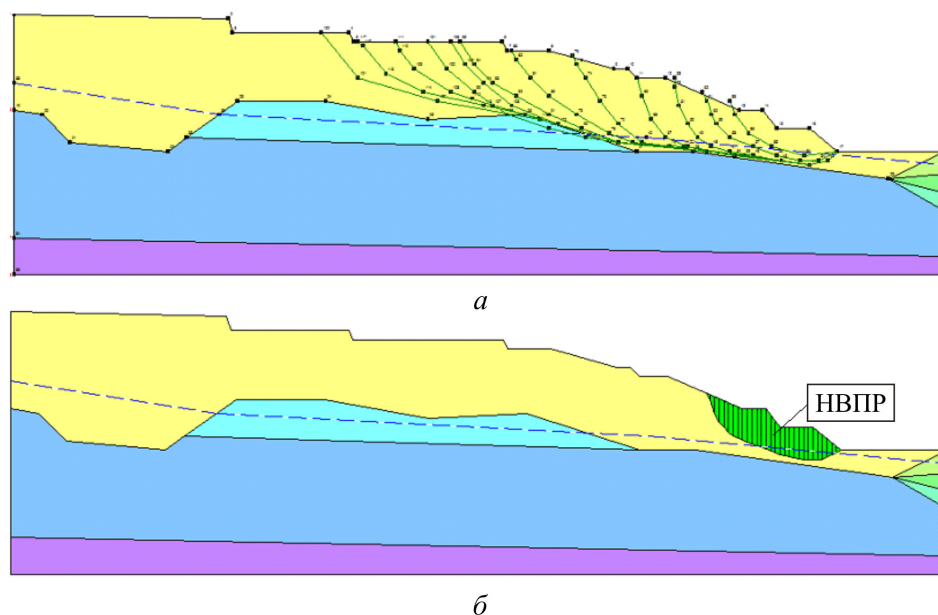


Рис. 3. Расчетные линии скольжения (а) и призма наиболее вероятного разрушения (ПНВР, выделено зеленым цветом) (б) с соответствующей линией скольжения для сечения IV–IV
 Fig. 3. Calculated slip lines (a) and a prism of the most probable failure (PNVR, highlighted in green) (b) with a corresponding slip line for section IV–IV

В табл. 2, 3 приведены численные значения величин коэффициентов запаса устойчивости для вероятных линий скольжения, изображенных на рис. 2, а и рис. 3, а соответственно. Причем эти величины определены в зависимости от ординаты точки пересечения соответствующей линии скольжения с дневной поверхностью, отсчитываемой влево от верхней правой угловой точки расчетной схемы.

На рис. 4, 5 приведены графические зависимости вида $K = f(x)$, построенные по данным табл. 2, 3.

Таблица 2

Численные значения коэффициентов устойчивости для линий скольжения по разрезу I–I

Table 2

Numerical values of stability coefficients for slip lines along section I–I

Способ	Ордината															
	0,22	0,25	0,27	0,29	0,31	0,40	0,44	0,47	0,50	0,53	0,56	0,60	0,66	0,70	0,74	0,81
Классический	2	2,15	2,11	2,06	2,06	2,04	1,82	1,72	1,27	1,6	2,58	1,67	1,82	2,05	2,07	2,12
Бишопа	2,08	2,32	2,38	2,49	2,46	2,65	1,93	2,26	1,48	2,33	2,65	2,76	2,9	2,18	3,33	3,6
Янбу	1,94	2,09	2,13	2,2	2,17	2,24	1,92	1,92	1,32	1,92	2,03	2,2	2,4	3,05	2,78	3

Анализ численных значений коэффициентов запаса устойчивости, приведенных в табл. 2 и 3, и кривых, изображенных на рис. 4, 5, позволяет сделать вывод о том, что минимальные значения коэффициентов запаса устойчивости для обоих сечений получены при использовании метода Янбу [4] и соответственно составляют $K = 1,57$ (сечение I–I) и $K = 1,49$ (сечение IV–IV). Как видно, оба этих значения существенно больше единицы. Данное обстоятельство и порождает противоречие: $K > 1$, но наблюдаются оползневые явления. Отметим, что приведенные выше результаты получены без учета сезонного измене-

ния уровня грунтовых вод. Поэтому расчет устойчивости склона с учетом данного гидрологического фактора является актуальной задачей, требует дополнительного научного исследования и будет иметь важное практическое значение.

Таблица 3

Численные значения коэффициентов запаса устойчивости для линий скольжения по разрезу VI–VI

Table 3

Numerical values of the safety factors for slip lines along the VI–VI section

Способ	Ордината										
	0,115	0,145	0,175	0,215	0,285	0,35	0,405	0,415	0,475	0,515	0,555
Классический	1,878	1,778	1,875	1,936	1,759	1,262	1,731	1,786	2,005	2,156	2,218
Бишопа	1,558	1,573	1,609	1,726	1,815	1,386	2,008	2,079	2,286	2,437	2,547
Янбу	1,492	1,487	1,498	1,635	1,651	1,512	1,817	1,879	2,106	2,269	2,363

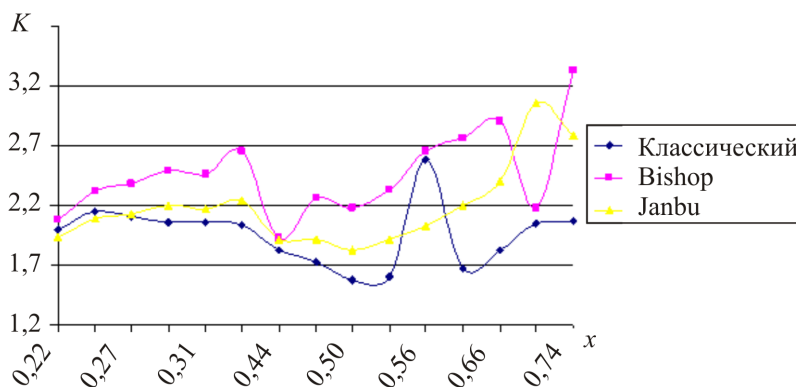


Рис. 4. Графические зависимости величины коэффициента запаса устойчивости для линий скольжения, построенных для разреза I–I, от ординаты точки их пересечения с дневной поверхностью

Fig. 4. Graphical dependences of the value of the safety factor for slip lines, built for section I–I, on the ordinate of the point of their intersection with the day surface

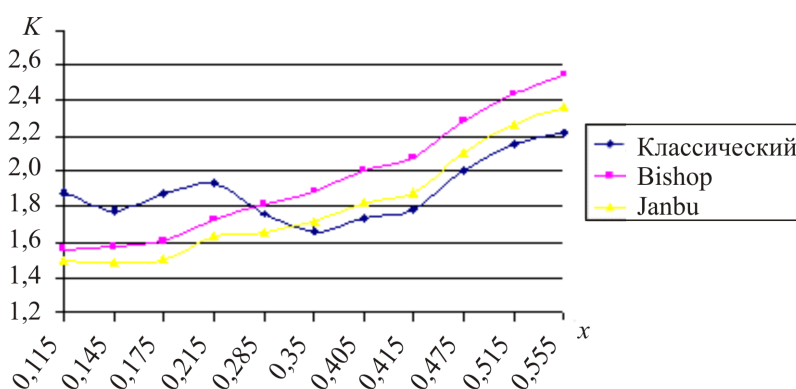


Рис. 5. Графические зависимости величины коэффициента запаса устойчивости для линий скольжения, построенных для разреза VI–VI, от ординаты точки их пересечения с дневной поверхностью

Fig. 5. Graphical dependences of the value of the safety factor for slip lines built for section VI–VI from the ordinate of the point of their intersection with the day surface

Методика исследования. Причины ее выбора

Для решения данной задачи были выполнены расчеты устойчивости описанного выше склона на основе разработанных при участии одного из авторов статьи компьютерных программ [6, 7], в которых формализован метод конечных элементов (определение напряжений) и метод расчета устойчивости откосов и склонов, основанный на анализе напряженного состояния грунтового массива [8–11].

Расчетная схема исследуемого объекта по сечению I–I составлена на основе данных, приведенных на рис. 1 и в табл. 1, и представлена на рис. 6. При этом грунты ИГЭ 1; 2; 3; 4 и 5 в расчетной схеме выделены слоями, а включения намывных песков 2 – прямоугольниками.

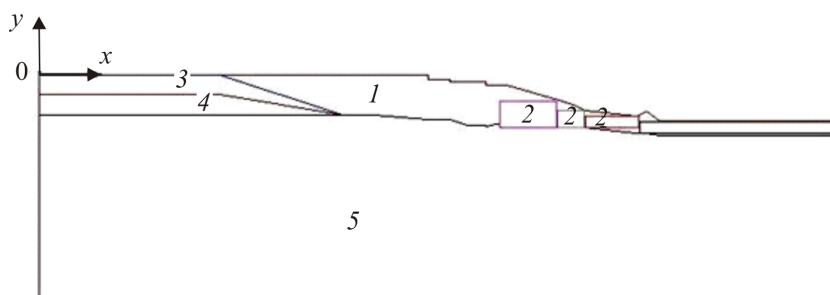


Рис. 6. Расчетная схема объекта по сечению I–I с указанием расположения инженерно-геологических элементов

Fig. 6. Design scheme of the object along the section I–I, indicating the location of engineering and geological elements

Степень дискретизации расчетной схемы такова, что она состоит из 15 721 треугольного элемента, которые сопрягаются в 8038 узлах. Конечно-элементная сетка запроектирована с переменной частотой таким образом, чтобы конечные элементы имели наименьшие размеры в интересующей нас части приоткосной области.

Граничные условия заданы следующим образом: вдоль вертикальных границ расчетной схемы отсутствуют перемещения в горизонтальном направлении; вдоль нижней горизонтальной границы отсутствуют вертикальные перемещения, а на перемещения других точек ограничения не наложены.

Таким образом, исходные данные для решения рассматриваемой задачи включают в себя расчетную схему, свойства элементов (плотность ρ , модуль деформации E_0 , коэффициент бокового давления ξ_0 , сцепление c и угол внутреннего трения φ грунта (см. табл. 1)) и граничные условия. Величина коэффициента бокового давления ξ_0 для каждого инженерно-геологического элемента находится по известной формуле [12]:

$$\xi_0 = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right). \quad (1)$$

На рис. 7 приведены картины безразмерных (в долях γh , где $\gamma = \rho g$ – объемный вес грунта; h – высота склона) изолиний вертикальных σ_y , горизонтальных σ_x и касательных τ_{xy} составляющих напряжений, действующих в приоткосной области, и области пластических деформаций.

Анализ изолиний вертикальных напряжений σ_y (рис. 7, а) показывает, что их значения, как и следовало ожидать, примерно равны усредненному значению веса столба вышележащих пород и при отсутствии внешних нагрузок плавно изменяются параллельно контуру склона в горизонтальном направлении.

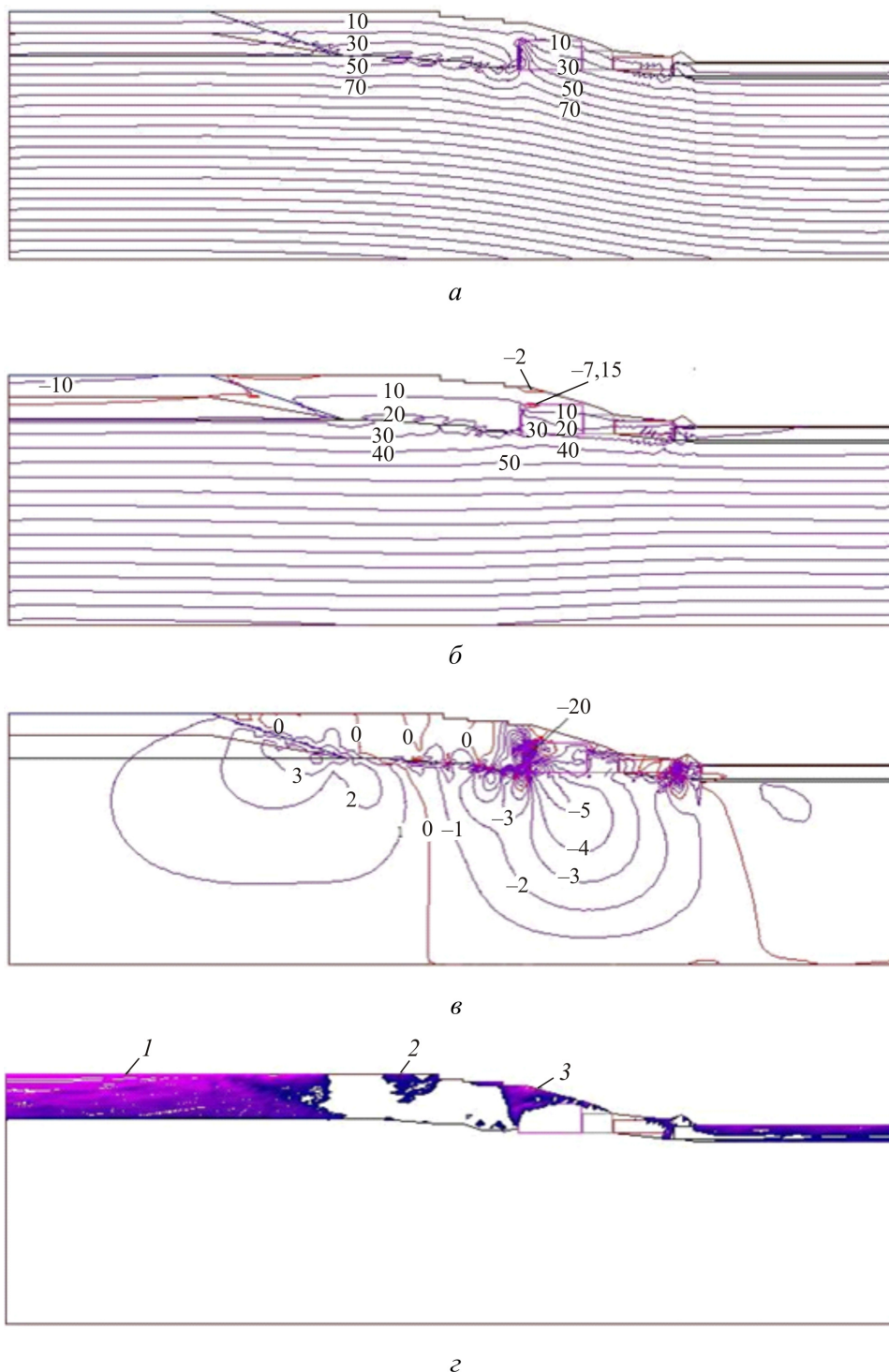


Рис. 7. Картины изолиний вертикальных σ_y (а), горизонтальных σ_x (б) и касательных τ_{xy} (в) компонент напряжения, построенных с шагом 10 т/м^2 ; 5 т/м^2 и 1 т/м^2 соответственно, и области пластических деформаций (г) для рассматриваемого объекта
Fig. 7. Pictures of isolines of vertical σ_y (a), horizontal σ_x (b) and tangent τ_{xy} (c) stress components, plotted with a step of 10 t/m^2 ; 5 t/m^2 and 1 t/m^2 , respectively, and the area of plastic deformation (d) for the object under consideration

Горизонтальные напряжения σ_x (рис. 7, б; знак плюс соответствует сжатию, знак минус – растяжению) имеют более сложный характер. При этом на дневной поверхности, на контуре откоса и в приоткосной зоне имеются области, растянутые в горизонтальном направлении, где максимальные значения напряжений составляют соответственно 0,95; 2 и 7,5 т/м². Если эти величины превосходят значения предела прочности пород при растяжении, произойдет нарушение сплошности грунтового массива, влекущее за собой уменьшение устойчивости склона.

Касательные составляющие напряжений τ_{xy} (рис. 7, в) имеют сложное распределение, трудно поддающееся анализу. Значения касательных напряжений даже в близлежащих друг от друга точках не только существенно отличаются по величине – также имеются зоны «положительных» и «отрицательных» их значений и области значительной концентрации компоненты τ_{xy} .

Построение границ пластических областей выполнено на основе использования условия предельного равновесия [13, 14] в форме прямолинейной огибающей наибольших кругов напряжений

$$\sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} - (\sigma_y + \sigma_x) \sin \varphi = 2c \cos \varphi. \quad (2)$$

Если в некоторой точке грунтового массива равенство (2) не выполняется – величина левой части (2) превышает величину правой части, то в данной точке грунта наступило предельное состояние. Линии, соединяющие точки грунтового массива, в которых выполняется равенство (2), являются границами пластических областей.

Из рис. 7, г, где показаны области пластических деформаций, видно, что последние занимают значительный объем приоткосной области (заштрихованная часть рисунка), что существенно снижает устойчивость рассматриваемого объекта.

Для количественной оценки устойчивости склона необходимо построить так называемую наиболее вероятную линию скольжения или НВЛС (так в установившейся традиции принято называть след наиболее вероятной поверхности разрушения или НВПР) и определить соответствующее ей значение коэффициента запаса устойчивости K . Вычисления выполнены для обоих разрезов. Ниже в качестве примера приведен результат для сечения I–I.

Построение НВЛС будем проведено при помощи компьютерных программ [6, 7], в которых формализована методика построения НВЛС, подробно описанная в работах [8–11]. Отметим только, что наиболее вероятная линия скольжения выстраивается таким образом, что в каждой ее точке выполняется условие минимальности значения величины коэффициента запаса устойчивости, т.е. $K_T = K_{\min}$, величина которого вычисляется по формуле [15, 16]

$$K_T = \frac{\left[\frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) \cos 2\alpha + \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \tau_{xy} \sin 2\alpha + \sigma_{cb} \right] \operatorname{tg} \varphi}{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha}, \quad (3)$$

где σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты полного напряжения в той же точке; $\sigma_{cb} = C (\rho g h_3 \operatorname{tg} \varphi)^{-1}$ – приведенное давление связности (C , φ , ρ , g и h_3 – соответственно удельное сцепление, угол внутреннего трения, плотность грунта, ускорение свободного падения и высота откоса); α – угол наклона площадки сдвига в рассматриваемой точке грунтового массива.

Величина угла α , обеспечивающая выполнение условия $K_T = K_{\min}$, определяется из соотношения

$$\sin 2\alpha_{1;2} = -\frac{2\tau_{xy}}{B} \pm (\sigma_y - \sigma_x) \sqrt{\frac{B^2 - D}{B^2 D}}, \quad (4)$$

где $B = (\sigma_y + \sigma_x + 2\sigma_{св})$; $D = 4\tau_{xy}^2 + (\sigma_y - \sigma_x)^2$.

Величина коэффициента запаса устойчивости склона определяется выражением

$$K = \frac{\int_0^l F_{уд}(S) ds}{\int_0^l F_{сд}(S) ds}, \quad (5)$$

где $F_{уд}$ и $F_{сд}$ – удерживающие и сдвигающие силы в каждой точке наиболее вероятной линии скольжения соответственно числителем и знаменателем формулы (2).

Считаем, что НВЛС не совпадает полностью ни с одним из межслойных контактов, но может частично совпадать с одним из них.

Результаты

В результате многочисленных вычислений (проведен анализ 342 результатов) установлено, что наиболее вероятной линией скольжения является линия $ABCD$, частично совпадающая с одним из межслойных контактов, которая изображена на рис. 8. Расчетное значение величины коэффициента запаса устойчивости составило $K = 1,12$.

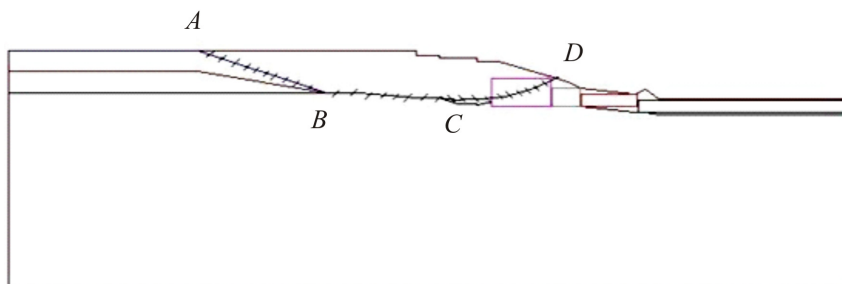


Рис. 8. Наиболее вероятная линия скольжения $ABCD$ по сечению I–I
 Fig. 8. Most probable slip line $ABCD$ but section I–I

Расчет величины коэффициента запаса устойчивости следует выполнять, учитывая сезонные колебания уровня грунтовых вод (УГВ), который ежегодно повышается в весенний и осенний периоды. Повышение УГВ в весенний период объясняется таянием снежного покрова, выпадением большого количества осадков и повышением уровня рек Волга и Царица во время весеннего паводка. Повышение УГВ в осенний период также обусловлено метеорологическими условиями.

Расчет величины коэффициента запаса устойчивости в этом случае осуществляется так же, как описано выше. Но при этом в каждой точке рассматриваемой вероятной линии скольжения вертикальная составляющая напряжений σ_y автоматически уменьшается на величину $\rho_v \cdot \Delta y \cdot \cos \alpha$ (где ρ_v – плотность воды; Δy – расстояние, измеряемое в соответ-

вующей точке по вертикали между максимальной отметкой уровня грунтовых вод и линией скольжения; α – угол между касательной к этой линии и горизонталью). Кроме того, при расчете устойчивости склона физико-механические свойства грунтов инженерно-геологических элементов, расположенных ниже максимального уровня поднятия грунтовых вод, приняты согласно результатам испытания соответствующих образцов грунта в условиях их полного водонасыщения. Выполнение этих условий влечет за собой изменение численных значений числителей и знаменателей в формулах (3) и (2). В результате оказалось, что величина коэффициента запаса устойчивости по рассмотренным линиям скольжения уменьшилась на 5,9–21 %. В частности, для линии скольжения *ABCD*, изображенной на рис. 8, величина коэффициента запаса устойчивости уменьшилась на 18,5 % и составила $K_{\text{утв}} = 0,913$.

Отметим, что если уменьшить численные значения коэффициентов запаса устойчивости, приведенных в табл. 4, 5, на 21 %, то некоторые их значения будут весьма близки и даже немного меньше единицы.

Обсуждение

Результаты расчетов устойчивости склонов показали, что величины коэффициентов запаса устойчивости, полученные на основе использования программы GEO-SLOPE office (версия 4.21), всегда значительно превышают соответствующие значения коэффициентов запаса, определенные на основе анализа напряженного состояния грунтового массива. Данное обстоятельство объясняется наличием ряда общих недостатков у расчетных методов, которые формализованы в программе программы GEO-SLOPE office: приближенно учитывается лишь одна вертикальная составляющая напряжения; наиболее вероятная линия скольжения имеет заранее заданную форму; призма скольжения разбивается на абсолютно твердые блоки, взаимодействие между которыми не учитывается; величина коэффициента бокового давления не вводится в расчет и т.д.

Учет только «взвешивающего» действия грунтовых вод при их сезонном поднятии и связанного с этим снижения расчетных характеристик грунта уменьшает численные значения величин коэффициентов запаса устойчивости по рассмотренным линиям скольжения на 5,9–21 %. Если учитывать напоры грунтовых вод, то снижение коэффициентов запаса может быть более значительным.

Таким образом, при расчете устойчивости оползнеопасных грунтовых массивов, в которых возможны сезонные колебания грунтовых вод, следует учитывать «взвешивающее» воздействие грунтовых вод при максимальном уровне их поднятия, снижение физико-механических (прочностных) характеристик грунтов вследствие их замачивания и, желательнее, дестабилизирующее действие гидравлических напоров.

Библиографический список

1. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Физ.-мат. лит., 1960. – 121 с.
2. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1969. – С. 349–357.
3. Bishop A.W., Morgenstern N. Stability coefficients for earth slopes // Geotechnique, Dec. 1960.

4. Оползни. Исследование и укрепление / Р. Шустер [и др.]. – М.: Мир, 1981. – 237 с.
5. Справочник геотехника. Основания, фундаменты и подземные сооружения / под общей ред. В.А. Ильичева и Р.А. Мангушева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 1040 с.
6. FEA: св-во о гос. рег. программы для ЭВМ № 2015617889 / А.Н. Богомолов [и др.]. Зарег. 23 июля 2015 г.
7. Устойчивость (напряженно-деформированное состояние): св-во о гос. рег. программы для ЭВМ № 2009613499 / А.Н. Богомолов [и др.]. Зарег. 30 июня 2009 г.
8. Богомолов А.Н. Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке. – Пермь: ПГТУ, 1996.
9. Решение основных граничных задач для полуплоскости методами теории функций комплексного переменного / А.Н. Богомолов [и др.]. – Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2009. – 133 с.
10. Современные методы расчета фундаментов / А.Н. Богомолов [и др.]. – Новочеркасск: Изд-во ЮРГТУ (НПИ), 2011. – 238 с.
11. Богомолов А.Н., Ушаков А.Н. Методы теории функций комплексного переменного в задачах геомеханики. – Волгоград: ВолгГАСУ: Изд-во ВГСПУ «Перемена», 2014. – 227 с.
12. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.; Л.: Госстройиздат, 1959. – Т. 1. – 376 с.
13. Cagout G. Eguilibre des massifs a frottement interne. – Paris, 1934. – 443 p.
14. Coulomb C. Application des rigles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture // Memories de savants strangers de L'Academlie des sciences de Paris, 1773. – 233 p.
15. Цветков В.К. Определение форм сечения горных выработок с заданными напряжениями на их контурах // ФТПРПИ. – 1986. – № 2. – С. 24–29.
16. Цветков В.К. Расчет устойчивости откосов и склонов. – Волгоград: Нижне-Волжское книж. изд-во, 1979. – 238 с.

References

1. Sokolovsky V.V. Statika sypuchey sredy [Statics of a loose environment]. 3rd ed. Moscow, Phys.-mat. lit., 1960, 121 p.
2. Sokolovsky V.V. Teoriya plastichnosti [Plasticity theory]. Moscow, Vysshaya Shkola, 1969, pp. 349–357.
3. Bishop A.W., Morgenstern N. Stability coefficients for earth slopes. *Geotechnique*, Dec. 1960.
4. Shuster R. et al. Opolzni. Issledovaniye i ukrepleniye [Landslides. Research and strengthening]. Moscow, Mir, 1981, 237 p.
5. Spravochnik geotekhnika. Osnovaniia, fundamenti i podzemnye sooruzheniia [Handbook of geotechnics. Bases, foundations and underground structures]. 2nd ed. Eds. V.A. Il'ichev, R.A. Mangushev. Moscow, ASV, 2016, 1040 p.
6. Bogomolov A.N. FEA. Certificate of State Registration of the Computer Programme no. 2015617889 dated July 23, 2015.
7. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Nestratov M. Yu., Potapova N.N., Stepanov M.M., Ushakov A.N. Ustoichivost' (napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie) [Stability (stress-strain state)]. Patent RF, no. 2009613499 (2009).
8. Bogomolov A.N. Raschet nesushchey sposobnosti osnovaniy sooruzheniy i ustoichivosti gruntovykh massivov v uprugoplasticheskoy postanovke [Calculation of the bearing capacity of

the foundations of structures and the stability of soil masses in an elastoplastic setting]. Perm, PSTU, 1996.

9. Bogomolov A.N. et al. Resheniye osnovnykh granichnykh zadach dlya poluploskosti metodami teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo [Solution of basic boundary value problems for a half-plane by methods of the theory of functions of a complex variable]. Volgograd, VolgGASU, 2009, 133 p.

10. Bogomolov A.N. et al. Sovremennyye metody rascheta fundamentov [Modern methods of calculating foundations]. Novochoerkassk: Publishing house of YRSTU (NPI), 2011, 238 p.

11. Bogomolov A.N., Ushakov A.N. Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo v zadachakh geomekhaniki [Methods of the theory of functions of a complex variable in problems of geomechanics]. Volgograd, VolgGASU, VGSPU "Change", 2014, 227 p.

12. Florin V.A. Osnovy mekhaniki gruntov [Fundamentals of Soil Mechanics]. Moscow, Leningrad, Gosstroyizdat, 1959, vol. 1, 376 p.

13. Cagout G. Equilibre des massifs a frottement interne. Paris, 1934, 443 p.

14. Coulomb C. Application des regles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture. *Memories de savants strangers de L'Academie des sciences de Paris*, 1773, 233 p.

15. Tsvetkov V.K. Opredelenie form secheniia gornykh vyrabotok s zadannymi napriazheniyami na ikh konturakh [Determination of cross-sectional shapes of minings with predetermined stresses on their contours]. FTPRPI, 1986, no. 2, pp. 24–29.

16. Tsvetkov V.K. Raschet ustoichivosti otkosov i sklonov [Calculation of stability of inner sides and slopes]. Volgograd, Nizhne-Volzhscoe Knizhnoe Izdatel'stvo, 1979, 238 p.