

DOI: 10.15593/2499-9873/2021.3.06

УДК 51-77

**И.В. Вешнева<sup>1</sup>, А.А. Большаков<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

**ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
НА ОСНОВЕ ОЦЕНОК КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ  
РЕГИОНОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ  
РЕШЕНИЙ В СОЦИАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ**

Сформулирована и решена задача построения математической модели оценки конкурентоспособности регионов РФ. Для этого предложен способ структурирования на основе иерархических деревьев. Их листьями являются статистические показатели социально-экономической деятельности, согласно официальным данным. Эти показатели объединяются с использованием интегральных характеристик. Приводится пример анализа сетей социально-экономических показателей на основе построения минимальных сечений уравнений Колмогорова – Чепмена для показателя «Инновации». Для описания листовых вершин деревьев показателей предлагается использовать статусные функции, представляющие собой комплексно-значные функции. Предложенная математическая модель представляет систему интегро-дифференциальных уравнений, включающих статусную функцию для интегрального показателя конкурентоспособности региона, функции для каждого из интегральных показателей, полиномы, которые получаются в результате интерполяции статистических данных, управленческие воздействия. Приводится анализ полученных графиков нормированных значений ряда статических показателей, оценки трендов. Показана возможность применения численных методов нелинейной динамики на основе статусных функций для учета перекрестности и взаимовлияния параметров рисков конкурентоспособности регионов РФ с целью использования в автоматизации поддержки принятия решений в социальных структурах.

**Ключевые слова:** социальные системы, конкурентоспособность регионов, социально-экономические показатели, математическое моделирование, иерархические деревья, граф причинно-следственных связей, уравнения Колмогорова – Чепмена, статусные функции, интегро-дифференциальные уравнения, система поддержки принятия решений.

**I.V. Veshneva<sup>1</sup>, A.A. Bolshakov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Saratov State University, Saratov, Russian Federation

<sup>2</sup>Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University,  
Saint-Petersburg, Russian Federation

## **BUILDING A MATHEMATICAL MODEL BASED ON ESTIMATES OF THE COMPETITIVENESS OF THE REGIONS OF THE RUSSIAN FEDERATION FOR AUTOMATION SUPPORT FOR DECISION-MAKING IN SOCIAL STRUCTURES**

The problem of constructing a mathematical model for assessing the competitiveness of the regions of the Russian Federation has been formulated and solved. For this, a structuring method based on hierarchical trees is proposed. Their leaves are statistical indicators of socio-economic activity according to official data. These indicators are combined using integral characteristics. An example of the analysis of networks of socio-economic indicators based on the construction of minimal sections of the Kolmogorov – Chapman equations for the “Innovation” indicator is given. To describe the leaf vertices of the indicator trees, it is proposed to use status functions that represent complex-valued functions. The proposed mathematical model represents a system of integrodifferential equations, including the status function for the integral indicator of the competitiveness of the region, functions for each of the integral indicators, polynomials that are obtained as a result of interpolation of statistical data, and management influences. The analysis of the obtained graphs of the normalized values of a number of static indicators, the assessment of trends is given. The possibility of using numerical methods of nonlinear dynamics based on status functions to take into account the cross-section and mutual influence of the parameters of the risks of competitiveness of the regions of the Russian Federation for use in automating decision support in social structures is shown.

**Keywords:** social systems, competitiveness of regions, hierarchical trees, socio-economic indicators, graph of cause-and-effect relationships, Kolmogorov – Chapman equations, status functions, integro-differential equations, decision support system.

### **Введение**

Обеспечение адекватного уровня конкурентоспособности российской экономики связано с существенными структурными изменениями технологического и организационного характера как на международном, так и на региональном уровне [1–5]. В связи с этим востребовано формирование современной математической модели конкурентоспособности регионов [6–8]. Отметим, что математическое моделирование, хорошо развитое в физике, гидродинамике, квантовой механике, химии, биологии, нанотехнологиях, медицине и других науках, позволяет синтезировать процессы, материалы и новые материальные структуры, создать которые и управлять которыми невозможно без прогностических математических моделей. При этом моделирование в социально-экономических системах «запаздывает» от естественных наук. Причем для понимания процессов в обществе и управления ими с использовани-

ем искусственного интеллекта необходимы соответствующие математические модели. Однако требуемые математические модели сложно создать и еще сложнее апробировать. Рассмотрим, например, лазер. Для компонентов его структуры существует много математических моделей, которые можно собрать, сложить как кубики конструктора. Затем написать программу, проверить зависимость от параметров, получая, например, миллионы данных на структурах сетки 100 на 100 точек. Затем требуется их сверить с экспериментом, получить результат и наборы данных для дальнейших исследований на их основе.

Однако если рассматривать структуру социально-экономической системы (СЭС), то придется синтезировать и собрать в структуру тысячи показателей [9]. Следующей задачей является сбор реальных значений этих показателей. Этот процесс является трудоемким и длительным. Анализ изменений во времени является еще более сложной задачей, так как социальная сеть за время сбора данных изменяется, а структура экономических показателей СЭС также не является инвариантной и изменяется со временем. Ввиду этого возникает задача создания таких структур, чтобы можно было создать воспроизводимые алгоритмы динамики этих процессов во времени для использования в исследуемых социально-экономических процессах.

### **1. Постановка задачи разработки математической модели для интеллектуальных систем поддержки принятия решений**

Построение математической модели для интеллектуальных систем поддержки принятия решений представляется актуальной задачей в процессе преодоления диспропорций в социально-экономическом развитии российских регионов [6, 7].

Рассмотрим подробнее направление исследования с точки зрения разработки методологических и аналитических инструментов для оценки динамики рисков [10, 11] конкурентоспособности регионов России средствами искусственного интеллекта.

Цель заключается в оценке динамики конкурентоспособности средствами искусственного интеллекта. Для этого требуется на основе понимания учения об организации теоретической и практической деятельности человека разработать методологию решения следующих поставленной цели задач. Основная идея заключается в реализации способа структурирования большого числа доступных для анализа показате-

лей социально-экономической деятельности регионов РФ. Пусть это структурирование основано на иерархических структурах. В них листьями дерева будут статистические показатели социально-экономической деятельности, взятые из официальных статистических данных [12, 13]. Далее объединим их с использованием специально разработанных интегральных показателей [14, 15].

Развитие предлагаемой математической модели основано на аналогиях квантово-электрических волновых функций и функций принадлежности теории нечетких множеств. Для отдельных социальных процессов хорошо зарекомендовал себя новый метод статусных функций (СФ) [16], который позволяет учесть перекрестность и взаимовлияние отдельных показателей.

## **2. Характеристика методов анализа сетей социально-экономических показателей**

Таким образом, может быть получен причинно-следственный граф показателей. Анализ этого графа может быть проведен методами построения минимальных сечений уравнений Колмогорова – Чепмена [15]. На основе таких графов могут быть построены сети социально-экономических показателей. Определим их как набор релевантных узлов, связанных одним или несколькими отношениями [17]. Отношения связей листовых вершин будем определять на основе специально синтезированных показателей. Например, если доступны статистические данные по показателям в субъектах Российской Федерации:

- численность исследователей, имеющих ученую степень;
- внутренние затраты на научные исследования и разработки;
- уровень инновационной активности организаций;
- объем инновационных товаров, работ, услуг,

то объединим их в показатель *инноваций*.

Тогда сформируем набор показателей. Значимость этих показателей различна, соответственно, различны и их связи в системе. Построим связи показателей конкурентоспособности региона по аналогии с компьютерными сетями. Тогда будут возможны топологии типа: звезда, шина, сетка, полносвязная сетка, древовидная, комбинированные топологии. Кроме этого, граф может быть несвязным, в нем могут существовать изолированные вершины и сети вершин различной топологии.

Вначале необходимо выполнить анализ взаимодействия показателей. Такой анализ возможен на основе четырех основных подходов [18–20]:

1. Структурный подход (или формально-математический). Основан на анализе геометрической формы сети и интенсивности взаимодействия между узлами. В нашем случае анализ конкурентоспособности региона вначале отсутствует. Ввиду этого для сформированной сети нецелесообразно ориентироваться на такие методы анализа, в которых особое внимание уделяется взаимному расположению вершин, центральности, транзитивности взаимодействий.

2. Ресурсный подход рассматривает возможности участников взаимодействия как узлов сети по привлечению сетевых ресурсов для достижения определенных целей. При этом проводится дифференциация узлов, находящихся в идентичных структурных позициях социальной сети, по их ресурсам (влияние, статус, информация, капитал).

3. Нормативный подход изучает нормы и правила, которые влияют на процессы взаимодействия узлов сети.

4. Динамический подход акцентирует внимание на изменениях во времени структуры сети.

Если ориентироваться на динамический подход, то возможно создать сеть параметров на основе мнений экспертов, а затем провести исследование ее трансформации. Ресурсный подход позволит создать сложные структуры на основе статусных функций. Однако предварительно требуется построить прообраз сети для использования при автоматизации процессов поддержки принятия решений в социально-экономических системах.

### **3. Описание прообраза сети**

Попробуем перестроить причинно-следственный граф в сетевую структуру. Будем основываться на показателях листовых вершин причинно-следственного графа, представленного в работе [15]. Для них и их групп использованы обозначения  $E_i$  из работы [15]. Для групп, созданных для графа сети в настоящей работе, используем обозначения  $Q_i$ .

Группа 1 ( $q_1$ ): использование основных фондов ( $E_9$ ) включает:

стоимость основных фондов  $q_{11}$  ( $E_{29}$ ); степень износа основных фондов  $q_{12}$  ( $E_{30}$ ).

Группа 2 ( $q_2$ ): развитость транспортной инфраструктуры ( $E_{10}$ ) включает:

плотность железнодорожных путей  $q_{13}$  ( $E_{31}$ ); плотность автомобильных дорог  $q_{14}$  ( $E_{32}$ ).

Группа 3 ( $q_3$ ): уровень доходов населения ( $E_{11}$ ) включает:

среднедушевые денежные доходы  $q_{15}$  ( $E_{33}$ ); численность населения с доходами ниже прожиточного минимума  $q_{16}$  ( $E_{34}$ ); количество официальных безработных  $q_{17}$  ( $E_{35}$ ).

Группа 4 ( $q_4$ ): демографические ( $E_{12}$ ) включает:

ожидаемая продолжительность жизни  $q_{18}$  ( $E_{36}$ ); коэффициент естественного прироста населения  $q_{19}$  ( $E_{37}$ ); коэффициент миграционного прироста  $q_{20}$  ( $E_{38}$ ).

Группа 5 ( $q_5$ ): качество жизни  $q_{21}$  ( $E_{13}$ ) включает:

ветхое и аварийное жилье  $q_{22}$  ( $E_{39}$ ); численность врачей на 10 000 населения  $q_{23}$  ( $E_{40}$ ); число зарегистрированных преступлений  $q_{24}$  ( $E_{41}$ ).

Группа 6 ( $q_6$ ): природно-ресурсные ( $E_5$ ) включает:

добыча полезных ископаемых  $q_{25}$  ( $E_{14}$ ); площадь сельскохозяйственных угодий  $q_{26}$  ( $E_{15}$ ); обеспеченность лесными ресурсами  $q_{27}$  ( $E_{16}$ ); производство электроэнергии  $q_{28}$  ( $E_{17}$ ); выбросы загрязняющих продуктов  $q_{29}$  ( $E_{42}$ ); сброс в водные объекты загрязненных сточных вод  $q_{30}$  ( $E_{43}$ ).

Группа 7 ( $q_7$ ): институциональные ( $E_6$ ) включает:

удельный вес убыточных организаций  $q_{31}$  ( $E_{19}$ ); задолженность по налогам и сборам  $q_{32}$  ( $E_{20}$ ); доходы от предпринимательской деятельности  $q_{33}$  ( $E_{21}$ ).

Группа 8 ( $q_8$ ): информационные ( $E_7$ ) включает:

количество персональных компьютеров  $q_{34}$  ( $E_{22}$ ); использование сети Интернет в организациях  $q_{35}$  ( $E_{23}$ ); использование систем электронного документооборота в организациях  $q_{36}$  ( $E_{24}$ ).

Группа 9 ( $q_9$ ): инновационные ( $E_8$ ) включает:

численность персонала, занятого научными исследованиями и разработками  $q_{37}$  ( $E_{25}$ ); внутренние затраты на исследования и разработки  $q_{38}$  ( $E_{26}$ ); затраты на технологические инновации  $q_{39}$  ( $E_{27}$ ); объем инновационных товаров  $q_{40}$  ( $E_{28}$ ).

На начальном этапе будем полагать, что перечисленные группы показателей  $q_1$ – $q_9$  имеют одинаковое взаимное влияние, соответственно, имеют топологию полносвязной сетки.

Кроме этого, введем вершину  $q_{10}$ , представляющую конкурентоспособность региона, и допустим, что она связана со всеми вершинами  $q_1$ – $q_9$ . Каждая из вершин  $q_1$ – $q_9$  связана с вершинами, которые являются «листовыми» и описываются контролируемыми показателями, данные значений которых получены из статистики [21]. Каждая из вершин  $q_1$ – $q_9$  образует топологию типа звезды для связанных с ней «листовых» показателей.

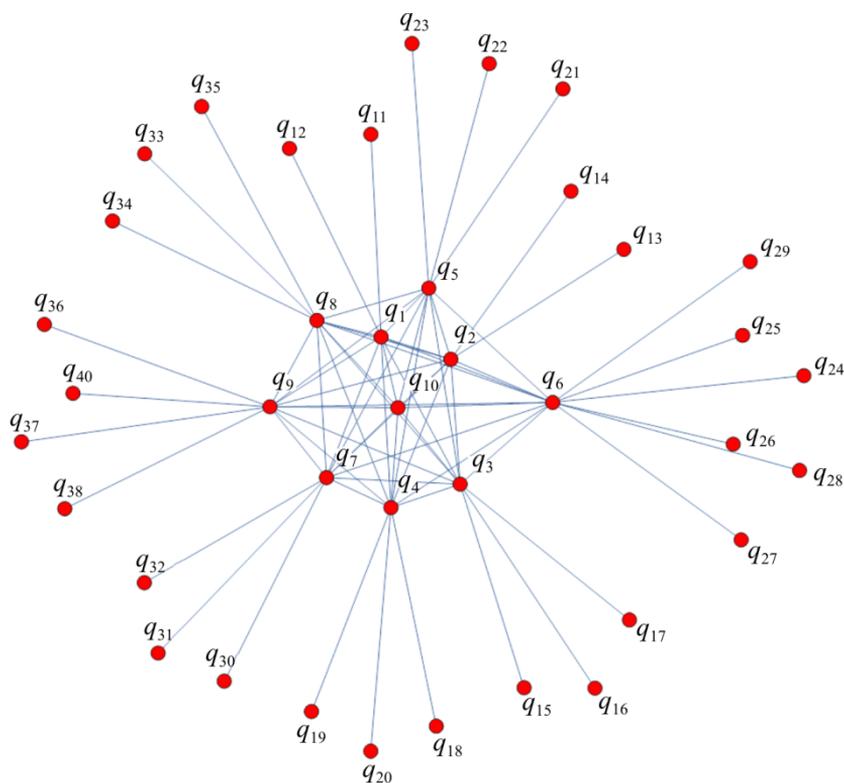


Рис. 1. Трансформация причинно-следственного графа «конкурентоспособность региона» [15] в сетевой граф, не являющийся графом состояний

На рис. 1 представлен результат трансформации причинно-следственного графа, полученного для анализа конкурентоспособности регионов Российской Федерации методом решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова – Чепмена, для использования в КФС.

#### 4. Интерпретация статусных функций в узлах графа

Будем интерпретировать статусные функции (СФ) в листовых вершинах по следующим соображениям.

1. Для «листовых» вершин. Здесь СФ является комплексно-значной функцией. Амплитуда СФ определяется на основе данных официальной статистики [12, 13]. Возможны следующие уровни оценки:

- а) низкий – средний – высокий;
- б) плохой – удовлетворительный – хороший – отличный;
- в) низкий – ниже среднего – средний – выше среднего – высокий.

Для них ставится в соответствие ортонормированная функция. Эти функции подобны функциям «чистых состояний» в квантовой механике. Однако в нашем случае эти функции вначале будут перемешаны, так как в зависимости от числового диапазона измерения показателя социально-экономической деятельности региона может быть выбран один из трех возможных уровней оценивания. Таким образом, результат, основанный на ортонормированных функциях, сразу будет перемешан.

Допустим, вероятности их изменений могут быть интерпретированы как функции принадлежности. Проведем нормировку функций принадлежности методами Грамма – Шмидта и получим наборы ортонормированных знакопеременных функций. Эти знакопеременные функции могут представлять аналог вероятности реализации наблюдаемого значения. Они могут быть приписаны соответствующему состоянию по аналогии с функциями принадлежности. Кроме того, они ортонормированы и могут быть использованы как аналог квантово-механических функций чистых состояний. Комплексная часть  $e^{2\pi ikr}$  формируется из сравнения тенденции изменения за последние 3 года. Устойчивая тенденция к ухудшению показателя –  $k = -1$ , незначительное ухудшение –  $k = -0,33$ , отсутствие изменений –  $k = 0$ , незначительное ухудшение –  $k = 0,33$ , устойчивая тенденция к улучшению показателя –  $k = 1$ .

Допустим, при оценке состояний используется три возможных значения: низкий – средний – высокий:

$$\Psi_{\text{низкий}} = 3,376\ 19(e^{-50(r+0,14)^2} - 0,580\ 252e^{-22,2222r^2}); \quad (1)$$

$$\Psi_{\text{средний}} = 1,9394 e^{-22,2222r^2}; \quad (2)$$

$$\Psi_{\text{высокий}} = 1,376\ 68 e^{-(14-50r)r} + 1,871\ 05e^{(14-50r)r} - 5,021\ 17e^{-22,2222r^2}. \quad (3)$$

Комплексная часть задает направление смещения значения математического ожидания по  $r$ . Введенная по аналогии с теорией нечетких множеств базисная переменная  $r$  характеризует пространство перемешивания или взаимовлияния показателей.

Введем зависимость от времени. Допустим, она подобна зависимости от времени для производственной функции Кобба – Дугласа [22, 23]. Однако поставлена задача сформировать колебательную функцию, подобную квантово-механической функции. Тогда логично ожидать зависимость от времени, несколько отличную от модели Кобба – Дугласа. Представим ее в виде  $e^{-i\varepsilon t}$ , где  $\varepsilon$  – это некоторая постоянная.

Таким образом, предположим, что некоторый параметр системы параметров конкурентоспособности региона может быть представлен статусной функцией, которую измеряем при сборе статистических данных. Причем СФ в некотором смысле аналогична волновой функции «чистых состояний» квантово-механической частицы. Эта функция для свободной квантово-механической частицы представима в виде

$$f(r, t) = C(t)\psi(r)e^{-(i\varepsilon t - 2\pi k r)}, \quad (4)$$

где  $r$  – координата в некотором пространстве,  $t$  – время,  $C(t)$  – зависимость амплитуды от времени,  $\psi(r)$  – характеристика максимума СФ в пространстве перемешивания параметров,  $\varepsilon$  – некоторая постоянная,  $k$  – характеристика, связанная с «импульсом» исследуемого объекта. Энергия частицы пропорциональна  $k^2$ . Таким образом, ее приближенный вид может быть получен из уравнения потоков.

2. Для интегральных показателей  $q_1$ – $q_{10}$ . Каждая из вершин  $q_1$ – $q_9$  связана с вершинами, которые являются «листовыми» и описываются контролируемыми показателями, значения которых получены из данных статистики [21]. Следовательно, переменные  $q_1$ – $q_9$  должны быть получены из входящих в них показателей. Значение показателя  $q_{10}$  должно быть получено из набора показателей  $q_1$ – $q_9$ . Приступим к их формированию на основе математической модели.

## 5. Разработка математической модели оценки конкурентоспособности регионов

Спроектируем уравнения для интегральных показателей на основе оптико-электрической аналогии. Будем исходить из выдвинутого предположения, что каждый контролируемый показатель изменяется по некоторому сложному гармоническому закону. Эта идея вполне соответствует современным идеям циклических колебательных процессов в экономике [24].

Пусть конкурентоспособность региона является комплексной величиной и зависит от себя по закону Мальтуса. Ограничение связано с ее комплексной частью. На конкурентоспособность положительно влияет управленческое воздействие. Это также можно считать гипотезой, так как можно доказать, что именно управленческое воздействие позитивно влияет на рост конкурентоспособности. Возможно и негативное воздействие. Допустим, что управленческое воздействие влияет позитивно.

Пусть вместо конкурентоспособности в правой части уравнения будет использована ее зависимость от суммы составляющих ее девяти промежуточных показателей. Каждый из этих показателей представлен интегро-дифференциальным уравнением для самого интегрального показателя, который в правой части уравнения будем использовать как сумму неизвестного показателя и его частного значения, представленного полиномом. Полином получен в результате интерполяции реальных статистических данных, описывающих листовые показатели графа на рис. 1. При этом для каждого из входящих в структуру причинно-следственного графа промежуточных показателей использованы показатели, формирующие именно его ветвь. Например, для промежуточного интегрального показателя «Инновационные» используются листовые показатели «Численность исследователей, имеющих ученую степень, по субъектам Российской Федерации», «Внутренние затраты на научные исследования и разработки по субъектам Российской Федерации», «Уровень инновационной активности организаций», «Объем инновационных товаров, работ, услуг» (рис. 2).

Таким образом, приступим к формированию системы уравнений для оценки конкурентоспособности региона.

Для корневого узла  $q_{10}$ :

$$\frac{df(t)}{dt} = \alpha \left( i\beta \sum_{j=1}^9 q_j(t) - \sum_{j=1}^9 q_j(t) + p(t) \right).$$

Для промежуточных узлов первого уровня, являющихся следствиями причин  $q_1$ – $q_9$ :

$$\begin{aligned} \frac{dq_k(t)}{dt} = \alpha \left( i\beta \left( q_k(t) + \int_{-1}^1 \left( \sum_{i=1}^k q_j(t) \psi_j(r) \right) dr + \text{polimom}_k(t) \right) - q_k(t) \right. \\ \left. - \int_{-1}^1 \left( \sum_{i=1}^k q_j(t) \psi_j(r) \right) dr - \text{polimom}_k(t) + p(t) \right). \end{aligned}$$

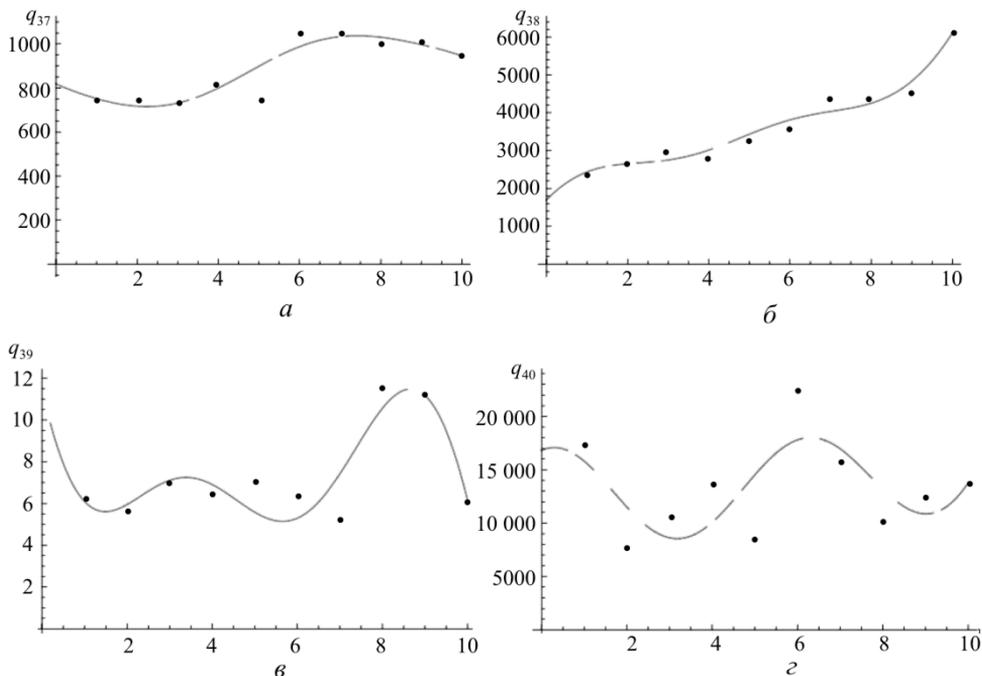


Рис. 2. Нормированные значения показателей (представлены точками):  $a$  – численность персонала, занятого научными исследованиями и разработками  $q_{37}$ ;  $б$  – внутренние затраты на исследования и разработки  $q_{38}$ ;  $в$  – затраты на технологические инновации  $q_{39}$ ;  $з$  – объем инновационных товаров  $q_{40}$ ; получены из данных работы [13] для Саратовской области за период 2010–2019 гг., сплошная линия – результаты интерполяции статистических данных

Добавим управленческое воздействие:

$$\frac{dp(t)}{dt} = \gamma(i\delta p(t) - p(t) + w(t)f(t)).$$

Введем описание социально-экономической среды:

$$\frac{dw(t)}{dt} = \chi \left( A - w(t) - \frac{1}{2} (f^*(t)p(t) + f(t)p^*(t)) \right),$$

где  $f(t)$  – СФ для интегрального показателя конкурентоспособности региона  $q_{10}$ ;  $q_k$  – функции для каждого из интегральных показателей  $q_1$ – $q_9$ ;  $\text{polinom}_k$  – полином, полученный в результате интерполяции статистических данных за период 2009–2019 гг.;  $p(t)$  – СФ, характеризующая управленческое воздействие;  $w(t)$  – СФ, описывающая среду,

в которой функционирует регион;  $\alpha$  – скорость релаксации обучаемого к исходному состоянию;  $\beta$  – коэффициент взаимодействия управления с управляемой системой;  $\gamma$  – скорость рефлексии и восстановления управленческой системы для возможности принимать управленческие воздействия;  $\delta$  – коэффициент взаимодействия управляющей системы с управляемой;  $\chi$  – скорость восстановления (релаксации) среды;  $A$  – характеристика порогового состояния социально-экономической среды; «\*» обозначает символ комплексного сопряжения.

### 6. Анализ результатов численного моделирования для листовых вершин

Рассмотрим пример формирования СФ для листовых вершин для одной из групп параметров «Инновационные» ( $q_9$ ). СФ предположим в виде уравнения (4). Приведем нормированные значения данных статистики для Саратовской области. На основе статистических данных (таблица) построим  $\text{rolimom}_k(t)$  (см. рис. 2). Характеристика перемещения показателей имеет три возможных значения (1)–(3), соответствующий вид функции представлен на рис. 3. Направление тренда смещения задается возможными значениями, которые получены из сравнения с данными других регионов соответствующего кластера и могут иметь значения: «Высокие значения показателя, растет последние 3 года, более чем на 10 % превышает аналогичный показатель по соседним регионам», «Высокие значения, изменения в течение 3 лет в пределах погрешности», «Высокие значения показателя, растет последние 3 года». Для них  $k = -1, k = 0, k = +1$ .

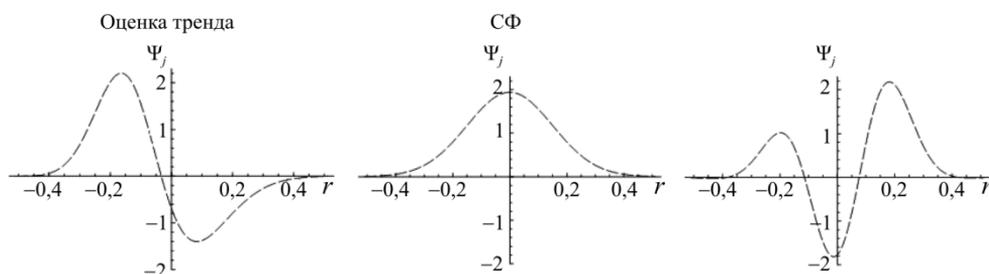


Рис. 3. Вид  $\psi(r)$  для низкого, среднего и высокого значений лингвистического термина оценки

Значения показателей группы параметров «Инновации»

| Год  | Численность персонала, занятого научными исследованиями и разработками $q_{37}$ | Внутренние затраты на исследования и разработки $q_{38}$ | Затраты на технологические инновации $q_{39}$ | Объем инновационных товаров $q_{40}$ |
|------|---|--|---|--------------------------------------|
| 2010 | 729   | 2365,275   | 6,4   | 17 222,125                           |
| 2011 | 753   | 2693,1602  | 5,5   | 7713,7124                            |
| 2012 | 741   | 3020,6738  | 7   | 10 617,418                           |
| 2013 | 823   | 2843,242   | 6,4   | 13 180,746                           |
| 2014 | 778   | 3298,273   | 6,8   | 8484,9                               |
| 2015 | 1055  | 3577,7   | 6,3   | 23 177,377                           |
| 2016 | 1067  | 4387,7   | 4,8   | 16 065,337                           |
| 2017 | 994   | 4464   | 11,794 872                                    | 10 348,813                           |
| 2018 | 1014  | 4484,3   | 11,157 718                                    | 12 833,643                           |
| 2019 | 939   | 6209,6   | 6,1   | 13 457,747                           |

Проведем интерполяцию данных таблицы и получим следующие выражения:

$$\text{For } \text{polimom}_{37} = 655,127 e^{-0,1t} + 32,1817 e^{-it} + 32,1817 e^{it} - i274 196 e^{-0,1it} + q_{37} + i274 196 e^{0,1it} + i139 778 e^{-0,2it} - 139 778 e^{0,2it}.$$

$$\text{For } \text{polimom}_{38} = -46 479,8 e^{-0,1t} + 169,581 e^{-it} + 169,581 e^{it} + q_{38} + i1,082 44 \cdot 10^7 e^{-0,1it} - i1,082 44 \cdot 10^7 e^{0,1it} - i5,50185 \cdot 10^6 e^{-0,2it} - i5,50185 \cdot 10^6 e^{0,2it} + 47 838,5 e^{-0,001t}.$$

$$\text{For } \text{polimom}_{39} = 4899 e^{-0,1t} - 537,115 e^{-it} - 537,115 e^{it} - q_{39} - i3,379 43 \cdot 10^6 e^{-0,1it} + i3,379 43 \cdot 10^6 e^{0,1it} + i1,713 22 \cdot 10^6 e^{-0,02it} - i1,713 22 \cdot 10^6 e^{0,02it}.$$

$$\text{For } \text{polimom}_{40} = 1436,1 e^{-0,1t} + 2226,6 e^{-it} + 2226,6 e^{it} + q_{40} + i4,290 35 \cdot 10^6 e^{-0,1it} - i4,290 35 \cdot 10^6 e^{0,1it} - i2,126 88 \cdot 10^6 e^{-0,02it} + i2,126 88 \cdot 10^6 e^{0,02it}.$$

### Выводы

Таким образом, можно выдвинуть гипотезу о возможности добавления к СФ [16] множителя в виде  $e^{-it}$ . Эта зависимость прослеживается из результатов интерполяции. Собственно, функция является

зависящей от полной энергии системы, которую невозможно получить из одного параметра. Как минимум необходимо сформировать полную систему контролируемых показателей, однако этого недостаточно. Нельзя гарантировать, что список контролируемых показателей в действительности полностью будет описывать систему конкурентоспособности региона Российской Федерации или для полной системы всех регионов эта система также окажется приближительной, поскольку в действительности система является открытой и обменивается, как киберфизическая система, энергией с окружающей средой. Таким образом, на настоящем этапе моделирования конкурентоспособности регионов России необходимо согласиться с приближительностью представления энергии. Несомненным достоинством модели является предположение, что энергия у системы имеется.

Во-вторых, необходимо определиться, какие данные доступны для анализа. На основе баз данных, таких как Российский статистический ежегодник, Социально-экономические показатели [21] и ИАС FIRA PRO, проведен сбор данных. В результате разработана информационно-аналитическая база для дальнейшего исследования, отличающаяся использованием структур данных с систематизацией показателей в цепочке причинно-следственных событий и объединением их в интегральные показатели, что позволило использовать эту информацию в разработанных методах алгоритмизации анализа данных с ориентацией на создание интеллектуальной информационной системы определения рисков, связанных с поддержанием и развитием региональной конкурентоспособности.

В-третьих, получена сложная система, поэтому целесообразно использовать ее для фрагментарного анализа. В связи с этим разработаны методика, алгоритмы и математические модели на основе уравнений Колмогорова – Чепмена, Кобба – Дугласа, уравнений динамики квантовых генераторов и оптико-электрической аналогии.

Такая сложная трансформация, основанная на предварительных оценках конкурентоспособности на основе уравнений Колмогорова – Чепмена, исходит из понимания, что в системах уравнений Колмогорова – Чепмена рассматриваются марковские процессы. На практике оценка цепей Маркова является предметом компромисса между увеличением количества наблюдений для получения надежных оценок и увеличением вероятности нарушения свойства Маркова. Когда стре-

мимся повысить точность, вынуждены отказаться от используемой модели. Однако без первоначальной модели нельзя развивать математические модели, предназначенные для разработки методологических и аналитических инструментов с целью оценки динамики рисков конкурентоспособности регионов России средствами искусственного интеллекта для КФС. Развитие модели основано на аналогиях квантово-электрических волновых функций и функций принадлежности теории нечетких множеств. Для отдельных социальных процессов хорошо зарекомендовал себя новый метод статусных функций, который позволяет учесть перекрестность и взаимовлияние отдельных показателей. Проведена модификация уравнений Колмогорова – Чепмена для использования статусных функций с целью оценки отдельных показателей.

Таким образом, показана возможность применения численных методов нелинейной динамики с целью анализа конкурентоспособности регионов РФ, отличающаяся использованием метода статусных функций, что позволяет учесть перекрестность и взаимовлияние параметров рисков конкурентоспособности для использования в системах поддержки принятия решений «Оригинальные методы, не имеющие аналогов в современной литературе». Результаты работы предназначены для использования при разработке математических моделей соответствующих систем мониторинга и противодействия нарушению устойчивого функционирования и развития регионов РФ с применением современных математических моделей и информационных технологий при автоматизации поддержки принятия решений в социально-экономических системах [25–27].

В результате получено описание временной и логической структуры инструментов оценки динамики рисков конкурентоспособности, собраны и структурированы статистические данные, апробированы математические модели, которые положены в основу программ для дальнейшей разработки методологических и аналитических инструментов с целью оценки динамики рисков конкурентоспособности средствами искусственного интеллекта.

### **Благодарность**

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-010-00465.*

### Список литературы

1. Porter M. The economic performance of regions // *Regional Studies*. – 2008. – Vol. 37, iss. 6–7. – P. 549–578. DOI: 10.1080/0034340032000108688
2. The Sustainable Competitiveness Report. – 8<sup>th</sup> ed. – Zurich, Seoul: SolAbility Sustainable Intelligence, 2019. – URL: <https://solability.com/download/global-sustainable-competitiveness-index-2019/> (accessed 29 July 2021).
3. The atlas of economic complexity / R. Hausmann, C.A. Hidalgo, S. Bustos, M. Coscia [et al.]. – Boston: MIT Press, 2014. – 368 p.
4. Huggins R., Izushi H., Thompson P. Regional competitiveness: theories and methodologies for empirical analysis // *Journal of CENTRUM Cathedra*. – 2013. – Vol. 6, no. 2. – P. 155–172. DOI: 10.7835/JCC-BERJ-2013-0086
5. Regional index of competitiveness of russian regions / E. Nezhivenko, S. Golovikhin, T. Dubynina, A. Dolinskaia // *Proceedings of the 31st IBIMA Conference Innovation Management and Education Excellence through Vision 2020*, Milan, Italy, 25–26 April 2018. – Milan, Italy, 2020. – P. 4921–4932.
6. Ломов Е.Е. Конкурентоспособность региона: элементы, индикаторы, механизмы оценки // *Известия вузов. Поволжский регион*. – 2015. – № 1. – С. 105–113.
7. Мазилкина Е.И., Паничкина Г.Г. Основы управления конкурентоспособностью. – М.: Омега-Л, 2009. – 328 с.
8. Forecast of the impact of human resources on the effectiveness of the petrochemical cyber-physical cluster of the samara region / N. Baykina, P. Golovanov, M. Livshits, E. Tuponosova // *Studies in Systems, Decision and Control [Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society]* / ed. by A.G. Kravets, A.A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – 2021. – Vol. 333. – P. 115–127. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_10
9. Cyber-social system as a model of narrative management / A. Davtian, O. Shabalina, N. Sadovnikova, D. Parygin // *Studies in Systems, Decision and Control [Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society]* / ed. by A.G. Kravets, A.A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – 2021. – Vol. 333. – P. 115–127. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_1
10. Stimson R.J., Stough R.R., Roberts B.H. Regional economic development: analysis and planning strategy. – 2<sup>nd</sup> ed. – New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. – 452 p. DOI 10.1007/3-540-34829-8
11. Ketels C. Recent research on competitiveness and clusters: what are the implications for regional policy? // *Cambridge Journal of Regions, Economy and Society*. – 2013. – Vol. 6 (2). – P. 269–284.
12. EU Regional Competitiveness Index, RCI. – URL: [https://ec.europa.eu/regional\\_policy/sources/docgener/work/201701\\_regional\\_competitiveness2016.pdf](https://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/work/201701_regional_competitiveness2016.pdf) (accessed 14 April 2021).

13. Regional Innovation Scoreboard, RIS. – URL: [https://ec.europa.eu/regional\\_policy/sources/docgener/work/201701\\_regional\\_competitiveness2016.pdf](https://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/work/201701_regional_competitiveness2016.pdf) (accessed 11 February 2021).

14. Bolshakov A., Veshneva I., Lushin D. Mathematical model of integration of cyber-physical systems for solving problems of increasing the competitiveness of the regions // *Studies in Systems, Decision and Control [Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society]*. – 2021. – Vol. 333. – P. 129–139. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_11

15. Veshneva I., Chernyshova G., Bolshakov A. Regional competitiveness research based on digital models using kolmogorov – chapman equations // *Studies in Systems, Decision and Control [Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society]*. – 2021. – Vol. 333. – P. 141–154. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_12

16. Вешнева И.В., Чистякова Т.Б., Большаков А.А. Метод обработки интерпретации данных измерения взаимодействий в образовательной среде на основе статусных функций // *Труды СПИИРАН*. – 2016. – Вып. 6 (49). – С. 144–166. DOI: 10.15622/sp.49.8

17. Martin A., Wellman B. Social network analysis: an introduction // *The Sage Handbook of Social Network Analysis* / ed. by J. Scott, P.J. Carrington. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2011. – P. 11–25.

18. Borisova L., Borisova D. Study of regional stability by amplitude-frequency method // *E3S Web of Conferences [XIV International Scientific and Practical Conference “State and Prospects for the Development of Agribusiness – INTERAGROMASH 2021”]*, Rostov-on-Don, Russia, 24–26 February 2021]. – 2021. – Vol. 273. – Art. 08104. DOI: 10.1051/e3sconf/202127308104

19. Selyutina L., Pesotskaya E., Hakimov A. Competitive partnership in the context of strategic management of construction companies competitiveness // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science [International Baikal Investment and Construction Forum “Spatial Restructuring of Territories” 4 December 2020, Irkutsk, Russian Federation]*. – 2021. – Vol. 751, iss. 1. – Art. 012173. DOI: 10.1088/1755-1315/751/1/012173

20. Podgorskaya S., Schitov S. Model for assessing the competitiveness of rural areas in the region in the new economic conditions // *E3S Web of Conferences [Innovative Technologies in Science and Education (ITSE-2020), Divnomorskoe village, Russian Federation, 19–30 August 2020]*. – 2020. – Vol. 210. – Art. 14001. DOI: 10.1051/e3sconf/202021014001

21. Регионы России // *Основные социально-экономические показатели – 2019: сайт / Федер. служба гос. стат.* – URL: [https://gks.ru/bgd/regl/b19\\_14p/Main.htm](https://gks.ru/bgd/regl/b19_14p/Main.htm) (дата обращения: 24.04.2020).

22. Barlow J., Vodenska I. Socio-economic impact of the COVID-19 pandemic in the U.S. // *Entropy*. – 2021. – Vol. 23, iss. 6. – Art. 673. DOI: 10.3390/e23060673

23. Wichmann B., Wichmann R. Nonparametric estimation of a primary care production function in urban Brazil // *Health Economics Review*. – 2020. – Vol. 10. – Art. 37. DOI: 10.1186/s13561-020-00294-9

24. Акаев А.А., Садовничий В.А. Математическое моделирование глобальной, региональной и национальной динамики с учетом воздействия циклических колебаний – М.: Либроком, 2012. – С. 5–67. – (Сер. Моделирование и прогнозирование мировой динамики.)

25. Buldakova T.I., Suyatinov S.I. Assessment of the state of production system components for digital twins technology // *Studies in Systems, Decision and Control [Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling]* / ed. by A. Kravets, A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – 2020. – Vol. 259. – P. 253–262. DOI: 10.1007/978-3-030-32579-4\_20

26. Suyatinov S.I. conceptual approach to building a digital twin of the production system // *Studies in Systems, Decision and Control [Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling]* // ed. by A. Kravets, A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – 2020. – Vol. 259. – P. 279–290. DOI: 10.1007/978-3-030-32579-4\_22

27. Shcherbakov M.V., Glotov A.V. Chermisinov S.V. Proactive and predictive maintenance of cyber-physical systems // *Studies in Systems, Decision and Control [Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling]* // ed. by A. Kravets, A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – 2020. – Vol. 259. – P. 263–278. DOI: 10.1007/978-3-030-32579-4\_21

## References

1. Porter M. The Economic Performance of Regions. *Regional Studies*, 2008, vol. 37, iss. 6-7, pp. 549-578. DOI: 10.1080/0034340032000108688

2. The Sustainable Competitiveness Report, 8<sup>th</sup> edition. Zurich, Seoul, SolAbility Sustainable Intelligence, 2019, available at: <https://solability.com/download/global-sustainable-competitiveness-index-2019/> (accessed 27 July 2021).

3. Hausmann R., Hidalgo C.A., Bustos S., Coscia M. et al. The Atlas of Economic Complexity. Boston, MIT Press, 2014, 368 p.

4. Huggins R., Izushi H., Thompson P. Regional Competitiveness: Theories and Methodologies for Empirical Analysis. *Journal of CENTRUM Cathedra*, 2013, vol. 6, no. 2, pp. 155-172. DOI: 10.7835/JCC-BERJ-2013-0086

5. Nezhivenko E., Golovikhin S., Dubynina T., Dolinskaia A. Regional Index of Competitiveness of Russian Regions // *Proceedings of the 31st IBIMA Conference Innovation Management and Education Excellence through Vision 2020*, 25–26 April 2018, Milan, Italy, 2020, pp. 4921-4932.

6. Lomov E.E. Konkurentosposobnost' regiona: elementy, indikatory, mekhanizmy ocenki [*The competitiveness of the region: elements, indicators, evaluation mechanisms*]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Eko-*

*nomicheskie nauki* [News of higher educational institutions. Volga region. Economic sciences], 2015, no. 1, pp. 105-113.

7. Mazilkina E.I., Panichkina G.G. Osnovy upravleniya konkurentosposobnost'yu [Fundamentals of competitiveness management]. Moscow: Omega-L, 2008. 328 p.

8. Baykina N., Golovanov P., Livshits M., Tuonosova E. Forecast of the Impact of Human Resources on the Effectiveness of the Petrochemical Cyber-Physical Cluster of the Samara Region. *Studies in Systems, Decision and Control* [Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society. Editors Alla G. Kravets. Alexander A. Bolshakov. Maxim Shcherbakov], 2021, vol. 333, pp. 115-127. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_10

9. Davtian A., Shabalina O., Sadovnikova N., Parygin D. Cyber-Social System as a Model of Narrative Management. *Studies in Systems, Decision and Control* [Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society. Editors Alla G. Kravets. Alexander A. Bolshakov. Maxim Shcherbakov], 2021, vol. 333, pp. 115-127 DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_1

10. Stimson R.J., Stough R.R., Roberts B.H. Regional Economic Development – Analysis and Planning Strategy. 2<sup>nd</sup> Edition. New York, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. 452 p. DOI 10.1007/3-540-34829-8

11. Ketels C. Recent research on competitiveness and clusters: what are the implications for regional policy? *Cambridge Journal of Regions, Economy and Society*, 2013, vol. 6 (2), pp. 269-284.

12. EU Regional Competitiveness Index, RCI, available at [https://ec.europa.eu/regional\\_policy/sources/docgener/work/201701\\_regional\\_competitiveness2016.pdf](https://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/work/201701_regional_competitiveness2016.pdf) (accessed 14 April 2021)

13. Regional Innovation Scoreboard, RIS, available at [https://ec.europa.eu/regional\\_policy/sources/docgener/work/201701\\_regional\\_competitiveness2016.pdf](https://ec.europa.eu/regional_policy/sources/docgener/work/201701_regional_competitiveness2016.pdf) (accessed 11 February 2021).

14. Bolshakov A., Veshneva I., Lushin D. Mathematical Model of Integration of Cyber-Physical Systems for Solving Problems of Increasing the Competitiveness of the Regions. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2021, vol. 333, pp. 129-139. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_11

15. Veshneva I., Chernyshova G., Bolshakov A. Regional Competitiveness Research Based on Digital Models Using Kolmogorov-Chapman Equations. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2021, vol. 333, 2021, pp. 141-154. DOI: 10.1007/978-3-030-63563-3\_12

16. Veshneva I.V., Chistyakova T.B., Bolshakov A.A. The status functions method for processing and interpretation of the measurement data of interactions in the educational environment. *SPIIRAS Proceedings*, 2016, iss. 6(49), pp. 144-166. DOI: 10.15622/sp.49.8

17. Martin A., Wellman B. Social Network Analysis: An Introduction. In: Scott, J. and Carrington, P.J., Eds., *The Sage Handbook of Social Network Analysis*. Thousand Oaks, Sage Publications, 2011, pp. 11-25.

18. Borisova L., Borisova D. Study of regional stability by amplitude-frequency method. *E3S Web of Conferences* Conferences [XIV International Scientific and Practical Conference “State and Prospects for the Development of Agribusiness – INTERAGROMASH 2021”, Rostov-on-Don, Russia, 24–26 February 2021]. 2021, vol. 273, art. 08104. DOI: 10.1051/e3sconf/202127308104

19. Selyutina L., Pesotskaya E., Hakimov A. Competitive partnership in the context of strategic management of construction companies competitiveness. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* [International Baikal Investment and Construction Forum “Spatial Restructuring of Territories” 4 December 2020, Irkutsk, Russian Federation]. 2021, vol. 751 (1), art. 012173. DOI: 10.1088/1755-1315/751/1/012173

20. Podgorskaya S., Schitov S. Model for assessing the competitiveness of rural areas in the region in the new economic conditions. *E3S Web of Conferences* [Innovative Technologies in Science and Education (ITSE-2020), Divnomorskoe village, Russian Federation, 19–30 August 2020]. 2020, vol. 210, art. 14001. DOI: 10.1051/e3sconf/202021014001

21. Regions of Russia. Socio-economic indicators, available at: [https://gks.ru/bgd/regl/b19\\_14p/Main.htm](https://gks.ru/bgd/regl/b19_14p/Main.htm) (accessed 24 April 2020).

22. Barlow J., Vodenska I. Socio-economic impact of the covid-19 pandemic in the U.S. *Entropy*, 2021, vol. 23 (6), art. 673. DOI: 10.3390/e23060673

23. Wichmann B., Wichmann R. Nonparametric estimation of a primary care production function in urban Brazil. *Health Economics Review*, 2020, vol. 10, art. 37, DOI: 10.1186/s13561-020-00294-9

24. Akaev A.A., Sadovnichij V.A. Matematicheskoe modelirovanie global'noj, regional'noj i nacional'noj dinamiki s uchetom vozdejstviya ciklicheskih kolebanij [Mathematical modeling of global, regional and national dynamics taking into account the impact of cyclical fluctuations]. Moscow: LIBROKOM, 2012, pp. 5-67.

25. Buldakova T.I., Suyatinov S.I. Assessment of the State of Production System Components for Digital Twins Technology . *Studies in Systems, Decision and Control* [Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. In: Kravets A., Bolshakov A., Shcherbakov M. (eds)], 2020, 259, pp. 253-262. DOI: 10.1007/978-3-030-32579-4\_20

26. Suyatinov S.I. Conceptual Approach to Building a Digital Twin of the Production System. *Studies in Systems, Decision and Control* [Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. In: Kravets A., Bolshakov A., Shcherbakov M. (eds)], 2020, vol. 259, pp. 279-290. DOI: 10.1007/978-3-030-32579-4\_22

27. Shcherbakov M.V., Glotov A.V., Cheremisinov S.V. Proactive and Predictive Maintenance of Cyber-Physical Systems. *Studies in Systems, Decision and Control* [Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. In: Kravets A., Bolshakov A., Shcherbakov M. (eds)]. 2020, vol. 259, pp. 263-278. DOI: 10.1007/978-3-030-32579-4\_21

Статья получена: 29.07.2021

Статья принята: 16.09.2021

### Сведения об авторах

**Вешнева Ирина Владимировна** (Саратов, Россия) – доктор технических наук, профессор, доцент, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, e-mail: veshnevaiv@gmail.com).

**Большаков Александр Афанасьевич** (Санкт-Петербург, Россия) – доктор технических наук, профессор, Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики Института прикладной математики и механики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул. 29, e-mail: aabolshakov57@gmail.com).

### About the authors

**Irina V. Veshneva** (Saratov, Russian Federation) – Dr. Habil. in Engineering, Professor, Associate Professor, Saratov State University (83, Astrakhanskaya st., Saratov, 410012, e-mail: veshnevaiv@gmail.com).

**Alexander A. Bolshakov** (Saint-Petersburg, Russian Federation) – Dr. Habil. in Engineering, Professor, Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University (29, Polytechnic st., Saint-Petersburg, 195251, e-mail: aabolshakov57@gmail.com).

### Библиографическое описание статьи согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018:

**Вешнева, И.В.** Построение математической модели на основе оценок конкурентоспособности регионов Российской Федерации для автоматизации поддержки принятия решений в социальных структурах / И.В. Вешнева, А.А. Большаков. – текст : непосредственный. – DOI: 10.15593/2499-9873/2021.3.06 // Прикладная математика и вопросы управления = Applied Mathematics and Control Sciences. – 2021. – № 3. – С. 109–129.

### Цитирование статьи в изданиях РИНЦ:

Вешнева И.В., Большаков А.А. Построение математической модели на основе оценок конкурентоспособности регионов Российской Федерации для автоматизации поддержки принятия решений в социальных структурах // Прикладная математика и вопросы управления. – 2021. – № 3. – С. 109–129. DOI: 10.15593/2499-9873/2021.3.06

### Цитирование статьи в references и международных изданиях

#### Cite this article as:

Veshneva I.V., Bolshakov A.A. Building a mathematical model based on estimates of the competitiveness of the regions of the Russian Federation for automation support for decision-making in social structures. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2021, no. 3, pp. 109–129. DOI: 10.15593/2499-9873/2021.3.06