

DOI: 10.15593/2499-9873/2019.4.03

УДК 539.374

А.А. Адамов¹, А.А. Каменских², Ю.О. Носов²

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ АНТИФРИКЦИОННЫХ ПОЛИМЕРОВ

Выполнено экспериментальное исследование физико-механических свойств ряда современных антифрикционных материалов. Выбрано 6 полимеров и композитов на их основе, обладающих наибольшими перспективами использования в качестве антифрикционных покрытий и прослоек в контактных узлах. При экспериментальном исследовании образцов материалы показали нелинейную модель деформационного поведения. Поэтому в рамках первого приближения для описания модели поведения материала выбрана деформационная теория упругопластичности для случая активного нагружения. Построена численная модель эксперимента деформирования цилиндрических образцов в условиях стесненного сжатия. Выбрано оптимальное конечно-элементное разбиение с градиентным уменьшением размера элемента к области контакта цилиндрических образцов с плитами пресса. В рамках серии численных экспериментов установлено, что при одном уровне контактных параметров деформации образцов из современных антифрикционных композиционных материалов на 25–30 % больше, чем у других рассматриваемых полимеров; уровень максимального по модулю контактного касательного напряжения у всех рассмотренных материалов в среднем в 25 раз ниже контактного давления.

Ключевые слова: антифрикционные полимеры, свойства материалов, эксперимент, модель поведения материалов, упругопластичность, моделирование, численный эксперимент.

A.A. Adamov¹, A.A. Kamenskikh², Yu.O. Nosov²

¹Institute of Continuous Media Mechanics, Perm, Russian Federation

²Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

MATHEMATICAL MODELING OF MODERN ANTIFRICTION POLYMERS BEHAVIOR

An physico-mechanical properties experimental study of the modern antifriction materials number was performed as part of the work. The 6 polymers and composites based on them having the greatest prospects for use as antifrictional coatings and interlayers in contact nodes are selected. The materials showed a nonlinear deformation behavior model in experimental study of samples. Therefore, the deformation theory of elastic-plasticity for the active loading case is chosen to describe the material behavior model in the framework of the first approximation. A numerical model of deformation of cylindrical samples under constrained compression experiment has been constructed. The optimal finite element mesh with a gradient decrease in the element size to the contact area of the cylindrical samples with the press plates has been selected. As part of the numerical experiments series, it was established: samples deformations from modern antifriction composite materials by 25–30 % more than other polymers considered, with one level of contact parameters; the modulus of the maximum contact tangential stress of all the materials examined is on average 25 times lower than the contact pressure.

Keywords: antifriction polymers, material properties, experiment, material behavior model, elastic-plasticity, modeling, numerical experiment.

Введение

В настоящее время существует большой набор полимерных материалов российского и зарубежного производства, пригодных к использованию в качестве антифрикционных покрытий и прослоек в узлах конструкций, работающих в рамках контактного взаимодействия с трением. Такие материалы находят широкое применение в авиационной технике [1], строительстве [2], медицине [3], машиностроении [4–5] и других областях. К современным антифрикционным полимерным материалам можно отнести: композиционные антифрикционные полимерные материалы на основе фторопласта [6–9 и др.], модифицированный фторопласт [8–10], сверхвысокомолекулярные полиэтилены (СВМПЭ) российского и зарубежного производства и композиционные материалы на их основе [6, 8, 11]. Решение задач о деформационном поведении конструкций с антифрикционными покрытиями и прослойками предполагает наличие информации о свойствах и структуре материалов [6, 12]. Российские и зарубежные ученые занимаются исследованием физико-механических, химических, фрикционных и реологических свойств современных полимерных материалов и композитов на их основе [6–18 и др.]. При этом до сих пор отмечается недостаточность информации о свойствах исследуемых материалов [16, 18], что сдерживает их эффективность в использовании во многих сферах промышленности. Экспериментальное исследование свойств полимеров, используемых в качестве антифрикционных прослоек, и построение численных моделей их поведения в рамках механики контактного взаимодействия являются актуальными направлениями исследования. Поэтому в работе выполнено междисциплинарное исследование поведения современных полимерных материалов, включающее в себя: цикл экспериментальных исследований, обработку данных эксперимента с построением моделей поведения современных полимеров и численное моделирование деформационного поведения исследуемых материалов на тестовой задаче.

1. Натурный эксперимент

В Институте механики сплошных сред УрО РАН выполнен цикл экспериментальных исследований физико-механических характеристик антифрикционных материалов при сложных многоступенчатых

историях деформирования с разгрузками на испытательной машине Zwick Z100SN5A. Серия натуральных экспериментов включала (рис. 1): испытания по определению твердости материалов по Бринеллю путем вдавливания шарика диаметром 5 мм; исследования в условиях свободного сжатия, а также стесненного сжатия путем прессования в специальном приспособлении с жесткой стальной обоймой цилиндрических образцов диаметром и высотой 20 мм.

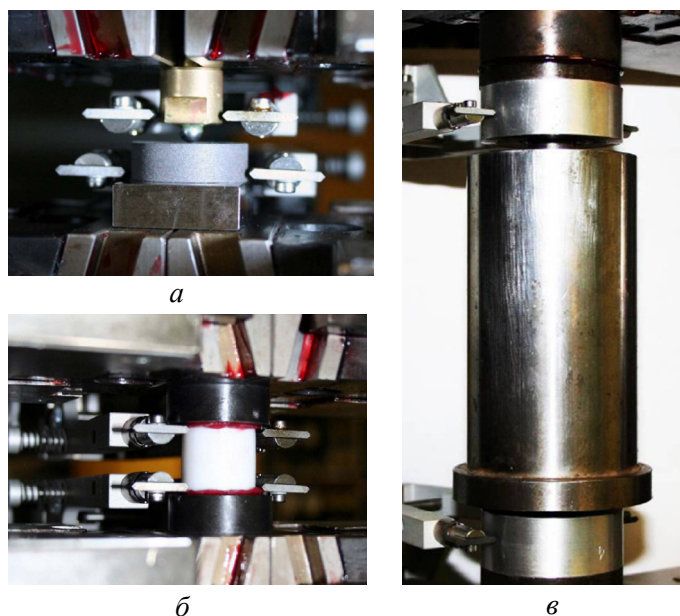


Рис. 1. Экспериментальные исследования антифрикционных полимеров: *а* – на твердость по Бринеллю; *б* – в условиях одноосного напряженного состояния; *в* – в условиях одноосного деформированного состояния

В рамках серии натуральных экспериментов было исследовано более чем 30 современных антифрикционных материалов и композиционных материалов на их основе, пригодных в той или иной мере в качестве слоев скольжения в узлах трения, таких как сферические опорные части, температурные швы и т.д. Из широкого набора материалов выбрано 6 современных антифрикционных полимеров и композитов на их основе, наиболее перспективных при использовании в узлах трения: СВМПЭ, наполненный углеродом (материал 1); СВМПЭ производства Россия (материал 2); СВМПЭ производства Германия (материал 3); антифрикционный композиционный материал на основе фторопласта

с дендритными бронзовыми включениями и дисульфидом молибдена (материал 4); антифрикционный композиционный материал на основе фторопласта со сферическими бронзовыми включениями и дисульфидом молибдена (материал 5); модифицированный фторопласт (материал 6).

Касательный модуль M и модуль упругости E были определены по результатам испытания при свободном и стесненном сжатии, согласно [19] можно вычислить другие упругие константы изотропного упругого тела, выражаются через измеренные модули. Коэффициент Пуассона определим по формуле $\nu = E/2\mu - 1$, где $\mu = E/8 \left(1 + 3M/E - \sqrt{(1 + 3M/E)^2 - 16M/E} \right)$. В таблице представлены механические характеристики упругого участка для выбранного набора современных антифрикционных материалов.

Свойства современных антифрикционных материалов

№ п/п	Антифрикционные материалы	E , МПа	ν	№ п/п	Антифрикционные материалы	E , МПа	ν
1	Материал 1	1420	0,4402	4	Материал 4	903	0,4465
2	Материал 2	1050	0,4699	5	Материал 5	860,52	0,4388
3	Материал 3	706	0,4522	6	Материал 6	863,8	0,4610

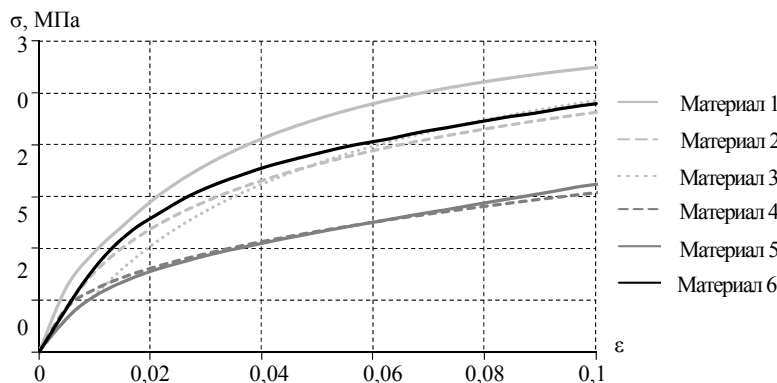


Рис. 2. Диаграммы сжатия σ - ϵ

В рамках серии натурных экспериментов установлено, что современные антифрикционные полимерные материалы и композиты на их основе проявляют нелинейные свойства. В качестве первого приближения для описания модели поведения материалов выбрана деформационная теория упругопластичности (рис. 2).

На рис. 2 представлены диаграммы сжатия σ – ε , полученные экспериментально при малых скоростях деформирования или определенные путем построения огибающих кривых при обработке диаграмм циклического свободного сжатия. В [17] установлено, что численный расчет с использованием выбранной модели поведения материалов дает хорошее количественное соответствие результатам эксперимента для случая активного нагружения.

2. Математическое моделирование

В рамках анализа влияния свойств современных антифрикционных материалов выполнено численное моделирование эксперимента на стесненное сжатие в жесткой стальной обойме цилиндрических образцов диаметром и высотой 20 мм плитами пресса.

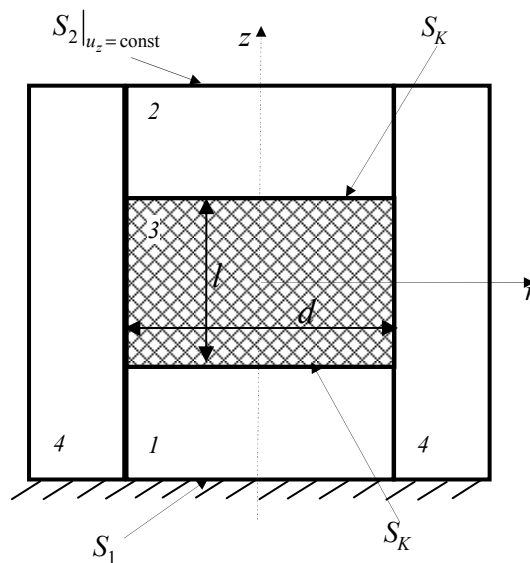


Рис. 3. Численная модель эксперимента о деформировании образца в условиях стесненного сжатия

Реализована краевая задача деформационной упругопластичности в осесимметричной постановке с учетом фрикционного контактного взаимодействия по поверхностям сопряжения плит пресса и цилиндрических образцов (рис. 3), контактное взаимодействие с жесткой стальной обоймой не учитывается.

Математическая постановка задачи контакта упругопластического полимерного материала с плитами пресса ранее описана в [17, 18] и дополняется следующими граничными условиями:

- на поверхности $S_1 - \vec{u} = 0, \vec{x} \in S_1$;
- на поверхности $S_2 - u_z = \Delta l, \sigma_{r\varphi} = 0, \vec{x} \in S_2$;
- остальные наружные поверхности являются свободными: $\hat{\sigma} \cdot \vec{n} = 0$.

Коэффициент трения «полимер – металл» выбран из справочной литературы и составляет 0,04.

3. Анализ результатов исследования

В рамках работы выполнен анализ сходимости численного решения задачи от степени дискретизации системы при максимальной деформации цилиндрического образца 10 % на примере материала 6. Рассмотрено семь вариантов конечно-элементной сетки с градиентным уменьшением размера конечного элемента к области контакта. Первый вариант конечно-элементной сетки включает билинейные четырехугольные конечные элементы с максимальным размером элемента $l/25$ на основной площади модели и минимальным размером элемента $l/75$ вблизи области контакта. Каждый последующий вариант конечно-элементной сетки уменьшает минимальный и максимальный размер конечного элемента в два раз.

Анализ сходимости конечно-элементной сетки выполнен по параметрам зоны контакта. На рис. 4 представлено распределение контактного давления на поверхности сопряжения верхней плиты пресса с цилиндрическим образцом.

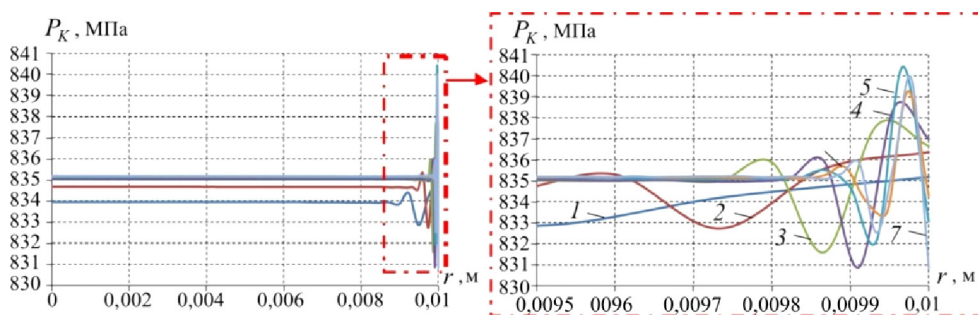


Рис. 4. Анализ сходимости P_K от степени дискретизации системы:
1–7 – варианты конечно-элементной сетки

Численное решение задачи: в качестве оптимального выбрана конечно-элементная сетка варианта 5 с максимальным размером элементов //200 на основном объеме материала и минимальным размером элемента //600 вблизи области контакта, которое дает оптимальное по точности и времени счета решение задачи.

Влияние конечно-элементного разбиения на контактное касательное напряжение должно быть более значительным. На рис. 5 представлена сходимость численного решения контактной задачи на примере контактного касательного напряжения.

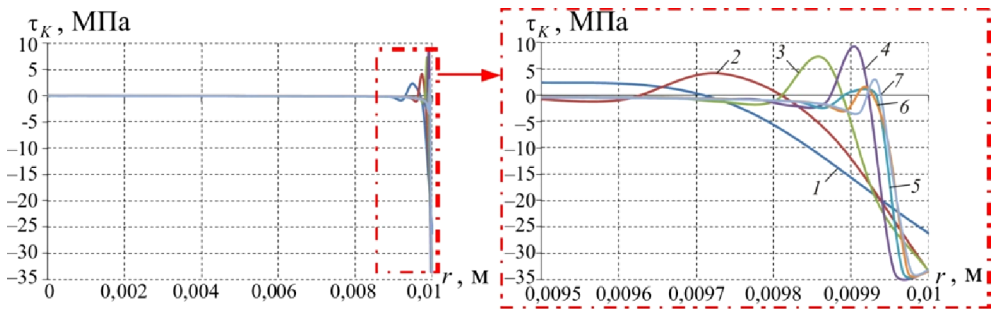


Рис. 5. Анализ сходимости τ_K от степени дискретизации системы:
1–7 – варианты конечно-элементной сетки

Изменения профиля контактного касательного напряжения начиная с варианта конечно-элементной сетки 5 незначительно, что подтверждает выбор данного варианта разбиения модели как оптимального.

Далее на выбранном варианте конечно-элементной сетки было рассмотрено влияние свойств антифрикционных полимерных материалов на параметры контакта при увеличении деформации образца до 10 %. Установлено, что на основном объеме поверхности контакта контактное давление и контактное касательное напряжение изменяется незначительно. При этом вблизи края цилиндрического образца наблюдаются максимальные пики контактных параметров, что связано со сменой контактного статуса с «полное сцепление» на «проскальзывание».

На рис. 6 представлены средние значения параметров зоны контакта при максимальном уровне деформации 10 %.

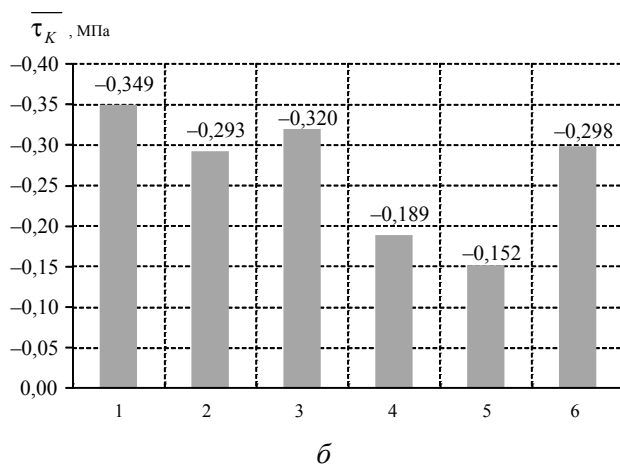
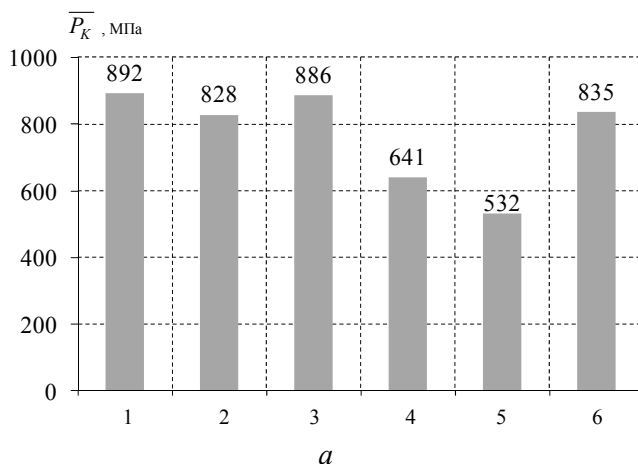


Рис. 6. Среднее значение контактных давления (а) и касательного напряжения (б) на S_{K_1} при $\varepsilon = 10\%$,
1–6 – номер материала

Все рассмотренные СВМПЭ и модифицированный фторопласт при деформации образца 10 % имеют уровень контактного давления 800–900 МПа. Уровень контактного касательного напряжения на основном объеме материала у данных материалов также отличается незначительно. При этом деформация 10 % образцов из современных антифрикционных композиционных материалов на основе фторопласта (материал 4, 5) достигается при значительно меньших уровнях контактного давления и контактного касательного напряжения. Уровень контактного давления на 25–40 % ниже, чем у СВМПЭ и модифицированного фторопласта.

На рис. 7 показана зависимость максимального уровня контактных параметров по модулю от деформации цилиндрических образцов.

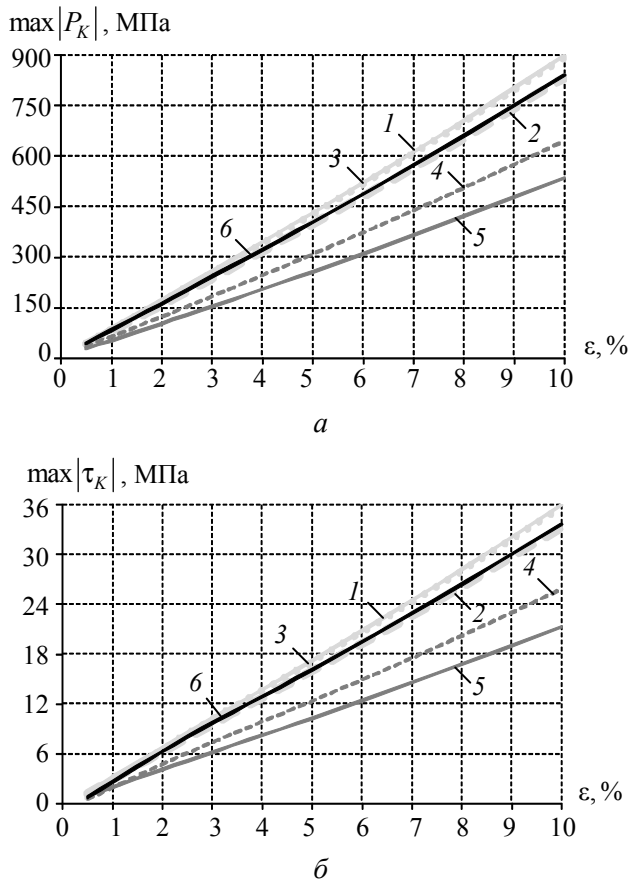


Рис. 7. Зависимость максимального уровня контактных давления (а) и касательного напряжения (б) на S_{K_1} от ε : 1–6 – номер материала

Зависимость максимального уровня контактного давления и контактного касательного напряжения от деформации образцов близка к линейному закону. Все рассмотренные СВМПЭ и модифицированный фторопласт деформируются при большем уровне контактного давления и контактного касательного напряжения, чем композиционные материалы. При одном уровне контактных параметров деформации образцов из современных антифрикционных композиционных материалов на 25–30 % больше, чем у других рассматриваемых полимеров. Максимальный уровень контактных параметров по модулю больше среднего контактного давления $\overline{P_K}$ на 0,5–0,7 %, а максималь-

ный уровень контактного касательного напряжения в среднем в 25 раз меньше контактного давления.

Заключение

В рамках работы выполнена серия экспериментальных исследований полимерных антифрикционных материалов, направленная на получение данных об их физико-механических свойствах: испытания на твердость; испытания в условиях одноосного деформированного состояния; испытания в условиях одноосного напряженного состояния. Исследования выполнены для широкого набора современных антифрикционных полимерных материалов и композитов на их основе. По результатам серии натурных экспериментов выбраны 6 материалов, которые наиболее эффективно можно использовать в узлах трения. Для описания модели поведения материалов в первом приближении выбрана деформационная теория упругопластичности, определены модуль Юнга и коэффициент Пуассона упругого участка, построены диаграммы σ – ϵ .

В рамках численного эксперимента выполнено моделирование эксперимента на стесненное сжатие цилиндрических образцов плитами пресса. В результате серии численных экспериментов установлено:

– уровень контактного давления у композиционных материалов на 25–40 % ниже при одном уровне деформации;

– уровень контактного давления всех рассмотренных СВМПЭ и модифицированного фторопласта при одном уровне деформации образцов отличается незначительно, в пределах 10 %;

– уровень максимального по модулю контактного касательного напряжения у всех рассмотренных материалов в среднем в 25 раз ниже контактного давления.

Результаты численного моделирования не противоречат результатам натурных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-08-00903).

Список литературы

1. Rakowski W.A., Zimowski S. Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings // Composites: Part B Engineering. – 2006. – Vol. 37. – P. 81–88.
2. Tribology and biophysics of artificial joints / L.S. Pinchuk, V.I. Nikolaev, E.A. Tsvetkova, V.A. Goldade. – Elsevier, 2006. – 350 p.

3. Тукашев Ж.Б., Адилханова Л.А. Исследование напряженно-деформированного состояния дорожного покрытия // Геология, география и глобальная энергия. – 2010. – № 2. – С. 163–166.

4. Explicit finite element analysis and experimental verification of a sliding lead rubber bearing / Yi. Wu, H.Wang, Ai. Li, D. Feng, B. Sha, Yu. Zhang // Journal of Zhejiang University-Science A. – 2017. – Vol. 18, № 5. – P. 363–376.

5. Localisation of a mobile robot for bridge bearing inspection / H. Peel, S. Luo, A.G. Cohn, R. Fuentes // Automation In Construction. – 2018. – № 94. – P. 244–256.

6. Yi X.-S., Du S., Zhang L. Composite Materials Engineering. Vol. 1: Fundamentals of Composite Materials. – Springer, 2018. – 765 p.

7. Fluoroplastic multi-walled carbon nanotube composites: structural, mechanical, and tribotechnical characteristics / Yu.M. Solonin, A.V. Nenakhov, A.G. Kostornov, N.I. Danilenko, V.F. Gorban', M.V. Karpets // Powder Metallurgy and Metal Ceramics. – 2014. – Vol. 52, no. 11–12. – P. 620–631.

8. Каменских А.А., Труфанов Н.А. Численный анализ напряженного состояния сферического контактного узла с прослойкой из антифрикционного материала // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – Т. 6, № 1. – С. 54–61.

9. Shelestova V.A., Grakovich P.N., Danchenko S.G., Smirnov V.A. New antifriction materials of the Fluvis group based on modified carbon fibers // Chemical and Petroleum Engineering. – 2006. – Vol. 42, no. 11–12. – P. 663–666.

10. Effect of thermal treatment on the mechanical properties and accumulation of submicrocracks in fluoroplastics / M.A. Martynov, A.Ya. Gol'dman, P.A. Il'chenko, Yu.S. Polyakov, A.I. Andreeva // Strength of Materials. – 1975. – Vol. 7, no. 11. – P. 1390–1393.

11. Gamma modification of radiation resistant fluoroplastic composite / V.I. Pavlenkoa, G.G. Bondarenkob, D.G. Tarasova, O.D. Edamenko // Inorganic Materials: Applied Research. – 2013. – Vol. 4, no. 5. – P. 389–393.

12. Mechanical and tribological properties of complex modified material based on ultra high molecular weight polyethylene and CuO / A.V. Ushakov, I.V. Karpov, L.U. Fedorov, A.A. Lepeshev // Journal of Friction and Wear. – 2014. – Vol. 35, no. 1. – P. 7–11.

13. Ermakov S.F., Myshkin N.K. Liquid-crystal nanomaterials: tribology and applications. – Springer, 2018. – 227 p.

14. Balyakina V.B., Khatipov S.A., Pilla C.K. Experimental studies of tribotechnical characteristics of radiation modified polytetrafluoroethylene to use in rotor supports // Journal of Friction and Wear. – 2015. – Vol. 36, no. 4. – P. 346–349.

15. Tribological properties of polytetrafluoroethylene modified with fullerene black in dry sliding friction / Ginzburg B.M., Tochil'nikov D.G., Shepelevskii A.A.,

Leksovskii A.M., Tuichiev Sh. // Russian Journal of Applied Chemistry. – 2006. – Vol. 79, no. 9. – P. 1518–1521.

16. Адамов А.А. Экспериментальное обеспечение и идентификация модели изотропного тела с упругой объемной сжимаемостью дисперснонаполненных композитов на основе фторопласта и сверхвысокомолекулярного полиэтилена // Конструкции из композиционных материалов. – 2013. – № 2. – С. 28–37.

17. Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Regularities interaction of elements contact spherical unit with the antifrictional polymeric interlayer // Journal of Friction and Wear. – 2015. – Т. 36, № 2. – P. 170–176.

18. Adamov A.A., Kamenskikh A.A., Nosov Yu.O. Deformational behavior of the flat sliding layer of the spherical bearing // International Journal of Civil Engineering and Technology. – 2019. – Vol. 10, iss. 5. – P. 99–107.

19. Методы прикладной вязкоупругости / А.А. Адамов, В.П. Матвеев, Н.А. Труфанов, И.Н. Шардаков / ИМСС УрО РАН. – Екатеринбург, 2003. – 411 с.

References

1. Rakowski W.A., Zimowski S. Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings. *Composites: Part B Engineering*, 2006, vol. 37, pp. 81-88.

2. Pinchuk L.S., Nikolaev V.I., Tsvetkova E.A., Goldade V.A. Tribology and biophysics of artificial joints. London, Elsevier. 2006, 350 p.

3. Tukashev ZH.B., Adilhanova L.A. Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya dorozhnogo pokrytiya [Investigation of the stress-strain state of the pavement]. *Geologiya, geografiya i global'naya energiya*, 2010, no. 2, pp. 163-166.

4. Wu Yi., Wang H., Li Ai., Feng D., Sha B., Zhang Yu. Explicit finite element analysis and experimental verification of a sliding lead rubber bearing. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A*, 2017, vol. 18, no 5, pp. 363-376.

5. Peel H., Luo S., Cohn A.G., Fuentes R. Localisation of a mobile robot for bridge bearing inspection. *Automation in Construction*, 2018, no. 94, pp. 244-256.

6. Yi X.-S., Du S., Zhang L. Composite Materials Engineering, Volume 1: Fundamentals of Composite Materials. Springer Singapore. 2018, 765 p, DOI: 10.1007/978-981-10-5696-3

7. Solonin Yu.M., Nenakhov A.V., Kostornov A.G., Danilenko N.I., Gorban' V.F., Karpets M.V. 'Fluoroplastic–multi-walled carbon nanotube' composites: structural, mechanical, and tribotechnical characteristics. *Powder metallurgy and metal ceramics*, 2014, vol. 52, no. 11-12, pp.620-631.

8. Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Chislennyj analiz napryazhennoy sostoyaniya sfericheskogo kontaktnogo uzla s proslojkoj iz antifrikcionnogo materiala [Numerical analysis of the stress state of a spherical contact system with

an interlayer of antifriction material]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnyh sred*, 2013, vol. 6, no 1, pp. 54-61.

9. Shelestova V.A., Grakovich P.N., Danchenko S.G., Smirnov V.A. New antifriction materials of the Fluvis group based on modified carbon fibers. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2006, vol. 42, no. 11–12, pp. 663-666.

10. Martynov M.A., Gol'dman A.Ya., Il'chenko P.A., Polyakov Yu.S., Andreeva A.I. Effect of thermal treatment on the mechanical properties and accumulation of submicrocracks in fluoroplastics. *Strength of Materials*, 1975, vol. 7, no. 11, pp. 1390-1393.

11. Pavlenkoa V.I., Bondarenkob G.G., Tarasova D.G., Edamenko O.D. Gamma modification of radiation resistant fluoroplastic composite. *Inorganic Materials: Applied Research*, 2013, vol. 4, no. 5, pp. 389-393.

12. Ushakov A.V., Karpov I.V., Fedorov L.U., Lepeshev A.A. Mechanical and tribological properties of complex modified material based on ultra high molecular weight polyethylene and CuO. *Journal of Friction and Wear*, 2014, vol. 35, no. 1, pp. 7-11.

13. Ermakov S.F., Myshkin N.K. Liquid-crystal nanomaterials: tribology and applications. Springer, 2018, 227 p., DOI: 10.1007/978-3-319-74769-9

14. Balyakina V.B., Khatipov S.A., Pilla C.K. Experimental studies of tribotechnical characteristics of radiation modified polytetrafluoroethylene to use in rotor supports. *Journal of Friction and Wear*, 2015, vol. 36, no. 4, pp. 346-349.

15. Ginzburg B.M., Tochil'nikov D.G., Shepelevskii A.A., Leksovskii A.M., Tuichiev Sh. Tribological properties of polytetrafluoroethylene modified with fullerene black in dry sliding friction. *Russian Journal of Applied Chemistry*, 2006, vol. 79, no. 9, pp. 1518-1521.

16. Adamov A.A. Eksperimental'noe obespechenie i identifikaciya modeli izotropnogo tela s uprugoj ob'yomnoj szhimaemost'yu dispersnonapolnennyh kompozitov na osnove ftoroplasta i sverhvyssokomolekulyarnogo polietilena [Experimental verification and identification of the models of isotropic body showing elastic volume compressibility of disperse-filled composites based on polytetrafluoroethylene and ultra-high-molecular-weight polyethylene]. *Konstrukcii iz kompozicionnyh materialov*, 2013, no. 2, pp. 28-37.

17. Kamenskih A.A., Trufanov N.A. Regularities interaction of elements contact spherical unit with the antifrictional polymeric interlayer. *Journal of Friction and Wear*, 2015, vol. 36, no. 2, pp. 170-176.

18. Adamov A.A., Kamenskikh A.A., Nosov Yu.O. Deformational behavior of the flat sliding layer of the spherical bearing. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 2019, vol. 10, iss. 5, pp. 99-107.

19. Adamov A.A., Matveenko V.P., Trufanov N.A., Shardakov I.N. *Metody prikladnoj vyazkouprugosti [Applied viscoelastic methods]*. Yekaterinburg, Institut mekhaniki sploshnykh sred Ural'skogo otdeleniia RAN, 2003, 411 p.

Получено 10.11.2019

Сведения об авторах

Адамов Анатолий Арангалеевич (Пермь, Россия) – доктор физико-механических наук, старший научный сотрудник Института механики сплошных сред УрО РАН (614990, Пермь, ул. Академика Королёва, 1, e-mail: adamov.aa@ya.ru).

Каменских Анна Александровна (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614013, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: anna_kamenskih@mail.ru).

Носов Юрий Олегович (Пермь, Россия) – магистрант кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ura.4132@yandex.ru).

About the authors

Anatoliy A. Adamov (Perm, Russian Federation) – Dr. Habil. in Physics and Mathematics, Senior Researcher of the Institute of Continuum Mechanics, Ural Branch of RAS (614990, Perm, Academician Korolev st., 1, e-mail: adamov.aa@ya.ru).

Anna A. Kamenskih (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: anna_kamenskih@mail.ru).

Yuriy O. Nosov (Perm, Russian Federation) – Master Student, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: ura.4132@yandex.ru).