

DOI: 10.15593/2499-9873/2019.3.05

УДК 51-74

Л.Р. Сахабутдинова, О.Ю. Сметанников, Г.В. Ильиных

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА НДС КОМПОЗИЦИОННОЙ ОБОЛОЧКИ В ПРОЦЕССЕ ИЗГОТОВЛЕНИЯ

Рассматриваются ключевые этапы разработки комплексной методики для прогнозирования напряженно-деформированного состояния системы «песчано-полимерная оправка – пластиковая оболочка» в процессе термообработки с адаптацией экспериментально определенных вязкоупругих характеристик компонентов в CAE пакете ANSYS Mechanical APDL. Первым этапом решается проблема определения эффективных вязкоупругих характеристик для оболочки. Вязкоупругие характеристики определены на основе разработанной комплексной экспериментально-расчетной методики, основанной на решении краевых квазистатических задач термомеханики на представительном объеме в двух масштабных уровнях. Полученные в работе результаты, основанные на экспериментальных данных и разработанных численных методиках определения термовязкоупругих характеристик композитов, позволяют оценить вклад релаксации напряжений в оправке и оболочке на эволюцию напряженно-деформированного состояния в процессе изготовления оболочки. Также разрабатываемая методика дает возможность предсказать появление технологических дефектов и определить этапы термообработки, на которых эти дефекты возникают.

Ключевые слова: композиционные материалы, численное моделирование, термовязкоупругость, многоуровневый подход, намотка.

L.R. Sakhabutdinova, O.Iu. Smetannikov, G.V. Il'inykh

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

DEVELOPMENT OF AN INTEGRATED METHOD OF CALCULATION OF THE STRESSED-DEFORMED STATE OF THE COMPOSITION SHELL IN THE PROCESS OF MANUFACTURE

The paper discusses the key stages of developing an integrated methodology for predicting the stress-strain state of a sand-polymer mandrel-plastic shell system during heat treatment with the adaptation of experimentally determined viscoelastic characteristics of components in the CAE ANSYS Mechanical APDL package. The first stage solves the problem of determining the effective viscoelastic characteristics for the shell. Viscoelastic characteristics are determined on the basis of the developed complex experimental calculation method based on the solution of boundary quasistatic problems of thermomechanics on a representative volume at two scale levels. The results obtained in this work, based on experimental data and developed numerical methods for determining the thermo-viscoelastic

characteristics of composites, make it possible to estimate the contribution of stress relaxation in the mandrel and the shell to the evolution of the stress-strain state in the process of manufacturing the shell. Also, the developed technique makes it possible to predict the appearance of technological defects and determine the stages of heat treatment at which these defects occur.

Keywords: composite materials, numerical modeling, thermoviscoelasticity, multilevel approach, winding.

Введение

Численные исследования поведения материалов и конструкций при различных нагрузках, моделирование процессов изготовления новых материалов и конструкций из них прочно вошли в повседневные задачи не только ученых, но и инженеров. Стремление к сокращению вычислительных ресурсов на исследование и прогнозирование поведения типовых конструкций требует разработки комплексных расчетных методик. Разрабатываемые методики должны учитывать особенности термомеханического поведения материалов, условия взаимодействия отдельных элементов конструкций, особенности исследуемых процессов.

В связи с широким распространением применения различных оболочек из композиционных материалов перед исследователями встала проблема моделирования процесса изготовления подобных оболочек для прогнозирования остаточных напряжений в них, которые могут привести к изменению формы и возникновению скрытых дефектов, снижающих прочностные характеристики оболочки. Для получения достоверных результатов моделирования необходимо разрабатывать адекватные модели поведения материалов, которые позволят с достаточной точностью оценить прочностные характеристики, не используя при этом лишние вычислительные ресурсы.

В представленной работе представлены подходы к разработке комплексной методики для моделирования основных технологических этапов изготовления оболочки вращения, полученной методом непрерывной намотки. В ходе намотки образуется новый композиционный материал, который обладает анизотропией термомеханических свойств, кроме того, из-за явного вязкоупругого поведения материала матрицы конечный материал целесообразно рассматривать в рамках теории термовязкоупругости.

Вопросами прогнозирования свойств композиционных материалов, полученных методом намотки, исследователи занимаются на протяжении последних десятилетий, и этой проблеме посвящено множество публикаций и изданий. В работе [1] предложен подход, основан-

ный на методах строительной механики и теории упругости, который позволяет получить эффективные упругие характеристики для трансверсально-изотропного материала. В ряде работ [2, 3] предложен подход по численному прогнозированию анизотропных упругих свойств рассматриваемого материала. В работах авторами [4, 5] был предложен подход для прогнозирования вязкоупругих анизотропных свойств однонаправленных композиционных материалов. Но данный метод прогнозирования вязкоупругих анизотропных свойств нельзя реализовать в коммерческих пакетах конечно-элементного анализа, так как заложенные в них модели вязкоупругости позволяют учитывать только одно ядро релаксации.

На основе вышеизложенного была поставлена задача разработать комплексную методику для численного моделирования процесса изготовления композиционной оболочки с учетом термовязкоупругого поведения материалов главных конструктивных элементов. Методика разрабатывается с требованием универсальности и возможности применения к определенному типу конструкций.

1. Концептуальная постановка

На рис. 1 представлены основные функциональные элементы конструкции: вал 1, обеспечивающий установку в намоточный станок и проведение операции намотки; формообразующие песчаные элементы 2, которые задают профиль оболочки 3, а также обеспечивают устойчивость к действующим нагрузкам и продольный размер.

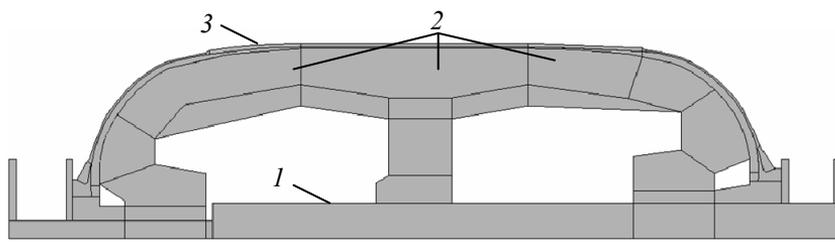


Рис. 1. Основные функциональные элементы моделируемой конструкции

Процесс изготовления делится на два ключевых этапа: намотка высокомодульных лент на формообразующую оправку, затем для полимеризации связующей матрицы конструкция отправляется в печь,

оснащенную агрегатом рециркуляционного подогрева, который обеспечивает условия конвективного теплообмена. Для моделирования такого процесса в пакете конечно-элементного анализа поэтапно реализуется три типа задач. На первом этапе решается задача нестационарной теплопроводности для определения температурных полей в конструкции в процессе термообработки. На втором этапе определяется напряженно-деформированное состояние конструкции в процессе намотки, главные усилия обусловлены силой натяжения лент. На третьем этапе решается квазистатическая задача механики деформируемого твердого тела, в которой в качестве начальных условий заданы остаточные напряжения от намотки, и в каждый момент времени передается распределение температуры в конструкции как объемная нагрузка.

2. Математическая постановка

Задача о моделировании технологического процесса включает в себя два набора уравнений для описания реализуемых типов задач.

Первый набор уравнений для описания задачи нестационарной теплопроводности в общем виде включает [6]:

– нестационарное уравнение теплопроводности

$$\rho \cdot c \frac{\partial T(\mathbf{X}, t)}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad}(T(\mathbf{X}, t))), \mathbf{X} \in V;$$

– начальные условия:

$$T(\mathbf{X}, 0) = T_0;$$

– граничные условия:

$$\lambda \cdot \mathbf{n} \cdot \operatorname{grad}T(\mathbf{X}, t) = \alpha_T (T(\mathbf{X}, t) - T_{cp}(t)), \mathbf{X} \in S_T,$$

$$\mathbf{n} \cdot \operatorname{grad}T(\mathbf{X}, t) = 0, \mathbf{X} \in S_0,$$

где ρ – плотность; c – теплоемкость; $T(\mathbf{X}, t)$ – нестационарное температурное поле; \mathbf{X} – радиус-вектор произвольной точки тела, имеющий компоненты $x_i (i = 1, 2, 3)$; λ – коэффициент теплопроводности; t – время, T_0 – начальная температура, где \mathbf{n} – вектор нормали к плоскости с компонентами n_i ; α_T – коэффициент конвективного теплообмена

с окружающей средой, имеющей температуру T_{cp} ; S_T – граничная область с условиями конвективного теплообмена; S_0 – с отсутствием теплообмена.

Второй набор уравнений для описания термовязкоупругой квазистатической краевой задачи механики деформируемого твердого тела без учета объемных сил включает [7]:

– уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j}(\mathbf{X}, t) = 0, \mathbf{X} \in V;$$

– физические соотношения

$$\sigma_{ij}(\mathbf{X}, t) = \sigma_{ij}^0(\mathbf{X}, t) + \int_0^t R'_{ijkl}(\mathbf{X}, t - \tau) d\varepsilon^*_{kl}(\mathbf{X}, \tau), \mathbf{X} \in V,$$

$$\varepsilon^*_{ij}(\mathbf{X}, t) = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^T(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in V;$$

– геометрические соотношения

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{X}, t) = \frac{(u_{i,j}(\mathbf{X}, t) + u_{j,i}(\mathbf{X}, t))}{2}, \mathbf{X} \in V;$$

– начальные условия

$$\sigma_{ij}(\mathbf{X}, 0) = \sigma_0, \mathbf{X} \in V;$$

– граничные условия

$$u_i(\mathbf{X}, t) = U_i(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in S_u;$$

$$\sigma_{ij}(\mathbf{X}, t) \cdot n_j = P_i, \mathbf{X} \in S_\sigma,$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – тензоры напряжений и деформаций; $\varepsilon_{ij}^T(\mathbf{X}, t) = \alpha_{ij} \Delta T$ – температурные деформации, α_{ij} – тензор коэффициентов температурного расширения; $R'_{ijkl}(t)$ – тензор функций релаксации; u_i – компоненты вектора перемещений; ΔT – изменение температуры; σ_0 – начальные напряжения; U_i – заданные перемещения на части границы S_u ; P_i – заданные поверхностные силы на границе S_σ ($S_u \cup S_\sigma \equiv S$).

Для моделирования этапа намотки температурные деформации отсутствуют, так как намотка осуществляется при постоянной температуре окружающей среды.

Все рассматриваемые материалы считаются линейно вязкоупругими и термореологически простыми [8]. Операторные ядра функций релаксации материалов аппроксимированы суммой экспонент:

$$R(t) = E_0 \left[\frac{E_\infty}{E_0} + \sum_{i=1}^{N_c} c_i \exp\left(-\frac{t}{\beta_i}\right) \right], \quad (1)$$

где E_0 , E_∞ – мгновенный и длительный модули материала; t – время; c_i , β_i – коэффициенты аппроксимации обобщенной функции релаксации.

Уравнение связи между продольными напряжениями и деформацией при одноосном нагружении при постоянной температуре имеет вид

$$\sigma(t) = \int_0^t \left[E_\infty + E_0 \sum_{i=1}^{N_c} c_i \exp\left(-\frac{t-\tau}{\beta_i}\right) \right] d\varepsilon(\tau),$$

где $\bar{\beta}_i = \frac{\beta_i}{a_T}$, $\lg a_T = \frac{C_1(T - T_b)}{C_2 + (T - T_b)}$; a_T – коэффициент температурно-временного сдвига по модели Вильямса – Ланделла – Ферри [8]; T , T_b – текущая температура и температура приведения.

3. Определение эффективных вязкоупругих свойств оболочки

Для определения эффективных вязкоупругих свойств оболочки применяется многоуровневый подход. Последовательно рассматриваются задачи построения функций релаксации и коэффициентов модели температурно-временного сдвига для органоволокна, органопластика и пакета, состоящего и слоев разнонаправленного пластика.

В качестве исходных данных для определения вязкоупругих характеристик волокна выступают результаты аппроксимации экспериментальных кривых продольной релаксации органопластика и эпоксидного связующего, полученных при различных температурах.

При моделировании механических свойств органоволокна считаем данный материал изотропным и термореологически простым. Для получения функции релаксации материала волокна воспользуемся из-

вестными соотношениями для определения эффективного продольного модуля однонаправленно-армированного композиционного материала в операторной форме [1, 8]:

$$E_1^* \varepsilon(t) = \mu E_b^* \varepsilon(t) + (1 - \mu) E_c^* \varepsilon(t), \quad (2)$$

где $E^* \varepsilon(t) = \int_0^t E(t - \tau) d\varepsilon(\tau)$, $\mu = 0,79$ – коэффициент объемного содержания волокна, E_b^* , E_c^* – операторные модули релаксации для волокна и связующего.

В силу линейности операторов [9] в (2) функция релаксации волокна может быть выражена в виде

$$E_b(t) = \frac{1}{\mu} (E_1(t) - (1 - \mu) E_c(t)),$$

где E_1 , E_c – соответствующие функции релаксации.

На рис. 2 показаны кривые релаксации для волокна и матрицы при наборе температур 80 °С, 100 °С, 120 °С.

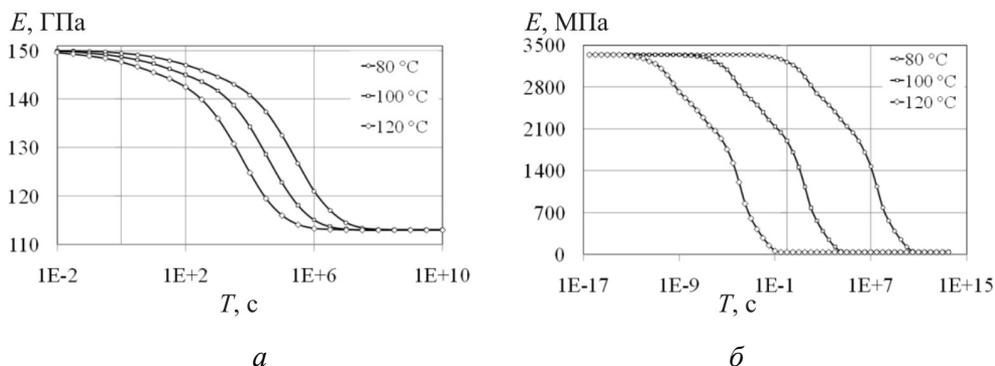


Рис. 2. Кривые функции релаксации при различных температурах:
а – волокно; б – матрица

Ядро операторной функции коэффициента Пуассона волокна определялось исходя из условия отсутствия объемной релаксации материала.

Для определения полного набора независимых операторов для описания в ANSYS Mechanical APDL вязкоупругого поведения однонаправленного слоя органопластика проводим три численных экспе-

римента на ячейке периодичности (рис. 3, а). Были приняты следующие допущения:

- реализуется гексагональная схема укладки волокна,
- объемное содержание армирующего элемента принимается равным 0,79,
- материал считаем термореологически простым и удовлетворяющим соотношениям линейной теории вязкоупругости [10].

Исходя из принятой схемы, считаем, что материал является трансверсально-изотропным [6]. Таким образом, механическое поведение волокнистого однонаправленно-армированного композиционного материала определяется пятью независимыми вязкоупругими операторами [11]: операторными модулями E_1^* и E_2^* , где индексы 1 и 2 соответствуют направлениям вдоль и поперек волокон; операторными коэффициентами Пуассона ν_{12}^* и ν_{23}^* ; операторным модулем сдвига G_{12}^* . Определение эффективных модулей будем производить на основе численных экспериментов, исследуя эволюцию напряженно-деформированного состояния некоторого представительного объема – ячейки периодичности (рис. 3, а). Решение краевой задачи реализуем с использованием метода конечных элементов [4].

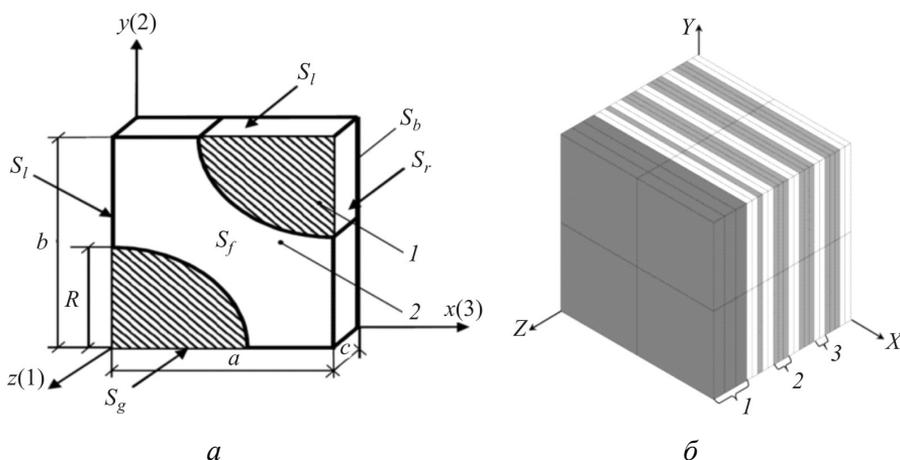


Рис. 3. Расчетные схемы численных экспериментов: а – ячейка периодичности монослоя; б – представительный объем пакета

Для определения всех искомых функций требуется исследование продольной и поперечной релаксаций ячейки, а также сдвиговой релаксации ячейки в плоскости YZ (рис. 3, а).

Плоскость XU считаем плоскостью изотропии, следовательно, операторный модуль сдвига в данной плоскости будет определяться

$$G_{23}^* = \frac{E_2^*}{2(1 + \nu_{23}^*)}.$$

Определение эффективных вязкоупругих характеристик пакета будем производить на основе численных экспериментов, исследуя эволюцию напряженно-деформированного состояния некоторого представительного объема. Используемая модель изображена на рис. 3, б, цифрами обозначены виды слоев армирования: 1 – кольцевые слои стекловолокна, 2 – кольцевые слои органопластика, 3 – спиральные слои органопластика. Исходя из особенностей армирования, материал пакета на макроуровне в глобальной системе координат конструкции считаем ортотропным.

Для определения искомых операторов проведем ряд вычислительных экспериментов для определения кривых релаксаций ячейки при различных температурах для случаев деформирования в направлении кольцевого армирования (окружная координата оболочки, направление X на рис. 3, б); при деформировании в направлении, перпендикулярном кольцевому армированию (осевая координата оболочки, направление Y); деформирование в направлении, перпендикулярном плоскости слоев (направление Z); исследование сдвиговой релаксации ячейки в трех плоскостях.

На рис. 4. представлены кривые релаксации при наборе температур 80 °С, 100 °С, 120 °С в окружном направлении (направлении X).

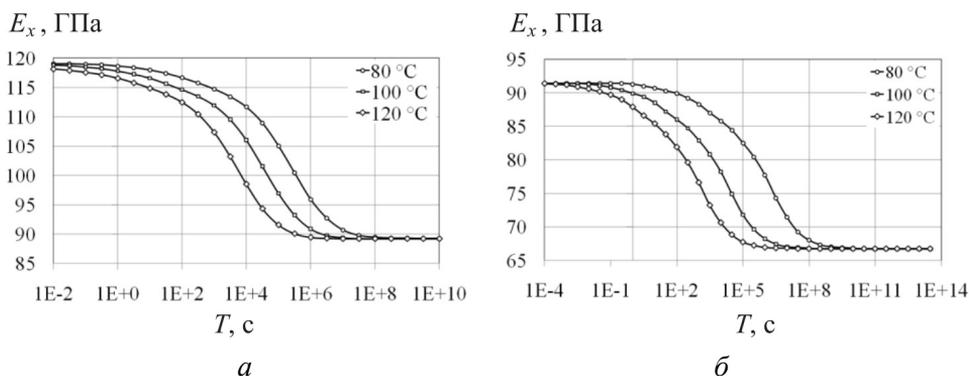


Рис. 4. Кривые функции релаксации при различных температурах:
a – монослой; *б* – пакет

Используемый вычислительный комплекс позволяет сочетать анизотропию упругого поведения среды с возможностью учета протекания в материале вязкоупругих процессов. Вязкоупругое механическое поведение материала описывается средствами модели Prony, предполагающей наличие для среды одного независимого вязкоупругого оператора. Параметрами модели Prony являются коэффициенты аппроксимации обобщенной функции релаксации (1). Учет влияния температуры на скорость протекания релаксационных процессов обеспечивается определением параметров коэффициента температурно-временного сдвига по модели Вильямса – Ланделла – Ферри.

Учитывая особенности деформирования исследуемой конструкции, можно обоснованно сделать предположение, что наиболее существенным на эволюцию напряженно-деформированного состояния будет влияние релаксационных процессов в направлении кольцевого армирования. Таким образом, параметры модели Prony будем определять, аппроксимируя ядро операторного модуля E_x^* . В качестве температуры приведения выбрана $T = 80$ °С. Параметры аппроксимации определялись из решения задачи о поиске минимума среднеквадратичной невязки. Относительная погрешность аппроксимации не превысила 0,6 %.

4. Конечно-элементное моделирование технологического процесса

Для моделирования ключевых моментов технологического процесса получения оболочки была построена параметризованная конечно-элементная модель в пакете ANSYS Mechanical APDL (рис. 5, а). Реализована параметризация по геометрическим размерам, свойствам материалов, а также схеме армирования оболочки. Такой подход позволяет в удобном формате вносить изменения в конструкцию и проводить анализ эволюции напряженно-деформированного состояния системы «оправка – оболочка».

В разработанной модели в файлы исходных данных вносятся размеры элементов конструкции, свойства материалов вала, оправки и вспомогательных элементов. Полученные ранее эффективные характеристики материала оболочки также сформированы в файл исходных данных, который содержит мгновенные и длительные модули, коэффициенты разложения ядра релаксации, времена релаксации и коэффициенты температурно-временного сдвига. Для задачи нестационар-

ной теплопроводности был сформирован файл начальных условий, описывающих ступенчатый режим термообработки (температура печи на рис. 6). Для определения преднапряженного состояния, возникающего в процессе намотки, отдельно вносятся параметры ленты органического волокна и сила натяжения.

Для решения задачи теплопроводности применены граничные условия третьего рода, определяющие нагрев оболочки путем конвективного теплообмена с окружающей средой. Для этого температура прикладывается на внешнюю поверхность кокона и составных частей, как показано на рис. 5, *а*. В первом приближении коэффициент конвективного теплообмена принят равным $10 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$, после отладки расчетного модуля данный коэффициент принял значение $50 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$ на этапах нагрева конструкции и $5 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$ на этапах охлаждения. Начальная температура всей конструкции задана $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Для моделирования режима термообработки задавалась температура окружающей среды, равная температуре в печи, и время достижения этой температуры либо время выдержки при соответствующей температуре.

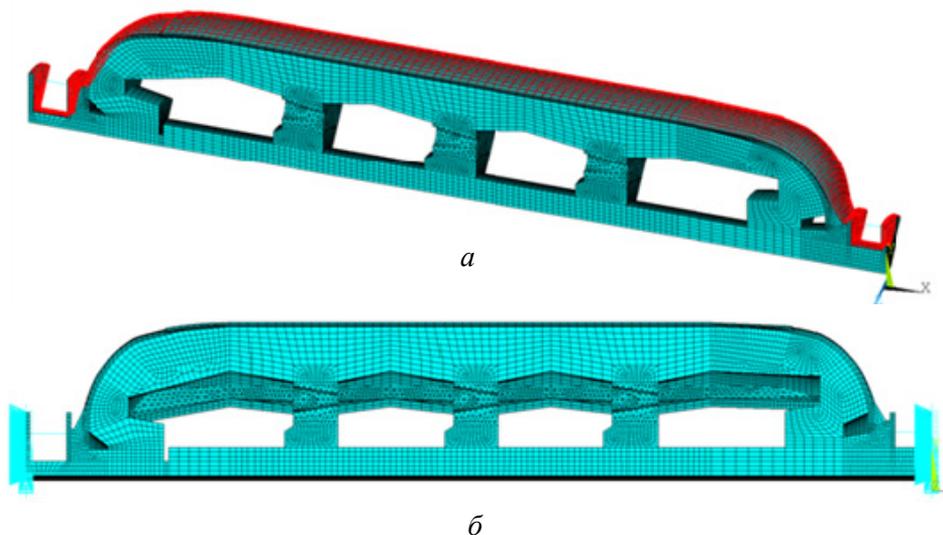


Рис. 5. Конечно-элементный аналог и граничные условия: *а* – приложение температуры; *б* – ограничение осевых перемещений

В результате решения задачи нестационарной теплопроводности получено распределение температурных полей в конструкции на протяжении процесса полимеризации (термообработки) оболочки. Вер-

фикация полученного решения осуществлялось путем сопоставления полученного численного решения с результатами термометрии реальной конструкции в процессе термообработки. Относительная погрешность не превысила 5 % на поверхности оправки и составила порядка 15 % на поверхности оболочки. Высокая погрешность на поверхности оболочки объясняется тем, что данных по распределению температуры с реальной конструкции нет, однако опыт показывает, что к концу этапа выдержки поверхность оболочки достигает 95 % от максимального значения температуры. Данное явление также наблюдается в численном решении, кроме того, видно, что в процессе охлаждения температура на поверхности оболочки выше, чем температура окружающей среды, что также соответствует опытным наблюдениям.

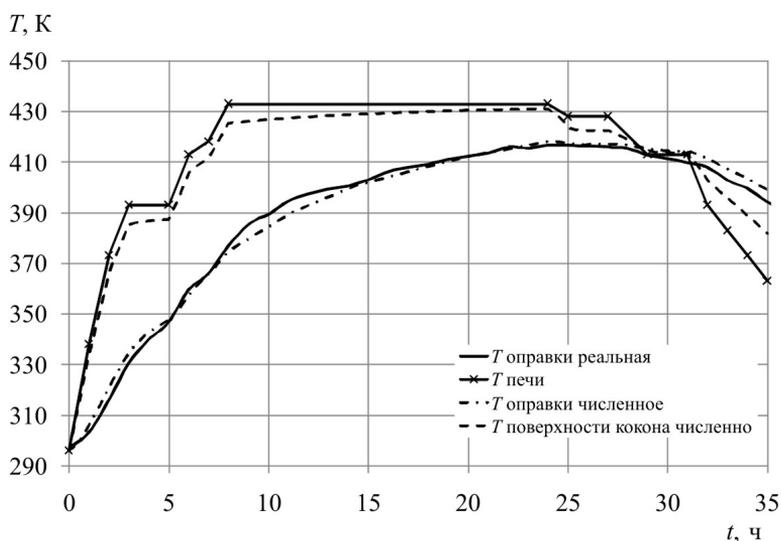


Рис. 6. Зависимость температуры поверхности оболочки и оправки от времени (цилиндрический участок)

На основе результатов решения нестационарной задачи теплопроводности проводится определение напряженно-деформированного состояния конструкции с параметрами и свойствами оболочки, при этом результаты решения задачи теплопроводности учитываются в качестве объемной нагрузки.

Следующим шагом процесса моделирования технологического процесса является определение напряженно-деформированного состояния конструкции, реализующегося в конструкции к концу процесса намотки лент органоволокна на оправку. На данном этапе была решена

тестовая задача для исследования послойного моделирования оболочки с применением технологии «оживления» конечных элементов. На основе полученных данных был сделан вывод о том, что в целях экономии вычислительных ресурсов допустимо объединение слоев в один с заданными эффективными характеристиками и эффективным начальными деформациями, которые обеспечивают необходимый уровень давления от оболочки на оправку. Затем проводится расчет напряженно-деформированного состояния конструкции в течение времени, соответствующего процессу намотки, в рассматриваемом случае 24 ч. Данный этап необходим для учета реологических свойств материалов оправки и кокона.

Последний этап решения проводится в цикле, в котором для каждого момента времени подгружается соответствующее решение задачи нестационарной теплопроводности в качестве объемной нагрузки и проводится расчет по определению напряженно-деформированного состояния.

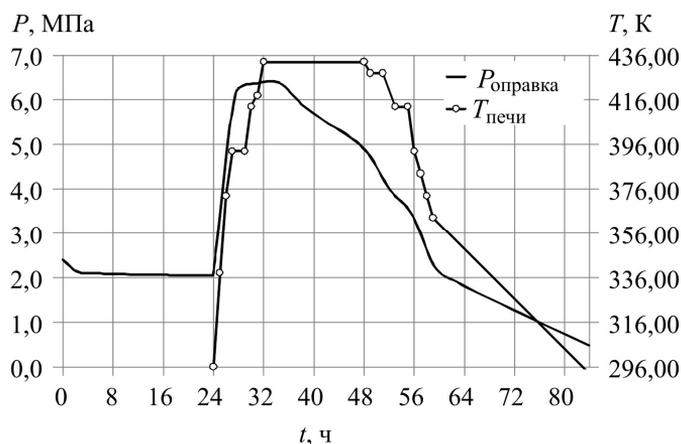


Рис. 7. Зависимость давления на поверхности оправки от времени (цилиндрическая участок)

В результате решения получено напряженно-деформированное состояние конструкции на каждом этапе технологического процесса, появилась возможность оценить зависимость давления на поверхности оправки на протяжении процесса изготовления (рис. 7). Распределение давления на поверхности дает возможность определить время вероятного отслоения оболочки от оправки. После выявления времени возникшего отслоения можно проанализировать НДС конструкции в такой момент времени и определить зоны отслоения.

Заключение

Для моделирования технологического процесса изготовления полимерной композиционной оболочки нами в процессе работы были получены коэффициенты разложения для операторных ядер релаксации материала оправки, эффективные вязкоупругие характеристики для слоистого композита. Была построена параметризованная конечно-элементная модель, позволяющая в кратчайшие сроки вносить изменения в размеры или свойства модели, что значительно экономит время на оценку НДС конструкции при вносимых изменениях. Была решена и верифицирована задача нестационарной теплопроводности, получено распределение температуры в конструкции для каждого этапа термообработки.

Была исследована возможность упрощения моделирования процесса намотки и замены этого этапа технологического процесса на ввод в решение начальных деформаций. Получена картина напряженно-деформированного состояния конструкции в процессе термообработки и зависимость давления на поверхности оправки от времени, которая имеет особую значимость для специалистов, работающих на производстве данных оболочек.

Список литературы

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
2. Соловьев А.Н., Зиборов Е.Н., Шевцов С.Н. Определение упругих свойств армированных композиционных материалов на основе конечно-элементного моделирования // Наука Юга России (Вестник южного научного центра). – 2016. – Т. 12, № 2. – С. 3–10.
3. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к исследованию влияния объемного соотношения компонентов волокнистого однонаправленного углепластика на его механические характеристики // Вестник ТГУ. – 2014. – № 2 (28). – С. 77–89.
4. Куимова Е.В., Труфанов Н.А. Численное прогнозирование эффективных термовязкоупругих характеристик однонаправленного волокнистого композита с вязкоупругими компонентами // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2009. – № 4 (70). – С. 129–148.
5. Труфанов Н.А., Куимова Е.В., Путилова А.В. Применение метода квазиконстантных операторов с частичными аппроксимациями для прогнозирования эффективных термовязкоупругих характеристик однонаправлен-

ного органопластика // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2010. – № 3. – С. 31–48.

6. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 415 с.

7. Хан Х. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения: пер. с нем. – М.: Мир, 1988. – 344 с.

8. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982. – 334 с.

9. Шепери Р.А. Вязкоупругое поведение композиционных материалов // Механика композиционных материалов. – 1978. – Т. 2. – С. 102–195.

10. Ильюшин А.А., Победра Б.Е. Основы математической теории термовязко-упругости. – М.: Наука, 1970. – 280 с.

11. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.

References

1. Vasil'ev V.V. Mehanika konstrukcij iz kompozicionnyh materialov. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 272 p.

2. Solov'ev A.N., Ziborov E.N., Shevcov S.N. Opredelenie uprugih svojstv armirovannyh kompozicionnyh materialov na osnove konechno-jelementnogo modelirovanija. Nauka Juga Rossii (Vestnik juzhnogo nauchnogo centra), 2016, vol. 12, no. 2, pp. 3-10.

3. Ju.V. Sovetova, Ju.N. Sidorenko, V.A. Skripnjak Mnogourovnevyy podhod k issledovaniju vlijanija ob#emnogo sootnoshenija komponentov voloknistogo odnonapravlennogo ugleplastika na ego mehanicheskie harakteristiki. Vestnik TGU, 2014, no. 2 (28), pp. 77-89.

4. Kuimova E.V., Trufanov N.A. Chislennoe prognozirovanie jeffektivnyh termovjazkoupругih harakteristik odnonapravlennogo voloknistogo kompozita s vjazkoupругimi komponentami. Vestnik SamGU. Estestvennonauchnaja serija, 2009, no. 4 (70), pp. 129-148.

5. N.A. Trufanov, E.V. Kuimova, A.V. Putilova Primenenie metoda kvazi-konstantnyh operatorov s chastichnymi approksimacijami dlja prognozirovanija jeffektivnyh termovjazkoupругih harakteristik odnonapravlennogo organoplastika. Vestnik PGTU. Mehanika, 2010, no. 3, pp. 31-48.

6. Lehnickij S.G. Teorija uprugosti anizotropnogo tela. Moscow, Nauka, 1977. 415 p.

7. Han H. Teorija uprugosti: Osnovy linejnoy teorii i ee primenenija. Moscow, Mir, 1988. 344 p.

8. Kristensen R. Vvedenie v mehaniku kompozitov. Moscow, Mir. 1982. 334 p.

9. Sheperi R.A. Vjazkouprugoe povedenie kompozicionnyh materialov // *Mehanika kompozicionnyh materialov*, vol. 2. Moscow, Mir, 1978, pp. 102-195.

10. Il'jushin A.A., Pobedrja B.E. *Osnovy matematicheskoy teorii termovjazko-uprugosti*. Moscow, Nauka, 1970. 280 p.

11. Malmejster A.K., Tamuzh V.P., Teters G.A. *Soprotivlenie polimernyh i kompozitnyh materialov*. Riga, Zinatne, 1980. 572 p.

Получено 06.08.2019

Сведения об авторах

Сахабутдинова Ляйсан Рамилевна (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: lyaysans@list.ru).

Сметанников Олег Юрьевич (Пермь, Россия) – доктор технических наук, доцент кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: vmm@pstu.ru).

Ильиных Глеб Валентинович (Пермь, Россия) – соискатель кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ilinykh.pnpu@yandex.ru).

About the authors

Ljajsan R. Sahabutdinova (Perm, Russian Federation) – Ph.D. Student, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: lyaysans@list.ru).

Oleg J. Smetannikov (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: vmm@pstu.ru).

Gleb V. Il'inyh (Perm, Russian Federation) – Ph.D. Student, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: ilinykh.pnpu@yandex.ru).