

DOI: 10.15593/2499-9873/2019.3.07

УДК 519.873

В.Д. Онискив, В.Ю. Столбов, Р.К. Хатямов

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ГАММА-ОБЛУЧЕНИЯ ПОЛИЭТИЛЕНОВ

Рассмотрена частная задача оптимизации процесса облучения гамма-квантами изделий из полиэтилена с целью получения термоусаживаемых трубок с эффектом памяти формы. Приведена постановка задачи оптимизации размещения источников ионизирующего излучения в промышленной установке. Представлены некоторые результаты оптимизации, имеющие практическое применение и позволяющие существенно сократить время экспозиции полимерного материала.

Ключевые слова: гамма-облучение, оптимизация процесса облучения, полиэтиленовые трубки с эффектом памяти формы, критерий оптимизации, алгоритм оптимизации.

V.D. Oniskiv, V.Iu. Stolbov, R.K. Khatiamov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ON ONE CONTROL PROBLEM OF THE PROCESS OF GAMMA IRRADIATION OF THE POLYETHYLENE

Solved a particular problem of optimization of process of radiation of gamma quanta of polyethylene with the aim of obtaining heat-shrinkable tubing with the shape memory effect. The problem of optimizing the placement of ionizing radiation sources in an industrial installation is presented. Some results of optimization, which have practical application and allow to significantly reduce the exposure time, are presented.

Keywords: gamma-irradiation, optimization of the irradiation process, plastic tubes with shape memory effect, optimization criterion, optimization algorithm.

Введение

В технике и различных технологиях современного производства самое широкое применение находят изделия, обладающие эффектом памяти формы [1]. В частности, электротехническая, кабельная и строительная индустрии являются наиболее крупными потребителями этой продукции [2–4]. Для создания молекулярно-сшитых полиэтиленов, наряду с чисто химическими технологиями и процедурой облучения направленными потоками ускоренных электронов, используется процедура гамма-облучения материала [3]. Технология создания до-

полнительных межмолекулярных связей с помощью ионизирующего гамма-облучения от источника Co^{60} (кобальт 60) имеет не только ряд определенных преимуществ, связанных с качеством получаемого продукта, но и определенные конструктивные особенности. Радиационная доза, необходимая для возникновения эффекта сшивки, должна иметь вполне определенное значение, которое должно достигаться по возможности одновременно во всех точках облучаемого материала. В реальном производстве, в целях гарантированного исключения брака (недостаточность нерастворимой гель-фракции в материале), время экспозиции рассчитывается по минимальному значению мощности дозы. Она, в свою очередь, зависит, в том числе, от расположения источников ионизирующего излучения (ИИИ). Оптимальное размещение точечных ИИИ является предметом настоящих исследований. Следует сразу отметить, что гамма-излучение является изотропным.

В существующих промышленных установках (ГУД 300, ГУД 300М) расположение источников ионизирующего излучения с незначительной погрешностью можно принять за прямолинейное. Облучаемые материалы находятся во вращающихся герметичных контейнерах, при этом ось вращения параллельна прямой линии, вдоль которой расположены источники гамма-квантов. Места расположения источников излучения фиксированы в пространстве и не могут быть изменены по конструктивным соображениям. В каждой точке локации источников излучения могут быть размещены несколько радиоактивных элементов различной мощности. Порядок расположения радиоактивных источников является параметром управления в задаче оптимизации.

Постановка задачи и эвристический алгоритм решения

Пусть имеется N источников гамма-излучения и M точек их размещений ($N \gg M$). Обозначим через A_i активность i -го источника излучения. На момент $t = 0$ она известна для каждого i и обозначена как A_{0i} . Имея в виду упомянутый изотропный характер гамма-излучения и его зависимость от времени (периода полураспада), мощность экспозиционной дозы $P(x, t)$ в точке с координатой x будет определяться как

$$P(x, t) = \sum_{i=1}^N \Gamma_c \cdot A_{0i} \cdot 2^{\left(-t/T_{1/2}\right)} / r_i^2, \quad (1)$$

где Γ_c – ионизационная гамма-постоянная; $T_{1/2}$ – период полураспада, $T_{1/2} = T_n$, который для Co^{60} составляет 5,2 года; r_i – расстояние от i -го источника до точки с координатой x , i – индекс суммирования по всем источникам от 1 до N .

В каждый момент времени t реализуется некоторое распределение мощности облучения, для которого можно найти минимальное значение мощности:

$$P_{\min}(t) = \min_{0 \leq x \leq l} (P(x,t)), \quad \forall t \in [0, T]. \quad (2)$$

Эта величина является базовой для расчета времени экспозиции облучаемого материала. Вследствие неравномерности распределения источников излучения некоторая часть материала получает излишнюю дозу, которую условно можно назвать потерянной и которая показана в виде заштрихованной области W на рис. 1.

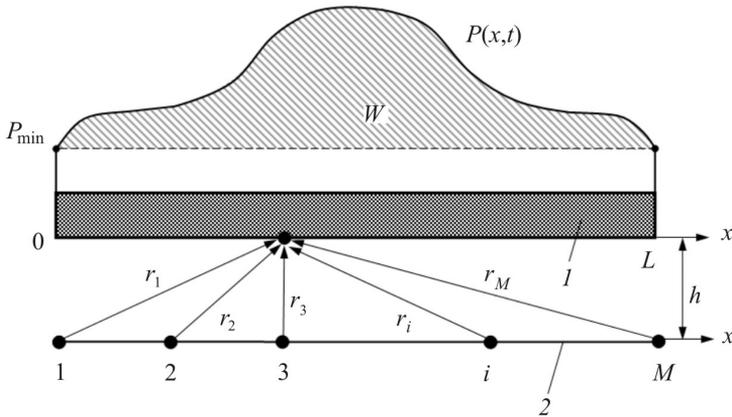


Рис. 1. Схема процесса облучения полимерного материала (1) с помощью источников излучения (2)

Тогда очевидно, что оптимальное размещение N источников ионизирующего излучения должно обеспечивать минимум значению W – потерянной мощности:

$$W = \int_0^T \int_0^L (P(x,t) - P_{\min}(t)) dx dt \rightarrow \min, \quad (3)$$

где T – период эксплуатации радиационной установки между двумя последовательными процедурами перезарядки; L – линейный размер

зоны облучения. Отметим, что значение функционала W может быть пронормировано по L и T .

При рассмотрении частного случая, когда все источники ИИ в формуле (1) распределены таким образом, что обеспечивается равномерность радиационной активности по длине L , для некоторого фиксированного момента времени t несложно получить аналитическое решение распределения мощности вида: $p(x) = c/h (\arctg ((L - x) / h - (- \arctg x / h))$, где h – расстояние от линии размещения источников до линии размещения материала, а c – некоторая константа. Соответственно, $p_{\min} = c / h \arctg (L / h)$ и, разумеется, $p(x)$ – симметрична относительно $L/2$. Наличие подобных решений наводит на мысль о возможности сведения задачи оптимизации к поиску параметров некоторой непрерывной функции распределения активности $A(x, t)$, заданной, например, в форме полинома и обеспечивающей выполнение условия (3) при существовании интегрального ограничения на $A(x, t)$, суть которого сводится к обеспечению условия для суммарной активности источников ИИ. Следует отметить, что даже при наличии эффективного алгоритма по построению такой функции не удастся избежать решения целочисленной задачи распределения активности дискретных точечных источников ИИ в соответствии с найденным решением.

С учетом этого замечания минимизация функционала (3) проводилась путем решения задачи целочисленной оптимизации при наличии ряда технических ограничений:

1. Допускается размещение в одной точке локации с номером j нескольких источников гамма-излучения разной активности. Также допустимо и отсутствие источников в некоторых местах локации.

2. Полный набор источников излучения, предназначенных для зарядки в одну камеру для облучения, может содержать несколько меньших наборов источников с одинаковой активностью. Например, полный набор из N источников может содержать N_1 источников с активностью A_1 , N_2 источников с активностью A_2 и т.д. При этом $N_1 + N_2 + \dots + N_k = N$. Как правило, число типов таких наборов k невелико, не более 3–4.

3. В силу технологических особенностей задача оптимального размещения источников имеет симметрию относительно точки $x = L/2$. Эта особенность существенно снижает вычислительные затраты на решение задачи.

В общем случае, при наличии N источников ИИ и M точек их размещения (локаций) на отрезке длиной L , число возможных вариантов размещения чрезвычайно велико – $M^{(N)}$, и это обстоятельство следует учитывать при создании алгоритма оптимизации, который может иметь весьма серьезную вычислительную трудоемкость. Как правило, в одной точке локации физически может быть размещено не более 3 источников ИИ одновременно. Таким образом, количество возможных комбинаций в одной точке локации существенно сокращается. Кроме того, необходимо исключить из вычислительных процедур варианты расчетов W по формуле (3) с числом размещенных ИИИ, отличным от N . Оптимальное решение ищется в подпространстве $N_1 + N_2 + \dots + N_k - N = 0$. Иные варианты, когда размещены не все ИИИ, очевидно, не имеет смысла рассматривать.

Таким образом, задача дискретной оптимизации может быть сформулирована следующим образом: найти такое оптимальное распределение источников ионизирующего излучения в местах локации $x_j^*, j = 1, 3M$, при которых целевая функция на заданном интервале времени от 0 до T достигает минимума:

$$W(x_j) = \int_0^T \int_0^L \left(\sum_{i=1}^N \Gamma_{\text{сн}} A_{0(i)} \frac{2^{\left(\frac{t}{T_n}\right)}}{r_i^2(x)} - P_{\min}(t) \right) dx dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

при следующих ограничениях:

- в одной трубке может быть не более 3 ИИИ, количество трубок в камере (мест локации ИИИ) равно M ;
- общее количество источников различного типа равно N ;
- распределение должно быть симметричным относительно середины камеры

Следует отметить, что задача (4) относится к задачам комбинаторной оптимизации [5] и является *np*-сложной. Для решения подобных задач обычно применяются эвристические алгоритмы [5], к которым можно отнести генетические [6], «муравьиные» [7] алгоритмы, метод Монте-Карло и т.п. Все эвристические алгоритмы направлены на уменьшение допустимого множества вариантов решения задачи комбинаторной оптимизации и ускорение сортировки оставшихся вариантов.

В данном случае применим эвристику, основанную на аналитическом решении задачи при допущении о непрерывном распределении источников облучения, которое приведено выше. Как было показано, при равномерном распределении активности источников по длине $A(x)$ функция мощности облучения $P(x)$ имеет максимум по середине (графики 1 на рис. 2) и потери мощности достаточно велики. Чтобы добиться минимума потерь мощности, необходимо располагать источники таким образом, чтобы их активность на концах отрезка $[0, L]$ возрастала, а функция мощности стремилась к константе (графики 2 на рис. 2).

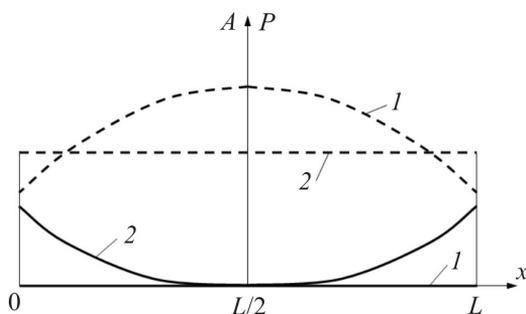


Рис. 2. Качественная картина распределения мощности излучения $P(x)$ (пунктирная линия) при непрерывном распределении активности источников $A(x)$ (сплошная линия)

Теперь рассмотрим эвристический алгоритм приближенного решения поставленной дискретной задачи оптимизации (4), построенный на основе аналитического решения непрерывной задачи.

Первым шагом в работе алгоритма является поиск комбинаторным способом множества допустимых вариантов распределения источников в местах локации с учетом ограничений задачи оптимизации. Как уже отмечалось, количество допустимых вариантов очень велико. Поэтому требуется разумно ограничить это множество таким образом, чтобы поиск оптимального распределения не занимал слишком много времени.

Именно поэтому вторым шагом алгоритма является учет следующих эвристических условий:

- распределение источников должно быть таким, чтобы их активность постепенно снижалась от края к середине отрезка $[0, L]$, что соответствует функции 2 на рис. 2;

– распределение источников должно быть таким, чтобы аппроксимирующая функция их активности была достаточно гладкой на заданном отрезке, из чего следует, что из допустимого множества решений можно исключить варианты, в которых суммарные активности источников в двух последовательных точках локации были бы максимальны или равнялись нулю.

Последним шагом алгоритма является сортировка оставшихся вариантов распределения источников по значению целевой функции и поиск таких вариантов, в которых она минимальна.

Демонстрационный пример

В качестве примера решения рассмотрим вариант размещения в камере облучения 48 источников ИИ, 24 из которых имеют на момент зарядки в камеру активность $A = 4,54 \cdot 10^{13}$ Бк каждый (на схеме обозначены цифрой 1), а у 24 оставшихся активность каждого составляет $A = 7,23 \cdot 10^{13}$ Бк (на схеме обозначены цифрой 2). В любой точке локации число размещенных источников не должно превышать трех. Требуется разместить все источники в 34 местах локации. Схема типового размещения ИИИИ представлена в виде таблицы (цифра 0 обозначает отсутствие ИИИ):

```

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
    
```

Распределение потерь мощности при таком варианте размещения приведено на рис. 3. Соответствующее распределение активности источников приведено на рис. 5.

Показанное на рис. 3 распределение потерь мощности содержит характерное «западание мощности» по концам зоны облучения. Такой характер распределения весьма типичен для реального производства.

Оптимальное, в смысле минимума потерь мощности, размещение 48 источников, полученное в результате расчетов, выглядит следующим образом:

```

2 2 2 1 2 2 2 1 1 1 1 0 2 2 1 1 2 2 1 1 2 2 0 1 1 1 1 2 2 2 1 2 2 2
1 2 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 2 2 1
2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 2
    
```

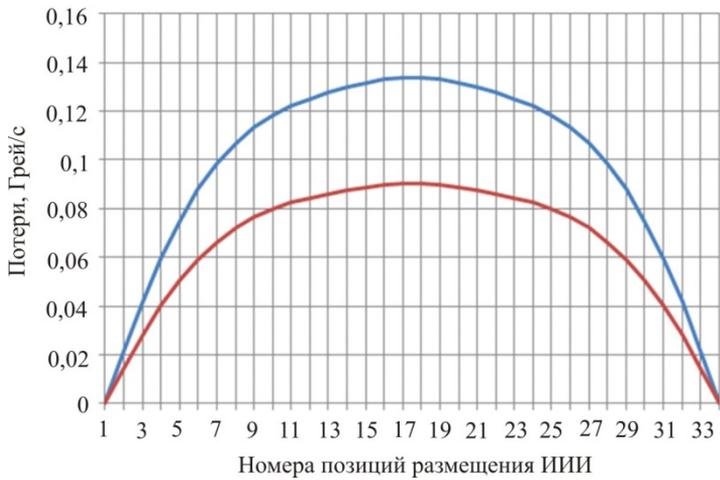


Рис. 3. Мгновенные потери мощности (при $t = 0$ синий график, при $t = 3$ года красный график)

Распределение потерь мощности по длине, соответствующее этому варианту, приведено на рис. 4. На рис. 6 приведено соответствующее этому варианту распределение активности источников излучения. Необходимо отметить, что значения параметров потерь мощности в двух сравниваемых вариантах фактически различаются в разы, кроме того, в оптимальном варианте, как и ожидалось, пропал упомянутый выше эффект «западания мощности» по концам зоны облучения.

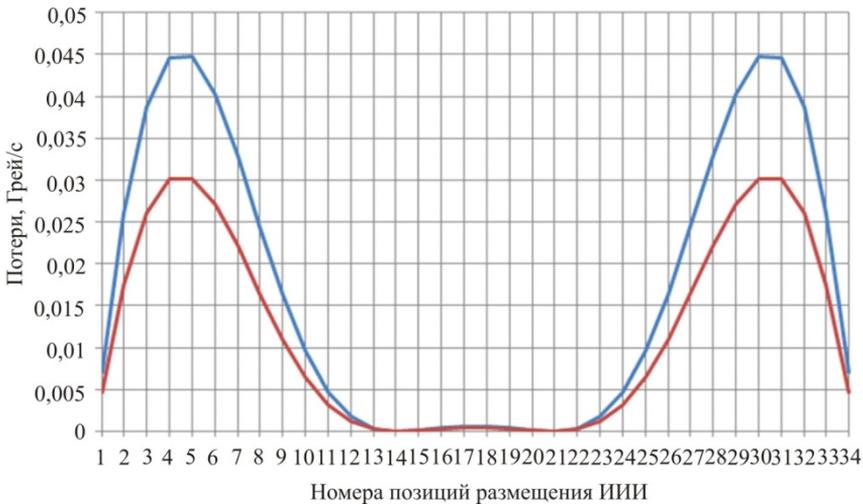


Рис. 4. Мгновенные потери мощности (при $t = 0$ синий график, при $t = 3$ года красный график)

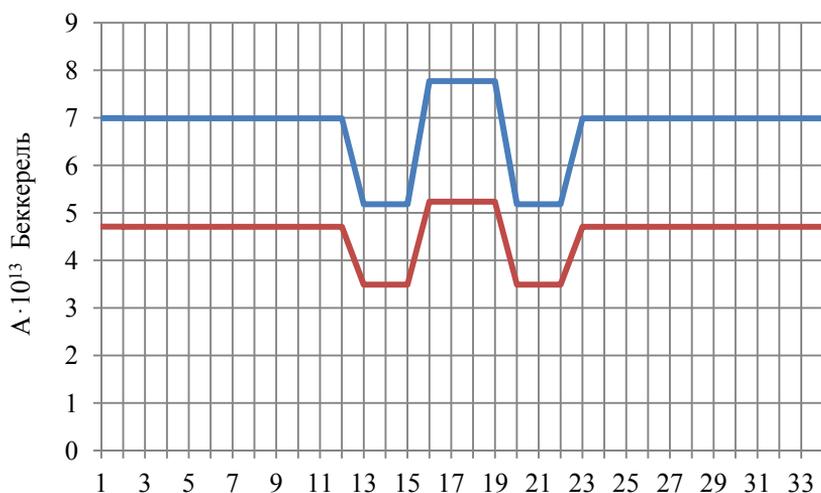


Рис. 5. Распределение активности при типовом размещении источников. Верхний график соответствует активности в момент $t = 0$, нижний $t = 3$ года

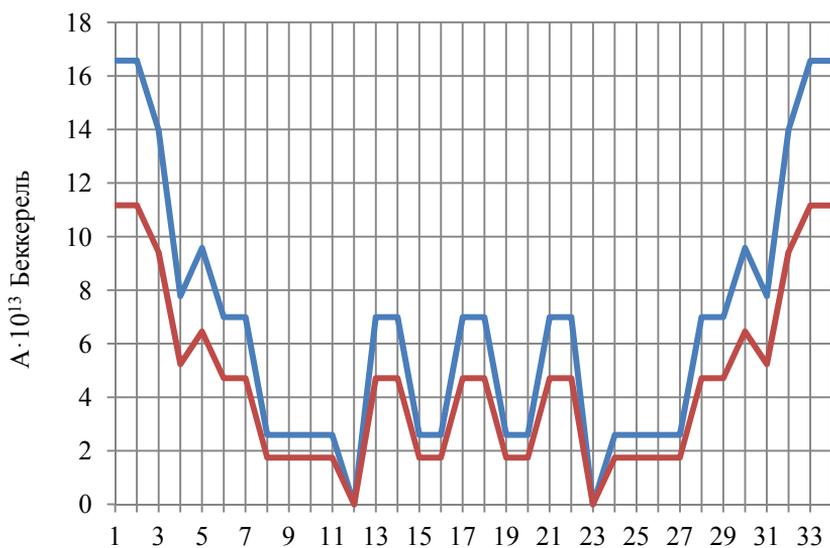


Рис. 6. Распределение активности при оптимальном размещении источников. Верхний график соответствует активности в момент $t = 0$, нижний $t = 3$ года

В целях оценки эффективности полученного решения следует отметить, что в момент времени $t = 0$ продолжительность экспозиции рассчитывается для типового варианта, исходя из мощности $P_{\min} = 0,22$ Грей/с, а для оптимального варианта распределения $P_{\min} = 0,27$ Грей/с. В момент времени $t = 3$ года показатели $P_{\min} = 0,14$ Грей/с и $P_{\min} = 0,18$ Грей/с соответственно. Таким образом, общая эффективность использования предложенного варианта размещения источников находится в диапазоне 22–28 %, что, несомненно, является экономически весьма привлекательным, поскольку не связано с какими-либо дополнительными затратами в оборудовании или технологиях.

Из рис. 6 видно, что оптимальное распределение активности источников по длине камеры близко к тому, которое задано эвристикой, полученной из аналитического решения задачи оптимизации.

Список литературы

1. Князев В.К., Сидоров Н.А. Облученный полиэтилен в технике. – М.: Химия, 1974. – 374 с.
2. Махлис Ф.А. Радиационная физика и химия полимеров. – М.: Атомиздат, 1972. – 326 с.
3. Применение радиоактивных изотопов [Электронный ресурс]. – URL: <http://sdamzavas.net/1-46978.html> (дата обращения: 20.11.2018).
4. Жилкина Н.В., Ларин Ю.Т., Воробьев В.М. Исследование влияния гамма-излучения на физико-механические характеристики полимерных материалов для защиты оболочек оптических кабелей // Кабели и провода. – 2004. – № 3. – С. 11–15.
5. Корте Б., Фиген Й. Комбинаторная оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Изд-во МЦНМО, 2015. – 720 с.
6. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. – М.: Физматлит, 2010. – 365 с.
7. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro. Математика в приложениях. – 2003. – № 4. – С. 70–75.

References

1. Knyazev V.K., Sidorov N.A. Oblucheniyei polyetilen v tehnikе (Irradiated polyethylene in engineering). Moscow, Himiya, 1974. 374 p.
2. Mahlis F.A. Radiacionaya fizika I himiya polimerov (Radiation physics and chemistry of polymers). Moscow, Atomizdat, 1972. 326 p.

3. Primenenie radioaktivnyh izotopov (The use of radioactive isotopes), available at: <http://sdamzavaz.net/1-46978.html> (accessed 20 Nov. 2018).

4. Zhilkina N.V., Larin Yu.T., Vorob'ev V.M. Issledovanie vliyaniya gamma izlucheniya na fiziko-mehanicheskie harakteristiki polimernyh materialov dlya zashity obolochek opticheskikh kabeley [Investigation of the effect of gamma radiation on the physico-mechanical characteristics of polymeric materials to protect the casings of optical cables]. Cables and wires, 2004, no. 3, pp. 11-15.

5. Court B., Figen Th. Kombinatornaya optimizaciya. Teoriya i algoritmy [Combinatorial optimization. Theory and algorithms]. Moscow, MCNMO, 2015, 720 p.

6. Gladkov L.A., Cureychik V.V., Cureychik V.M. Geneticheskie algoritmy [Genetic algorithms]. Moscow, Fizmatlit, 2010, 365 p.

7. Stovba C.D. Murav'inye algoritmy [Ant algorithms]. Exponenta Pro. Mathematics in applications, 2003, no. 4, pp. 70-75.

Получено 13.05.2019

Сведения об авторах

Владимир Дмитриевич Онискив (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: oniskivf@gmail.com).

Валерий Юрьевич Столбов (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: valeriy.stolbov@gmail.com).

Рустем Кадимович Хатямов (Пермь, Россия) – студент кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: xrk8888@gmail.com).

About the authors

Vladimir D. Oniskiv (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm State National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: oniskivf@gmail.com).

Valeriy Iu. Stolbov (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm State National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: valeriy.stolbov@gmail.com).

Rustem K. Khatiamov (Perm, Russian Federation) – Student, Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, Perm State National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: xrk8888@gmail.com).