УДК 519.714.2

С.С. Гусев

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

ПРИМЕР АЛГОРИТМА ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С АПРИОРНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Рассматривается алгоритм идентификации динамического объекта с априорными ограничениями объекта управления. Приводится пример алгоритма идентификации динамического объекта с априорными ограничениями, который требует использования большого объема вычислительных ресурсов из-за перебора всех возможных комбинаций строк. Исследуется работа специального алгоритма для идентификации динамического объекта управления, позволяющего преобразовывать блок исходных данных в блок преобразованных исходных данных. После преобразования блока исходных данных появляется возможность произвольного выбора n строк из блока преобразованных исходных данных. Это сводит задачу переборной идентификации динамического объекта к задаче идентификации статического объекта.

Ключевые слова: идентификация, ограничения, динамический объект, оценки параметров.

S.S. Gusev

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences
of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

AN EXAMPLE OF THE IDENTIFICATION ALGORITHM OF THE DYNAMIC CONTROL OBJECT WITH A PRIORI CONSTRAINTS

An algorithm of identification of dynamic object with a priori limitation of the control object. The article contains an example of the algorithm of identification of dynamic object with a priori restrictions. The algorithm requires a large amount of computational resources due to the number of all possible combinations of rows. Examines the work of the ad hoc algorithm to identify the dynamic object of control, allowing to transform the original data in block unit is converted from the original data. After unit conversion of the source data there is a possibility of random selection of n rows from the source data unit is converted. This reduces the problem of search identification of a dynamic object to the identification of a static object.

Keywords: identification, limitations, dynamic object, parameter estimation.

Введение

Задача идентификации объекта управления заключается в определении структуры системы уравнений математического описания и значений ее коэффициентов, которые обеспечивают наилучшее совпадение выходных переменных модели и процесса при одинаковых входных воздействиях. Процедура идентификации обеспечивает соответствие модели объекту.

Качество идентификации объекта управления в большей степени определяет и качество управления сложным объектом. Большую роль при этом играет учет априорной информации о структуре и параметрах объекта [1].

Модели, построенные в процессе идентификации объектов [2], могут быть использованы для различных целей. На практике чаще всего модели используются или для прогноза выхода объекта на некоторое время вперед, или для расчета контура управления. В первом случае от модели требуется небольшая ошибка прогноза, во втором – «хорошие» оценки параметров управляемого объекта. Второе требование гораздо жестче. Получить хороший прогноз намного легче, чем точные оценки параметров. Основная причина такого положения – критерии идентификации. Широко используемый на практике среднеквадратический критерий полностью адекватен задаче минимизации ошибки прогноза. При этом оценки параметров могут быть и «плохими». Для решения задачи получения точных оценок при среднеквадратическом критерии идентификации необходимо ввести дополнительные требования к входным сигналам и распределениям помех.

На практике неизвестный объект редко бывает «черным ящиком». В большинстве случаев имеется априорная информация о свойствах объекта, которая следует из физических, технических, технологических и других условий. Эта информация существенно сужает область поисков неизвестных параметров. Например, если заранее известно, что объект устойчив, а применительно к технологическим процессам это почти всегда так, то параметры объекта могут лежать только в определенной области устойчивости. То же самое относится и к входным переменным. Обычно из опыта эксплуатации конкретного объекта известно, что коэффициенты усиления по входным переменным ограничены в каких-то пределах.

Если используется какая-либо известная процедура идентификации, например метод наименьших квадратов (МНК), в результате которой по экспериментальным данным о входах и выходе объекта получены оценки его параметров, то можно проверить соответствие оценок априорным ограничениям объекта управления, т.е. проверка производится после идентификации.

Актуальность работы, посвященной разработке и исследованию переборных алгоритмов [3] идентификации объектов управления, обусловлена тем, что в современных системах управления используется модель объекта управления, а точность модели в большой степени определяет точность и эффективность всей системы управления. Вопрос идентификации динамических объектов управления [4] является актуальным еще и потому, что зачастую проектировщики обладают малой априорной информацией об объекте исследования [5], вследствие чего возникает необходимость определения оценок параметров объекта управления по имеющейся информации об объекте.

В работе разработан алгоритм для идентификации динамического объекта управления, позволяющий преобразовывать блок исходных данных в блок преобразованных исходных данных. Приведен пример идентификации динамического объекта управления, показывающий высокую эффективность использованного алгоритма.

1. Постановка задачи

Исходные данные, получаемые с объекта, подлежащего идентификации, имеют вид, представленный в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

№	X	Y
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
3	x_3	y_3
…	…	…
i	x_i	y_i
…	…	…
N	x_N	y_N

Этой таблице данных соответствует матрица

$$A_{xy} = \begin{Vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \dots & \dots \\ x_i & y_i \\ \dots & \dots \\ x_N & y_N \end{Vmatrix}$$

Такое представление исходных данных не позволяет использовать процедуры перехода из пространства входов в пространство параметров, так как выход в любой строчке зависит от входов и выходов, расположенных в более высоких строках. Для объекта типа (1) выход y зависит от m выходов, расположенных выше, и n, расположенных выше входов, поэтому отбор произвольных строк в матрице A_{xy} невозможен.

В табл. 1 выход объекта y в какой-либо строке в соответствии с уравнением (1) зависит от значений выхода в предыдущие моменты времени, т.е. расположенных в более высоких строках. Это не позволяет делать произвольную выборку строк и, соответственно, использовать алгоритм идентификации, учитывающий априорную информацию, для статических объектов. Для идентификации динамических объектов эти данные должны быть преобразованы в вид, учитывающий структуру объекта (1).

Уравнение линейного динамического объекта с одной входной переменной будет иметь следующий вид:

$$y_N = \sum_{i=1}^{n} h_i y_{N-i} + \sum_{i=1}^{m} h_{n+i} x_{N-i} \,, \tag{1}$$

где y_N – скалярный выход объекта в момент времени N; x_N – скалярный вход объекта в момент времени N; h – i-й неизвестный параметр объекта; n – глубина памяти по выходу; m – глубина памяти по входу, $s = m + n$.

Дополнительно об объекте (1) известно, что параметры h принадлежат априорно известной области H, т.е.

$$h \in H. \tag{2}$$

В соответствии со структурой объекта таблица данных должна содержать $s = m + n$ столбцов для входных переменных: один столбец – для выходной переменной и один столбец – для времени. Столбцы для входов представляют собой сдвинутые вниз столбцы табл. 1. В результате получается табл. 2.

Таблица 2

Блок преобразованных данных

1	x_{1-m}	…	x_0	y_{1-n}	…	y_{-1}	y_0	y_1
2	x_{2-m}	…	x_1	y_{2-n}	…	y_0	y_1	y_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	x_{i-m}	…	x_{i-1}	y_{i-n}	…	y_i	y_{i-1}	y_i
…	…	…	…	…	…	…	…	…
N	x_{N-m}	…	x_{N-1}	y_{N-n}	…	y_{N-2}	y_{N-1}	y_N

Блоку преобразованных данных соответствует матрица G размером $N(m + n + 2)$, где N – общее число экспериментов:

$$G = \begin{Vmatrix} 1 & x_{1-m} & \dots & x_0 & y_{1-n} & \dots & y_{-1} & y_0 & y_1 \\ 2 & x_{2-m} & \dots & x_1 & y_{2-n} & \dots & y_0 & y_1 & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i & x_{i-m} & \dots & x_{i-1} & y_{i-n} & \dots & y_1 & y_{i-1} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ N & x_{N-m} & \dots & x_{N-1} & y_{N-n} & \dots & y_{N-2} & y_{N-1} & y_N \end{Vmatrix}$$

и матрица A размером $N(m + n + 1)$, где N – общее число экспериментов:

$$A = \begin{Vmatrix} x_{1-m} & \dots & x_0 & y_{1-n} & \dots & y_{-1} & y_0 & y_1 \\ x_{2-m} & \dots & x_1 & y_{2-n} & \dots & y_0 & y_1 & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i-m} & \dots & x_{i-1} & y_{i-n} & \dots & y_1 & y_{i-1} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N-m} & \dots & x_{N-1} & y_{N-n} & \dots & y_{N-2} & y_{N-1} & y_N \end{Vmatrix}$$

2. Алгоритм идентификации

Алгоритм идентификации состоит в следующем. Из матрицы исходных данных A выбираются блоки из произвольных n строк (по размерности объекта). Для каждого блока составляется и решается своя система уравнений. Все эти оценки параметров собираются в матрицу B, содержащую C_s^n строк и $2s$ столбцов.

$$B = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{L1} & a_{L2} & \dots & a_{Ln} & k_{L1} & k_{L2} & \dots & k_{Ln} \end{Vmatrix},$$

где $L = C_s^n$.

$$k_i = \begin{Vmatrix} k_{i1} & k_{i2} & \dots & k_{in} \end{Vmatrix}, \ (i = 1, 2, \dots, s).$$

Из матрицы B вычеркиваются строки, не удовлетворяющие (2). В результате вычеркивания получается матрица B_0:

$$B_0 = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{Nn} & k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{Nn} \end{Vmatrix}, \ k_i \in H,$$

где $N \le L$.

Экспериментальные данные, используемые для идентификации динамического объекта с одним входом и одним выходом, имеют вид двух столбцов:

$$A_{xy} = \begin{Vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \dots & \dots \\ x_i & y_i \\ \dots & \dots \\ x_N & y_N \end{Vmatrix}$$

Полный набор всех C_N^s векторов оценок параметров k составят матрицу оценок параметров B. Каждой строке матрицы B, содержащей вектор оценок k, соответствует вектор, определяющий, какие строки матрицы исходных данных A_{xy} использовались для получения этих оценок.

Введем функцию $w(n)$, значение которой равно частости использования n-й строки исходных данных A для получения оценок матрицы B. Если использованы все сочетания из N по s, то все строки матрицы исходных данных A будут использованы в матрице B по одинаковому числу раз, т.е. распределение по номерам строк будет равномерным, а именно:

$$w(n) = sC_N^s \;/\; N.$$

Для учета априорных ограничений из матрицы B вычеркиваются все строки, в которых хотя бы одна компонента не удовлетворяет условиям (2). В результате получается урезанная матрица оценок B_0. Частости использования строк из матрицы исходных данных A для получения оценок усеченной матрицы B_0 уже не будут одинаковыми. Соответственно, функция $w(n)$ не будет равномерной.

Построив функцию $w(n)$, определим, какие номера строк матрицы исходных данных используются реже всего. Строки с этими номерами вычеркиваются из матрицы исходных данных A. Получаем усеченную матрицу исходных данных A'. По этой матрице определяют МНК оценки параметров и их точность.

Таким образом, рассмотрен алгоритм идентификации динамического объекта, учитывающий априорную информацию о его параметрах.

Алгоритм преобразовывал блок исходных данных в множество блоков меньшей размерности. Для каждого из этих блоков вычислялись оценки параметров объекта и запоминались номера строк, использованных для вычисления этих оценок.

Оператор, реализующий описанный алгоритм, преобразовывал матрицу исходных данных в специальную матрицу, учитывающую частоту попадания оценок в область h_i, тем самым отсекая малоинформативные строки.

3. Пример алгоритма идентификации динамического объекта

3.1. Исходные данные

Рассмотрим динамический объект, структура которого задается уравнением

$$y_i = ay_{i-1} + by_{i-2} + cx_{i-1}, \; (i = 1, 2, \ldots, 12), \tag{3}$$

где y_i – выход объекта; a, b, c – неизвестные параметры объекта.

Заранее известно, что параметры объекта a, b и c лежат в пределах

$$0 < a < 1; -1 < b < 0; 0 < c < 2. \quad (4)$$

Структура модели задается таким же уравнением

$$y_i^* = \hat{a}y_{i-1} + \hat{b}y_{i-2} + \hat{c}x_{i-1}, \ (i = 1, 2, \ldots, 12),$$

где y_i^* – выход модели (или, что то же самое, прогноз выхода объекта); $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ – оценки неизвестных параметров объекта.

Исходные данные сведены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные для идентификации динамического объекта

t	$x(t)$	$y(t)$
–1	2	9
0	–3	–2
1	6	–8,8
2	–8	0,77
3	4	–3,11
4	9	11,5
5	–6	11,7
6	8	1,34
7	10	3,06
8	–6	11,6
9	7	0,5
10	4	1,48
11	6	–4,14
12	2	8,61

Преобразованный блок данных, соответствующий данным табл. 3 и структуре объекта (3), будет иметь следующий вид (табл. 4).

Естественно потребовать, чтобы оценки параметров объекта $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ тоже лежали в пределах (4).

Таблица 4

Преобразованный блок исходных данных

№	$x_{(N-1)}$	$y_{(N-2)}$	$y_{(N-1)}$	y_N
1	–3	9	–2	–8,8
2	6	–2	–8,8	0,77
3	–8	–8,8	0,77	–3,11
4	4	0,77	–3,11	11,5
5	9	–3,11	11,5	11,7
6	–6	11,5	11,7	1,34
7	8	11,7	1,34	3,06
8	10	1,34	3,06	11,6
9	–6	3,06	11,6	0,5
10	7	11,6	0,5	1,48
11	4	0,5	1,48	–4,14
12	6	1,48	–4,14	8,61

Необходимо по данным 12 экспериментов получить оценки параметров модели (3), учитывая априорную информацию о неизвестных параметрах a, b и c, содержащуюся в неравенствах (3), и оценить точность полученных оценок.

3.2. МНК оценки без учета априорной информации

Как и в случае статического объекта, прежде чем использовать алгоритм, учитывающий априорную информацию, вычислим оценки параметров модели (3) с помощью обычной процедуры метода наименьших квадратов. В результате получим следующие значения оценок параметров по 12 экспериментам:

$$\hat{a} = 0,42 \pm 0,24; \quad \hat{b} = -0,24 \pm 0,23; \quad \hat{c} = 0,82 \pm 0,23.$$

Множественный коэффициент корреляции для такой модели будет равен R^2 = 0,53. Эти результаты используем в дальнейшем для сравнения с методом идентификации, учитывающим априорную информацию. Все полученные МНК оценки лежат в априорно заданной области (4). Попробуем улучшить эти оценки.

3.3. Переход в пространство параметров

Поскольку нам задан трехмерный объект, то для получения какой-либо оценки требуется не менее трех экспериментов, т.е. трех строк из табл. 4. Используя все возможные комбинации из 12 по 3, получим 220 оценок, вычисленных по разным сочетаниям трех строк из таблицы исходных данных.

Все данные о промежуточных оценках сведены в табл. 5, которая содержит 220 строк оценок. Кроме собственно оценок параметров *a*, *b* и *c*, в табл. 5 представлены номера строк блока исходных данных, которые были использованы для получения оценок в данной строке.

Таблица 5

Полный блок промежуточных оценок динамического объекта

№	Оценки параметров			Номера выбранных		
	a	*b*	*c*	n_1	n_2	n_3
1	0,70	–0,49	0,99	1	2	3
2	2,98	1,33	4,94	1	2	4
3	0,42	–0,71	0,51	1	2	5
…	…	…	…	…	…	…
220	–2,29	0,37	–0,24	10	11	12

Распределения оценок (точнее, частости) параметров из табл. 5 приведены на рис. 1.

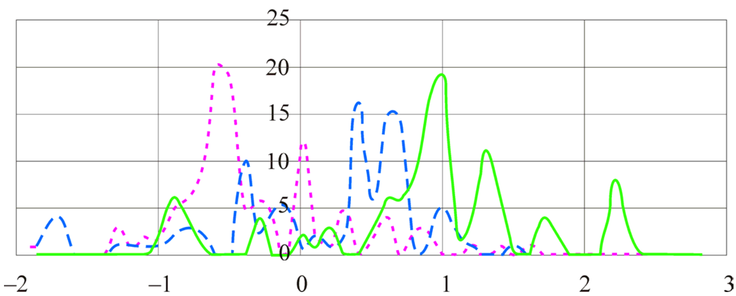

Рис. 1. Распределение частостей оценок параметров. Параметр *a* – пунктирная линия; параметр *b* – точки; параметр *c* – сплошная линия

3.4. Учет априорных ограничений

В табл. 5 приведен полный набор промежуточных оценок. Для учета априорных ограничений нужно из данной таблицы удалить строки, в которых содержатся оценки, не удовлетворяющие ограничениям (4). Выполнив это удаление, получим усеченный блок промежуточных оценок, фрагмент которого приведен в табл. 6.

Таблица 6

Блок промежуточных оценок параметров динамического объекта, удовлетворяющих априорным ограничениям

№	Оценки параметров			Номера выбранных строк		
	a	b	c	n_1	n_2	n_3
1	0,73	–0,56	1,03	1	2	3
2	0,68	–0,52	1,02	1	2	4
3	0,72	–0,55	1,03	1	2	5
…	…	…	…	…	…	…
i	0,73	–0,57	1,01	2	6	9
…	…	…	…	…	…	…
35	0,72	–0,53	1,03	7	8	9

В табл. 6 содержатся только оценки, удовлетворяющие априорным ограничениям (4). Номера строк исходных данных, по которым вычислялись эти «хорошие» оценки, записаны в трех последних столбцах данной таблицы. На рис. 2 приведены гистограммы частоты использования разных строк блока исходных данных.

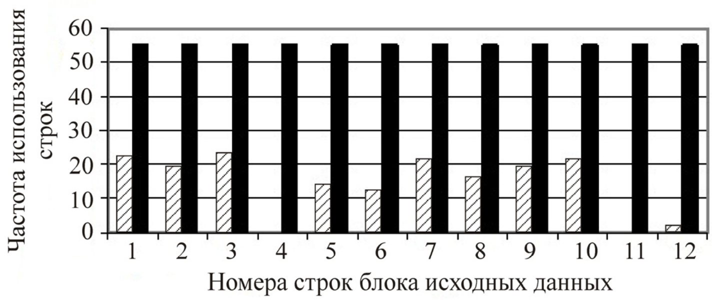

Рис. 2. Гистограммы частоты использования разных строк блока исходных данных: черные прямоугольники – в полном блоке промежуточных оценок; серые – в усеченном блоке

Как видно на рис. 2, в полном блоке промежуточных оценок (черные прямоугольники) все строки блока исходных данных используются одинаковое число раз, а именно 55. В усеченном блоке промежуточных оценок, хранящем только «хорошие» оценки, удовлетворяющие условиям (4), серые прямоугольники, соответствующие усеченному блоку, имеют разную высоту. Строки 4 и 11 не используются совсем, а строка 12 – только один раз. Естественно предположить, что для получения «хороших» оценок, удовлетворяющих априорным условиям, использовались менее зашумленные исходные данные. Если принять эту гипотезу, то следует из блока исходных данных удалить те строки, которые редко используются.

3.5. Возвращение в пространство исходных данных

Разработанный алгоритм преобразовывал блок исходных данных в множество блоков меньшей размерности. Для каждого из этих блоков вычислялись оценки параметров объекта и запоминались номера строк, использованных для вычисления этих оценок.

Оператор, реализующий описанный алгоритм, преобразовывал матрицу исходных данных в специальную матрицу, учитывающую частоту попадания оценок в область (4), тем самым отсекая малоинформативные строки.

Для учета априорных ограничений из матрицы B вычеркиваются все строки, в которых хотя бы одна компонента не удовлетворяет условиям (4). В результате получается урезанная матрица оценок B_0. Частости использования строк из матрицы исходных данных A_{xy} для получения оценок усеченной матрицы B_0 уже не будут одинаковыми. Соответственно, функция $w(n)$ не будет равномерной.

После удаления 4, 11 и 12-й строк блок исходных данных примет следующий вид (табл. 7).

Множественный коэффициент корреляции для такой модели будет равен R^2 = 0,91. Сравнивая эти результаты с идентификацией по 12 экспериментам, видим, что точность оценок значительно увеличилась.

В заключение заметим, что истинные значения параметров объекта были равны

$$a = 0;\ b = –0{,}5;\ c = 1.$$

Таблица 7

Блок исходных данных, в котором удалены
малоинформативные строки 4, 11 и 12

№	$x_{(N-1)}$	$y_{(N-2)}$	$y_{(N-1)}$	y_N
1	–3	9	–2	–8,8
2	6	–2	–8,8	0,77
3	–8	–8,8	0,77	–3,11
5	9	–3,11	11,5	11,7
6	–6	11,5	11,7	1,34
7	8	11,7	1,34	3,06
8	10	1,34	3,06	11,6
9	–6	3,06	11,6	0,5
10	7	11,6	0,5	1,48

Заключение

Разработан алгоритм для идентификации динамического объекта управления, позволяющий преобразовывать блок исходных данных в блок преобразованных исходных данных. После преобразования блока исходных данных появляется возможность произвольного выбора n строк из блока преобразованных исходных данных. Это сводит задачу переборной идентификации динамического объекта к задаче идентификации статического объекта.

Приведен пример идентификации динамического объекта управления, показывающий высокую эффективность использованного алгоритма.

Список литературы

1. Кендалл М.Дж., Стьюард А. Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973. – 896 с.

2. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – М.: Физматгиз, 1962. – 349 с.

3. Гусев С.С. Построение модифицированного алгоритма идентификации динамического объекта управления по экспериментальным

данным ядерной энергетической установки // Управление большими системами. – 2014. – № 47. – С. 167–186.

4. Райбман Н.С., Чадеев В.М. Построение моделей процессов производства. – М.: Энергия, 1975. – 376 с.

5. Крамер Г. Математические методы статистики. – М., 1975. – 648 с.

References

1. Kendall M.Dzh., St'iuard A. Statisticheskie vyvody i sviazi [Statistical inference and communication]. Moscow. Nauka, 1973, 896 p.

2. Linnik Iu.V. Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nabliudenii [The least-squares method and foundations of mathematical-statistical theory of processing observations]. Moscow. FIZMATGIZ, 1962, 349 p.

3. Gusev S.S. Postroenie modifitsirovannogo algoritma identifikatsii dinamicheskogo ob"ekta upravleniia po eksperimental'nym dannym iadernoi energeticheskoi ustanovki [Building a modified algorithm of identification of dynamic object of control according to the experimental data of the nuclear power plant]. Large-Scale Systems Control. – 2014, iss. 47, 167–186 pp.

4. Raibman N.S., Chadeev V.M. Postroenie modelei protsessov proizvodstva [Building models of production processes]. Moscow. «Energiia», 1975, 376 p.

5. Kramer G. Matematicheskie metody statistiki [Mathematical methods of statistics]. Moscow. Izd-vo 2, stereo, 1975, 648 p.

Получено 15.09.2017

Об авторе

Гусев Сергей Сергеевич (Москва, Россия) – соискатель, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65, e-mail: gs-serg@mail.ru).

About the author

Sergei S. Gusev (Moscow, Russian Federation) – Ph.D. Student, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences (65, Profsouznaya st., Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: gs-serg@mail.ru).