УДК 519.714.2

С.С. Гусев

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Москва, Россия

ПРИМЕР АЛГОРИТМА ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С АПРИОРНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Рассматривается алгоритм идентификации статического объекта управления с априорными ограничениями. В статье исследуется работа специального алгоритма идентификации, учитывающего имеющуюся информацию о параметрах объекта управления. Алгоритм требует использования большого объема вычислительных ресурсов. Однако в наше время такие вычислительные мощности доступны большинству пользователей. Приводится пример алгоритма идентификации статического объекта управления с априорными ограничениями.

Ключевые слова: идентификация, ограничения, статический объект, оценки параметров.

S.S. Gusev

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences
of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation

AN EXAMPLE OF THE IDENTIFICATION ALGORITHM OF THE STATIC CONTROL OBJECT WITH A PRIORI CONSTRAINTS

The algorithm of identification of a static control object with a priori constraints. This article examines the work of the special identification algorithm that takes into account available information about the parameters of the control object. The algorithm requires the use of a large amount of computational resources. However, in our time, such computational power is available to most users. Is an example of an identification algorithm of the static control object with a priori constraints.

Keywords: identification, restrictions, static object, evaluation parameters.

Введение

Идентификация – это определение неизвестных параметров объектов по экспериментальным измерениям входа и выхода. Для стационарных объектов определение параметров может быть сделано один раз и навсегда [1], так как параметры не меняются. Необходимо только, чтобы число экспериментов, т.е. число строк данных, число уравнений было больше числа неизвестных параметров – больше размерности объекта.

Невозможно представить себе современную науку без широкого применения математического моделирования. Суть этой методологии состоит в замене исходного объекта математической моделью и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов [2]. Работа не с самим объектом, а с его моделью дает возможность относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях (преимущества теории). В то же время вычислительные (компьютерные, имитационные) эксперименты с моделями объектов позволяют, опираясь на мощь современных вычислительных методов и технических инструментов информатики, подробно и глубоко изучать объекты в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим подходам (преимущества эксперимента).

Наличие моделей и механизмов управления привлекательно как с точки зрения управляющего органа [3], так как позволяет предсказать поведение управляемых субъектов, так и с точки зрения управляемых субъектов, так как делает предсказуемым поведение управляющего органа. Следовательно, снижение неопределенности за счет использования механизмов управления является одним из существенных свойств любой организации как социального института.

Качество идентификации объекта управления в большей степени определяет и качество управления сложным объектом. Большую роль при этом играет учет априорной информации о структуре и параметрах объекта [4].

В данной статье исследуется работа специального алгоритма идентификации, учитывающего определенную информацию о параметрах. Приводится пример алгоритма идентификации статического объекта управления с априорными ограничениями.

1. Постановка задачи

Рассмотрим алгоритм идентификации, учитывающий априорную информацию о параметрах объекта. Будем рассматривать объект вида

$$y = h^T x, \tag{1}$$

где y – скалярный выход объекта; x – вектор-строка входных переменных размерности n; h – вектор-строка неизвестных параметров объекта тоже размерности n. Дополнительно об объекте (1) известно, что параметры h принадлежат априорно известной области H, т.е.

$$h \in H. \tag{2}$$

Задача состоит в том, чтобы по экспериментальным данным, заданным в виде матрицы

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_1 \\ 2 & x_{22} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i & x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s & x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} & y_s \end{Vmatrix}, \tag{3}$$

определить оценки параметров h с учетом условия (2). Критерием точности определения оценок параметров объекта является известная область принадлежности параметров h.

2. Алгоритм идентификации

Из матрицы исходных экспериментальных данных (3) выделим матрицу входов размеров $n \times s$:

$$X = \begin{Vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} \end{Vmatrix}$$

и матрицу выхода $1 \times s$:

$$Y^T = \| y_1, y_2 \dots y_s \|.$$

Алгоритм идентификации, подробно описанный в работе [5], состоит в следующем. Из матрицы исходных данных (3) выбираются блоки из произвольных n строк (по размерности объекта). Для каждого блока составляется своя система уравнений. Ниже приведена система уравнений, соответствующая первому из таких блоков:

$$k_1x_{11} + k_2x_{12} + \ldots + k_nx_{1n} = y_1,$$

$$k_1x_{21} + k_2x_{22} + \ldots + k_nx_{2n} = y_2,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$k_1x_{n1} + k_2x_{n2} + \ldots + k_nx_{nn} = y_n,$$

где k – оценки параметров объекта h, или в матричном виде:

$$Xk^T = Y.$$

Произведя умножение левой и правой частей этого равенства слева на X^T, получим систему нормальных уравнений:

$$X^TXk^T = X^TY,$$

по которой с помощью МНК вычисляются оценки параметров объекта (1).

Из матрицы (3) можно получить C_s^n таких n-мерных блоков, для каждого из которых строится свой вектор оценок параметров объекта (1). Все эти оценки параметров собраны в матрицу B, содержащую C_s^n строк и $2n$ столбцов и имеющую вид

$$B = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \ldots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \ldots & k_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{L1} & a_{L2} & \ldots & a_{Ln} & k_{L1} & k_{L2} & \ldots & k_{Ln} \end{Vmatrix}, \qquad (4)$$

где $L = C_s^n$.

В любой i-й строке матрицы B в первых n позициях перечислены номера строк a_{ij} матрицы A, использованные для вычисления n оценок k_{ij}, вычисленных по этим строкам и расположенных в (4) в i-й строке на последних n позициях. Априорное условие (2) учитывается путем вычеркивания из (4) всех строк, в которых оценки k не удовлетворяют условию:

$$k_i \in H,$$

где

$$k_i = \begin{Vmatrix} k_{i1} & k_{i2} & \ldots & k_{in} \end{Vmatrix}, \ (i = 1, 2, \ldots, s).$$

В результате вычеркивания получается матрица

$$B_0 = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{Nn} & k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{Nn} \end{Vmatrix}, \ k_i \in H ,$$

где $N \le L$.

Введем вектор частости w, размерности s, имеющий вид

$$w^T = \begin{Vmatrix} w(1) & w(2) & \dots & w(s) \end{Vmatrix},$$

где $w(j)$ – частота использования номера j-й строки матрицы A в матрице B_0.

Введем новую матрицу F, отличающуюся от A тем, что в нее добавлен столбец, включающий вектор w:

$$F = \begin{Vmatrix} w(1) & 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_1 \\ w(2) & 2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w(s) & s & x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} & y_s \end{Vmatrix}. \quad (5)$$

Последний шаг алгоритма состоит в следующем. Строки матрицы F сортируются по первому столбцу так, чтобы значения $w(j)$ возрастали снизу вверх. Обозначим полученную таким образом матрицу через F_0.

Оператор, реализующий описанный алгоритм, обозначим через Ψ . Этот оператор преобразует матрицу исходных данных A в матрицу данных, отсортированную по частоте использования строк в матрице B_0, учитывающей априорные условия $k_i \in H$. Это можно записать так:

$$F_0 = \Psi\{A\} \ \ k_i \in H.$$

Рассмотрим некоторые свойства оператора Ψ, позволяющие существенно увеличить точность идентификации, но для начала приведем сравнение приведенного алгоритма идентификации статического объекта с алгоритмом идентификации статического объекта работы [5].

В данной работе алгоритм идентификации статического объекта состоит в следующем. Из матрицы исходных данных (3) выбираются блоки из произвольных n строк (по размерности объекта). Для каждого блока составляется своя система уравнений. Из матрицы (3) можно получить C_s^n таких n-мерных блоков, для каждого из которых строится свой вектор оценок параметров объекта (1). Все эти оценки параметров собраны в матрицу B, содержащую C_s^n строк и $2n$ столбцов.

Отличительной особенностью приведенного выше алгоритма от алгоритма, описанного в работе [5], является наличие дополнительного вектора частости w, по которому сортируются строки, представляя новую матрицу F, которая отличается от матрицы A тем, что в нее добавлен столбец, включающий вектор частости w. Строки матрицы F сортируются по первому столбцу так, чтобы значения $w(j)$ возрастали снизу вверх.

3. Пример идентификации статического объекта

3.1. Исходные данные

Для примера рассмотрим статический объект с тремя входами [5]. Структура модели, которая считается известной, задается уравнением

$$y_i^* = ax_{1i} + bx_{2i} + cx_{3i}, \ (i = 1, 2, \ldots, 9). \tag{6}$$

Исходные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для идентификации трехмерного объекта

Номер	x_1	x_2	x_3	y
1	1	2	3	11
2	1	1	4	9
3	1	5	3	15
4	2	2	3	14
5	2	6	1	11
6	3	2	2	15
7	1	0	3	6
8	1	3	1	8
9	0	0	7	7

Заранее известно, что оценки параметров a, b и c лежат в пределах

$$0 < a < 2; \quad -1 < b < 0; \quad 0 < c < 1,4. \tag{7}$$

Необходимо по данным девяти экспериментов получить оценки параметров модели (6), учитывая априорную информацию о неизвестных параметрах a, b и c, содержащуюся в неравенствах (7), и оценить точность полученных оценок.

3.2. МНК оценки без учета априорной информации

Прежде чем использовать алгоритм, учитывающий априорную информацию, вычислим оценки параметров модели (6) с помощью обычной процедуры метода наименьших квадратов (МНК). В результате получим следующие значения оценок параметров по девяти экспериментам:

$$\hat{a} = 0,18 \pm 0,33; \quad \hat{b} = 0,29 \pm 0,41; \quad \hat{c} = 0,78 \pm 0,23.$$

Множественный коэффициент корреляции для такой модели будет $R^2 = 0,83$. Эти результаты используем в дальнейшем для сравнения с методом идентификации, учитывающим априорную информацию.

3.3. Переход в пространство параметров

Поскольку нам задан трехмерный объект, то для получения какой-либо оценки требуется не менее трех экспериментов, т.е. трех строк из табл. 1. Используя все возможные комбинации из 9 по 3, получим 84 оценки, вычисленные по разным сочетаниям трех строк из таблицы исходных данных. На рис. 1 показана схема отбора трехстрочных блоков из блока исходных данных.

Блок исходных данных

№	x_1	x_2	x_3	y
1	1	2	3	11
2	1	1	4	9
3	1	5	3	15
4	2	2	3	14
5	2	6	1	11
6	3	2	2	15
7	1	0	3	6
8	1	3	1	8
9	0	0	7	7

Трехстрочный блок уравнений для получения промежуточных оценок

№	x_1	x_2	x_3	y
2	1	1	4	9
6	3	2	2	15
8	1	3	1	8

Рис. 1. Схема отбора трехстрочных блоков из блока исходных данных

Для вычисления одного вектора оценок необходимо отобрать не менее трех строк. На рис. 1 выбираются 2, 6 и 8 строк из блока исходных данных.

Все данные о промежуточных оценках сведены в табл. 2. Таблица содержит 84 строки оценок параметров *a*, *b* и *c* и номера строк блока исходных данных, которые были использованы для получения оценок в данной строке. Все полученные 84 оценки сведены в блок промежуточных оценок, показанный в табл. 2.

Для учета априорных ограничений нужно из табл. 2 удалить строки, в которых содержатся оценки, не удовлетворяющие ограничениям (7). Выполнив это удаление, получим усеченный блок промежуточных оценок, фрагмент которого приведен в табл. 3.

Таблица 2

Полный блок промежуточных оценок

Номер	Оценки параметров			Номера выбранных строк			Ind
	a	b	c	n_1	n_2	n_3	
1	10	1,3	2	1	2	3	1
2	4	2,6	0,6	1	2	4	1
3	–18	7	5	1	2	5	1
…	…	…	…	…	…	…	
i	3,5	1,1	1,1	2	6	8	1
…	…	…	…	…	…	…	
84	3	1,3	1	7	8	9	1

Таблица 3

Усеченный блок промежуточных оценок

Номер	Оценки параметров			Номера выбранных строк		
	a	b	c	n_1	n_2	n_3
1	0,73	–0,56	1,03	1	2	3
2	0,68	–0,52	1,02	1	2	4
3	0,72	–0,55	1,03	1	2	5
…	…	…	…	…	…	…
i	0,73	–0,57	1,01	2	6	9
…	…	…	…	…	…	…
35	0,72	–0,53	1,03	7	8	9

В табл. 3 содержатся только оценки, удовлетворяющие априорным ограничениям (7). Номера строк исходных данных, по которым вычислялись эти «хорошие» оценки, записаны в трех последних столбцах табл. 3. На рис. 2 приведены гистограммы частоты использования разных строк блока исходных данных.

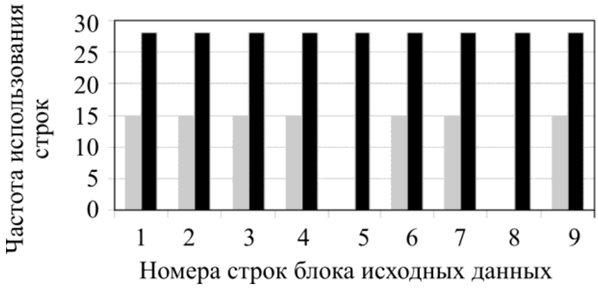

Рис. 2. Гистограммы частоты использования разных строк блока исходных данных: черные прямоугольники – в полном блоке промежуточных оценок; серые – в усеченном блоке

Как видно из рис. 2, в полном блоке промежуточных оценок (черные прямоугольники) все строки блока исходных данных используются одинаковое число раз, а именно 28. Совершенно другая картина наблюдается в усеченном блоке промежуточных оценок, хранящем только «хорошие» оценки, удовлетворяющие условиям (7).

Серые прямоугольники, соответствующие усеченному блоку, имеют разную высоту. Строки 1–4, 6, 7 и 9 используются по 15 раз, а строки 5 и 8 не используются совсем. Естественно предположить, что для получения «хороших» оценок, удовлетворяющих априорным условиям, использовались менее зашумленные исходные данные. Если принять эту гипотезу, то следует из блока исходных данных удалить те строки, которые редко используются.

3.4. Возвращение в пространство исходных данных

После удаления 5-й и 8-й строки блок исходных данных примет вид табл. 4.

Проведем определение параметров модели (6) методом наименьших квадратов, используя данные из усеченной таблицы данных 3.

В результате получим следующие значения оценок параметров по семи экспериментам:

$$\hat{a} = 0,72 \pm 0,0099; \quad \hat{b} = -0,53 \pm 0,0149; \quad \hat{c} = 1,01 \pm 0,0066.$$

Таблица 4

Блок исходных данных, в котором удалены
малоинформативные строки 5 и 8

Усеченный блок исходных данных				
Номер	x_1	x_2	x_3	y
1	1	2	3	11
2	1	1	4	9
3	1	5	3	15
4	2	2	3	14
5	2	6	1	11
6	3	2	2	15
7	1	0	3	6
8	1	3	1	8
9	0	0	7	7

Множественный коэффициент корреляции для такой модели будет R^2 = 0,999910. Сравнивая эти результаты с идентификацией по девяти экспериментам, видим, что точность оценок резко увеличилась.

В заключение заметим, что истинные значения параметров объекта следующие:

$$a = 0,7; \; b = -0,5; \; c = 1.$$

Заключение

В работе рассмотрен алгоритм идентификации статического объекта, учитывающий априорную информацию о его параметрах. Алгоритм преобразовывал блок исходных данных в множество блоков меньшей размерности. Для каждого из этих блоков вычислялись оценки параметров объекта и запоминались номера строк, использованных для вычисления этих оценок.

Список литературы

1. Чадеев В.М., Гусев С.С. Идентификация с ограничениями. Определение оценок параметров статического объекта // Идентификация систем и задачи управления SICPRO’08: тр. VII Междунар. конф., Москва, 28–31 января 2008 г. – М.: Изд-во Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2008. – С. 261–269.

2. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2005. – 320 с.

3. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. – М.: Изд-во Моск. психол.-социал. ин-та, 2005. – 584 с.

4. Райбман Н.С., Чадеев В.М. Построение моделей процессов производства. – М.: Энергия, 1975. – 376 с.

5. Чадеев В.М., Илюшин В.Б. Метод идентификации, учитывающий априорную информацию о параметрах объекта // Идентификация систем и задачи управления SICPRO'06: тр. V Междунар. конф., Москва, 30 января – 2 февраля 2006 г. – М.: Изд-во Ин-та проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2006. – С. 1091–1105.

References

1. Chadeev V.M., Gusev S.S. Identifikatsiia s ogranicheniiami. Opredelenie otsenok parametrov staticheskogo ob"ekta [Identification with limitations. The definition of the parameter estimates of the static object]. Trudy VII Mezhdunarodnoi konferentsii ”Identifikatsiia sistem i zadachi upravleniia” SICPRO’08, 28-31 ianvaria 2008. Moscow. V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, 2008. 261-269 pp.

2. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery [Mathematical modeling: Ideas. Methods. Examples]. 2nd ed. Moscow. FIZMATLIT, 2005. 320 p.

3. Novikov D.A. Teoriia upravleniia organizatsionnymi sistemami [Theory of control of organizational systems]. Moscow. Moskovskii psikhologo-sotsial'nyi institut, 2005. 584 p.

4. Raibman N.S., Chadeev V.M. Postroenie modelei protsessov proizvodstva [Building models of production processes]. Moscow. “Energiia”, 1975. 376 p.

5. Chadeev V.M., Iliushin V.B. Metod identifikatsii, uchityvaiushchii apriornuiu informatsiiu o parametrakh ob"ekta [Identification method that takes into account a priori information about the parameters of the object]. Trudy V Mezhdunarodnoi konferentsii “Identifikatsiia sistem i zadachi upravleniia” SICPRO’06, 30 ianvaria – 2 fevralia 2006. Moscow. V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, 2006. 1091-1105 pp.

Получено 15.04.2017

Об авторе

Гусев Сергей Сергеевич (Москва, Россия) – соискатель, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65, e-mail: gs-serg@mail.ru).

About the author

Sergei S. Gusev (Moscow, Russian Federation) – Ph.D. Student, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences (65, Profsouznaya st., Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: gs-serg@mail.ru).