УДК 519.714.3

**А.О. Алексеев[1], Н.А. Коргин [2, 3]**

[1] Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия
[2] Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
[3] Московский физико-технический институт (государственный университет),
Москва, Россия

# МАТРИЧНЫЙ АНОНИМНЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ МЕДИАННЫЙ МЕХАНИЗМ С ПРАВОМ ДЕЛЕГИРОВАНИЯ СООБЩЕНИЙ

Обсуждаются способы делегирования сообщений экспертов при использовании матричного анонимного обобщенного медианного механизма. Доказано, что при сообщении результата активной экспертизы при $n$ экспертах данное сообщение является результатом активной экспертизы при $n + 1$ экспертах. Это позволяет организовать процедуру делегирования следующим образом: если эксперт считает необходимым делегировать право оценки некоего критерия, то вместо его оценки можно сообщить результат активной экспертизы, который получился бы без участия данного эксперта. Помимо этого, демонстрируется другой способ делегирования, основанный на заполнении матрицы свертки по принципу полного доминирования над критерием, сообщение о котором планируется делегировать.

**Ключевые слова:** механизм управления, активная экспертиза, медианный механизм, комплексное оценивание, матрицы свертки, делегирование сообщений.

**A.O. Alekseev[1], N.A. Korgin [2, 3]**

[1] Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation
[2] V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy
of Sciences, Moscow, Russian Federation
[3] Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
Moscow, Russian Federation

# THE MATRIX ANONYMOUS GENERALIZED MEDIAN SCHEMES WITH DELEGATION

Approaches to design vote procedures with delegation messages at the matrix anonymous generalized median scheme are discussed in this paper. One of approaches based on idea – if the expert considers it necessary to delegate the message about any criteria, then he should include result of active examination, which would have made without the participation of an expert. Another design of votes procedures with delegation based on filling the convolution matrix on the basis of total domination over the criterion on which the message is scheduled to delegate.

**Keywords:** control mechanisms, active examination, generalized median schemes, matrixes of convolution, votes procedures with delegation.

## Введение

В работе [1] авторами был введен матричный анонимный обобщенный медианный механизм (МАОММ), который предназначен для комплексного оценивания сложных многокритериальных объектов, требующих групповой экспертизы. Целью настоящей работы является обсуждение возможности делегирования сообщений экспертами. Делегирование востребовано в ситуациях, когда к экспертизе привлекаются узкопрофильные специалисты, способные оценить лишь часть свойств исследуемого объекта (класса объектов), а соответственно, они вынуждены передать оценку непрофильных свойств компетентным в этом коллегам.

Авторам видятся два способа организации права делегирования сообщений в матричном анонимном обобщенном медианном механизме:

– при делегировании сообщается результат активной экспертизы, который был бы получен при меньшем на единицу количестве экспертов;

– при делегировании сообщений о критерии, который эксперт считает непрофильным, матрица свертки заполняется по принципу полного доминирования профильного критерия.

Первый способ требует формального доказательства, а второй – исследования, так как может приводить к искажению матрицы свертки. Данные обстоятельства определили дальнейшую структуру работы.

В настоящей статье будем использовать обозначения и определения, введенные в работе [2], однако для целей настоящей работы введем дополнительный индекс $n$ сверху для обозначения количества экспертов, участвующих в процедуре активной экспертизы.

## 1. Делегирование путем сообщения результата активной экспертизе при $n$ – 1 экспертах

Пусть существует процедура π, которая используется для согласования оценок группы из $n$ экспертов:

$$x^n = \pi\left(s^n\right), \tag{1}$$

где $x^n$ – результат групповой экспертизы; $s^n$ – вектор сообщений $n$ экспертов, $s^n = \{s_1, ..., s_n\}$. Сообщение эксперта $i$ по любому критерию ограничено шкалой комплексного оценивания $s_i \in [d, D]$. Здесь и далее индекс сверху обозначает количество экспертов, а индекс снизу – порядковый номер эксперта в ранжированном ряду, два индекса снизу определяют элемент матрицы свертки.

Процедура π должна удовлетворять следующим условиям:

1) функция $\pi(s)$ монотонна[1] по всем переменным *s*;

2) функция $\pi(s)$ непрерывна по всем переменным *s*;

3) функция $\pi(s)$ удовлетворяет условию единогласия, т.е. $\pi\left(s^n \middle| s_i = a, \forall i = \overline{1, n}\right) = a.$

Неманипулируемой активной экспертизой является такая процедура, что результатом экспертизы становится медиана множества, образованного *n* сообщениями экспертов $s^n$ и *n* + 1 сообщениями фантомов $w^n$:

$$x^n = \mathrm{med}\left(w^n, s^n\right), \tag{2}$$

где сообщения фантомов $w^n$ определяются с помощью выбранной процедуры π:

$$w_k = \pi\left(s(k)\right), \tag{3}$$

где вектор $s(k)$ образуется следующим образом:

$$s(k) = \begin{cases} k \text{ экспертов сообщает } D, \\ n - k \text{ экспертов сообщает } d, \end{cases} \qquad k = \overline{0, n}. \tag{4}$$

При *n* экспертах согласно формуле (4) сообщений фантомов на единицу больше, чем сообщений экспертов, благодаря *k* = 0. В связи с этим мощность объединенных множеств оценок $s^n \cup w^n$ определяется нечетным числом (*n* сообщений экспертов и *n* + 1 сообщений фантомов). В таком случае медианой множества $s^n \cup w^n$ является либо сообщение эксперта, либо оценка фантома, разделяющая все множество на левую и правую коалицию (определение коалиций см. в работе

---

[1] В работах [2, с. 40; 3, с. 76] применительно к условию 1 выдвигается жесткое требование к строгой монотонности функции π(*s*), а в работах [4, с. 19; 5, с. 58] говориться о том, что достаточно монотонности.

[2, с. 42–43]). Не исключается случай, когда оценка эксперта совпадает со значением фантома.

*Утверждение*. Если для активной экспертизы с $n$ экспертами используется обобщенная медианная схема (2), то результат активной экспертизы $x^n$ является медианой ранжированного множества, образованного сообщениями $n$ экспертов – $s^n$, дополнительного сообщения, совпадающего с результатами активной экспертизы с $n$ экспертами, – $s_{n+1} = x^n$ и оценками фантомов, образованных при $k = \overline{0, n+1}$, $w^{n+1}$:

$$x^{n+1} = \mathrm{med}\left(w^{n+1}, s^n, s_{n+1} = x^n\right). \tag{5}$$

$$x^{n+1} = x^n. \tag{6}$$

Качественно это утверждение означает, что при сообщении результата активной экспертизы, полученной при $n$ экспертах, в процедуре при $n + 1$ экспертах данное сообщение будет являться результатом активной экспертизы.

*Доказательство*. Доказательство разделим на две части. Вначале рассмотрим случай строгой монотонности, как это требовалось ранее (см., например, [2, 3]), а затем – нестрогий случай.

1. В первом случае рассмотрим отдельно ситуации, когда медианой ранжированного множества $\left(w^n, s^n\right)$ являются сообщение фантома и сообщение эксперта.

1.1. Рассмотрим ситуацию, когда медианой ранжированного множества $\left(w^n, s^n\right)$ является сообщение фантома. Такое сообщение обозначим $w^n_{\mathrm{med}}$:

$$x^n = w^n_{\mathrm{med}}. \tag{7}$$

При увеличении числа экспертов выполняется следующее неравенство:

$$\forall k = \overline{0, n} : w_k^{n+1}\left(\pi\left(s^{n+1}(k)\right)\right) < w_k^n\left(\pi\left(s^n(k)\right)\right), \tag{8}$$

которое следует из условия 1 – *строгой* монотонности функции π. Для доказательства справедливости выражения (8) достаточно взглянуть на формулу (4), где показано, что вектор $s$ при $n + 1$ экспертах содержит на одну больше минимальных оценок $d$ при том же числе максимальных оценок $D$.

Поскольку при увеличении экспертов растет количество оценок фантомов и условие (8) справедливо, то, очевидно, что при $n + 1$ экспертах оценка $w_j^{n+1} \Big| j = \mathrm{ind}_{k=\overline{0,\, n}} \left( w_k^n = w_{\mathrm{med}}^n \right),$ которая была медианой и делила все множество оценок на два равных по мощности множества, смещается влево, одновременно увеличивая мощность левой коалиции на единицу. Согласно определению медианы она делит ранжированный ряд на два равных по мощности множества: первое множество, значения которого не больше медианы, и второе – значения которого не меньше медианы. Тогда любая оценка, которая больше или равна $w_j^{n+1}$, будет принадлежать правой коалиции и будет уравнивать мощности левой и правой коалиций.

Собственно дополнительное сообщение $s_{n+1} = x^n,$ которое больше $w_j^{n+1}$, согласно выражению

$$w_j^{n+1} < \left( w_j^n = x^n \right), \tag{9}$$

вытекающему из условия (8), уравнивает мощности левой и правой коалиций.

В общем случае при $x^n = w_{\mathrm{med}}^n$ медианой ранжированного ряда, образованного сообщениями экспертов $\left( w^{n+1}, s^n, s_{n+1} = x^n \right),$ является любое число, лежащее в интервале от $w_j^{n+1}$ до $x^n$, включая $x^n$, что, естественно, является частным случаем.

Так мы показали, что при $x^n = w_{\mathrm{med}}^n$ оценка $x^n$ является медианой множества $\left( w^{n+1}, s^n, s_{n+1} = x^n \right)$. Осталось показать случай, при котором медианой является сообщение агента, которое не совпадает со значением фантома (очевидно, что в случае совпадения оценок фантома и эксперта утверждение справедливо в силу первой части доказательства).

1.2. Сообщение агента, являющегося медианой множества $\left( w^n, s^n \right),$ обозначим $s_{\mathrm{med}}^n$:

$$x^n = w^n_{\text{med}}, \quad \forall k = \overline{0, n}, \ s^n_{\text{med}} \neq w^n_k. \tag{10}$$

В случае выражения (10) существует $k$, образующая такие две ближайшие оценки фантомов к $x^n$, что $w^n_k$ принадлежит левой коалиции $L^n$:

$$w^n_k < x^n, \ w^n_k \in L^n, \tag{11}$$

а $w^n_{k+1}$ принадлежит правой коалиции $R^n$:

$$w^n_{k+1} > x^n, \ w^n_{k+1} \in R^n. \tag{12}$$

В выражениях (11) и (12) использованы строгие ограничения, поскольку мы рассматриваем случай несовпадения оценки фантома с сообщением агента, определенный в условии (10).

Существование $k$ для $n$ экспертов следует из леммы, приведенной в работе [2, с. 44] и доказанной там же. Следует отметить, что в [2, с. 44] используется нестрогое ограничение, от которых мы отказались в силу выражения (10).

Единственность $k$ следует из монотонности (строгой монотонности) функции $\pi$.

Так выполняется следующее условие:

$$w^n_{k+1} < (\leq) w^n_{k+2}, \ \forall k = \overline{0, n-2}. \tag{13}$$

В таком случае, если существует $k$, для которого выполняется условие (11), то для $\forall i = \overline{1, k}$ оценка фантома $w^n_{k-i}$ будет меньше (или равна) $x^n$ в силу условия (13), и тогда для любой пары $k - i$ и $k - i + 1$, $\left(i = \overline{1, k}\right)$ будет выполняться только условие (11). Аналогично для $\forall j = \overline{1, n-k}$ у пары $k + j$ и $k + j + 1$ будет выполняться только условие (12). Тогда может существовать единственная $k$, для которой выполняются одновременно условия (11) и (12).

При увеличении числа экспертов, как показано выше, оценки фантомов смещаются влево, соответственно, оценка $w^n_{k+1}$, принадлежащая правой коалиции, может при некоторой функции $\pi\left(s^{n+1}\right)$ оказаться меньше $x^n$, что увеличит мощность левой коалиции, и, соответственно, оценка $x^n$ уравнивает коалиции. В противном случае оценка $w_{k+1}^{n+1}$ по-прежнему принадлежит правой коалиции, а оценка $x^n$ – левой.

Другими словами, медианой при $n + 1$ экспертах будет являться любая оценка от $x^n$ до $w_{k+1}^{n+1}$, если $w_{k+1}^{n+1} \geq x^n$, в противном случае медианой является любая оценка от $w_{k+1}^{n+1}$ до $x^n$. Таким образом, при $x^n = s_{\text{med}}^n$ оценка $x^n$ также является медианой множества $\left(w^{n+1}, s^n, s_{n+1} = x^n\right)$.

2. Для нестрогого случая монотонности функции $\pi$ необходимо рассмотреть лишь случай $w_j^{n+1} \geq w_j^n$, при котором вполне очевидно, что $x^n$ также является медианой множества $\left(w^{n+1}, s^n, s_{n+1} = x^n\right)$, поскольку интервалы, на которых определяется медиана, вырождаются в точку $x^n$.

*Следствие*. Следствием из доказанного утверждения является то, что процедуру делегирования можно организовать предлагаемым способом: если эксперт считает необходимым делегировать право оценки некоего критерия, то вместо его оценки необходимо сообщить результат активной экспертизы, который получился бы без его участия в экспертизе.

## 2. Делегирование путем заполнения матрицы свертки по принципу доминирования над критерием, оценку которого планируется делегировать

Еще одним способом делегирования сообщений является подход, основанный на заполнении матрицы свертки по принципу доминирования над критерием, оценку которого планируется делегировать.

Доминирующей матрицей назовем такую бинарную матрицу свертки пары критериев, результатом свертки которых является значение одного из критериев:

$$M_r\left(x_r, x_c\right) = x_r, \quad x_r, x_c \in [d, D], \tag{14}$$

$$M_c\left(x_r, x_c\right) = x_c, \quad x_r, x_c \in [d, D]. \tag{15}$$

Пример доминирующих матриц свертки размерностью 4×4 приведен на рис. 1.

$M_r(x_r, x_c)$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 4 | 4 | **4** |
| 3 | 3 | 3 | 3 | **3** |
| 2 | 2 | 2 | 2 | **2** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| **4** | **3** | **2** | **1** | $x_c$ |

*а*

$M_c(x_r, x_c)$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 2 | 1 | **4** |
| 4 | 3 | 2 | 1 | **3** |
| 4 | 3 | 2 | 1 | **2** |
| 4 | 3 | 2 | 1 | **1** |
| **4** | **3** | **2** | **1** | $x_c$ |

*б*

Рис. 1. Доминирующие матрицы свертки: *а* – доминирует критерий $x_r$; *б* – доминирует критерий $x_c$

Размерность матриц свертки не играет роли и определяется условиями прикладной задачи. В практике применения матричных механизмов комплексного оценивания (ММКО) известны случаи применения матриц размерностью от 2×2 до 5×5 (см., например, [6–8]).

Стоит отметить, что в непрерывном случае при использовании специальных функции интерполяции дискретных матричных сверток (см., например, [9]) или при использовании нечетких процедур комплексного оценивания (см., например, [8, 10]), условия (14) и (15) сохраняются.

В общем случае матричный механизм комплексного оценивания представляет собой последовательную свертку критериев с помощью бинарных матриц $M_{kl}(x_k, x_l)$:

$$x(x_k, ..., x_l) = M_{kl}\left(..., \left(M_{kk+1}(x_k, x_{k+1}), ..., M_{l-1l}(x_{l-1}, x_l)\right)\right). \quad (16)$$

Используя доминирующие матрицы (14) и/или (15) можно построить механизм комплексного оценивания, включающий дополнительные критерии, являющийся эквивалентным механизму комплексного оценивания (16):

$$x(x_{k-1}, x_k, ..., x_l, x_{l+1}) =$$

$$= M_c\left(x_{k-1}, M_r\left(M_{kl}\left(..., M_{kk+1}(x_k, x_{k+1}), ..., M_{l-1l}(x_{l-1}, x_l)\right)\right); x_{l+1})\right). \quad (17)$$

Так можно поступить и в обратном направлении: не увеличивать количество критериев, а уменьшить. Если имеется дерево с $l > 2$ критериями, то матрицы свертки можно заполнить, используя выражения (14) или (15), что данный механизм будет эквивалентен механизму комплексного оценивания с меньшим количеством критериев.

Рассмотрим пример ММКО, включающий четыре критерия (рис. 2), и исключим критерий $x_4$ (рис. 3):

$$x\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)=M_{14}\left(M_{12}\left(x_1,x_2\right),M_r\left(x_3,x_4\right)\right)=$$

$$=M_{14}\left(M_{12}\left(x_1,x_2\right),x_3\right)\equiv M\left(M_{12}\left(x_1,x_2\right),x_3\right)=x\left(x_1,x_2,x_3\right). \qquad (18)$$

Аналогично можно исключить любой другой критерий или несколько критериев (рис. 4):

$$x\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)=M_c\left(M_{12}\left(x_1,x_2\right),M_{34}\left(x_3,x_4\right)\right)=$$

$$=M_{34}\left(x_3,x_4\right)\equiv M\left(x_3,x_4\right)=x\left(x_3,x_4\right). \qquad (19)$$

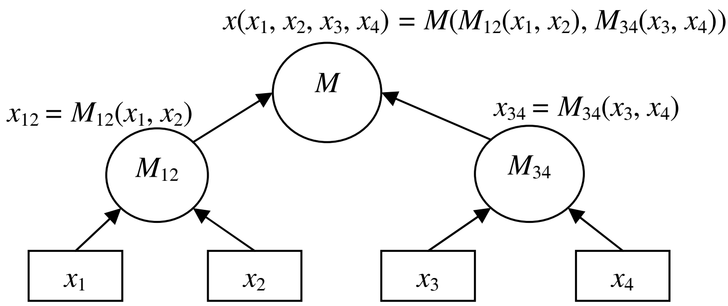


Рис. 2. Пример четырехфакторного дерева критериев ММКО

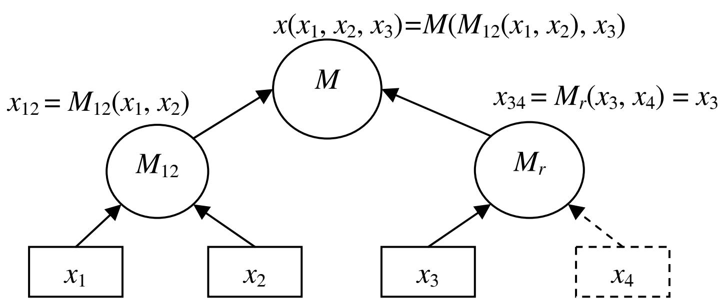


Рис. 3. Пример трехфакторного ММКО, эквивалентного четырехфакторному при $M_{34} = M_r$ [см. выражение (18)]

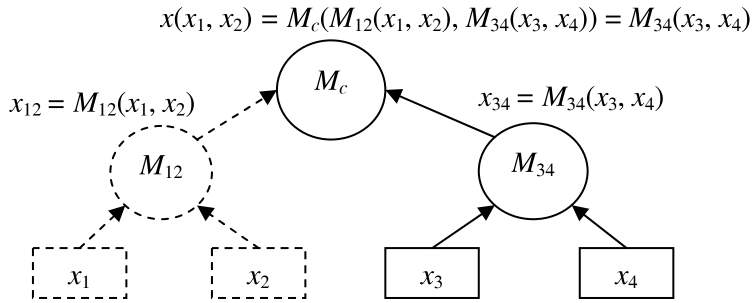


Рис. 4. Пример двухфакторного ММКО, эквивалентного четырехфакторному при $M = M_c$ [см. выражение (19)]

Так можно поступить для любого бинарного дерева: выбрав подграф, одной из вершин которого является критерий, требующий делегирования. Затем выбрать узел подграфа, соединенного с делегируемым критерием, и матрицу, соответствующую этому узлу, необходимо заполнить доминирующим способом (см. рис. 1, *а* или *б*).

Используя это свойство, процедуру делегирования можно организовать так: эксперт, участвующий в согласовании (активной экспертизе) матричного механизма комплексного оценивания, выбирает критерии, в которых он компетентен, далее для него строится механизм, эквивалентный механизму комплексного оценивания, который требуется согласовать, и эксперт заполняет оставшиеся матрицы так, как считает нужным, формируя тем самым часть сообщений. Оставшиеся сообщения принимаются по значениям доминирующих матриц.

Такой подход позволяет эксперту сосредоточить внимание на оценивании влияния на комплексную оценку только тех критериев, в которых он компетентен.

Стоит признать, что этот подход потенциально манипулируемый. Во-первых, эксперт может выбирать те критерии для оценки, в которых он заинтересован (или, наоборот, сообщать о том, что он некомпетентен в оценке критерия, который хочет игнорировать). Во-вторых, некоторые элементы доминирующих матриц (см. рис. 1) лежат в интервале между минимально (рис. 5, *а*) и максимально (рис. 5, *б*) возможными оценками, что может влиять на результат активной экспертизы.

$M_{\min}\left(x_r, x_c\right)$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 2 | 1 | **4** |
| 3 | 2 | 1 | 1 | **3** |
| 2 | 1 | 1 | 1 | **2** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| $x_c$: **4** | **3** | **2** | **1** | |

*а*

$M_{\max}\left(x_r, x_c\right)$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 4 | 4 | **4** |
| 4 | 4 | 4 | 3 | **3** |
| 4 | 4 | 3 | 2 | **2** |
| 4 | 3 | 2 | 1 | **1** |
| $x_c$: **4** | **3** | **2** | **1** | |

*б*

Рис. 5. Матрицы свертки: *а* – с минимально возможными элементами $d_{rc}$;
*б* – с максимально возможными элементами $D_{rc}$

## 3. Иллюстрация подходов к делегированию сообщений при МАОММ

Для иллюстрации обоих подходов к делегированию сообщений достаточно рассмотреть одну матрицу свертки. Рассмотрим пример с четырьмя экспертами, один из которых делегирует оценку критерия $x_r$. Сообщения агентов приведены на рис. 6, *а*, *б* и 7, *а*, пример сообщений взят из работы [1].

$s_1$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 2 | 2 | **4** |
| 4 | 3 | 2 | 1 | **3** |
| 3 | 2 | 2 | 1 | **2** |
| 2 | 2 | 1 | 1 | **1** |
| $x_c$: **4** | **3** | **2** | **1** | |

*а*

$s_2$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 2 | 2 | **4** |
| 3 | 3 | 2 | 1 | **3** |
| 3 | 2 | 2 | 1 | **2** |
| 2 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| $x_c$: **4** | **3** | **2** | **1** | |

*б*

Рис. 6. Матрицы свертки с сообщениями первых двух экспертов

$s_3$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 3 | 2 | **4** |
| 4 | 3 | 2 | 2 | **3** |
| 3 | 3 | 2 | 1 | **2** |
| 3 | 2 | 1 | 1 | **1** |
| $x_c$: **4** | **3** | **2** | **1** | |

*а*

$s_4$

| | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|
| $s_{44}$ | $s_{43}$ | $s_{42}$ | $s_{41}$ | **4** |
| $s_{34}$ | $s_{33}$ | $s_{32}$ | $s_{31}$ | **3** |
| $s_{24}$ | $s_{23}$ | $s_{22}$ | $s_{21}$ | **2** |
| $s_{14}$ | $s_{13}$ | $s_{12}$ | $s_{11}$ | **1** |
| $x_c$: **4** | **3** | **2** | **1** | |

*б*

Рис. 7. Матрицы свертки с сообщениями третьего и четвертого экспертов

Необходимо определить элементы матрицы $s_4$ (рис. 6, *б*), которые необходимо принять вместо четвертого эксперта.

### *3.1. Пример делегирования путем сообщения результата активной экспертизе при n – 1 экспертах*

Для вычисления значений фантомов при трех экспертах ($n$ = 3) необходимо определить четыре вектора псевдосообщений $s(k)$ согласно выражению (4), где $k = \overline{0, n}$. Согласно свойству 3 (см. разд. 1) для $k$ = 0 и $k$ = 3 выполняется следующее: $w_{rc}(0) = d_{rc}$, $w_{rc}(3) = D_{rc}$. Таким образом, необходимо определить два вектора при $k$ = 1: $s(1) = \{s_1(1) = d, s_2(1) = d, s_3(1) = D\}$ и $k$ = 2: $s(2) = \{s_1(2) = d, s_2(2) = d, s_3(2) = D\}$.

Векторы псевдосообщений $s(k)$ являются исходными данными для определения значений фантомов $w_k$ согласно формуле (3) с помощью функции π. Приведем пример при среднеарифметической π (табл. 1).

Таблица 1

Пример определения значений фантомов при трех экспертах и среднеарифметической функции π

| Выделяемые переменные | Элементы матрицы свертки ***rc*** | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **11** | **12** | **13** | **14** | **21** | **22** | **23** | **24** | **31** | **32** | **33** | **34** | **41** | **42** | **43** | **44** |
| $d_{rc}$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $D_{rc}$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_1(1)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2(1)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_3(1)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 2,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(1)$ | 1,00 | 1,33 | 1,67 | 2,00 | 1,33 | 1,67 | 2,00 | 2,67 | 1,67 | 2,00 | 2,67 | 3,33 | 2,00 | 2,67 | 3,33 | 4,00 |
| $s_1(2)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2(2)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_3(2)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(2)$ | 1,00 | 1,67 | 2,33 | 3,00 | 1,67 | 2,33 | 3,00 | 3,33 | 2,33 | 3,00 | 3,33 | 3,67 | 3,00 | 3,33 | 3,67 | 4,00 |

Теперь можно определить медианы на множествах сообщений трех экспертов и двух значений фантомов.

Таблица 2

Пример определения медианы на множестве сообщений
трех экспертов и двух значений фантомов

| Выделяемые переменные | Элементы матрицы свертки ***rc*** | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **11** | **12** | **13** | **14** | **21** | **22** | **23** | **24** | **31** | **32** | **33** | **34** | **41** | **42** | **43** | **44** |
| $s_1$ | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_3$ | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(1)$ | 1,00 | 1,33 | 1,67 | 2,00 | 1,33 | 1,67 | 2,00 | 2,67 | 1,67 | 2,00 | 2,67 | 3,33 | 2,00 | 2,67 | 3,33 | 4,00 |
| $w_{rc}(2)$ | 1,00 | 1,67 | 2,33 | 3,00 | 1,67 | 2,33 | 3,00 | 3,33 | 2,33 | 3,00 | 3,33 | 3,67 | 3,00 | 3,33 | 3,67 | 4,00 |
| $x_{rc}$ | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 1,67 | 2,00 | 3,00 | 3,67 | 2,00 | 2,67 | 3,33 | 4,00 |

Таким образом, используя МАОММ при трех экспертах, получим матрицу свертки (рис. 8), которую необходимо сообщить вместо четвертого эксперта.

$$x_{rc}^3 = \mathrm{med}\left(s_{rc}^3, w_{rc}^3\right)$$

| | | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 4,00 | 3,33 | 2,67 | 2,00 | **4** |
| | 3,67 | 3,00 | 2,00 | 1,67 | **3** |
| | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 1,00 | **2** |
| | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | **1** |
| $x_c$ | **4** | **3** | **2** | **1** | |

Рис. 8. Матрица свертки, полученная с помощью МАОММ
при трех экспертах

В связи с тем что в разд. 1 формально доказано, что при сообщении результата активной экспертизы, полученной при $n$ экспертах, это сообщение является результатом активной экспертизы при $n + 1$ экспертах, то демонстрировать это вычислительным примером нецелесообразно.

### *3.2. Пример делегирования путем заполнения матрицы свертки по принципу доминирования*

Поскольку при этом подходе значения матрицы принимаем по значениям доминантной матрицы (см. рис. 1, *а* или *б*), то в таком случае нам необходимо определить три вектора псевдосообщений (не считая очевидные случаи $w_{rc}(k = 0) = d_{rc}$, $w_{rc}(k = 4) = D_{rc}$) для вычисления четырех матриц фантомов (табл. 3):

$$k = 1:\ s(1) = \{s_1(1) = d,\ s_2(1) = d,\ s_3(1) = d,\ s_4(1) = D\},$$

$$k = 2:\ s(2) = \{s_1(2) = d,\ s_2(2) = D,\ s_3(2) = D,\ s_4(2) = D\},$$

$$k = 3:\ s(3) = \{s_1(2) = d,\ s_2(3) = D,\ s_3(3) = D,\ s_4(3) = D\}.$$

Рассмотрим пример: эксперт считает, что доминирует критерий $x_r$ (см. рис. 1, *а*), тогда набор сообщений четвертого эксперта $s_4$ будет заполнен так, как это показано в табл. 4 (4-я строка).

Таблица 3

Пример определения значений фантомов при четырех экспертах и среднеарифметической функции $\pi$

| Выделяемые переменные | Элементы матрицы свертки ***rc*** | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **11** | **12** | **13** | **14** | **21** | **22** | **23** | **24** | **31** | **32** | **33** | **34** | **41** | **42** | **43** | **44** |
| $d_{rc}$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $D_{rc}$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_1(1)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2(1)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_3(1)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_4(1)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 2,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(1)$ | 1,00 | 1,25 | 1,50 | 1,75 | 1,25 | 1,25 | 1,75 | 2,50 | 1,50 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 4,00 |
| $s_1(2)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2(2)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_3(2)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_4(2)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(2)$ | 1,00 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 3,00 | 2,00 | 2,50 | 3,00 | 3,50 | 2,50 | 3,00 | 3,50 | 4,00 |
| $s_1(3)$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2(3)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_3(3)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_4(3)$ | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(3)$ | 1,00 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 3,50 | 2,50 | 3,25 | 3,50 | 3,75 | 3,25 | 3,50 | 3,75 | 4,00 |

Таблица 4

Пример определения медианы на множестве сообщений четырех экспертов и трех значений фантомов

| Выделяемые переменные | Элементы матрицы свертки ***rc*** | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **11** | **12** | **13** | **14** | **21** | **22** | **23** | **24** | **31** | **32** | **33** | **34** | **41** | **42** | **43** | **44** |
| $s_1$ | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_2$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 |
| $s_3$ | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 2,00 | 3,00 | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 |
| $s_4$ | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| $w_{rc}(1)$ | 1,00 | 1,25 | 1,50 | 1,75 | 1,25 | 1,25 | 1,75 | 2,50 | 1,50 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 4,00 |
| $w_{rc}(2)$ | 1,00 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 3,00 | 2,00 | 2,50 | 3,00 | 3,50 | 2,50 | 3,00 | 3,50 | 4,00 |
| $w_{rc}(3)$ | 1,00 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 1,75 | 2,50 | 3,25 | 3,50 | 2,50 | 3,25 | 3,50 | 3,75 | 3,25 | 3,50 | 3,75 | 4,00 |
| $x_{rc}$ | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 1,25 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 3,00 | 3,50 | 2,00 | 3,00 | 3,50 | 4,00 |

По полученным данным (см. табл. 4) построим матрицу свертки (рис. 9, *а*), являющуюся результатом активной экспертизы ММКО. Аналогично может быть получен результат (рис. 9, *б*), когда доминирует критерий $x_c$ (см. рис. 1, *б*).

$x_{rc}^4 = \text{med}\left(s_{rc}^3, s_r, w_{rc}^4\right)$

| | | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 4,00 | 3,50 | 3,00 | 2,00 | **4** |
| | 3,50 | 3,00 | 2,00 | 2,00 | **3** |
| | 3,00 | 2,00 | 2,00 | 1,25 | **2** |
| | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | **1** |
| $x_c$ | **4** | **3** | **2** | **1** | |

*а*

$x_{rc}^4 = \text{med}\left(s_{rc}^3, s_c, w_{rc}^4\right)$

| | | | | | $x_r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 4,00 | 3,25 | 2,50 | 2,00 | **4** |
| | 3,75 | 3,00 | 2,00 | 1,50 | **3** |
| | 3,00 | 2,50 | 2,00 | 1,00 | **2** |
| | 2,50 | 2,00 | 1,25 | 1,00 | **1** |
| $x_c$ | **4** | **3** | **2** | **1** | |

*б*

Рис. 9. Матрицы свертки, полученные с помощью МАОММ при четырех экспертах, один из которых делегировал сообщения с помощью доминирующей матрицы: *а* – доминирует критерий $x_r$; *б* – доминирует критерий $x_c$

Полученные данные (см. рис. 9) демонстрируют, что при использовании подхода, основанном на заполнении матрицы свертки по принципу доминирования, результат активной экспертизы зависит от того, оценку какого критерия эксперт считает необходимым делегировать, и отличается от результата, полученного с помощью первого подхода (см. рис. 8). Это обстоятельство оправдывает ожидаемые опасения, связанные с тем, что второй подход подвержен манипуляции.

## Заключение

Предложены два подхода к решению задачи делегирования сообщений при построении матричного механизма комплексного оценивания, элементы матриц которого оцениваются группой экспертов, а результаты групповой экспертизы определяются с помощью матричного анонимного обобщенного медианного механизма. Теоретически более надежным с точки зрения неманипулируемости процедуры активной экспертизы является подход, основанный на сообщении результата активной экспертизы, получаемого при меньшем количестве экспертов на одного, поскольку это не приводит к изменению согласованной матрицы.

С целью наглядной демонстрации описанных в данной работе свойств и исследования поведенческих аспектов предлагаемых процедур были созданы программный модуль экспериментального исследования устойчивости матричного анонимного обобщенного медианного механизма к стратегическому поведению агентов[2] и база данных[3] для сбора, обработки и хранения результатов соответствующих экспериментов.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МД-6075.2015.9*

---

[2] Программный модуль экспериментального исследования матричного анонимного обобщенного медианного механизма к стратегическому поведению агентов: заявка на программу для ЭВМ № 2016618179 Рос. Федерация / А.О. Алексеев, Н.А. Коргин, В.О. Корепанов, М.И. Мелехин, В.С. Спирина, Р.Ф Шайдулин. (РФ). Заявл. от 26 июля 2016 г.

[3] База данных результатов экспериментального исследования матричного анонимного обобщенного медианного механизма к стратегическому поведению агентов: заявка на программу для ЭВМ № 2016621066 Рос. Федерация / А.О. Алексеев, Н.А. Коргин, В.О. Корепанов, М.И. Мелехин, В.С. Спирина, Р.Ф. Шайдулин (РФ). Заявл. от 26 июля 2016 г.

## Список литературы

1. Алексеев А.О., Коргин Н.А. О применении обобщенных медианных схем для матричной активной экспертизы [Электронный ресурс] // Прикладная математика, механика и процессы управления: материалы III Всерос. науч.-техн. интернет-конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Пермь, 30 ноября – 5 декабря 2015 г. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2015. – URL: http://pmmpu.pstu.ru/media/paper_pdf_2015/%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%B5%D0%B2_%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B8%D0%BD.pdf (дата обращения: 10.06.2016).

2. Бурков В.Н., Искаков М.Б., Коргин Н.А. Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемых механизмов активной экспертизы // Проблемы управления. – 2008. – № 4. – С. 38–47.

3. Большие системы: моделирование организационных механизмов / В.Н. Бурков, Б. Данев, А.К. Еналеев [и др.]. – М.: Наука, 1989. – 245 с.

4. Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы принятия решений в управлении организационными системами: автореф. дис. … д-ра техн. наук / Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – М., 2013. – 48 с.

5. Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы принятия решений в управлении организационными системами: дис. … д-ра техн. наук. – М., 2013. – 286 с.

6. Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. Механизмы управления эколого-экономическими системами / под ред. акад. С.Н. Васильева. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2008. – 244 с.

7. Павельев В.В. Структурная идентификация целевой функции в задачах выбора многопараметрических объектов // Идентификация систем и задач управления SICPRO – 12: тр. IX Междунар. конф., Москва, 30 января – 2 февраля 2012 г. – М.: ИПУ РАН, 2012. – С. 783–791.

8. Харитонов В.А., Винокур И.Р., Белых А.А. Функциональные возможности механизмов комплексного оценивания с топологической интерпретацией матриц свертки // Управление большими системами. – 2007. – Вып. 18. – С. 129–140.

9. Анохин А.М., Гусев В.Б., Павельев В.В. Комплексное оценивание и оптимизация на моделях многомерных объектов. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 79 с.

10. Алексеев А.О., Алексеева И.Е. Процедуры нечеткого комплексного оценивания объектов различной природы // Материалы XII Всерос. совещ. по проблемам управления (ВСПУ – 2014), Москва, 16–19 июня 2014 г. – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 7884–7893.

## References

1. Alekseev A.O., Korgin N.A. O primenenii obobshchennykh mediannykh skhem dlia matrichnoi aktivnoi ekspertizy [About application of generalized median schemes for the matrix active expertise]. *Materialy III Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi internet-konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh "Prikladnaia matematika, mekhanika i protsessy upravleniia", Perm', 30 noiabria – 5 dekabria 2015 goda*. Perm': Permskii natsional'nyi issledovatel'skii politekhnichskii universitet, 2015, pp. 170-177, available at: http://pmmpu.pstu.ru/media/paper_pdf_2015/%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%B5%D0%B2_%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B8%D0%BD.pdf (accessed 10 June 2016).

2. Burkov V.N., Iskakov M.B., Korgin N.A. Primenenie obobshchennykh mediannykh skhem dlia postroeniia nemanipuliruemykh mekhanizmov aktivnoi ekspertizy [Application of generalized median schemes for the design of strategy-proof multicriterion active expertise mechanisms]. *Problemy upravleniia*, 2008, no. 4, pp. 38-47.

3. Burkov V.N., Danev B., Enaleev A.K. [et al.]. Bol'shie sistemy: modelirovanie organizatsionnykh mekhanizmov [Large-scale systems: modelling organizational mechanisms]. Moscow: Nauka, 1989. 245 p.

4. Korgin N.A. Nemanipuliruemye mekhanizmy priniatiia reshenii v upravlenii organizatsionnymi sistemami [Non manipulable decision making mechanisms of organizational behavior control]. Moscow: Institut problem upravleniia imeni V.A. Trapeznikova Russiiskoi akademii nauk, 2013. 48 p.

5. Korgin N.A. Nemanipuliruemye mekhanizmy priniatiia reshenii v upravlenii organizatsionnymi sistemami [Non manipulable decision making mechanisms of organizational behavior control]. Moscow: Institut problem upravleniia imeni V.A. Trapeznikova Russiiskoi akademii nauk, 2013. 286 p.

6. Burkov V.N., Novikov D.A., Shchepkin A.V. Mekhanizmy upravleniia ekologo-ekonomicheskimi sistemami [Control mechanisms of ecology-economics systems]. Moscow: Izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury, 2008. 244 p.

7. Pavel'ev V.V. Strukturnaia identifikatsiia tselevoi funktsii v zadachakh vybora mnogoparametricheskikh ob"ektov [Structure identification of the goal function problems of selection of multiparameter plants]. *Trudy IX Mezhdunarodnoi konferentsii "Identifikatsiia sistem i zadach upravleniia SICPRO – 12", Moskva, 30 ianvaria – 2 fevralia 2012 goda.* Moscow: Institut problem upravleniia imeni V.A. Trapeznikova Russiiskoi akademii nauk, 2012, pp. 783-791.

8. Kharitonov V.A., Vinokur I.R., Belykh A.A. Funktsional'nye vozmozhnosti mekhanizmov kompleksnogo otsenivaniia s topologicheskoi interpretatsiei matrits svertki [Functional abilities of integrated assessment mechanisms with a topological interpretation of matrix convolutions]. *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2007, vol. 18, pp. 129-140.

9. Anokhin A.M., Gusev V.B., Pavel'ev V.V. Kompleksnoe otsenivanie i optimizatsiia na modeliakh mnogomernykh ob"ektov [Integrated assessment and optimization under models of multidimensional objects]. Moscow: Institut problem upravleniia imeni V.A. Trapeznikova Russiiskoi akademii nauk, 2003. 79 p.

10. Alekseev A.O., Alekseeva I.E. Protsedury nechetkogo kompleksnogo otsenivaniia ob"ektov razlichnoi prirody [Fuzzy integrated assessment procedures of different nature objects]. *XII Vserossiiskoe soveshchanie po problemam upravleniia (VSPU – 2014), Moskva, 16-19 iiunia 2014 goda.* Moscow: Institut problem upravleniia imeni V.A. Trapeznikova Russiiskoi akademii nauk, 2014. pp. 7884-7893.

Получено 14.08.2016

## Об авторах

**Алексеев Александр Олегович** (Пермь, Россия) – кандидат экономических наук, доцент кафедры «Строительный инжиниринг и материаловедение», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: alekseev@cems.pstu.ru).

**Коргин Николай Андреевич** (Москва, Россия) – доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории активных систем Института проблем управления РАН, профессор Московского физико-технического института (117342, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65, e-mail: nkorgin@ipu.ru).

## About the authors

**Aleksandr O. Alekseev** (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Economics, Associate Professor, Department of Construction Engineering and Material Sciences, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: alekseev@cems.pstu.ru).

**Nikolai A. Korgin** (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Leading Scientist, Laboratory of Active Systems, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, Professor, Moscow Institute of Physics and Technology (65, Profsoyuznaya st., Moscow, 117342, Russian Federation, e-mail: nkorgin@ipu.ru).