

УДК 539.3

О.С. Столбова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ В УСЛОВИЯХ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА И ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

В рамках малых и конечных деформаций построены модели поведения сплавов с памятью формы в условиях аустенитно-мартенситного фазового перехода и пластического деформирования. Полная деформация разложена на упругую, температурную, фазовую и пластическую части. Учтено изменение модулей упругости материала в процессе прямого (аустенит – мартенсит) и обратного (мартенсит – аустенит) фазовых переходов. Предполагалась линейная зависимость характерных температур фазовых переходов от напряжений, возникающих в теле. Для верификации полученных уравнений решены две модельные задачи о растяжении образца в форме стержня с учетом и без учета возникающих пластических деформаций.

Ключевые слова: фазовый переход, память формы, определяющие уравнения, пластичность, модели поведения сплавов.

O.S. Stolbova

Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of the Russian
Academy of Sciences, Perm, Russian Federation

CONSTITUTIVE EQUATIONS FOR SHAPE MEMORY ALLOYS IN VIEW OF THE PHASE TRANSFORMATION AND THE PLASTIC DEFORMATION

In the framework of infinitesimal and finite deformations the models have been constructed to describe the austenite-to-martensite phase transformation and the plastic deformation in the shape memory alloys. The total deformation was separated into elastic, thermal, phase transformation and plastic parts. The change in the elastic moduli in the processes of direct (austenite-to-martensite) and reverse (martensite-to-austenite) phase transformations was taken into account. A linear dependence of the characteristic temperatures on the stress intensity was used. The proposed model has been tested on two simple problems of bar tension with considering of the plastic strain and without.

Keywords: phase transformation, shape memory, constitutive equations, finite strains, plasticity, demeanour models of alloys.

Введение

Сплавы с памятью формы (СПФ), такие как никелид титана, благодаря ряду уникальных свойств и явлений находят широкое применение в технике и медицине. Фазовые переходы в СПФ вызваны пере-

стройкой атомно-кристаллической решетки, происходящей в определенном температурном интервале [1]. При охлаждении происходит прямой переход из высокосимметричной аустенитной фазы в мартенситную, кристаллическая решетка которой обладает существенно меньшей степенью симметрии. В процессе обратного перехода при нагреве мартенсит превращается в аустенит, фазовая деформация исчезает, происходит восстановление первоначальной формы образца (эффект памяти формы). Таким образом, фазовые деформации в СПФ являются обратимыми.

Наличие необратимой пластической деформации, как показано в ряде экспериментов, оказывает влияние на характеристики фазового перехода: изменяются характерные температуры превращения, а также величина максимально возможной обратимой фазовой деформации [2]. В экспериментах по нагружению никелида титана в аустенитном состоянии при достаточно высокой температуре наблюдается появление пластической деформации до начала прямого фазового перехода [3].

1. Определяющие соотношения в приближении малых деформаций

При построении определяющего уравнения в приближении малых деформаций предполагается аддитивность упругих \mathbf{e}_E , температурных \mathbf{e}_Θ , фазовых \mathbf{e}_{Ph} и пластических \mathbf{e}_P деформаций:

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_E + \mathbf{e}_\Theta + \mathbf{e}_{Ph} + \mathbf{e}_P.$$

Для тензора температурных деформаций записывается закон линейного изотропного расширения

$$\dot{\mathbf{e}}_\Theta = \alpha \dot{\Theta} \mathbf{g},$$

где $\dot{\mathbf{e}}_\Theta$ – тензор скорости изменения температурных деформаций; α – коэффициент линейного теплового расширения; Θ и $\dot{\Theta}$ – абсолютная температура и скорость ее изменения; \mathbf{g} – метрический тензор.

Уравнения, описывающие развитие фазовых деформаций (без учета реверсивного эффекта памяти формы при обратных превращениях) записываются, согласно [4], в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{e}}_{Ph} = (\beta \mathbf{g} + c_0 \mathbf{S} + a_0 \mathbf{e}_{Ph}) \dot{\phi}_M \text{ для прямого перехода } (\dot{\phi}_M > 0), \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_{Ph} = \left(\frac{a_0 \mathbf{e}_{Ph}^{(0)}}{\exp(a_0 \varphi_M^{(0)})} + a_0 \mathbf{e}_{Ph} \right) \dot{\varphi}_M \quad \text{для обратного перехода } (\dot{\varphi}_M < 0), \quad (2)$$

где β , a_0 , c_0 – параметры материала; \mathbf{S} – девиатор тензора напряжений \mathbf{T} ; φ_M – объемная доля мартенситной фазы в материале (изменяется от 0 в полностью аустенитном состоянии до 1 в полностью мартенситном, при охлаждении материала происходит прямой фазовый переход, а при нагревании – обратный); $\varphi_M^{(0)}$, $\mathbf{e}_{Ph}^{(0)}$ – значения объемной доли мартенситной фазы и фазовой деформации в начальной точке процесса обратного превращения.

Зависимость φ_M от температуры и интенсивности напряжений в материале аппроксимируется (рис. 1), согласно [4], следующими соотношениями:

$$\varphi_M(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi \leq 0; \\ 0,5(1 - \cos(\pi\xi)), & 0 < \xi < 1; \\ 1, & \xi \geq 1. \end{cases}$$

$$\xi = \frac{M_s^\sigma - \Theta}{M_s - M_f}, \quad M_f^\sigma \leq \Theta \leq M_s^\sigma \quad (\dot{\varphi} > 0);$$

$$\xi = 1 + \frac{A_s^\sigma - \Theta}{A_f - A_s}, \quad A_s^\sigma \leq \Theta \leq A_f^\sigma \quad (\dot{\varphi} < 0),$$

здесь M_s , M_f , A_s , A_f – температуры начала и завершения прямого и обратного мартенситных превращений в отсутствие напряжений.

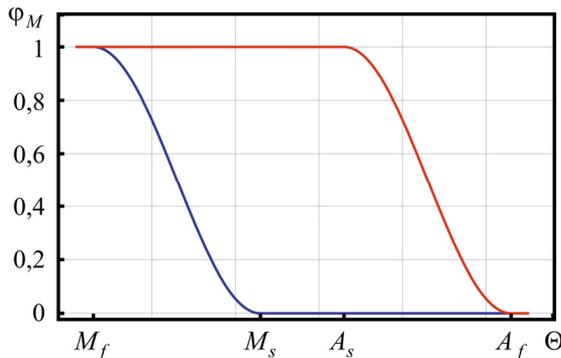


Рис. 1. Диаграмма фазового перехода в ненагруженном материале: синяя кривая – прямой фазовый переход; красная – обратный фазовый переход

В нагруженном материале (в первом приближении [4]) задается линейная зависимость критических температур перехода от интенсивности напряжений σ_i :

$$\begin{aligned} M_s^\sigma &= M_s + k \sigma_i, & M_f^\sigma &= M_f + k \sigma_i, \\ A_s^\sigma &= A_s + k \sigma_i, & A_f^\sigma &= A_f + k \sigma_i, \end{aligned}$$

где k – параметр материала.

Для тензора пластических деформаций принимается ассоциированный закон пластического течения с изотропным упрочнением [5]:

$$\dot{\mathbf{e}}_P = \frac{3}{2} \frac{\dot{\sigma}_i}{H \sigma_i} \mathbf{S}, \quad \sigma_i \geq \sigma_T, \quad (3)$$

где σ_T – предел текучести; H – модуль упрочнения.

Для описания упругого поведения изотропного материала используется закон Гука [6]:

$$\mathbf{T} = \lambda(\varphi_M) I_1(\mathbf{e}_E) \mathbf{g} + 2G(\varphi_M) \mathbf{e}_E,$$

здесь λ и G – параметр Ламе и модуль сдвига, при этом их значения меняются в процессе фазового перехода.

Согласно [7] зависимости упругих параметров материала от доли мартенситной фазы φ_M определим следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{1}{G(\varphi_M)} &= \frac{\varphi_M}{G_M} + \frac{1-\varphi_M}{G_A}, & \frac{1}{E(\varphi_M)} &= \frac{\varphi_M}{E_M} + \frac{1-\varphi_M}{E_A}, \\ \lambda(\varphi_M) &= \frac{(E(\varphi_M) - 2G(\varphi_M)) G(\varphi_M)}{3G(\varphi_M) - E(\varphi_M)}, \end{aligned}$$

где E_M , G_M , E_A и G_A – модули Юнга и модули сдвига для материала в полностью мартенситном и полностью аустенитном состояниях.

2. Определяющие соотношения при конечных деформациях

Для описания поведения среды при конечных деформациях вводятся, согласно [8, 9], следующие характеристики процесса: начальная (недеформированная) \mathbf{k}_0 и текущая (актуальная) \mathbf{k} конфигурации, градиент места \mathbf{F} , переводящий начальную конфигурацию в текущую,

мера деформации Коши–Грина $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}$ и тензор деформации Коши–Грина $\mathbf{E} = (\mathbf{C} - \mathbf{g}) / 2$.

Чтобы описать историю деформационного процесса, согласно [10–12], вводится промежуточная конфигурация κ_* , близкая к текущей. Для формализации этой близости вводится малый положительный параметр ε , а все соотношения (кинематические и определяющие) записываются с точностью до линейных по ε слагаемых. Таким образом, относительно промежуточной конфигурации градиент места представим в следующем виде:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{g} + \varepsilon \mathbf{h}) \cdot \mathbf{F}_* = (\mathbf{g} + \varepsilon (\mathbf{e} + \mathbf{d})) \cdot \mathbf{F}_*,$$

где \mathbf{h} – градиент вектора перемещений, связывающий конфигурации κ_* и κ ; \mathbf{F}_* – градиент места, переводящий начальную конфигурацию в промежуточную; \mathbf{e} и \mathbf{d} – тензоры малых деформаций и поворотов относительно промежуточной конфигурации (симметричная и кососимметричная части тензора \mathbf{h}).

Таким образом, меру и тензор деформации Коши–Грина относительно конфигурации κ_* запишем как

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_* + 2\varepsilon \mathbf{F}_*^T \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{F}_*, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_* + \varepsilon \mathbf{F}_*^T \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{F}_* = \mathbf{E}_* + \Delta \mathbf{E}.$$

Осуществляя предельный переход в этих выражениях (устремляя промежуточную конфигурацию к текущей), получим, что

$$\dot{\mathbf{C}} = 2\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{F}, \quad \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{F},$$

где \mathbf{D} – тензор деформации скорости, $\mathbf{D} = \dot{\mathbf{e}}$.

Из эквивалентных форм представления определяющих соотношений для простого материала, удовлетворяющих принципу объективности [9], используем форму

$$\tilde{\mathbf{T}} = J^{-1} \mathbf{F} \cdot \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{C}_E, \Theta) \cdot \mathbf{F}^T,$$

здесь $\tilde{\mathbf{T}}$ – тензор истинных напряжений; J – третий инвариант \mathbf{F} (определяет относительное изменение объема), $J = I_3(\mathbf{F})$; $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{C}_E, \Theta)$ – функция отклика материала (тензор второго ранга); \mathbf{C}_E – мера упругих деформаций Коши–Грина.

В данном соотношении тензор $\tilde{\mathbf{g}} \equiv \mathbf{P}_{II}$ – второму (симметрично-му) тензору напряжений Пиола–Кирхгоффа, который может быть представлен через упругий потенциал $W(\mathbf{C}_E)$: $\mathbf{P}_{II} = 2(\partial W / \partial \mathbf{C}_E)$.

Относительно промежуточной конфигурации определяющее соотношение может быть представлено в виде

$$\mathbf{P}_{II} = \mathbf{P}_{II*} + \varepsilon \mathbf{L}_*^{IV} \cdot \mathbf{e}_E = \tilde{\mathbf{P}}_{II*} + \tilde{\mathbf{L}}_*^{IV} \cdot \Delta \mathbf{E}_E,$$

где \mathbf{L}_*^{IV} и $\tilde{\mathbf{L}}_*^{IV}$ – тензоры четвертого ранга, определяющие отклик материала на приращение упругих деформаций.

В результате предельного перехода получаем

$$\dot{\mathbf{P}}_{II} = \mathbf{L}^{IV} \cdot \mathbf{D}_E = \tilde{\mathbf{L}}^{IV} \cdot \dot{\mathbf{E}}_E.$$

По аналогии с [12] записывается следующее кинематическое уравнение:

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_E + \dot{\mathbf{E}}_\Theta + \dot{\mathbf{E}}_{Ph} + \dot{\mathbf{E}}_P,$$

в котором

$$\dot{\mathbf{E}}_E = \mathbf{F}^T \cdot \dot{\mathbf{e}}_E \cdot \mathbf{F}, \quad \dot{\mathbf{E}}_\Theta = \mathbf{F}^T \cdot \dot{\mathbf{e}}_\Theta \cdot \mathbf{F} = \alpha \dot{\Theta} \mathbf{C}.$$

Для задания скорости изменения фазовых деформаций $\dot{\mathbf{E}}_{Ph}$ соотношения (1) и (2) обобщаются на случай конечных деформаций в виде $\dot{\mathbf{E}}_{Ph} = \tilde{\mathbf{E}}_{Ph} \dot{\varphi}_M$, где

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_{Ph} &= (\beta \mathbf{g} + c_0 \hat{\mathbf{P}}_{II} + a_0 \mathbf{E}_{Ph}) \quad (\dot{\varphi}_M > 0), \\ \tilde{\mathbf{E}}_{Ph} &= \left(\frac{a_0 \mathbf{E}_{Ph}^{(0)}}{\exp(a_0 \varphi_M^{(0)})} + a_0 \mathbf{E}_{Ph} \right) \quad (\dot{\varphi}_M < 0), \end{aligned}$$

здесь $\hat{\mathbf{P}}_{II}$ – девиатор тензора \mathbf{P}_{II} ; $\mathbf{E}_{Ph}^{(0)}$ – значения \mathbf{E}_{Ph} в начальной точке процесса обратного превращения.

Для того чтобы задать $\dot{\mathbf{E}}_P$, соотношение (3) обобщается на случай конечных деформаций следующим образом: $\dot{\mathbf{E}}_P = \mathbf{F}^T \cdot \dot{\mathbf{e}}_P \cdot \mathbf{F}$, где

$$\dot{\mathbf{e}}_P = \frac{3}{2} \frac{\dot{\sigma}_i}{H \sigma_i} \tilde{\mathbf{S}}, \quad \sigma_i \geq \sigma_T,$$

а $\tilde{\mathbf{S}}$ – девиатор тензора $\tilde{\mathbf{T}}$.

Для описания упругого поведения начально изотропного материала используется упрощенный закон Синьорини [8]:

$$\mathbf{P}_{II} = J \left[(k_1 + k_2) \mathbf{C}_E^{-1} - 2k_2 \mathbf{C}_E^{-2} \right],$$

$$k_1 = \lambda(\varphi_M) \left[3 - I_1(\mathbf{C}_E^{-1}) \right] / 2 + (\lambda(\varphi_M) + G(\varphi_M)) \left[3 - I_1(\mathbf{C}_E^{-1}) \right]^2 / 8,$$

$$k_2 = G(\varphi_M) - (\lambda(\varphi_M) + G(\varphi_M)) \left[3 - I_1(\mathbf{C}_E^{-1}) \right] / 2,$$

где $\lambda(\varphi_M)$ и $G(\varphi_M)$ – параметры материала.

3. Верификация модели

Для аттестации полученных соотношений рассмотрим решение двух тестовых задач, позволяющих описать наблюдаемые в экспериментах на одноосное нагружение никелида титана эффекты псевдоупругости и памяти формы [13].

В обеих задачах происходит растяжение образца вдоль его оси (одноосное напряженное состояние), при этом поля деформаций и напряжений однородны.

Задача 1. Псевдоупругость. При фиксированной температуре Θ_0 (образец находится в аустенитном состоянии при отсутствии напряжений) происходит растяжение образца вдоль его оси, а затем снятие нагрузки. На рис. 2, *a* представлены зависимости температур начала и окончания прямого фазового перехода (синие линии) и обратного фазового перехода (красные линии) от интенсивности напряжений, а также схема нагружения (зеленая линия). Вначале, при растяжении, возникают только упругие деформации ($A \rightarrow B$), затем, при превышении предела текучести, появляются пластические ($B \rightarrow C$), после чего в интервале температур от M_s^σ до M_f^σ происходит прямой фазовый переход, сопровождающийся накоплением фазовых деформаций ($C \rightarrow D$). При снятии нагрузки исчезают упругие ($D \rightarrow E$ и $F \rightarrow G$) и фазовые деформации в интервале температур от A_s^σ до A_f^σ обратного фазового перехода ($E \rightarrow F$), пластические деформации остаются после снятия нагрузки.

На рис. 2, *б* представлены зависимости осевого напряжения от осевой деформации для описанной схемы нагружения. Синими линиями обозначены интервалы, на которых происходит нагружение образца,

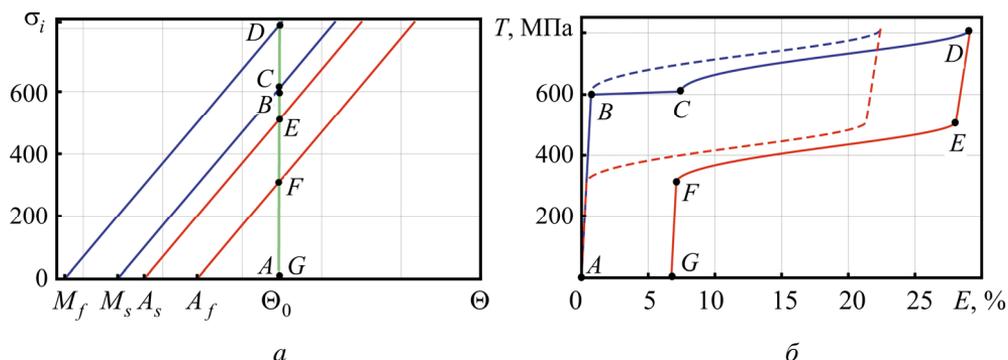


Рис. 2. Зависимость температур фазового перехода от интенсивности напряжения (а) и осевого напряжения от осевой деформации (б)

красными – снятие нагрузки, пунктирные линии получены при решении задачи без учета пластических деформаций, в этом случае при снятии нагрузки полностью исчезают все деформации.

Задача 2. Память формы. В аустенитном состоянии происходит нагрузка образца, прямой фазовый переход под нагрузкой при охлаждении, снятие нагрузки в мартенситном состоянии и обратный фазовый переход в свободном состоянии при нагреве. На рис. 3, а представлены зависимости температур начала и окончания прямого фазового перехода (синие линии) и обратного фазового перехода (красные линии) от интенсивности напряжений, а также схема нагружения (зеленые линии). Вначале происходит растяжение образца в аустенитном состоянии при температуре Θ_0 , при этом возникают как упругие, так и пластические (при превышении предела текучести) деформации ($A \rightarrow B$), затем образец охлаждается до температуры M_f , происходит прямой фазовый переход, сопровождающийся накоплением фазовых деформаций ($B \rightarrow C$), после этого в мартенситном состоянии снимается нагрузка ($C \rightarrow D$) и исчезают упругие деформации, а затем образец нагревается до температуры Θ_0 , происходит обратный фазовый переход, сопровождающийся исчезновением фазовых деформаций ($D \rightarrow E$).

На рис. 3, б представлены зависимости осевой деформации от температуры для описанной схемы нагружения. Синими линиями обозначены интервалы, на которых происходит охлаждение образца, красными – нагрев, пунктирные линии получены при решении задачи

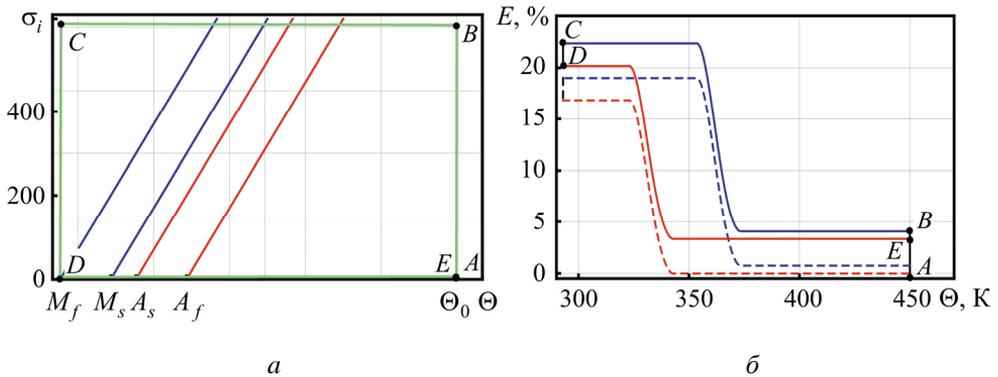


Рис. 3. Зависимость температур фазового перехода от интенсивности напряжения (а) и осевой деформации от температуры (б)

без учета пластических деформаций, в этом случае при снятии нагрузки полностью исчезают все деформации.

Зависимости, представленные на рис. 2, б и рис. 3, б, получены для материала со следующими характеристиками: $M_s = 313$ К, $M_f = 293$ К, $A_s = 323$ К, $A_f = 343$ К, $k = 0,1$ К/МПа, $\beta = 1,17 \cdot 10^{-3}$, $a_0 = 0,718$, $c_0 = 2,83 \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$, $E_A = 84 \cdot 10^3$ МПа, $E_M = 28 \cdot 10^3$ МПа, $H = 150$ МПа, $\sigma_T = 600$ МПа. Для задачи № 1 начальная температура $\Theta_0 = 374$ К, максимальная нагрузка $\sigma_{\max} = 810$ МПа. Для задачи № 2 начальная температура $\Theta_0 = 450$ К, максимальная нагрузка $\sigma_{\max} = 605$ МПа.

Заключение

Представленная в работе модель позволяет качественно описать наблюдаемые в экспериментах эффекты псевдоупругости и памяти формы в процессе фазового перехода с учетом возникающих в аустенитном состоянии пластических деформаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-31-00161 мол_а).

Список литературы

1. Otsuka K., Wayman C.M. Shape memory materials. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
2. Shape memory characteristics of $Ti_{49,5}Ni_{25}Pd_{25}Sc_{0,5}$ high-temperature shape memory alloy after severe plastic deformation / K.C. Atli [et al.] // Acta Materialia. – 2011. – № 59. – P. 4747–4760.
3. Shaw J.A., Kyriakides S. Thermomechanical aspects of NiTi // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1995. – № 43. – P. 1243–1281.
4. Мовчан А.А., Шельмагин П.В., Казарина С.А. Определяющие уравнения для двухэтапных термоупругих фазовых превращений // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т. 42, № 5. – С. 152–160.
5. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
6. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 939 с.
7. Мовчан А.А. Учет переменной упругих модулей и влияния напряжений на фазовый составы в сплавах с памятью формы // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1998. – № 1. – С. 79–90.
8. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
9. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. – М.: Мир, 1975. – 585 с.
10. Rogovoy A.A. Formalized approach to construction of the state equations for complex media under finite deformations // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2012. – Vol. 24, № 2. – P. 81–114.
11. Роговой А.А., Столбова О.С. Моделирование упруго-неупругих процессов при конечных деформациях в сплавах с памятью формы // Прикладная механика и техническая физика. – 2013. – Т. 54, № 2. – С. 148–162.
12. Роговой А.А., Столбова О.С. Моделирование термомеханических процессов в полимерах с памятью формы при конечных деформациях // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 56, № 6. – С. 143–157.
13. Lagoudas D.C. Shape memory alloys: modeling and engineering applications. – New York: Springer Science: Business Media, 2008.

References

1. Otsuka K., Wayman C.M. Shape memory materials. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
2. Atli K.C. [et al.]. Shape memory characteristics of $Ti_{49.5}Ni_{25}Pd_{25}Sc_{0.5}$ high-temperature shape memory alloy after severe plastic deformation. *Acta Materialia*, 2011, no. 59, pp. 4747-4760.
3. Shaw J.A., Kyriakides S. Thermomechanical aspects of NiTi. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1995, no. 43, pp. 1243-1281.
4. Movchan A.A., Shelymagin P.V., Kazarina S.A. Opredelivaiushchie uravneniia dlia dvukhetapnykh termouprugikh fazovykh prevrashchenii [Constitutive equations for two-step thermoelastic phase transformations]. *Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika*, 2001, vol. 42, no. 5, pp. 152-160.
5. Kachanov L.M. Osnovy teorii plastichnosti [The base of the plasticity theory]. Moscow: Nauka, 1969. 420 p.
6. Lur'e A.I. Teoriia uprugosti [Elasticity theory]. Moscow: Nauka, 1970. 939 p.
7. Movchan A.A. Uchet peremennosti uprugikh modulei i vliianiia napriazhenii na fazovyi sostavy v splavakh s pamiat'iu formy [Account of the elastic moduli variability and the effect of stress on the phase compositions of shape memory alloys]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 1998, no. 1, pp. 79-90.
8. Lur'e A.I. Nelineinaia teoriia uprugosti [Nonlinear elasticity theory]. Moscow: Nauka, 1980. 512 p.
9. Trusdell C.A. Pervonachal'nyi kurs ratsional'noi mekhaniki sploshnykh sred [A first course in rational continuum mechanics]. Moscow, 1975. 585 p.
10. Rogovoy A.A. Formalized approach to construction of the state equations for complex media under finite deformations. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 2012, vol. 24, no. 2, pp. 81-114.
11. Rogovoi A.A., Stolbova O.S. Modelirovanie uprugo-neuprugikh protsessov pri konechnykh deformatsiakh v splavakh s pamiat'iu formy [Modeling elastic-inelastic processes in shape memory alloys at finite deformations]. *Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika*, 2013, vol. 54, no. 2, pp. 148-162.
12. Rogovoi A.A., Stolbova O.S. Modelirovanie termomekhanicheskikh protsessov v polimerakh s pamiat'iu formy pri konechnykh defor-

matsiakh [Modeling thermomechanical processes in shape memory polymers under finite deformations]. *Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika*, 2015, vol. 56, no. 6, pp. 143-157.

13. Lagoudas D.C. Shape memory alloys: modeling and engineering applications. New York: Springer Science: Business Media, 2008.

Получено 14.08.2016

Об авторе

Столбова Ольга Серафимовна (Пермь, Россия) – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории нелинейной механики деформируемого твердого тела, Институт механики сплошных сред УрО РАН (614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1, e-mail: sos@icmm.ru).

About the author

Ol'ga S. Stolbova (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Research Fellow, Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (1, Academician Korolev st., Perm, 614013, Russian Federation, e-mail: sos@icmm.ru).