

УДК 319.86

А.О. Алексеев, И.Е. Алексеева, М.И. Кавиев

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

О ПОРТФЕЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЯХ В РЫНОК НЕДВИЖИМОСТИ. ЧАСТЬ 1

Приводятся сведения о результатах ранних исследований, которые выполнялись при участии авторов независимо друг от друга. В частности, были разработаны методика формирования инвестиционного портфеля недвижимости по критерию инвестиционной привлекательности, динамическая модель рынка недвижимости, выступающая как модель внешней среды для имитационного моделирования экономических процессов, была адаптирована модель ценообразования финансовых активов применительно к рынку недвижимости и др. Преимуществом разработанной методики формирования инвестиционного портфеля недвижимости стало то, что модель ориентирована одновременно и на доход, и на рост стоимости портфеля, поскольку в качестве меры доходности недвижимости использовался соответствующий индекс доходности, показывающий, насколько выгоднее вкладывать в недвижимость с учетом денежного и безденежного доходов по сравнению с безрисковыми альтернативами. Однако наиболее существенным допущением в методике формирования инвестиционного портфеля недвижимости явилось предположение о линейном тренде изменения стоимости недвижимости: в будущем объект недвижимости будет менять свою стоимость с таким же темпом, как и в прошлом. Подобное допущение часто не находит подтверждения на практике, в связи с чем одним из перспективных подходов, обсуждаемых в настоящей работе, является переход к нелинейной модели роста рынка. Помимо исследования недвижимости как инвестиционного актива, в ходе литературного обзора было обнаружено, что в последнее время исследователи отказываются от применения среднего значения при оценке дисперсии и расчете показателей риска в пользу медианы, объясняя это тем, что медиана хорошо работает при нормальном и ненормальном распределении, а на реальных рынках инвестиционных активов наблюдаются асимметрия и тяжелые хвосты. В связи с этим в данной работе показаны четыре возможных подхода к решению задачи формирования инвестиционного портфеля недвижимости, эффективность каждого из которых необходимо исследовать.

Ключевые слова: инвестиции, инвестиции в недвижимости, портфель активов, рынок недвижимости, имитационное моделирование.

A.O. Alekseev, I.E. Alekseeva, M.I. Kaviev

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ABOUT THE REAL ESTATE PORTFOLIO INVESTMENTS. PART 1

This paper describes the results of the previous research, independently conducted by the authors. Those include: the method of real estate portfolio creation based on the investment appeal criterion; the financial asset pricing model (adapted to the real estate market); the dynamic model of the real estate market which serves as an environment model for the simulation of economic processes. The advantage of the developed method of real estate portfolio creation was the fact that the model

focused both on revenue and on the portfolio's value increase, since an applicable profitability index was used as a measure of real estate profitability. The profitability index showed the increase in profitability (with regard to monetary and non-monetary profits) when investing in real estate, compared to risk-free alternatives. However, that method assumed a linear trend in real estate prices (it meant that the prices would change at the same rate in the future as they had done in the past). In practice, this assumption is often wrong, so in this paper, the authors suggest a non-linear model of market growth. Having analyzed the existing works on the subject, the authors have noticed that many modern researchers have been using the median instead of the mean when assessing variance and calculating risks on the grounds that the median works well both with Gaussian and non-Gaussian distribution. In reality, investment markets are often characterized by skew and fat tails. Thus, the paper shows four possible approaches to the creation of a real estate investment portfolio; each approach is due to be analyzed.

Keywords: investment, investment in real estate, portfolio assets, the real estate market, simulation.

Введение

В современной экономике направлений для инвестирования денежных средств огромное количество, но все их можно разделить на три основные группы (рис. 1).

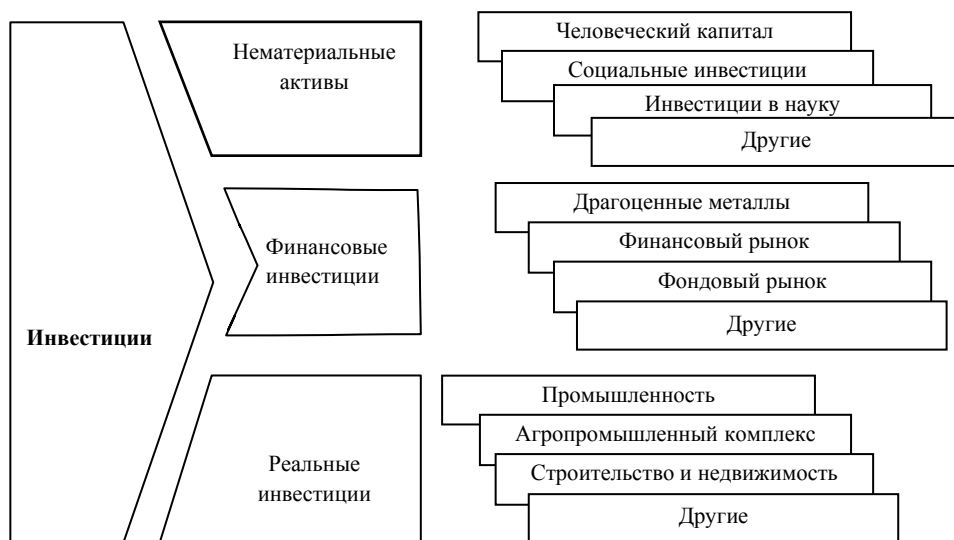


Рис. 1. Сферы инвестирования денежных средств

Выбор объектов недвижимости в качестве исследуемых инвестиционных активов обусловлен профилем кафедры, на которой работают авторы. Помимо формальной стороны, интерес к теме вызван тем, что в результате выполненного обзора научных статей по ключевым словам, связанным с инвестициями, проведенного на сайте электронной научной библиотеки elibrary.ru, обнаружено, что портфельным инве-

стициям оказано мало внимания (табл. 1), несмотря на то что термин «портфель» носит междисциплинарный характер. Особенно недостаточно внимания уделено инвестициям и тем более портфельным инвестициям в недвижимость и строительство (см. табл. 1, строки закрашены серым цветом).

Таблица 1

Популярные словосочетания, используемые авторами
в перечне ключевых слов к статьям, посвященным инвестициям,
по состоянию на февраль 2016 года (источник – elibrary.ru)

№ п/п	Ключевое слово / словосочетание	Кол-во статей, шт.
1	Иностранные инвестиции	3563
2	Основной капитал	289
3	Человеческий капитал	205
4	Инвестиции в РФ	256
5	Реальный сектор	298
6	Социальные инвестиции	466
7	Инвестиции в строительство	118
8	Инвестиции в недвижимость	51
9	Портфельные инвестиции	178
10	Инвестиции в науку	339
11	Другое	21 346

Стоит отметить, что, используя иные ресурсы работы с литературными источниками, например «Академию Гугл» (scholar.google.ru), удастся найти значительно большее количество работ, посвященных инвестированию в недвижимость – около 7,5 тысяч, в том числе портфельным инвестициям в недвижимость – около 6 тысяч. Однако соотношение между общим количеством работ, посвященных инвестициям, и количеством работ по инвестициям в недвижимость примерно такое же. На основании этого можно сделать вывод, что формирование и управление инвестиционным портфелем недвижимости являются узкой отраслевой экономической задачей.

В англоязычной литературе тема портфельного инвестирования в недвижимость активно развивается, что можно увидеть хотя бы в нескольких статьях (см., например, [1, 2–4, 5]).

1. Степень разработанности проблемы

Среди отечественных исследователей следует отметить С.К. Погодина [6], который занимался исследованием коммерческой недвижимости как объектом для инвестиций. С.К. Погодин обобщил методы построения современных индексов рынков доходной недвижимости, теоретически и эмпирически обосновал целесообразность включения в состав агрегированного портфеля инвестиций объектов недвижимости, выявил и сформулировал особенности применения портфельной теории при включении недвижимости в состав портфеля. Тем самым автор показал, что включение недвижимости в состав инвестиционного портфеля существенно снижает риски и улучшает результаты инвестирования. Недвижимость продемонстрировала самый низкий коэффициент вариации доходности, а также отрицательный коэффициент корреляции с финансовыми активами.

В связи с тем что инвестиционные портфели могут формироваться по различным критериям оптимизации, нельзя не отметить работу А.О. Денисенко, который защитил диссертацию по теме «Математическое моделирование оптимальной структуры портфеля ценных бумаг при различных критериях их формирования» [7]. Несмотря на то что автор исследовал рынок ценных бумаг, а не рынок недвижимости, представляющий особый интерес непосредственно в данном исследовании, он предложил метод оценки коэффициентов в линейной свёртке критериев в многокритериальных задачах оптимизации портфелей ценных бумаг.

Что касается управления портфелем недвижимости, то следует выделить А.А. Косарева, который в своем исследовании «Формирование системы управления комплексами и портфелями недвижимости» [10] предложил иерархическую структуру деятельности по управлению комплексами и портфелями недвижимости и разработал подробную структуру функций управления недвижимостью, в том числе схему трастового цикла в управлении объектом недвижимости.

Стоит отметить С.Г. Беляева, который издал первое в России учебное пособие в переводе с английского языка [9], посвященное управлению портфелем недвижимости, в котором раскрыл такие важные аспекты, как конструирование портфеля различных активов, в том числе недвижимости, инвестирование в недвижимость как средство

защиты от инфляции, оценку недвижимости в контексте инвестиционных целей и т.д.

В 2014 году Э.С. Чобан [10] разработала методику формирования инвестиционного портфеля объектов жилой недвижимости по критерию инвестиционной привлекательности. На эту тему было опубликовано две статьи [11, 12], которые легли в основу данного исследования.

Обзор исследований и публикаций в области портфельного анализа показал, что в последнее время появилась серия работ, в которых исследователи предлагают отказаться от традиционного расчета дисперсии с помощью среднего значения в пользу медианы. Так, Стефано Бенати (Stefano Benati) в работе [13] сформулировал ряд новых моделей оптимизации портфелей, использующих в качестве меры эффективности выборочную медиану, а не выборочное среднее значение. Смысл этого в том, что медиана является надежным статистическим результатом, менее подверженным влиянию со стороны, чем среднее значение. В моделировании портфеля это особенно актуально, поскольку данные часто характеризуются такими атрибутами, как асимметрия, тяжелые хвосты и разрывы, что несовместимо с предположением о нормальном распределении. Стефано Бенати показал, что портфель, сформированный медианным методом, имеет более высокий уровень диверсификации, чем тот, который сформирован методом среднего значения. Кроме того, при испытании на реальных финансовых данных медианный метод дает лучшие результаты с точки зрения расчета риска и конкретной прибыли.

В другой работе [14] Ван Моха (Wan Rosanisah Wan Mohda), Дауд Мохамада (Daud Mohamada) и Зулкифли Мохамед (Zulkifli Mohamed) отмечают, что с момента введения современной теории портфельного анализа были созданы различные подходы на основе математического программирования, в том числе на основе среднего значения и дисперсии; среднего значения и абсолютного отклонения; среднего значения, дисперсии и асимметрии; условной ценности в условиях риска. Главным образом эти подходы используются для того, чтобы максимизировать прибыль и минимизировать риск. Однако большинство подходов предполагает, что распределение данных является нормальным, но это предположение, как утверждают исследователи, в целом неверно. В качестве альтернативы они используют подход к оптимизации портфеля на основе медианной дисперсии, который

успешно работает с обоими типами распределения данных – как с нормальным, так и с ненормальным распределением. Результаты исследования [14] показывают, что при одинаковом значении доходности подход медианы-дисперсии способен создавать меньший риск по сравнению с подходом на основе соотношения «риск/доходность».

Применительно к объектам недвижимости в [10–12] в качестве меры доходности объектов недвижимости был выбран относительный индекс доходности недвижимости, который вычисляется как отношение суммы дохода от сдачи в аренду объекта недвижимости и прогнозируемого прироста его стоимости к доходности по безрисковым инвестиционным альтернативам за вычетом 100 %.

В работах [10–12, 15] подробно приводятся алгоритм и источники данных для расчета индекса доходности недвижимости, однако в них прогнозируемый прирост стоимости недвижимости вычисляется, основываясь на предположении о линейном темпе изменения стоимости недвижимости, что не всегда находит подтверждение на практике, и является, пожалуй, наиболее существенным допущением в ранних работах авторов. Для устранения данного недостатка в [16, 17] была осуществлена попытка построения нелинейных трендов и модификации метода расчета индекса доходности недвижимости с целью повышения точности расчетов и обоснованности принимаемых инвестиционных решений.

Таким образом, в настоящее время можно выделить четыре подхода к формированию портфеля недвижимости (табл. 2), а также требуется исследование эффективности каждого из них в задаче инвестирования в рынок недвижимости.

Таблица 2

Классификация подходов к формированию инвестиционного портфеля недвижимости

Критерии оценки		Мера доходности	
		Линейный темп изменения стоимости	Нелинейный темп изменения стоимости
Мера риска	Средний	1-й подход	3-й подход
	Медианный	2-й подход	4-й подход

Отметим, что первая часть данной статьи была посвящена описанию общих по отношению к данным подходам (см. табл. 2) математических методов: методике формирования инвестиционного портфеля недвижимости, динамической модели рынка недвижимости. Вторая часть будет посвящена исследованию эффективности данных подходов методами имитационного моделирования.

2. Методика формирования инвестиционного портфеля недвижимости

В работах [10–12] был предложен подход к формированию портфеля недвижимости, основанный на оценке удалённости координаты инвестиционного актива, описываемого значениями меры риска β_a и меры доходности Rr_a , от границы допустимых действий инвестора (рис. 2), которую считали линией рынка. Важно, чтобы положение координаты анализируемого объекта недвижимости было выше границы допустимых действий: только в таком случае объект недвижимости целесообразно считать инвестиционно привлекательным. Наиболее привлекательным активом является тот, который максимально удален от линии рынка в сторону верхнего левого угла, т.е. обладает меньшим риском и большей доходностью. Оценку удаленности объекта недвижимости i_a от линии рынка интерпретировали как инвестиционную привлекательность.

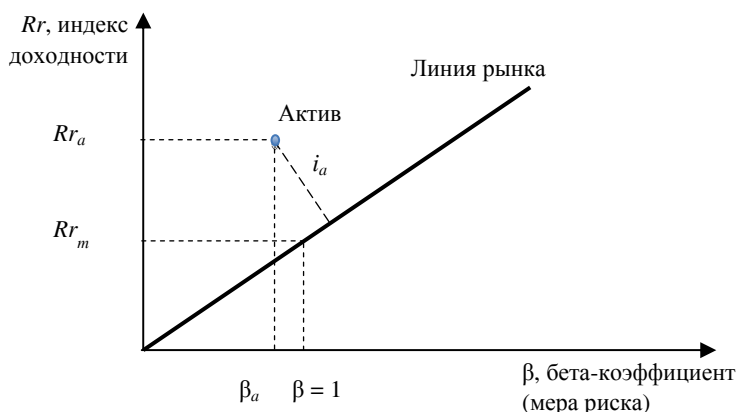


Рис. 2. Концептуальная постановка задачи формирования инвестиционного портфеля объектов недвижимости [11]

В изначальной постановке задачи формирования инвестиционно-го портфеля недвижимости (см. рис. 2) граница допустимых действий инвестора (линия рынка) определялась по двум точкам: ($\beta = 0, Rr = 0$) и ($\beta = 1, Rr = Rr_m$). Первая точка соответствует нечувствительному типу недвижимости к изменению рынка, т.е. не обладающим системными рисками, на основании чего ей соответствовала доходность по безрисковой альтернативе, а поскольку индекс доходности вычисляется как отношение исследуемой альтернативы к безрисковой за вычетом единицы, то согласно формуле (1) $Rr = 0$. Вторая точка соответствует рынку, т.е. берутся коэффициент $\beta = 1$ и среднерыночный индекс доходности $Rr = Rr_m$. При этом коэффициент β определялся на основе ретроспективных данных о динамике локальных рынков по отношению ко всему рынку недвижимости. Это основано на том, что недвижимость является неликвидным активом и требуется сопоставление локального и общего рынков в промежутке времени, достаточном для того, чтобы можно было судить о достоверности β .

Индекс доходности недвижимости вычисляется следующим образом:

$$Rr_a(t) = 100 \cdot \left(\left(P_a(t) + I_{a_rent}(t, \tau) + I_{a_value}(t, \tau) \right) / \left(P_a(t) + I_{a_freerisk}(t, \tau) \right) - 1 \right), \quad (1)$$

где $Rr_a(t)$ – относительный индекс доходности недвижимости типа a в момент времени t ; $I_{a_rent}(t, \tau)$ – доход от сдачи в аренду недвижимости за прогнозируемый период τ начиная с момента t ; $I_{a_value}(t, \tau)$ – прогнозируемый прирост стоимости недвижимости типа a за время τ ; $I_{a_freerisk}(t, \tau)$ – доход по безрисковой альтернативе за прогнозируемый период τ начиная с момента t (в исследовании к условно безрисковым альтернативам отнесли облигации федерального займа, а прогнозируемый период взят за 1 год).

Под различными типами недвижимости понимаются квартиры, отличающиеся количеством жилых комнат, расположенные в различных районах (ценовых зонах) и т.д. Стоит отметить, что исходная информация о рынках недвижимости по ценовым зонам публикуется в открытых источниках относительно недавно и не во всех городах, а самостоятельное разделение – довольно трудоемкая задача, в связи с чем для воспроизводимости демонстрируемых ниже расчетов использованы данные об административных районах.

В качестве меры риска используется традиционный для портфельного анализа бета-коэффициент, показывающий чувствительность изменения индекса доходности объекта недвижимости определенного типа к изменению индекса доходности рынка в среднем. Поскольку объекты недвижимости являются неликвидными, бета-коэффициент вычисляется для временного отрезка, аналогичного периоду, на который планируется инвестирование:

$$\beta_a(t) = \text{cov}(Rr_a(t), Rr_m(t)) / \text{var}(Rr_m(t)), \quad (2)$$

где $\beta_a(t)$ – бета-коэффициент (показатель риска); cov – ковариация; var – дисперсия; $Rr_a(t)$ – индекс доходности недвижимости a за выбранный промежуток времени до момента t ; $Rr_m(t)$ – индекс доходности в среднем по городу за тот же период времени.

Показатель инвестиционной привлекательности в [11] предложено вычислять следующим образом:

$$i_a(t) = \sqrt{\left(\beta_a(t) - \frac{\beta_a(t) + Rr_a(t) \cdot Rr_m(t)}{Rr_m(t)^2 + 1} \right)^2 + \left(Rr_a(t) - \frac{\beta_a(t) + Rr_a(t) \cdot Rr_m(t)}{Rr_m(t)^2 + 1} Rr_m(t) \right)^2}, \quad (3)$$

где $i_a(t)$ – показатель инвестиционной привлекательности объекта недвижимости a в момент времени t ; $Rr_a(t)$ – индекс доходности недвижимости a за выбранный промежуток времени до момента t ; $Rr_m(t)$ – индекс доходности в среднем по городу за тот же период времени; $\beta_a(t)$ – бета-коэффициент объекта недвижимости a в момент времени t .

При этом важно, что с вычислительной точки зрения показатель $i_a(t)$ всегда положительный в силу квадратного корня в выражении (3), однако, исходя из смысла данного показателя, инвестиционно привлекательным активом является тот, координаты которого выше границы допустимых действий. Исходя из этого, индекс инвестиционной привлекательности вычисляется так:

$$i_a(t) = \begin{cases} i_a(t), & \text{если } Rr_a \geq \beta_a \cdot Rr_m, \\ -i_a(t), & \text{если } Rr_a < \beta_a \cdot Rr_m. \end{cases} \quad (4)$$

Задача формирования портфеля недвижимости формулировалась как задача оптимизации (5), где в качестве целевой функции выступала

сумма показателей инвестиционной привлекательности объектов недвижимости различных типов. Критерий оптимизации – максимум. Ограничение, помимо множества допустимых значений, сводилось к равенству бета-коэффициента портфеля нулю или единице (в зависимости от постановки) и ограничению на бюджет инвестора.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{a \in A} n_a \cdot i_a \rightarrow \max, \\ \left(\sum_{a \in A} \beta_a \right) / N = 1, \\ \sum_{a \in A} n_a \cdot P_a \leq B, \end{array} \right. \quad (5)$$

где n_a – количество объектов недвижимости типа a , которые необходимо включить в инвестиционный портфель; A – множество объектов недвижимости; N – общее количество объектов, включенных в портфель; P_a – цена объекта недвижимости типа a ; B – бюджет инвестора.

Задача (5) может быть решена с помощью вычислительных методов, интерпретация которой может быть сформирована так: найти оптимальный по доходности при ограничении на риск портфель активов для определенного момента времени.

Стоит отметить, что линии рынка изначально строятся не по двум точкам, а получаются в результате сопоставления доходности и меры риска. Так, наиболее известными линиями рынка являются Security Market Line (SML) – линия рынка ценных бумаг – и Capital Market Line (CML) – линия рынка финансовых активов, – которые легли в основу модели Capital Assets Pricing Model (CAPM). Адаптированная к рынку недвижимости модель CAPM описана в работе [15] (рис. 3).

Как видно на рис. 3, все объекты недвижимости лежат на прямой рынка, и в таком случае согласно формуле (4) все объекты являются одинаково привлекательными, что делает постановку задачи (5) бессмысленной. В этом случае в качестве целевой функции лучше использовать среднюю β , а критерием оптимизации брать нуль или единицу при ограничениях на множество допустимых значений и бюджет инвестора. Другими словами, следует формировать нейтральный к рынку портфель.

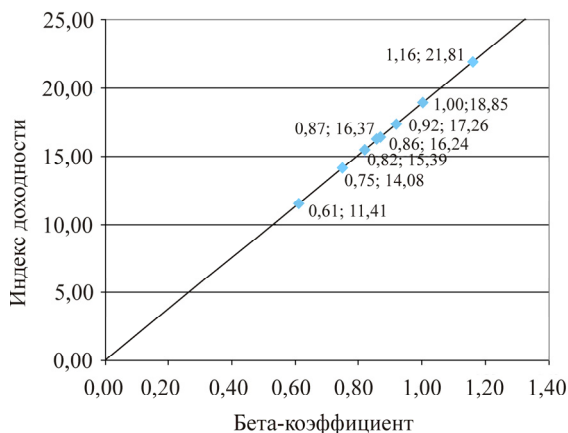


Рис. 3. Пример линии рынка недвижимости⁴ [15]

Описанные подходы (1 и 2-й, см. табл. 2) формирования инвестиционного портфеля недвижимости исследовались авторами ранее исключительно статически или для каждого отдельного периода t независимо друг от друга. С учетом того что на рынке недвижимости не наблюдается линейной тенденции к росту цен на недвижимость, требуется расчет индекса доходности с помощью динамической модели рынка, речь о которой пойдет далее.

3. Динамическая модель рынка недвижимости

Опишем динамическую модель рынка недвижимости, используемую для имитационного моделирования предметной области [18, 19]. Под моделью рынка будем понимать совокупность кривых спроса и предложения. В данном случае кривые спроса и предложения будут линейными, однако в [19] было показано, что подобное допущение существенно снижает точность моделирования (рис. 4).

На рынке недвижимости основное количество сделок купли-продажи совершают обычные потребители с целью улучшения жилищных условий. Эти сделки составляют основу данного рынка. Введем уравнения потребительского спроса и предложения.

⁴ Индекс доходности взят на момент инвестиционного анализа, а бета-коэффициент определен на основе сопоставления векторов относительных индексов доходности, полученных делением индекса доходности исследуемого типа недвижимости по отношению к другим.

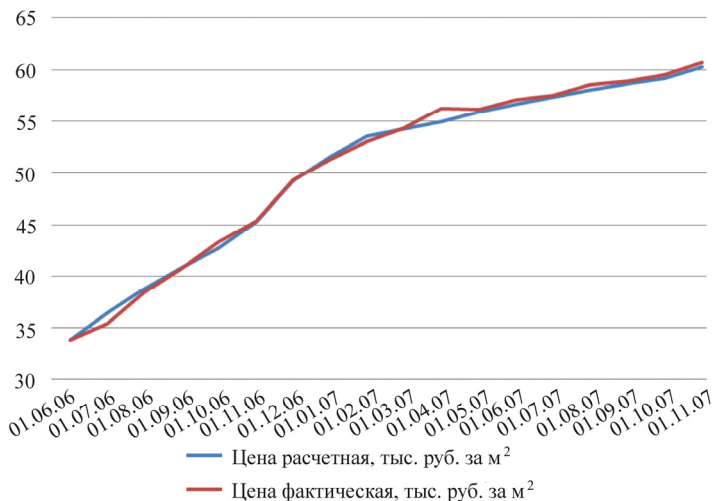


Рис. 4. Результаты моделирования цен на рынке недвижимости города Перми за 2006–2007 годы [19]

Уравнение потребительского спроса:

$$D_{\text{cus}}(t) = q_D - k_D \cdot P(t), \quad (6)$$

где $D_{\text{cus}}(t)$ – количество потребителей, готовых приобрести в момент времени t объект недвижимости по цене $P(t)$; k_D – модуль тангенса угла наклона прямой спроса; q_D – значение, при котором прямая спроса пересекает ось ординат (параметр не имеет экономической интерпретации).

Аналогично описывается уравнение потребительского предложения:

$$S_{\text{cus}}(t) = q_S + k_S \cdot P(t), \quad (7)$$

где $S_{\text{cus}}(t)$ – количество собственников объектов недвижимости, готовых продать их в момент времени t по цене $P(t)$; k_S – тангенс угла наклона прямой предложения; q_S – значение, при котором прямая предложения пересекает ось ординат (параметр не имеет экономической интерпретации).

Равенство выражений (6) и (7) является условием равновесия рынка, откуда можно выразить равновесную цену $P_{\text{opt}}(t)$ в момент времени t :

$$P_{\text{opt}}(t) = (q_D - q_S) / (k_S + k_D). \quad (8)$$

Согласно экономической теории любой рынок стремится к своему равновесному состоянию, в связи с чем используем модель индикаторного поведения [20] для описания данного процесса:

$$P(t+1) = P(t) + h(t) \cdot (P_{\text{opt}}(t) - P(t)), \quad h(t) \in [0, 1], \quad (9)$$

где $h(t)$ – шаг, с которым рынок будет приближаться к точке равновесия.

Из выражения (9) легко заметить, что при $h(t) = 0$ рынок будет статичным, а при $h(t) = 1$ рынок достигнет точки равновесия всего за один временной отрезок. Стоит отметить, что в экономике строительства и на рынке недвижимости равновесие считается недостижимым, в связи с чем данный параметр будем брать ближе к нулю.

В условиях дефицита (спрос превышает предложение) равновесная цена будет больше текущей цены. В этом легко убедиться, построив неравенство из выражений (6) и (7):

$$q_D - k_D \cdot P(t) > q_S + k_S \cdot P(t) \Rightarrow P_{\text{opt}}(t) > P(t). \quad (10)$$

Тогда согласно выражению (9) будет наблюдаться рост цен. Обратная ситуация будет в условиях профицита (предложение превышает спрос).

Принятые начальные параметры модели рынка следующие: $q_S(t_0) = 0$; $q_D(t_0) = 4300$; $k_S(t_0) = 36$; $k_D(t_0) = 36$; $P(t_0) = 33,8$ тыс. руб. за 1 м^2 ; $h(t_0) = 0,1$. В ноябре и декабре любого года активность на рынке недвижимости возрастает, в связи с чем в эти периоды были увеличены параметры: $h(t = 5; 17) = 0,15$; $h(t = 6; 18) = 0,25$; $h(t = 6) = 0,20$; в остальные периоды $h(t) = 0,1$.

В связи с увеличивающимся спросом также корректировался параметр $q_D(t)$. Так, при $t > 4$ $q_D(t) = 4400$; при $t > 10$ $q_D(t) = 4600$; при $t > 16$ $q_D(t) = 4800$. Последних допущений можно избежать, корректируя расчетное значение цены на инфляцию.

Инвестиционные сделки на рынке недвижимости приводят к изменению спроса и предложения и, как следствие, к смещению точки равновесия, к которой будет стремиться рынок. В таком случае уравнения спроса и предложения будут содержать дополнительные слагаемые:

$$D(t) = D_{\text{cus}}(t) + IB(t) = q_D - k_D \cdot P(t) + IB(t), \quad (11)$$

$$S(t) = S_{\text{cus}}(t) + IS(t) = q_S + k_S \cdot P(t) + IS(t), \quad (12)$$

где $IB(t)$ – количество участников рынка, готовых приобрести объекты недвижимости в момент времени t ; $IS(t)$ – количество участников рынка, готовых продать объекты недвижимости в момент времени t .

Переменная $IB(t)$ в данном случае определяется на основе решения задачи (5) для момента t . Логично предположить, что $IS(t)$ будут являться объекты недвижимости, включенные в портфель недвижимости ранее и не рекомендованные для приобретения в момент t .

Выражение (8) с учетом инвестиционных сделок принимает вид

$$P_{\text{opt}}(t) = (q_D - q_S + (IB(t) - IS(t))) / (k_S + k_D). \quad (13)$$

Тогда выражение (9), используемое для вычисления цены на следующий период времени, с учетом поведения участников рынка, действующих в инвестиционных целях, принимает вид

$$P(t+1) = P(t) \left(1 + h(t) \cdot \left(\frac{(q_D - q_S + (IB(t) - IS(t))) / (k_S + k_D)}{P(t)} - 1 \right) \right). \quad (14)$$

Выражение (14) необходимо применять для прогнозирования цен в отношении всех типов недвижимости отдельно.

Заключение

Для исследования эффективности всех существующих подходов целесообразно применять имитационное моделирование процесса портфельного инвестирования в рынок недвижимости. Вторая часть данной работы будет посвящена такому исследованию. Помимо математического моделирования, может быть применено игровое имитационное моделирование в виде деловой игры [21], участниками которой являются реальные люди – носители предметно-профессиональной деятельности, например: инвесторы, аналитики, агенты, брокеры и прочие участники рынка недвижимости. Так, в работе [22] была описана деловая игра «Инвестиции в рынок недвижимости», с помощью которой была осуществлена серия поведенческих экспериментов в виде деловых имитационных игр с целью их сравнения с результатами математического имитационного моделирования [18, 19]. В будущем авторы планируют адаптировать деловую игру под задачу портфельного инвестирования.

Список литературы

1. Arkesteijn M.H., Binnekamp R. Real estate portfolio decision making // *Topics in Safety, Risk, Reliability and Quality*. – 2014. – Vol. 24. – P. 89–99.
2. Dong N. Essential asset management: overseeing the federal government's real estate portfolio // *Military Engineer*. – 2014. – Vol. 106, iss. 692. – P. 53–55.
3. Moss A., Farrelly K. The performance of a blended real estate portfolio for UK DC investors // *Journal of Property Investment and Finance*. – 2015. – Vol. 33, iss. 2. – P. 156–168.
4. Vimpari J., Junnila S. Value of waiting – option pricing as a tool for residential real estate fund divestment management // *Property Management*. – 2014. – Vol. 32, iss. 5. – P. 400–414.
5. Wang G.J., Xie C. Correlation structure and dynamics of international real estate securities markets: a network perspective // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2015. – Vol. 424. – P. 176–193.
6. Погодин С.К. Методы оценки портфелей инвестиций, включающих ценные бумаги и недвижимость: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.10. – М., 2006. – 176 с.
7. Денисенко А.О. Математическое моделирование оптимальной структуры портфеля ценных бумаг при различных критериях их формирования: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. – Майкоп, 2012. – 103 с.
8. Косарев А.А. Формирование системы управления комплексами и портфелями недвижимости: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.05. – СПб., 2004. – 148 с.
9. Управление портфелем недвижимости: учеб. пособие для вузов / пер. с англ.; под ред. С.Г. Беляева. – М.: Закон и право: ЮНИТИ, 1998. – 391 с.
10. Чобан Э.С. Методика формирования инвестиционного портфеля недвижимости на примере крупных российских городов: дис. ... магистра по направлению «Строительство». – Пермь, 2014. – 96 с.
11. Алексеев А.О., Чобан Э.С. Методика формирования портфеля объектов недвижимости по критерию инвестиционной привлекательности // *Общество, наука, и инновации: сб. статей Междунар. науч.-практ. конф., Уфа, 29–30 ноября 2013 г.: в 4 ч.* – Уфа: Изд-во Башкир. гос. ун-та, 2013. – С. 12–17.

12. Формирование портфеля недвижимости на примере четырех крупных городов: Екатеринбург, Казань, Новосибирск, Нижний Новгород [Электронный ресурс] / Э.С. Чобан, Н.И. Сафонов, Е.А. Погорельцева, М.И. Кавиев // Управление экономическими системами. – 2014. – № 2 (62). – URL: <http://uecs.ru/ru/regionalnaya-ekonomika/item/2761-2014-02-17-11-38-31> (дата обращения: 29.11.2015).

13. Benati S. Using medians in portfolio optimization // Journal of the Operational Research Society. – 2015. – Vol. 66, iss. 5. – P. 720–731.

14. Mohd W., Mohamad W.R., Mohamed Z.D. Portfolio optimization using median-variance approach // AIP Conference Proceedings. – 2013. – Vol. 1522. – P. 1086–1091.

15. Алексеев А.О., Чобан Э.С., Торсунова Н.А. Модель ценообразования финансовых активов применительно к объектам недвижимости // Молодой ученый. – 2014. – № 3-3. – С. 26–30.

16. Кавиев М.И. Методы определения индекса доходности жилой недвижимости [Электронный ресурс] // Прикладная математика, механика и процессы управления: тез. докл. III Всерос. науч.-техн. интернет-конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Пермь, 30 ноября – 5 декабря 2016 г. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2016. – URL: http://pmmpu.pstu.ru/media/paper_pdf_2015/PMMPU.PSTU.RU_KTh9Eyz.pdf (дата обращения: 24.04.2016).

17. Кавиев М.И., Зубков Д.С., Булдаков М.С. Исследование методики формирования и управления портфелем недвижимости [Электронный ресурс] // Управление большими системами: материалы XII Всерос. школы-конф. молодых ученых, Волгоград, 7–11 сентября 2015 г. [Диск CD-ROM] / Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова; Волгоград. гос. ун-т. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 236–242.

18. Алексеев А.О. Исследование возможности информационного управления поведением участников рынка недвижимости [Электронный ресурс] // Управление большими системами: материалы XII Всерос. школы-конф. молодых ученых, Волгоград, 7–11 сентября 2015 г. [Диск CD-ROM] / Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова; Волгоград. гос. ун-т. – М., 2015. – С. 157–168.

19. Алексеев А.О., Алексеева И.Е. Имитационное моделирование поведения неоднородных агентов в мультиагентных системах (на примере рынка недвижимости) // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: тр. XVII Междунар. конф., Самара, 22–25 июня 2015 г. – Самара, 2015. – С. 287–303.

20. Щепкин А.В. Игровое моделирование активных систем // Человеческий фактор в управлении. – М.: КомКнига, 2006. – С. 475–486.

21. Деловая игра в Политехе «Инвестиции в рынок недвижимости» [Электронный ресурс]. – URL: <http://pstu.ru/news/2015/03/27/3668> (дата обращения: 5.04.2016).

22. Alekseev A. Business simulation game “Investment in the real estate market” // European meeting on Game Theory (SING11-GTM2015): collected abstracts of papers, Saint Petersburg, 8–10 July, 2015. – Saint Petersburg, 2015. – P. 175.

References

1. Arkesteijn M.H., Binnekamp R. Real estate portfolio decision making. *Topics in Safety, Risk, Reliability and Quality*, 2014, vol. 24, pp. 89-99.

2. Dong N. Essential asset management: overseeing the federal government's real estate portfolio. *Military Engineer*, 2014, vol. 106, iss. 692, pp. 53-55.

3. Moss A., Farrelly K. The performance of a blended real estate portfolio for UK DC investors. *Journal of Property Investment and Finance*, 2015, vol. 33, iss. 2, pp. 156-168.

4. Vimpari J., Junnila S. Value of waiting – option pricing as a tool for residential real estate fund divestment management. *Property Management*, 2014, vol. 32, iss. 5, pp. 400-414.

5. Wang G.J., Xie C. Correlation structure and dynamics of international real estate securities markets: a network perspective. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2015, vol. 424, pp. 176-193.

6. Pogodin S.K. Metody otsenki portfelei investitsii, vkluchaiushchikh tsennye bumagi i nedvizhimost' [Evaluation of investment portfolios methods, including securities and real estate]. Moscow, 2006. 176 p.

7. Denisenko A.O. Matematicheskoe modelirovanie optimal'noi struktury portfelia tsennykh bumag pri razlichnykh kriteriiakh ikh formirovaniia [Mathematical modeling of the optimal structure of the securities portfolio at different criteria for their formation]. Maikop, 2012. 103 p.

8. Kosarev A.A. Formirovanie sistemy upravleniia kompleksami i portfeliami nedvizhimosti [Formation of a complex control system and the real estate portfolio]. Saint Petersburg, 2004. 148 p.

9. Upravlenie portfelem nedvizhimosti [Management of real estate portfolio]. Ed. by S.G. Beliaeva. Moscow, 1998. 391 p.

10. Choban E.S. Metodika formirovaniia investitsionnogo portfelia nedvizhimosti na primere krupnykh rossiiskikh gorodov [Methods of forma-

tion of the real estate portfolio on the example of large Russian cities]. Perm', 2014. 96 p.

11. Alekseev A.O., Choban E.S. Metodika formirovaniia portfelia ob'ektov nedvizhimosti po kriteriiu investitsionnoi privlekatel'nosti [The method of formation real estate portfolio using by investment attractiveness of real estate criterion]. *Sbornik statei Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Obshchestvo, nauka, i innovatsii"*, Ufa, 29-30 noiabria 2013 goda. Ufa, 2013, pp. 12-17.

12. Choban E.S., Safonov N.I., Pogorel'tseva E.A., Kaviev M.I. Formirovanie portfelia nedvizhimosti na primere chetyrekh krupnykh gorodov: Ekaterinburg, Kazan', Novosibirsk, Nizhnii Novgorod [Formation of a portfolio of real estate on the example of four major russian cities: Yekaterinburg, Kazan, Novosibirsk, Nizhniy Novgorod]. *Upravlenie ekonomicheskimi sistemami*, 2014, no. 2, iss. 62, available at: <http://uecs.ru/marketing/item/2761-2014-02-17-11-38-31> (accessed 29 November 2015).

13. Benati S. Using medians in portfolio optimization. *Journal of the Operational Research Society*, 2015, vol. 66, iss. 5, pp. 720-731.

14. Mohd W., Mohamad W.R., Mohamed Z.D. Portfolio optimization using median-variance approach. *AIP Conference Proceedings*, 2013, vol. 1522, pp. 1086-1091.

15. Alekseev A.O., Choban E.S., Torsunova N.A. Model' tsenoobrazovaniia finansovykh aktivov primenitel'no k ob'ektam nedvizhimosti [Capital assets pricing model in application for real estate market]. *Molodii vchenii*, 2014, no. 3-3, pp. 26-30.

16. Kaviev M.I. Metody opredeleniia indeksa dokhodnosti zhiloi nedvizhimosti [Methods of evaluation the real estate profitability index]. *Tezisy dokladov III Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi internet-konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh "Prikladnaia matematika, mekhanika i protsessy upravleniia"*, Perm', 30 noiabria – 5 dekabria 2015 goda. Perm, 2016, available at: http://pmmpu.pstu.ru/media/paper_pdf_2015/PMMPU.PSTU.RU_KTh9Eyz.pdf (accessed 24 April 2016).

17. Kaviev M.I., Zubkov D.S., Buldakov M.S. Issledovanie metodiki formirovaniia i upravleniia portfelem nedvizhimosti [Research of the formation and management real estate portfolio method]. *Materialy XII Vserossiiskoi shkoly-konferentsii molodykh uchenykh "Upravlenie bol'shimi sistemami"*, Volgograd, 7-11 sentiabria 2015 goda. Volgograd; Moscow, 2015, pp. 236-242.

18. Alekseev A.O. Issledovanie vozmozhnosti informatsionnogo upravleniia povedeniem uchastnikov rynka nedvizhimosti [Research of information management possibility of behavior of the real estate market participants]. *Materialy XII Vserossiiskoi shkoly-konferentsii molodykh*

uchenykh "Upravlenie bol'shimi sistemami", Volgograd, 7-11 sentiabria 2015 goda. Moscow, 2015, pp. 157-168.

19. Alekseev A.O., Alekseeva I.E. Imitatsionnoe modelirovanie povedeniia neodnorodnykh agentov v mul'tiagentnykh sistemakh (na primere rynka nedvizhimosti) [Simulation of the different agents behavior in multi-agent systems (on the real estate example)]. *Trudy XVII Mezhdunarodnoi konferentsii "Problemy upravleniia i modelirovaniia v slozhnykh sistemakh", Samara, 22-25 iunია 2015 goda. Samara, 2015, pp. 287-303.*

20. Shchepkin A.V. Igrovoe modelirovanie aktivnykh sistem [Business game simulation of active systems]. *Chelovecheskii faktor v upravlenii. Moscow, 2006, pp. 475-486.*

21. Delovaia igra v Politekhe "Investitsii v rynek nedvizhimosti" [Business simulation game "Investments in real estate market"], available at: <http://pstu.ru/news/2015/03/27/3668> (accessed 5 April 2016).

22. Alekseev A. Business simulation game "Investment in the real estate market". *European meeting on game theory (SING11-GTM2015), Saint-Petersburg, 8-10 iulia 2015 goda. Saint Petersburg, 2015, p. 175.*

Получено 30.05.2016

Об авторах

Алексеев Александр Олегович (Пермь, Россия) – кандидат экономических наук, доцент кафедры «Строительный инжиниринг и материаловедение», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: alekseev@cems.pstu.ru).

Алексеева Ирина Евгеньевна (Пермь, Россия) – кандидат экономических наук, доцент кафедры «Строительный инжиниринг и материаловедение», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: alekseeva@cems.pstu.ru).

Кавиев Марат Ильдарович (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Строительный инжиниринг и материаловедение», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: maratkaviev@gmail.com).

About the authors

Aleksandr O. Alekseev (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Economics, Associate Professor, Department of Construction Engineering and Material Sciences, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: alekseev@cems.pstu.ru).

Irina E. Alekseeva (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Economics, Associate Professor, Department of Construction Engineering and Material Sciences, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: alekseeva@cems.pstu.ru).

Marat I. Kaviev (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Construction Engineering and Material Sciences, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: maratkaviev@gmail.com).