

Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2022.2.01

УДК 519.71:681.5

**Т.А. Кузнецова, В.Г. Августинovich**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь, Россия

## **ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ ОКСИДОВ АЗОТА В МАЛОЭМИССИОННОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ В СОСТАВЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Рассматривается проблема автоматического управления выбросами оксида азота из малоэмиссионной камеры сгорания (МЭКС) авиационного газотурбинного двигателя (ГТД) нового поколения. Поскольку технологии измерения на сегодня не достигли требуемого уровня готовности, а надежность системы автоматического управления (САУ) зависит от валидности входной информации о состоянии двигателя, предлагается использование встроенной прогностической математической модели МЭКС. Уравнения модели являются функциями измеряемых параметров. Требования компактности конструкции и существенная нелинейность горения обуславливают стохастический характер МЭКС. С учетом жестких норм ICAO на эмиссию вредных веществ это приводит к узкому диапазону устойчивых режимов работы, ограниченных, с одной стороны, нормируемым уровнем эмиссии окислов азота, а с другой – неприемлемыми в эксплуатации режимами срыва пламени или виброгорения (термоакустическими колебаниями). Предлагается создание в составе САУ гибридной модели процессов генерации вредных выбросов в МЭКС ГТД, состоящей из двух частей. Первая полуэмпирическая подмодель сочетает в себе физическое уравнение Зельдовича и замыкающий эмпирический коэффициент, являющийся функцией нескольких определяющих переменных. Эта подмодель позволяет генерировать обучающие выборки для второй подмодели в случае недостаточности экспериментальных данных. Вторая подмодель основана на нейронной сети. В статье рассматривается разработка и апробация первой подмодели, алгоритм идентификации которой строится на принятой гипотезе возможности применения принципа суперпозиции при описании взаимодействия диффузионного и гомогенного факелов. В основу алгоритма положено уравнение Зельдовича, позволяющее определить зависимость генерации окислов азота от состава топливовоздушной смеси с помощью функции распределения плотности вероятности пульсаций концентрации топливовоздушной смеси в зависимости от величины интегрального эквивалентного отношения  $\Phi$ , характеризующего концентрацию топлива в смеси. Особенностью МЭКС является наличие в жаровой трубе продольных акустических волн, возбуждаемых выделением тепла при горении с собственной частотой газозвудушного столба, приводящих к колебаниям  $\Phi$  и обуславливающих наличие гармонических колебаний математического ожидания состава смеси. В предлагаемой работе в результате численного моделирования распределения неоднородности и пульсации концентрации топливовоздушной смеси по площади факелов в пакете CFX получены характеристики математических ожиданий и дисперсии, а также собственные частоты объекта. Аналитически рассчитаны функции распределения плотности вероятности пульсаций концентрации смеси для диффузионного и гомогенного контуров с учетом акустики камеры сгорания. Произведен анализ влияния дисперсии акустических волн на вид результирующих кривых плотности вероятности в диффузионном и гомогенном факелах. Построена модель оценки генерации окислов азота в Simulink. Произведен модельный расчет скорости генерации окислов азота и индекса эмиссии. Анализ полученных

результатов показал эффективность предложенных алгоритмов для достижения необходимых показателей точности прогноза эмиссии оксида азота и надежности САУ МЭКС ГТД.

**Ключевые слова:** система автоматического управления, авиационный двигатель, мало-эмиссионная камера сгорания, математическая модель, эмиссия, идентификация, прогноз, уравнение Зельдовича, скорость генерации, индекс эмиссии, оксид азота, плотность вероятности, акустические колебания, диффузионный факел, гомогенный факел.

**T.A. Kuznetsova, V.G. Avgustinovich**

Perm National Research Polytechnic University,  
Perm, Russian Federation

## **SEMI-EMPIRICAL MATHEMATICAL MODEL OF NITROGEN OXIDES EMISSION FROM LOW-EMISSION COMBUSTION CHAMBER AS A PART OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF AN AERO ENGINE**

The article is devoted to the problem of automatic control of nitrogen oxide emissions from a low-emission combustion chamber (LECC) of a gas turbine engines' (GTE) new generation. Since the measurement technologies have not reached the required level of availability today, and the reliability of the automatic control system (ACS) depends on the validity of input information about the engine state, it is proposed to use the built – in predictive mathematical model of the LECC. The model equations are functions of the measured parameters. The compact design requirements and significant nonlinearity of combustion determine the stochastic nature of the LECC. Taking into account the strict ICAO standards for the emission of harmful substances, all this leads to a narrow range of stable operating modes, limited, on the one hand, by the normalized level of nitrogen oxide emissions, and, on the other hand, by unacceptable modes of flame blowout or vibration combustion (thermoacoustic vibrations). It is proposed to build into the ACS a hybrid model of the processes of generating harmful emissions in the MEKS GTE, consisting two parts. The first semi-empirical submodel combines the physical equation of Zeldovich and the generalized empirical coefficient calculating as a function of several critical variables. This submodel allows generating training samples for the second submodel in case of insufficient experimental data. The second submodel is based on a neural network. The article discusses the development and testing of the first submodel, which identification algorithm is based on the accepted hypothesis of the possibility of applying the principle of superposition in describing the interaction of diffusion and homogeneous flames. The algorithm is based on the Zeldovich equation, which makes it possible to determine the dependence of the generation of nitrogen oxides on the composition of the air-fuel mixture using the distribution function of the probability density of its pulsations depending on the value of the integral equivalent ratio  $\varphi$ , which characterizes the concentration of fuel in the mixture. A feature of the LECC is the presence in the flame tube of longitudinal acoustic waves, excited by the release of heat during combustion, having a frequency equal to natural frequency of the gas-air column. These acoustic waves are leading to fluctuations of  $\varphi$  and causing the harmonic fluctuations in the mathematical expectation of the mixture composition. In this work the numerical modeling of the distribution of the inhomogeneity and pulsation of the fuel-air mixture concentration over the area of the flames in the CFX package allowed to obtain the characteristics of the mathematical expectations and dispersion, as well as the natural frequencies of the object. The distribution functions of the probability density of pulsations of the mixture concentration for diffusion and homogeneous circuits are calculated analytically, taking into account the acoustics of the combustion chamber. The analysis of the effect of dispersion of acoustic waves on the form of the resulting probability density curves in diffusion and homogeneous plumes is carried out.

**Keywords:** automatic control system, aero engine, low-emission combustion chamber, mathematical model, emission, identification, estimation, Zeldovich equation, generation rate, emission index, nitrogen oxide, probability density, acoustic vibrations, diffusion flame, homogeneous flame etc.

## Введение

Уровень выбросов вредных веществ из камеры сгорания авиадвигателя должен соответствовать международным стандартам ИСАО, что определяет актуальность задачи управления эмиссией для системы автоматического управления двигателем (САУ), надежность которой во многом зависит от валидности поступающей в САУ информации о состоянии двигателя [1]. Во многих случаях прямые измерения физических величин во время полета недоступны. Возможный способ решения проблемы – создание моделей подсистем или процессов двигателя на основе искусственного интеллекта [2; 3].

Камера сгорания авиационного газотурбинного двигателя (ГТД) представляет собой существенно стохастический нелинейный объект, идентификация параметров которого является очень сложной задачей. Эти свойства обусловлены, с одной стороны, требованием компактности конструкции, приводящим к интенсификации процессов перемешивания паров топлива и воздуха посредством наведения турбулентности с поперечным переносом импульса и концентрации топливовоздушной смеси в потоке и последующего химического взаимодействия (горения), скорость которого также в значительной степени зависит от турбулентности. С другой стороны, экспоненциальная зависимость скорости химических реакций от температуры смеси определяет существенную нелинейность горения. С учетом жестких норм на эмиссию вредных веществ все это приводит к узкому диапазону устойчивых режимов работы, ограниченных, с одной стороны, нормируемым уровнем эмиссии окислов азота, а с другой – неприемлемыми в эксплуатации режимами срыва пламени или виброгорения (термоакустическими колебаниями) [4; 5].

При традиционном подходе решение задачи требует большого объема экспериментальных исследований. В связи с недоступностью ряда измерений возникает проблема интерпретации экспериментальных данных, полученных в различных условиях, и экстраполяции эмиссионных характеристик на условия реальной эксплуатации [6]. В настоящее время отсутствует теория подобия режимов малоэмиссионного горения, которая позволяла бы надежно приводить экспериментальные данные, полученные в различных условиях, к неким стандартным условиям, аналогично технологии приведения к МСА пара-

метров лопаточных машин. В связи с этим предлагается создание в составе САУ модели процессов генерации вредных выбросов в камере сгорания ГТД на основе технологии нейронных сетей, обладающих свойством самообучения на базе экспериментальных данных [7]. Кроме того, представляется целесообразной разработка гибридной полуэмпирической модели генерации оксидов азота, состоящей из двух частей. Первая подмодель сочетает в себе физическое уравнение Зельдовича и замыкающий эмпирический коэффициент, являющийся функцией нескольких определяющих переменных. Эта подмодель позволяет генерировать обучающие выборки для второй подмодели в случаях, когда экспериментальных данных недостаточно. Вторая подмодель основана на нейронной сети [8; 9].

Статья посвящена разработке полуэмпирической модели генерации оксидов азота на основе механизма Зельдовича.

### Теория

В полуэмпирической модели генерации оксидов азота моделирование взаимодействия диффузионного и гомогенного факелов в камере сгорания ведется на основе принятой гипотезы возможности применения принципа суперпозиции [10–12]. Для описания процесса генерации оксидов азота используется уравнение Зельдовича, позволяющее определить зависимость скорости реакции  $S_{NO}$  от состава топливовоздушной смеси с помощью функции распределения плотности вероятности пульсаций концентрации топливовоздушной смеси в зависимости от величины интегрального эквивалентного отношения  $\Phi$ , характеризующего концентрацию топлива в смеси.

Камера сгорания газотурбинного авиационного двигателя представляет собой жаростойкую трубу, куда подают воздух и горючее, которые потом смешиваются. При идеальном смешении образуется топливовоздушная (горючая) смесь, характеризующаяся соотношением «топливо/воздух» – величиной интегрального эквивалентного отношения  $\Phi$ . Величина интегрального эквивалентного отношения обратна коэффициенту избытка воздуха, т.е.  $\Phi = 1/\alpha$ , и характеризует количество топлива в смеси. В зависимости от режима работы  $\Phi$  меняется. Рабочим диапазоном считается диапазон устойчивого горения смеси  $0,15 \leq \Phi \leq 2$ . При выходе за границы этого диапазона происходит экс-

поэкспоненциальный рост эмиссии вредных веществ в атмосферу (при  $\Phi \leq 0,15$  – «бедная смесь» – и происходит «бедный» срыв пламени, а при  $\Phi \geq 2$  – «богатая смесь» – топлива слишком много и начинается виброгорение – термоакустические колебания) [13–15].

В камере сгорания предусмотрены два факела – диффузионный и гомогенный [16].

Состав горячей смеси (соотношение «топливо/воздух») в факелах имеет стохастический характер (случайный) и изменяется по некоторому случайному закону – то есть случайным образом происходит изменение доли (концентрации) топлива в составе топливоздушнoй смеси. Считается, что оба факела – независимы друг от друга и несовместимы в пространстве [17; 18].

Для получения функции распределения плотности вероятности изменения (пульсаций) концентрации (состава топливоздушнoй) смеси для диффузионного и гомогенного контуров используются вероятностные характеристики для различных факелов на одном аргументе  $\varphi$ .

При этом учитывается, что функция распределения вероятности  $P(\varphi) = P\{\Phi < \varphi\}$  [19] в рабочем диапазоне состава смеси изменяется от 0 до 1. Возрастание аргумента соответствует увеличению доли топлива в воздушно-топливной смеси, подаваемой в камеру сгорания (чем больше  $\varphi$ , тем меньше воздуха в смеси и тем больше топлива, т.е. при  $\varphi = 0$  имеем чистый воздух без топлива). На диапазоне устойчивого горения смеси  $0,15 \leq \varphi \leq 2$  определяется величина математического ожидания  $m(\varphi)$  (задается дозаторами топлива в камере сгорания).

В связи с тем, что технически на длине жаростойкой трубы, ограниченной заданными габаритами камеры сгорания, идеально перемешать горючее и воздух невозможно, имеем суммарную (пространственную и пульсационную) дисперсию нормального распределения  $D(\varphi) = \sigma^2$  (среднеквадратическое отклонение  $\sigma = 20 \dots 30$  %).

Кроме того, в трубе наличествуют продольные акустические волны (давление и скорость), возбуждаемые выделением тепла при горении с собственной частотой газоздушного столба, приводящие к колебаниям скорости (а следовательно, расхода воздуха и  $\varphi$ ) на входе в камеру сгорания. То есть продольные акустические волны приводят к

гармоническим колебаниям математического ожидания состава смеси с амплитудой 2,5 %.

Поскольку эмиссия оксидов азота экспоненциально зависит от температуры пламени и времени пребывания при этой температуре (как всякая химическая реакция), а температура пламени, в свою очередь, зависит от состава смеси  $\varphi$ , то в математической модели генерации оксидов азота необходимо учитывать эти факторы. Для этого необходимо иметь функции плотности вероятности и вероятности  $\varphi$  с учетом акустики камеры сгорания.

В предлагаемом исследовании решена задача определения функции плотности распределения вероятности изменения концентрации топлива в топливовоздушной (горючей) смеси  $p(\varphi) = P'(\varphi)$  для диффузионного и гомогенного факелов с учетом всех вышеперечисленных факторов.

### **Данные и методы определения плотности распределения вероятности изменения концентрации топлива в топливовоздушной смеси**

В качестве исходных данных на заданном режиме работы используются функции распределения плотности вероятности пульсаций концентраций, полученные для диффузионного и гомогенного контуров. Дисперсия концентраций формируется из нескольких составляющих пульсаций параметров потока с соответствующими функциями плотности распределения вероятности [20]:

– начальной неоднородности распределения концентраций в факеле по сечению, проявляющейся в турбулентном потоке и в осевом направлении благодаря корреляции поперечного и продольного переноса импульса и концентрации;

– регулярной пульсации потока, наводимой завихрителем фронтального устройства за счет прецессирующего вихревого ядра (ПВЯ) при больших числах Рейнольдса, характерных для камер сгорания ГТД;

– термоакустических пульсаций потока различных мод колебаний газового столба, фоновой изотропной турбулентности (Колмогоровский масштаб).

Для построения адекватной модели как генерации оксидов азота, так и определения границы «бедного» срыва необходимо знать пере-

численные выше параметры пульсирующего потока. Частично эти данные, например начальная неоднородность распределения концентрации, получены на построенной 3D-метамодели.

Для описания взаимодействия диффузионного и гомогенного факелов принята гипотеза возможности применения принципа суперпозиции. Операция суперпозиции гомогенного и диффузионного факелов производится, исходя из допущения об их независимости и несовместности расположения в пространстве. При этом используется теорема сложения вероятностей на диапазоне устойчивого горения.

Для диффузионного факела, в силу его природы, принимается гауссова функция плотности распределения вероятности с экспериментально полученными математическим ожиданием и дисперсией.

Для гомогенного факела, кроме нормально распределенной вероятности измерения состава смеси, учитывается пространственная неоднородность концентрации топливоздушная смеси и пульсационная составляющая давления, обусловленная термоакустическим взаимодействием.

Средние значения (математические ожидания) состава смеси обоих факелов определяются, исходя из известных (управляемых) расходов топлива по контурам, и расходов воздуха, пропорциональным проходным сечениям контуров.

Пример премиксера (предварительного смесителя) приведен на рис. 1, где представлены типичные значения неоднородности концентрации на выходе из премиксера гомогенного контура, полученные на 4D (с учетом нестационарности) математической модели процесса перемешивания, – продольная и окружная неоднородность концентрации топливоздушная смеси на выходе из премиксера (осредненная по времени и среднеквадратичное отклонение).

В качестве исходных данных для гомогенного факела использовались результаты численного моделирования распределения неоднородности и пульсации концентрации топливоздушная смеси по площади гомогенного факела, полученные с помощью коммерческого пакета программ CFX.

Исследование распределения фракции смеси после премиксера (вход в зону горения) для гомогенного факела позволило получить среднеквадратичное отклонение от математического ожидания, которое составило 15 %.

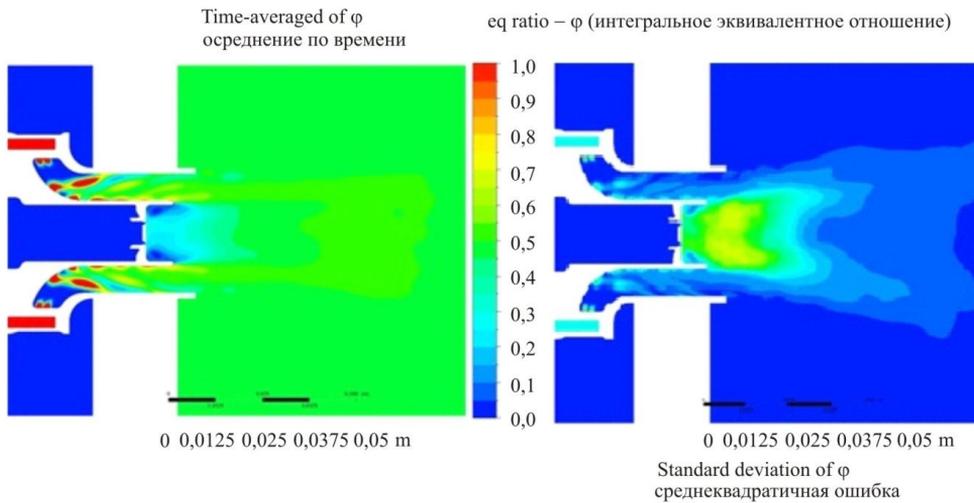


Рис. 1. Распределение неоднородности концентрации топливовоздушной смеси по длине премиксера (осредненное по времени и среднеквадратичное отклонение) с помощью коммерческого пакета программ CFX

Задача нахождения собственных частот объекта моделирования, формы стоячих волн, фазовых сдвигов и акустического импеданса фронта пламени, решенная для 3D-модели численным методом Навье – Стокса, решалась также с помощью коммерческого пакета программ CFX для неподвижного потока (например, с типичными параметрами  $T_b = 800\text{K}$ ,  $T_T = 1800\text{K}$ ) при подаче как гармонического возмущения теплового потока (источник) в домене интерфейса между холодным и горячим газом, так и сигнала белого шума. Следует отметить, что решить численным методом задачу определения акустических характеристик для реальной конфигурации камеры сгорания, необходимых для получения данных по термоакустическим пульсациям давления и скорости газового потока, в настоящее время достаточно затруднительно. Поэтому в ходе эксперимента использовался модельный объект, имеющий размеры, соответствующие реальной камере сгорания, но плоской формы, и было принято допущение о плоском фронте пламени и плоском фронте акустической волны. Для нестационарного давления, полученного при расчете на рассматриваемой поверхности, было выполнено преобразование Фурье по времени. На рис. 2 показаны максимальные по рассматриваемой поверхности амплитуды гармоник. В частности, наблюдается пик на частоте вынужденных колебаний  $f=1000\text{ Гц}$  ( $q = 100$ ) и на резонансной частоте  $f=1240\text{ Гц}$  ( $q = 124$ ).

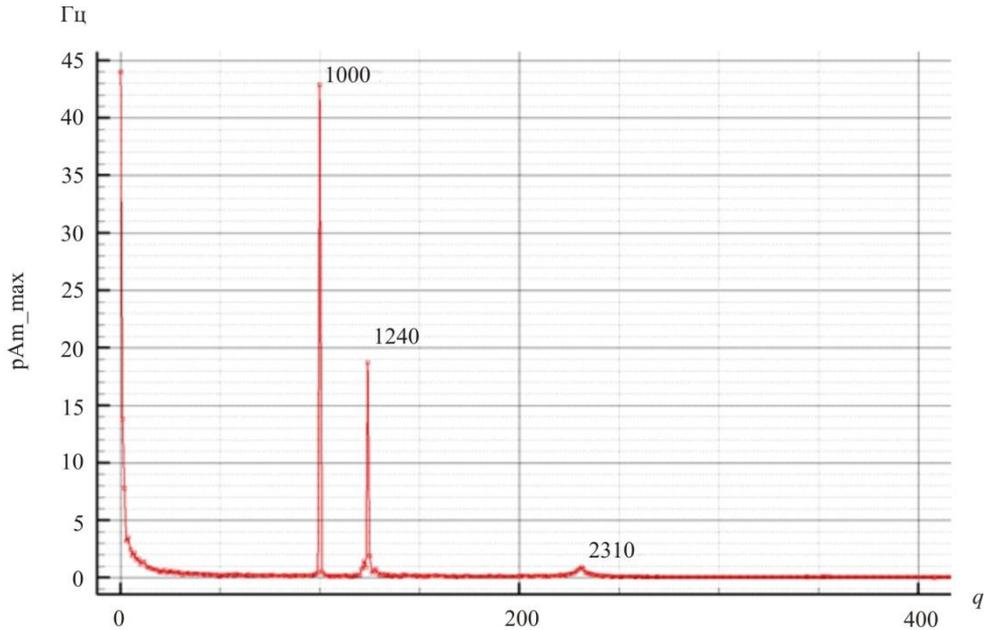


Рис. 2. Максимальная амплитуда давления

*Диффузионный факел* имеет гауссову функцию плотности распределения вероятности и большую дисперсию состава смеси, чем *гомогенный*. Диапазон изменения интегрального эквивалентного отношения  $\varphi$  (значения, соответствующие зоне устойчивого горения) для диффузионного факела  $\varphi = [0,15; 2,0]$ . Рассматривая этот диапазон, можно найти среднее значение или математическое ожидание  $\varphi_{\text{диф ср}} = m(\varphi_{\text{диф}}) = 1,075$ . Как показали данные экспериментов, для диффузионного факела справедливо  $3\sigma = 3\sqrt{D} = 2,0 - 1,075 = 0,925$ . Таким образом, среднеквадратичное отклонение  $\sigma = 0,30833$  (30 %). Дисперсия, соответственно, равна  $D = \sigma^2 = 0,095$ .

*Гомогенный факел* также имеет функцию распределения вероятности, близкую к нормальному закону, и малую дисперсию состава смеси. Диапазон изменения коэффициента избытка топлива  $\varphi$  (значения, соответствующие зоне устойчивого горения) для гомогенного факела  $\varphi = [0,35; 0,4]$ . Рассматривая этот диапазон, можно найти среднее значение или математическое ожидание  $\varphi_{\text{гом ср}} = m(\varphi_{\text{гом}}) = 0,375 (\approx 0,4)$ . Среднеквадратичное отклонение указывают равным 5 %, а осредненное по времени равным 15 %. Для оценки взято 10 % от матема-

тического ожидания. Тогда среднеквадратичное отклонение  $\sigma_{\text{ГОМ}} = 0,0375 \approx 0,04 (10\%)$ . Дисперсия, соответственно,  $D_{\text{ГОМ}} = \sigma^2 = 0,0014063 \approx 0,0014$ .

Кривые плотности вероятности изменения состава топливовоздушной смеси для диффузионного и гомогенного факелов без учета акустики камеры сгорания при  $m(\varphi_{\text{ГОМ}}) = 0,4$ ,  $\sigma_{\text{ГОМ}} = 0,04$  показаны на рис. 3.

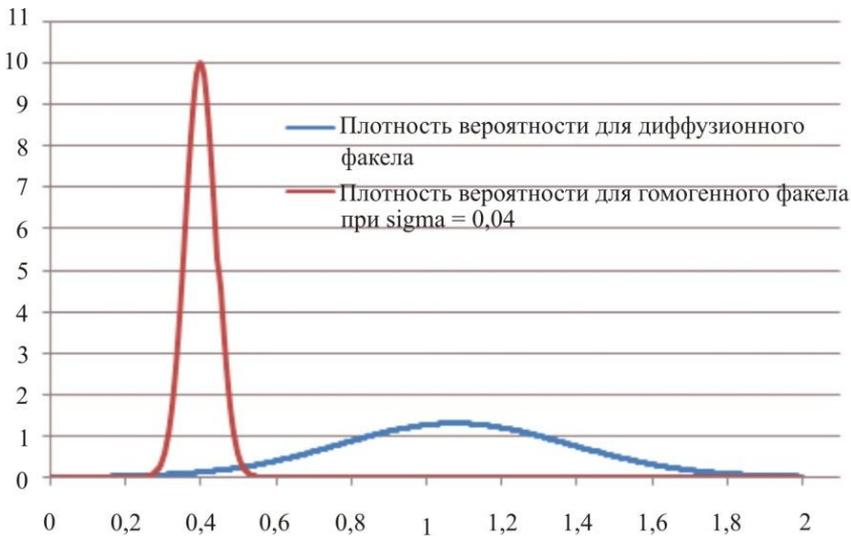


Рис. 3. Кривые плотности вероятности изменения состава топливовоздушной смеси для диффузионного и гомогенного факелов без учета акустики камеры сгорания при  $m(\varphi_{\text{ГОМ}}) = 0,4$ ,  $\sigma_{\text{ГОМ}} = 0,04$

### Модель процессов в гомогенном факеле

Как уже отмечалось, при моделировании процессов в гомогенном факеле следует учитывать пульсационную составляющую давления, обусловленную термоакустическим взаимодействием. Как показал модельный эксперимент (см. рис. 2), наличие продольных акустических волн приводит к гармоническим колебаниям (пульсациям) с частотой  $f = 1$  кГц.

Концентрация топлива в составе топливовоздушной (горючей) смеси в гомогенном факеле  $\varphi_{\text{ГОМ}}(t)$  описывается гармоническими колебаниями  $\varphi_2(t)$  с шумом  $\varphi_1(t)$ :

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) \cap \varphi_2(t). \quad (1)$$

Таким образом, математически задача сводится к расчету плотности вероятности двух совместных (одновременно существующих) независимых процессов: гармонических колебаний и нормально распределенного шума. Результирующая плотность вероятности суммарного процесса вычисляется на основе свойств плотности вероятности [18; 19]:

$$p_{\text{гом}}(\varphi) = p_{\text{гом1}}(\varphi) \cdot p_{\text{гом2}}(\varphi). \quad (2)$$

Процесс  $\varphi_1(t)$  представляет собой цветной шум (его математическое ожидание не равно нулю, как у белого шума,  $m(\varphi_{\text{гом}}) = 0,4$ ), имеющий нормальный закон распределения, плотность вероятности которого описывается известной кривой с максимумом при  $\varphi = 0,4$ , среднеквадратичной ошибкой  $\sigma_{\text{гом}} = 0,04$  и дисперсией  $D_{\text{гом}} = 0,0016$  (см. рис. 3).

Процесс  $\varphi_2(t)$  представляет собой регулярные (гармонические) пульсации (колебания) состава смеси (условимся считать, что они изменяются по синусоидальному закону) частотой  $f = 1 \div 1,1$  кГц и амплитудой  $A_{\text{sin}} = 0,01$ .

Поскольку о величине начальной фазы колебаний концентрации топлива нам достоверно ничего неизвестно, рассматриваемый процесс не может считаться детерминированным. Поэтому условимся считать его случайным, описываемым гармоническими колебаниями со случайной фазой [21].

Ансамбль (совокупность) реализаций, задающий процесс  $\varphi(t)$  гармонических колебаний со случайной фазой, показан на рис. 4.

Рассмотрим одну из реализаций случайного гармонического процесса  $\varphi(t)$  (см. рис. 4) и условимся считать ее синусоидальной функцией времени, описывающей пульсации концентрации топлива в горючей смеси:

$$\varphi(t) = A_{\text{sin}} \sin(2\pi f t + \theta_0) = A_{\text{sin}} \sin\theta. \quad (3)$$

Начальная фаза синусоиды  $\theta_0$  есть случайная величина, которая с одинаковой вероятностью может принимать любое значение за период гармонического колебания – то есть на интервале  $[-\pi; +\pi]$ . Отсюда следует, что плотность вероятности начальной фазы равна

$$p_{\theta_0}(\theta_0) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi < \theta_0 < +\pi. \quad (4)$$

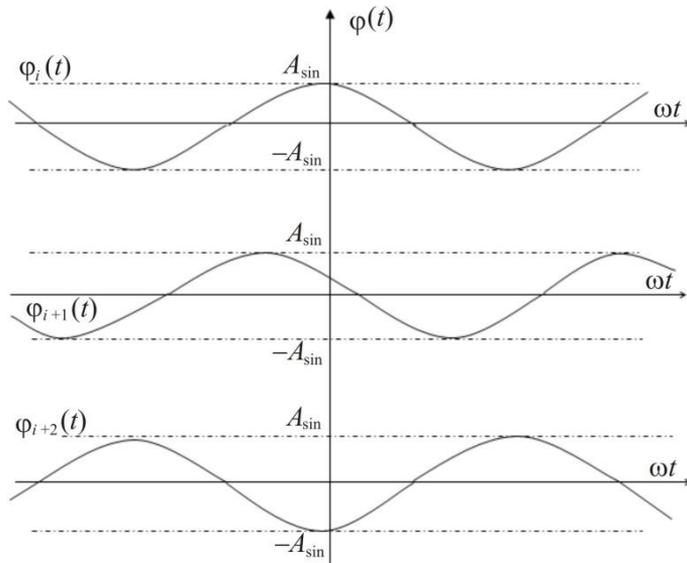


Рис. 4. Ансамбль (совокупность) реализаций, задающий процесс  $\varphi(t)$  гармонических колебаний со случайной фазой

Полная фаза колебаний  $\theta(t) = 2\pi f t + \theta_0 = \omega t + \theta_0$  также является случайной величиной, равновероятной на интервале  $[\omega t - \pi; \omega t + \pi]$ , следовательно, ее плотность вероятности равна

$$p_{\theta}(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad \omega t - \pi < \theta < \omega t + \pi. \quad (5)$$

Для определения одномерной плотности вероятности  $p_{\varphi}(\varphi)$  случайного процесса изменения состава топливовоздушной смеси  $\varphi(t)$  по гармоническому закону со случайной фазой выделим интервал  $\varphi + d\varphi$  на одной из его реализаций (рис. 5) из ансамбля (см. рис. 4).

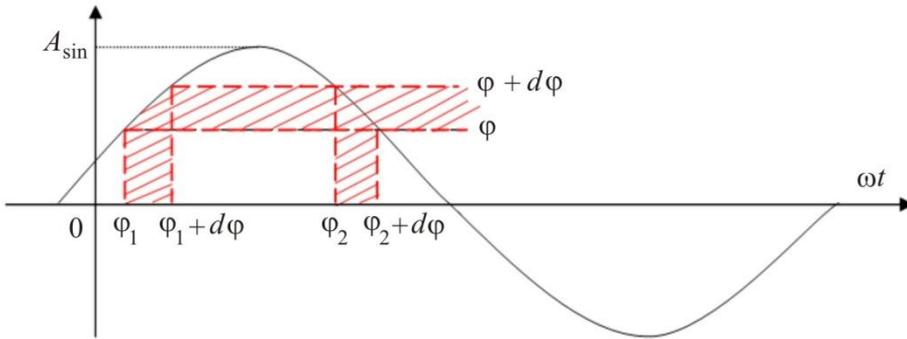


Рис. 5. Реализация гармонического колебания со случайной фазой

Далее определим вероятность того, что при измерении, проведенном на промежутке времени  $[t_1; t_1 + dt]$ , мгновенное значение сигнала  $\varphi(t)$  окажется на интервале  $[\varphi; \varphi + d\varphi]$ . Эта вероятность соответствует элементу вероятности  $p_\varphi(\varphi)d\varphi$ , где  $p_\varphi(\varphi)$  – искомая плотность вероятности.

Очевидно, что вероятность  $p_\varphi(\varphi)d\varphi$  совпадает с вероятностью попадания фазы гармонических колебаний  $\theta$  на один из двух заштрихованных на рис. 5 фазовых интервалов. Поскольку попаданий два, эта вероятность в два раза больше вероятности  $p_\theta(\theta)d\theta$ . Тогда из полученной ранее формулы (5) получим

$$p_\varphi(\varphi)d\varphi = 2p_\theta(\theta)d\theta = \frac{1}{\pi}d\theta. \quad (6)$$

Отсюда искомая функция плотности вероятности

$$p_\varphi(\varphi) = \frac{1}{\pi \left| \frac{d\varphi}{d\theta} \right|}, \quad -A_{\sin} < \varphi < +A_{\sin}. \quad (7)$$

Поскольку по условию известно, что

$$\left| \frac{d\varphi}{d\theta} \right| = (A_{\sin} \cdot \sin\theta)'_{\theta} = A_{\sin} \cos\theta = A_{\sin} \sqrt{1 - \sin^2\theta}. \quad (8)$$

Из формулы (6) следует, что

$$\sin\theta = \frac{\varphi}{A_{\sin}} \left| \frac{d\varphi}{d\theta} \right| = A_{\sin} \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{A_{\sin}^2 - \varphi^2},$$

где  $A$  – амплитуда гармонических колебаний. Тогда

$$p_{\varphi}(\varphi) = \frac{1}{\pi\sqrt{A_{\sin}^2 - \varphi^2}}, \quad -A_{\sin} < \varphi < +A_{\sin}. \quad (9)$$

Общий вид графика функции плотности вероятности приведен на рис. 6.

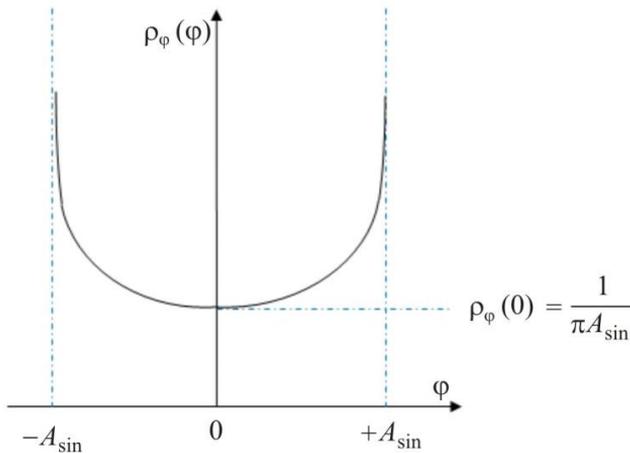


Рис. 6. Плотность вероятности гармонического колебания амплитуды  $A_{\sin}$  со случайной фазой

Для амплитуды  $A_{\sin} = 0,01$  пульсаций концентрации топлива в горючей смеси в гомогенном факеле плотность вероятности

$$p_{\text{гом2}}(\varphi) = \frac{1}{\pi\sqrt{0,0001 - \varphi^2}} \approx \frac{0,31831}{\sqrt{0,0001 - \varphi^2}}. \quad (10)$$

Кривая плотности вероятности, соответствующая полученным в результате эксперимента параметрам пульсации, изображена на рис. 7.

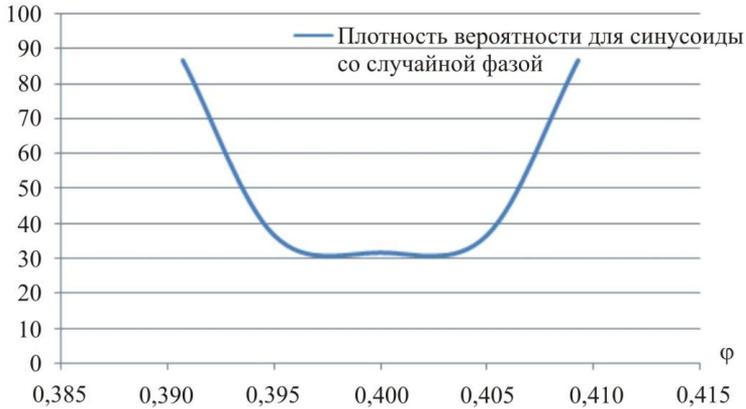


Рис. 7. Плотность вероятности для исследуемого гармонического колебания амплитуды  $A_{\sin} = 0,01$  со случайной фазой

Плотность вероятности изменения состава смеси в гомогенном факеле с учетом акустики камеры сгорания (наличия продольных акустических волны, возбуждаемых выделением тепла при горении с собственной частотой газовой столба, приводящих к расхода воздуха и, соответственно,  $\varphi$  на входе в камеру сгорания) приведена на рис. 8.

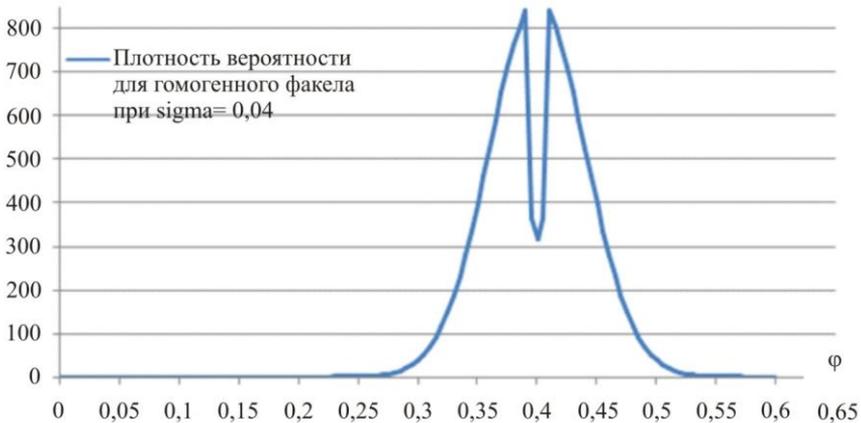


Рис. 8. Плотность вероятности изменения состава смеси в гомогенном факеле с учетом гармонических колебаний амплитуды  $A_{\sin} = 0,01$  со случайной фазой и наличия цветного шума с математическим ожиданием  $m(\varphi_{\text{гом}}) = 0,4$ , среднеквадратичной ошибкой  $\sigma_{\text{гом}} = 0,04$

### Полученные результаты

Полученная плотность вероятности изменения состава топливо-воздушной смеси в диффузионном факеле изменяется по нормальному закону распределения с математическим ожиданием  $m(\varphi_{\text{диф}}) = 1,075$ , среднеквадратической ошибкой  $\sigma_{\text{диф}} = 0,30833$ :

$$P_{\text{диф}}(\varphi) = \frac{1}{0,30833\sqrt{2\pi}} e^{\left[ \frac{(\varphi-1,075)^2}{2 \cdot 0,0925} \right]} \approx \quad (11)$$

$$\approx 1,293881 e^{-\left(5,259427 \cdot (\varphi-1,075)^2\right)}.$$

Полученная плотность вероятности изменения состава топливо-воздушной смеси в гомогенном факеле с учетом акустики камеры сгорания определяется для гармонических колебаний амплитуды  $A_{\text{sin}} = 0,01$  со случайной фазой, с наложением цветного шума, имеющего нормальный закон распределения с математическим ожиданием  $m(\varphi_{\text{гом}}) = 0,4$ , среднеквадратической ошибкой  $\sigma_{\text{гом}} = 0,04$ :

$$P_{\text{гом}}(\varphi) = P_{\text{гом1}}(\varphi)P_{\text{гом2}}(\varphi) =$$

$$= \frac{1}{0,04\sqrt{2\pi}} e^{\left[ \frac{(\varphi-0,4)^2}{3,2 \cdot 10^{-3}} \right]} \frac{1}{\pi\sqrt{0,0001-\varphi^2}} =$$

$$= 9,973557 e^{-\left(312,5 \cdot (\varphi-0,4)^2\right)} \frac{0,31831}{\sqrt{0,0001-\varphi^2}} \approx \quad (12)$$

$$\approx 3,175 \frac{e^{-\left(312,5 \cdot (\varphi-0,4)^2\right)}}{\sqrt{0,0001-\varphi^2}}.$$

Результирующая плотность вероятности состава смеси в диффузионном и гомогенном факеле в соответствии с принципом суперпозиции (рис. 9):

$$P(\varphi) = P_{\text{диф}}(\varphi) + P_{\text{гом}}(\varphi). \quad (13)$$

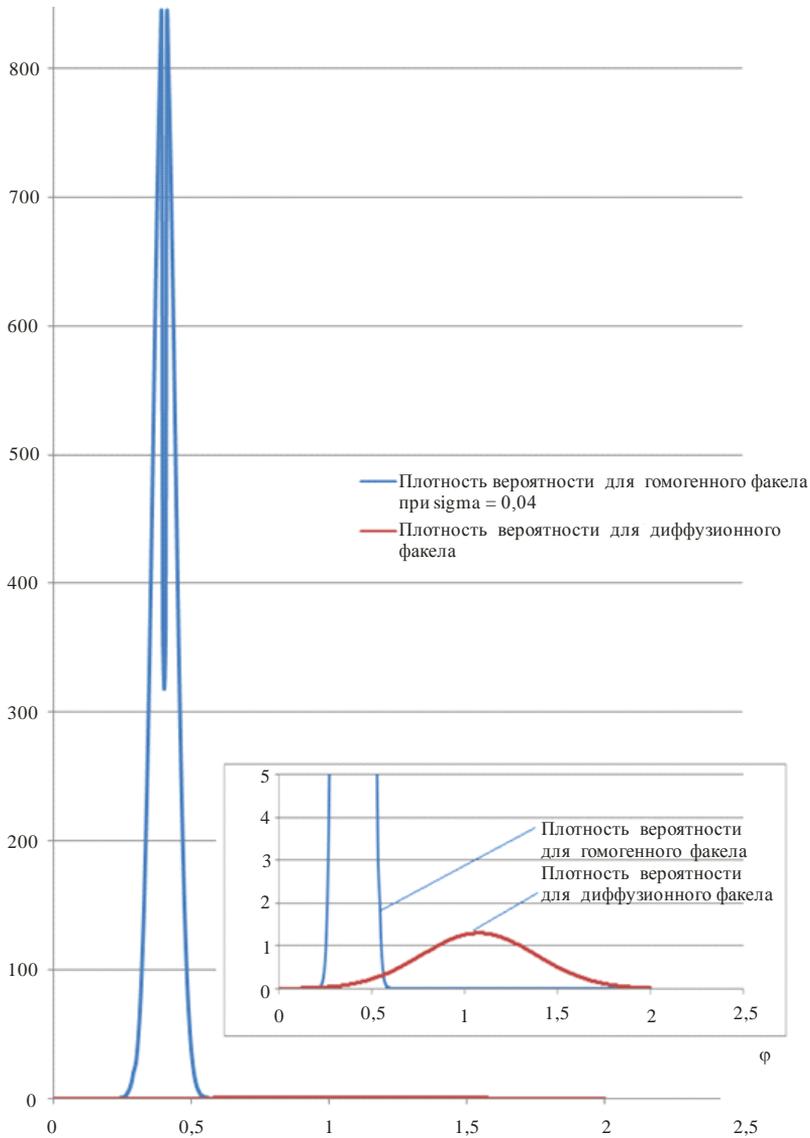


Рис. 9. Кривые плотности вероятности изменения состава топливоздушной смеси для диффузионного и гомогенного факелов с учетом акустики камеры сгорания при  $m(\phi_{\text{диф}}) = 1,075$ ,  $\sigma_{\text{диф}} = 0,30833$  и  $m(\phi_{\text{гом}}) = 0,4$ ,  $\sigma_{\text{гом}} = 0,04$

Далее производится осреднение скорости генерации оксидов азота по объему камеры сгорания с использованием зависимости

$\bar{S} = f(V)$ , полученной на 3D-метамодели камеры сгорания. Таким образом, осредненная скорость по объему:

$$\bar{S} = \frac{1}{V} \int_0^V \bar{S}(V) dV. \quad (16)$$

Индекс эмиссии определяется:

$$EINO_x = \frac{\bar{S}}{G_T} V. \quad (17)$$

где  $G_T$  – расход топлива.

Эмиссия окислов азота определяется:

$$NO_x = \frac{\bar{S}V}{G_T + G_B}. \quad (18)$$

В соответствии со стандартом Международной организации гражданской авиации (ICAO – International Civil Aviation Organization), параметр эмиссии окислов азота  $\Pi_{NO_x}$  за стандартный взлётно-посадочный цикл (СВПЦ), определяющий массовый выброс окислов азота  $M_{NO_x}$  за цикл к установленной взлётной тяге двигателя  $R_{00}$ , определяется:

$$\Pi_{NO_x} = \frac{M_{NO_x}}{R_{00}} = \frac{\sum_{i=1}^4 t_i G_{Ti} EINO_{x_i}}{R_{00}}, \quad (19)$$

где  $t_i$  – время работы двигателя на характерном режиме СВПЦ: руление – 26 мин; заход на посадку – 4 мин; набор высоты – 2,2 мин; взлёт – 0,7 мин,  $G_{Ti}$  – расход топлива на  $i$ -м режиме СВПЦ,  $EINO_{x_i}$  – индекс эмиссии окислов азота на  $i$ -м режиме СВПЦ.

В рассматриваемой эксперт – модели принято, что массовый выброс эмиссии окислов азота за цикл «взлет – посадка» определяется:

$$M_{NO_x} = \int_0^t (EINO_x) G_T dt. \quad (20)$$

Общий вид математической модели оценки генерации окислов азота в среде программирования Matlab Simulink представлен на рис. 10.

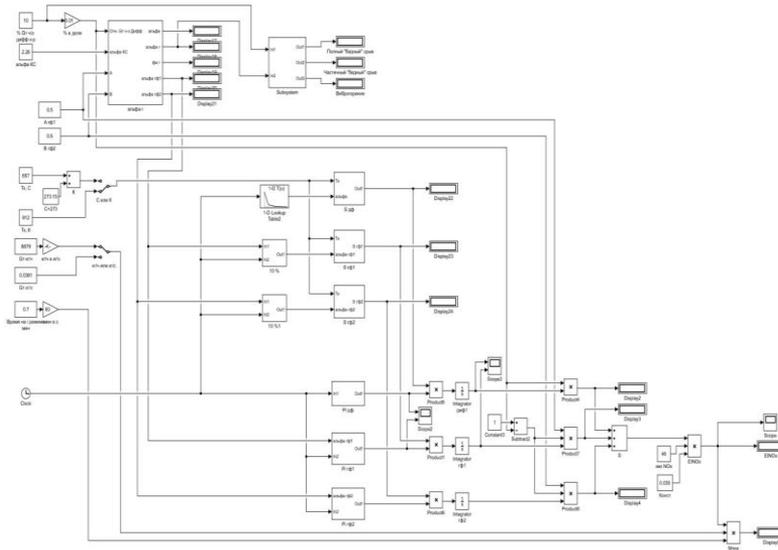


Рис. 10. Общий вид математической модели оценки генерации оксидов азота в среде программирования Matlab Simulink

При моделировании в среде Simulink работы малоэмиссионной камеры сгорания выполняется расчет скорости генерации оксидов азота в точке по механизму Зельдовича (рис. 11).

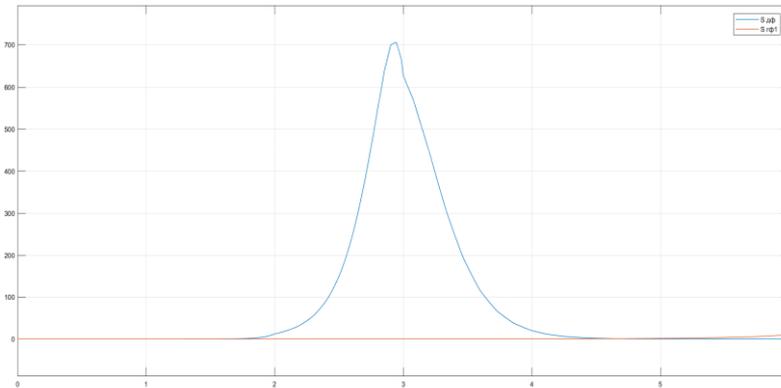


Рис. 11. Скорость генерации оксидов азота в точке по механизму Зельдовича. Моделирование в среде Simulink

Далее выполняется расчет эмиссии оксидов азота путем интегрирования скорости генерации в точке по объему камеры сгорания с учетом функции плотности распределения вероятностей пульсаций концентрации в камере сгорания (рис. 12).

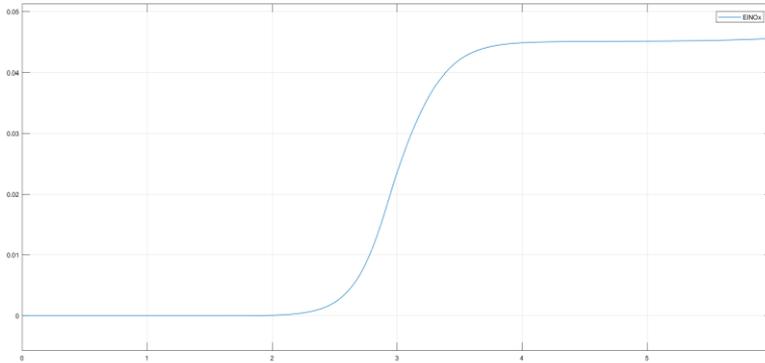


Рис. 12. Результат расчета в среде Simulink индекса эмиссии на заданном режиме работы камеры сгорания

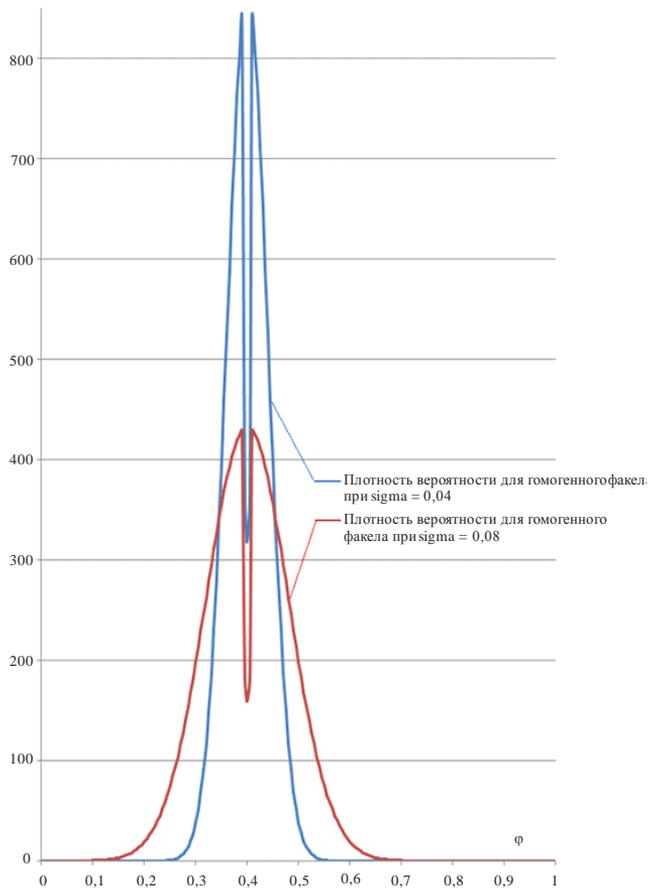


Рис. 13. Анализ влияния дисперсии ( $\sigma = \sqrt{D}$ ) шума на вид кривых плотности вероятности изменения состава топливоздушной смеси в гомогенном факеле при учете акустики камеры сгорания

Кроме того, в рамках данного исследования произведен анализ влияния дисперсии ( $\sigma = \text{sigma} = \sqrt{D}$ ) шума на вид кривых плотности вероятности изменения состава топливовоздушной смеси в диффузионном и гомогенном факелах при учете акустики камеры сгорания. В частности, была рассмотрена плотность вероятности состава смеси в гомогенном факеле случаев  $\sigma_{\text{гом}} = 0,04$  и  $\sigma_{\text{гом}} = 0,08$  (см. рис. 12).

Влияние увеличения среднеквадратичной ошибки (дисперсии) шума на вид кривых плотности вероятности изменения состава смеси для гомогенного факела с учетом акустики камеры сгорания иллюстрируется рис. 13.

### Заключение

Расширение пространства состояний двигателя влечет за собой требование увеличения количества прямых измерений параметров, включая такие трудноизмеряемые, как эмиссия вредных веществ, запасы устойчивости к бедному срыву и др. Однако в ряде случаев, где технологии измерения на сегодня еще не достигли требуемого для внедрения уровня готовности, предлагается использование прогностических математических моделей подсистем двигателя. Такие модели, являющиеся функциями измеряемых параметров, имея различный уровень сложности описания объекта идентификации, являются неотъемлемой частью программного обеспечения современных систем автоматического управления (САУ) ГТД.

Следует отметить, что математические модели высокого уровня для объектов рассматриваемого класса сложности требуют запрети-тельно больших ресурсов. Наиболее перспективным видится создание моделей МЭКС на основе нейронной сети, эффективно позволяющей увеличить качество решения задачи идентификации объектов высокой размерности на основе синтеза гибких и простых с математической точки зрения алгоритмов [22]. Однако, возвращаясь к проблеме несовершенства технологий измерения, следует отметить неполноту получаемых обучающих выборок для нейронных сетей. Поскольку в условиях полета имеются ограничения на объем вычислительных мощностей (порядка 100 КБ) при сохранении достаточно высоких требований к точности отображения в статике и динамике в большом диапазоне режимов работы, полетных условий и состояний двигателя, была раз-

работана специальная полуэмпирическая эксперт-модель, пригодная как для обучения нейронной сети, так и для встраивания ее в структуру САУ ГТД.

Как показал анализ полученных результатов экспериментов, применение разработанных алгоритмов моделирования процессов генерации эмиссии в МЭКС по механизму Зельдовича позволяет достичь необходимых показателей точности прогноза эмиссии и надежности алгоритмов управления малоэмиссионной камерой сгорания ГТД.

### Список литературы

1. Системы автоматического управления авиационными газотурбинными двигателями / под ред. О.С. Гуревича. – М.: ТОРУС ПРЕСС, 2010. – 264 с.
2. Гольберг Ф.Д., Гуревич О.С., Петухов А.А. Математическая модель двигателя в САУ ГТД для повышения надежности и качества управления // Труды МАИ. – 2012. – № 58. – С. 13.
3. Кузнецова Т.А., Августинovich В.Г. Применение технологий искусственного интеллекта для управления малоэмиссионной камерой сгорания авиационного двигателя // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2017. – Т.15, № 9. – С. 18–28.
4. Reddy D.R., Lee C.M. An Overview of Low-Emission Combustion Research at NASA Glenn // Proceedings of ASME Conference Turbo – Expo, Seoul, June 13–17. – 2016. – Seoul, 2016. – 9 p. DOI: 10.1115/GT2016-56100
5. Kuznetsova T.A. Band – pass filtering algorithms for adaptive control of compressor pre – stall modes in aircraft gas – turbine engine // Journal of Physics: Conference Series (IOP Pub, London). – 2018. – Vol. 1015, № 032177. – P. 10. DOI: 10.1088/1742-6596/1015/3/032177
6. Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Solving the problem of incomplete information about an automatic control object based on real – time virtual sensors // Прикладная математика и вопросы управления. – 2020. – № 2. – P. 75–95. DOI: 10.15593/2499-9873/2020.2.05
7. Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Automatic control system of low – emission combustion chamber based on neural network emission model // Proc. of RusAutoCon – 2018, Сочи, Sept. 8–14, 2018. – 6 p. Accession Number: 18168390, DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.85016813
8. Vanderhaegen E., Deneve M. Predictive Emissions Monitoring Using a Continuously Updating Neural Network // Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo. – Glasgow, June 14–18, 2010. – Glasgow, 2010. – 9 p. DOI: 10.1115/GT2010-22899

9. Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Virtual NO<sub>x</sub> – emission sensors for aero engine control // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (MSE). – 2020. – Vol. 862, № 052014. – P. 6. DOI: 10.1088/1757-899X/862/5/052014.

10. Model Based Prediction of Off – Design Operation Condition NO<sub>x</sub> Emission From DLE Gas Turbine Combustors / M. Lauer, J. Färber, F. Reiß, J.E. Masalme // Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition Volume 4A: Combustion, Fuels and Emissions, Charlotte, North Carolina, June 26–30. – 2017. – Vol. 4A. – P. V04AT04A003. DOI: 10.1115/GT2017-63063

11. Prediction of Combustion Efficiency and NO<sub>x</sub> Level for Diffusion Flame Combustors in HAT Cycles / A. Belokon, K. Khirtov, L. Klyachko, S. Tschepin, V. Zakharov // Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo, Amsterdam, June 3–6, 2002. – Amsterdam, 2002. – P. 9. DOI: 10.1115/GT2002-30609

12. Концепция управления малоэмиссионной камерой сгорания авиационного ГТД и ее эксперт-модель для обучения нейронной сети смарт-регулятора / В.Г. Августинович, Т.А. Кузнецова, А.И. Фатыков, А.Д. Нугуманов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2018. – № 53. – С. 5–19.

13. Experimental Investigation on Lean Blow Out of Piloted Aero-Engine Burner / R. Bhagwan, J.C. Wollgarten, P. Habisreuther, N. Zarzalis // Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo, Dusseldorf, June 16–20, 2014. – P. 9. DOI: 10.1115/GT2014-25199

14. Saurabh A., Moeck J. Swirl Flame Response to Simultaneous Axial and Transverse Velocity Fluctuations // Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo, Seoul, June 13–17, 2016. – Seoul, 2016. – P. 9. DOI: 10.1115/GT2016-57428

15. Campa G., Cademartori R. Influence of Nonlinear Flame Models on Thermoacoustic Instabilities in Combustion Chambers // Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo, Seoul, June 13–17, 2016. – Seoul, 2016. – P. 11. DOI: 10.1115/GT2016-57129

16. Августинович В.Г., Кузнецова Т.А., Нугуманов А.Д. Разработка нейронных систем мониторинга и управления эмиссией вредных веществ для газотурбинных газоперекачивающих агрегатов и электростанций // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2019. – № 8. – С. 13. DOI 10.18799/24131830/2019/8/2207

17. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

18. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: ЮСТИЦИЯ, 2018. – 658 с.

19. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.

20. Campa G., Juniper M.P. Obtaining Bifurcation Diagrams with a Thermoacoustic Network Model // Proceedings of ASME Conference Turbo Expo, Copenhagen, June 11–15, 2012. – Copenhagen, 2012. – P. 11. DOI: 10.1115/GT2012-62241

21. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 511 с.

22. Lamont W.G., Roa M., Lucht R. Application of Artificial Neural Networks for the Prediction of Pollutant Emissions and Outlet Temperature in Fuel Staged Gas Turbine. Combustion Rig // Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo, Dusseldorf, June 16–20, 2014. – Dusseldorf, 2014. – P. 10. DOI: 10.1115/GT2014-25030

### References

1. Sistemy avtomaticheskogo upravleniya aviatsionnymi gazoturbinnymi dvigatelyami [Automatic control systems of aircraft gas turbine engines], Ed. O.S. Gurevich. Moscow, TORUS PRESS, 2010, 264 p.

2. Golberg F.D. Matematicheskaya model' dvigatelya v SAU GTD dlya povysheniya nadezhnosti i kachestva upravleniya. [Mathematical model of the engine in the automatic control system of the gas turbine engine for improvement of the reliability and quality of control]. *Trudy MAI* [MAI Proceedings], 2012, no. 58, 13 p.

3. Kuznetsova T.A. Primeneniye tekhnologiy iskusstvennogo intellekta dlya upravleniya maloemissionnoy kameroy sgoraniya aviatsionnogo dvigatelya. [Application of artificial intelligence technologies for control of an aircraft engines low-emission combustion chamber]. *Informatsionno-izmeritel'nyye i upravlyayushchiye sistemy* [Information – measuring and control systems], 2017, vol.15, no 9, pp. 18-28.

4. Reddy D.R., Lee C.M. An Overview of Low-Emission Combustion Research at NASA Glenn. *Proceedings of ASME Conference Turbo – Expo*, Seoul, June 13–17, 2016, 9 p. DOI: 10.1115/GT2016-56100

5. Kuznetsova T.A. Band – pass filtering algorithms for adaptive control of compressor pre-stall modes in aircraft gas-turbine engine. *Journal of Physics: Conference Series (IOP Pub, London)*, 2018, vol. 1015, no. 032177, 10 p. DOI: 10.1088/1742-6596/1015/3/032177

6. Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Solving the problem of incomplete information about an automatic control object based on real-time virtual sensors. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2020, no. 2, pp. 75-95. DOI: 10.15593/2499-9873/2020.2.05.

7. Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Automatic control system of low – emission combustion chamber based on neural network emission model. *Proceed-*

*ings of RusAutoCon – 2018*, Sochi, Sept. 8-14, 2018, IEEE Xplore, 6 p. Accession Number: 18168390, DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.85016813

8. Vanderhaegen E., Deneve M. Predictive Emissions Monitoring Using a Continuously Updating Neural Network. *Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo*, Glasgow, June 14–18, 2010, 9 p. DOI: 10.1115/GT2010-22899

9. Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Virtual NO<sub>x</sub> – emission sensors for aero engine control. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (MSE)*, 2020, vol. 862, no. 052014, 6 p. DOI:10.1088/1757-899X/862/5/052014.

10. Lauer M., Färber J., Reiß F., Masalme J. E. Model Based Prediction of Off – Design Operation Condition NO<sub>x</sub> Emission From DLE Gas Turbine Combustors. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition Volume 4A: Combustion, Fuels and Emissions*, Charlotte, North Carolina, June 26–30, 2017, V. 4A. – pp. V04AT04A003. – 11 p. DOI: 10.1115/GT2017-63063

11. Belokon A., Khirtov K., Klyachko L., Tschepin S., Zakharov V. Prediction of Combustion Efficiency and NO<sub>x</sub> Level for Diffusion Flame Combustors in HAT Cycles. *Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo*, Amsterdam, June 3-6, 2002, 9 p. DOI: 10.1115/GT2002-30609

12. Августинович В.Г., Кузнецова Т.А., Фатыков А.И., Нугуманов А.Д. Kontseptsiya upravleniya maloemissionnoy kameroyu sgoraniya aviatsionnogo GTD i yeye ekspert – model' dlya obucheniya neyronnoy seti smart-regulyatora [The concept of controlling of a low-emission combustion chamber of an aircraft GTE and its expert model for training the neural network of a smart regulator]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika* [Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Aerospace engineering], 2018, no. 53, pp. 5-19.

13. Bhagwan R., Wollgarten J.C., Habisreuther P., Zarzalis N. Experimental Investigation on Lean Blow Out of Piloted Aero-Engine Burner. *Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo*, Dusseldorf, June 16-20, 2014, 9 p. DOI: 10.1115/GT2014-25199

14. Saurabh A., Moeck J. Swirl Flame Response to Simultaneous Axial and Transverse Velocity Fluctuations. *Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo*, Seoul, June 13-17, 2016, 9 p. DOI: 10.1115/GT2016-57428

15. Campa G., Cademartori R. Influence of Nonlinear Flame Models on Thermoacoustic Instabilities in Combustion Chambers. *Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo*, Seoul, June 13-17, 2016, 11 p. DOI: 10.1115/GT2016-57129

16. Avgustinovich V.G., Kuznetsova T.A., Nugumanov A.D. Development of neural systems for monitoring and controlling emission of gas-transmission and

power gas turbine units, *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University: Geo Assets Engineering*, 2019, no. 8, pp. 7-17. DOI 10.18799/24131830/2019/8/2207

17. Bendat J., Piersol A. *Prikladnoy analiz sluchaynykh dannykh [Random Data. Analysis and Measurement Procedures]*. Moscow, *Mir*, 1989, 540 p.

18. Wentzel E.S. *Teoriya veroyatnostey [Probability Theory]*. Moscow, *YUSTITSIYA [JUSTICE]*, 2018, 658 p.

19. Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika [Probability theory and mathematical statistics]*. Moscow, *Vysshaya shkola [Higher School]*, 1977, 479 p.

20. Campa G., Juniper M. P. Obtaining Bifurcation Diagrams with a Thermoacoustic Network Model. *Proceedings of ASME Conference Turbo Expo*, Copenhagen, June 11-15, 2012, 11 p. DOI: 10.1115/GT2012-62241

21. Gonorovsky I.S. *Radiotekhnicheskiye tsepi i signaly [Radio circuits and signals]*. Moscow, *Radio i svyaz' [Radio and communication]*, 1986, 511 p.

22. Lamont W.G., Roa M., Lucht R. Application of Artificial Neural Networks for the Prediction of Pollutant Emissions and Outlet Temperature in Fuel Staged Gas Turbine. *Combustion Rig. Proceedings of ASME Conf. Turbo Expo*, Dusseldorf, June 16-20, 2014, 10 p. DOI: 10.1115/GT2014-25030

### Сведения об авторах

**Августинович Валерий Георгиевич** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры авиационных двигателей, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Россия, 614990, Комсомольский пр., 29, e-mail: august.valery@yandex.ru).

**Кузнецова Татьяна Александровна** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры конструирования и технологий в электро-технике, директор Центра дистанционных образовательных технологий, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Россия, 614990, Комсомольский пр., 29, e-mail: tatianaakuznetsova@gmail.com).

### About the authors

**Valerii G. Avgustinovich** (Perm, Russian Federation) – Dr. Habil. in Engineering, Professor of Aircraft Engines Department, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky ave., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: august.valery@yandex.ru).

**Tat'iana A. Kuznetsova** (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Department of Design and Technology in Electrical Engineering, Director of Distance Education Technologies Center, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky ave., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: tatianaakuznetsova@gmail.com).

**Библиографическое описание статьи  
согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018:**

**Кузнецова, Т.А.** Полуэмпирическая модель генерации оксидов азота в мало-эмиссионной камере сгорания в составе системы управления авиационного двигателя / Т. А. Кузнецова, В. Г. Августинovich. – текст : непосредственный. – DOI: 10.15593/2499-9873/2022.2.01 // Прикладная математика и вопросы управления = *Applied Mathematics and Control Sciences*. – 2022. – № 2. – С. 7–33.

**Цитирование статьи в изданиях РИНЦ:**

**Кузнецова, Т.А.** Полуэмпирическая модель генерации оксидов азота в мало-эмиссионной камере сгорания в составе системы управления авиационного двигателя / Т. А. Кузнецова, В. Г. Августинovich // Прикладная математика и вопросы управления. – 2022. – № 2. – С. 7–33. DOI: 10.15593/2499-9873/2022.2.01

**Цитирование статьи в references и международных изданиях**

**Cite this article as:**

Kuznetsova T.A., Avgustinovich V.G. Semi-empirical mathematical model of nitrogen oxides emission from low-emission combustion chamber as a part of automatic control system of an aero engine. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2022, no. 2, pp. 7–33. DOI: 10.15593/2499-9873/2022.2.01 (*in Russian*)

**Финансирование.** Исследование не имело спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов.** Все авторы внесли равный вклад в подготовку публикации.

Поступила: 18.02.2022

Одобрена: 03.06.2022

Принята к публикации: 03.06.2022