

Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.02

УДК 004.942:66.095.26

Е.О. Каракулина¹, В.В. Тугов²¹Оренбургский государственный педагогический университет, Оренбург, Россия²Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТЕПЛОБМЕНА В МНОГОСЛОЙНОЙ КОМПОЗИТНОЙ КОНСТРУКЦИИ С СОТОВЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ АВТОКЛАВНОМ ФОРМОВАНИИ НА ЭТАПЕ НАГРЕВА

Производство любой многослойной конструкции начинается с разработки технологической документации, которая описывает в том числе и температурные режимы при их изготовлении методом полимеризации. Условно температурный процесс полимеризации делится на три этапа: предварительный нагрев, стабилизация температуры и остывание. В работе приведены результаты численного расчета температурных полей в многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем при автоклавном формовании на этапе предварительного нагрева. Данный метод изготовления композитных конструкций дает возможность формировать детали различной сложности и габаритов, востребованность которых растет в таких отраслях, как машиностроение, самолетостроение, судостроение. Повышаются требования к качеству таких изделий, на которое оказывает большое влияние соблюдение температурных режимов при их производстве. Проведение непосредственных экспериментов требует больших энергетических затрат, поэтому для решения проблемы контроля теплообмена внутри композитной конструкции были разработаны математические модели, описывающие данные процессы. Сформулирована нестационарная задача теплопроводности для многослойной неограниченной пластины с постоянным начальным распределением, граничными условиями третьего рода на внешних границах и граничными условиями четвертого рода на поверхностях контакта слоев. Методом конечных элементов задача сведена к трехточечным разностным уравнениям, решение которых находится методом прогонки. Показано нахождение прогночных коэффициентов с учетом теплофизических характеристик слоев. Представлены результаты численного расчета распределения температур для девятислойной композитной конструкции с сотовым наполнителем. Численный расчет произведен с помощью разработанной программы в объектно-ориентированной среде программирования BorlandDelphi 7.0. Полученные результаты представлены в виде графических зависимостей температуры по толщине образца в различные моменты времени, а также зависимости температуры от времени в различных узлах образца в сравнении с теоретической кривой. Проведен анализ этих зависимостей, который показал, что нагревание образца происходит неравномерно по его толщине. Отклонение от теоретических значений температуры наблюдается в слоях, расположенных ближе к сотовому слою. Это может негативно влиять на протекание этапа полимеризации, который характеризуется преобразованием связующего материала в полимер, и происходит при определенных значениях температуры. Поэтому достижение нужных значений температуры на этапе нагрева конструкции имеет особое значение для изготовления надежных и долговечных конструкций, способных выдерживать экстремальные условия эксплуатации. Полученные распределения температуры позволяют корректировать технологический процесс изготовления различных многослойных конструкций на этапе его разработки, что позволит снизить экономические затраты производства.

Ключевые слова: многослойная композитная конструкция, сотовый наполнитель, задача теплообмена, полимеризация, метод конечных разностей, неявная схема, метод прогонки, автоклавное формование, температурный режим, нагрев, моделирование, производство, дифференциальные уравнения, программа, модель, температура, скорость.

E.O. Karakulina¹, V.V. Tugov²

¹Orenburg State Pedagogical University, Orenburg, Russian Federation

²Orenburg State University, Orenburg, Russian Federation

NUMERICAL CALCULATION OF HEAT TRANSFER IN A MULTILAYER COMPOSITE STRUCTURE WITH HONEYCOMB FILLER DURING AUTOCLAVE MOLDING AT THE HEATING STAGE

The production of any multilayer structure begins with the development of technological documentation, which describes, among other things, the temperature regimes during their manufacture. Conventionally, the temperature process of polymerization can be divided into three stages: preheating, temperature stabilization and cooling. The paper presents the results of a numerical calculation of temperature fields in a multilayer composite structure with a honeycomb filler during its manufacture by autoclave molding at the preheating stage. This method of manufacturing composite structures makes it possible to mold parts of varying complexity and dimensions, the demand for which is growing in such industries as mechanical engineering, aircraft building, and shipbuilding. The requirements for the quality of such products are increasing, which is greatly influenced by compliance with the temperature regime during molding. Conducting direct experiments requires large energy costs, therefore, to solve the problem of controlling heat exchange processes inside the structure, mathematical models were developed that describe these processes. A non-stationary heat conduction problem is formulated for a multilayer unbounded plate with a constant initial distribution, boundary conditions of the third kind on the outer boundaries, and boundary conditions of the fourth kind on the contact surfaces of the layers. Using the finite element method, the problem is reduced to three-point difference equations, the solution of which is found by the sweep method. The determination of the sweep coefficients is shown taking into account the thermal characteristics of the layers. The results of a numerical calculation of the temperature distribution for a nine-layer composite structure with a honeycomb core are presented. The numerical calculation was carried out using the developed program in the BorlandDelphi 7.0 object-oriented programming environment. The results obtained are presented in the form of graphic dependences of the temperature over the thickness of the sample at different points in time, as well as the dependence of temperature on time at various nodes of the sample in comparison with the theoretical curve. An analysis of these dependences was carried out, which showed that the heating of the sample occurs unevenly over its thickness. The deviation from the theoretical temperature values is observed in the layers located closer to the honeycomb layer. This can adversely affect the course of the polymerization step, which is characterized by the conversion of the binder into a polymer, and occurs at certain temperatures. Therefore, achieving the desired temperature values at the stage of heating the structure is important for the manufacture of reliable and durable structures that can withstand extreme operating conditions. The obtained temperature distributions make it possible to correct the technological process of manufacturing various multilayer structures at the stage of its development, which will reduce the economic costs of production.

Keywords: multilayer composite structure, honeycomb core, heat transfer problem, polymerization, finite difference method, implicit scheme, sweep method, autoclave molding, temperature regime, heating, modeling, production, differential equations, program, model, temperature, speed.

Введение

Для решения уравнений математической физики, которые описывают, в частности, явления переноса температуры [1], наиболее широко используют метод конечных разностей. Выбор данного численного

метода обусловлен относительной простотой его реализации на электронных вычислительных машинах. Также он позволяет достаточно точно моделировать процессы теплообмена в многослойных композитных конструкциях, которые имеют широкое применение во многих отраслях промышленности [2; 3].

При решении задач теплопроводности методом конечных разностей исследуемое тело представляют в виде совокупности узлов. Значение температуры в каждом узле сетки определяют из системы линейных алгебраических уравнений, которая получена путем аппроксимации частных производных исходного дифференциального уравнения и его граничных условий конечными разностями.

Конечно-разностный аналог для производных в окрестности i -го внутреннего узла сетки каждой области, согласно неявной схеме (рис. 1), имеет вид [4; 5]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta \tau}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{i+1}^{n+1} - 2U_i^{n+1} + U_{i-1}^{n+1}}{h^2}, \quad (1)$$

На рис. 1 показана четырехточечная разностная схема. Три точки данной схемы берутся на новом временном слое, а одна точка со старого временного слоя. Данный способ аппроксимации производных называется неявным, так как поле температуры на новом временном слое представлено неявно, то есть для его определения необходимо решить систему уравнений [5].

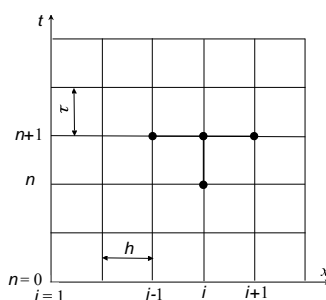


Рис. 1. Шаблон неявной разностной схемы

Цель работы – описать применение метода конечных разностей для решения задачи теплообмена в многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем на этапе предварительного разогрева изделия при его автоклавном формовании.

Модель

Рассмотрим задачу нагрева многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем, помещенную в герметичную камеру (автоклав). Будем считать, что распределение температуры в каждом слое изотропно и в начальный момент времени принимается равной температуре среды. Подается температура на границах образца и изменяется только в направлениях, перпендикулярных границе, что позволяет провести анализ теплообмена через плоскую бесконечную пластину. Нестационарный процесс теплопроводности для многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем описывается системой дифференциальных уравнений [6; 7]:

$$\frac{\partial U_i(x_i, \tau)}{\partial \tau} = a_i^2 \frac{\partial^2 U_i(x_i, \tau)}{\partial x_i^2} + W_k, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad 0 \leq x_i \leq b_i, \quad \tau > 0, \quad (2)$$

с начальными условиями

$$U_i(x_i, 0) = U_0; \quad (3)$$

граничными условиями

$$\lambda_1 \frac{\partial U_1(0, \tau)}{\partial x_1} - \alpha_1 (U_1(0, \tau) - U_{C1}) = 0, \quad (4)$$

$$\lambda_N \frac{\partial U_N(b_N, \tau)}{\partial x_N} + \alpha_N (U_N(b_N, \tau) - U_{CN}) = 0 \quad (5)$$

и граничными условиями 4-го рода на поверхностях контакта слоев

$$U_j(b_j, \tau) = U_{j+1}(b_j, \tau);$$

$$\lambda_j \frac{\partial U_j(b_j, \tau)}{\partial x_j} = \lambda_{j+1} \frac{\partial U_{j+1}(b_j, \tau)}{\partial x_{j+1}}, \quad j = 1, 2, \dots, N-1, \quad (6)$$

где $U(x, \tau)$ – температура тела на глубине x в момент времени τ ,

$a_i^2 = \frac{\lambda_i}{c_i}$ – коэффициент температуропроводности слоев; c_i – удельная

теплоемкость, λ_i – теплопроводность слоев и теплопроводность соответствующих слоев, α_1, α_N – коэффициенты конвективной

теплоотдачи от внешних поверхностей в окружающую среду, $U_{CN}(\tau)$, $U_{CN}(\tau)$ – температуры окружающей среды, b_{i-1} , b_i – координаты границ i -й области, $W_k = \frac{q_k(x, \tau)}{c_i \rho_i}$, $q_i(x_i, \tau)$ – функция источника теплоты, ρ_i – плотность материала слоев.

Аппроксимируя частные производные конечными разностями (1), получим уравнения вида

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta\tau} = a_i \frac{U_{i+1}^{n+1} - 2U_i^{n+1} + U_{i-1}^{n+1}}{h^2} + W_i^n, \quad (7)$$

$$i = 2, \dots, N_1, N_1 + 1, \dots, N_2, \dots, N_k, \dots, N - 1,$$

где $i = 2, \dots, N_1$ – точки разбиения первого слоя, $N_1 + 1, \dots, N_2$ – точки разбиения второго слоя, ..., $N_k + 1, \dots, N - 1$ – точки разбиения $(k + 1)$ -го слоя.

Аналитическое решение поставленной краевой задачи приведено в работе [8].

Аппроксимация поставленной дифференциальной задачи конечно-разностной (7) имеет первый порядок точности по времени τ и второй по пространственной координате h . Неявная разностная схема при этом является абсолютно устойчивой, поэтому интегрирование краевой задачи можно проводить с любым разностным шагом по времени [9].

Перепишем (7) в следующем виде:

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta\tau} = \frac{\lambda_i}{c_i} \frac{U_{i+1}^{n+1} - 2U_i^{n+1} + U_{i-1}^{n+1}}{h^2} + W_i^n$$

или

$$\frac{c_i}{\Delta\tau} (U_i^{n+1} - U_i^n) = \frac{\lambda_i}{h^2} (U_{i+1}^{n+1} - 2U_i^{n+1} + U_{i-1}^{n+1}) + W_i^n c_i,$$

и, группируя слагаемые относительно U_{i+1}^{n+1} , U_i^{n+1} , U_{i-1}^{n+1} , получим

$$\frac{\lambda_i}{h^2} U_{i+1}^{n+1} - \left(\frac{2\lambda_i}{h^2} + \frac{c_i}{\Delta\tau} \right) U_i^{n+1} + \frac{\lambda_i}{h^2} U_{i-1}^{n+1} = -\frac{c_i}{\Delta\tau} U_i^n + W_i^n c_i.$$

Таким образом, полученная система линейных алгебраических уравнений была сведена к трехточечным разностным уравнениям

$$A_i \cdot U_{i+1}^{n+1} - B_i \cdot U_i^{n+1} + C_i \cdot U_{i-1}^{n+1} = F_i, \quad (8)$$

где $A_i = C_i = \frac{\lambda_i}{h^2}$, $B_i = \frac{2\lambda_i}{h^2} + \frac{c_i}{\Delta\tau}$, $F_i = -\frac{c_i}{\Delta\tau} U_i^n + W_i^n \rho_i c_i$.

Система (8) решается методом прогонки.

Метод прогонки является одним из вариантов метода Гаусса, наиболее полно учитывающим специфику структуры сеточных уравнений. Преимущества метода прогонки, по сравнению с другими методами решения систем линейных алгебраических уравнений, заключаются в следующем:

- достаточно малое число арифметических действий при решении системы;
- слабая чувствительность к вычислительным погрешностям [10].

Предполагая в (8), что

$$U_i^{n+1} = \alpha_i \cdot U_{i+1}^{n+1} + \beta_i \text{ или } U_{i-1}^{n+1} = \alpha_{i-1} \cdot U_i^{n+1} + \beta_{i-1}, \quad (9)$$

получим

$$A_i \cdot U_{i+1}^{n+1} - B_i \cdot U_i^{n+1} + C_i \cdot \alpha_{i-1} \cdot U_i^{n+1} + C_i \cdot \beta_{i-1} = F_i,$$

откуда

$$(C_i \cdot \alpha_{i-1} - B_i) \cdot U_i^{n+1} = -A_i \cdot U_{i+1}^{n+1} - C_i \cdot \beta_{i-1} + F_i$$

и

$$U_i^{n+1} = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}} \cdot U_{i+1}^{n+1} + \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}. \quad (10)$$

Равенство (10) для всех $i = 2, 3, \dots, N-1$ совпадает с (9), поэтому

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{C_i \cdot \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \cdot \alpha_{i-1}}. \quad (11)$$

Для нахождения прогоночных коэффициентов α_1 и β_1 используем граничные условия (4), которые запишем в виде

$$\lambda_1 \frac{U_2^{n+1} - U_1^{n+1}}{h} + \tilde{\alpha}_1 (U_1^{n+1} - U_{c1}) = 0,$$

откуда

$$U_2^{n+1} - U_1^{n+1} = \frac{h\tilde{\alpha}_1}{\lambda_1} (U_{C1} - U_1^{n+1}) = 0$$

и

$$U_1^{n+1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - h\tilde{\alpha}_1} U_2^{n+1} + \frac{h\tilde{\alpha}_1}{h\tilde{\alpha}_1 - \lambda_1} U_{C1}.$$

Таким образом,

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - h\tilde{\alpha}_1}, \beta_1 = \frac{h\tilde{\alpha}_1}{h\tilde{\alpha}_1 - \lambda_1}. \quad (12)$$

Для вычисления U_N^{n+1} воспользуемся условием (5), которое запишем в виде

$$\lambda_N \frac{U_N^{n+1} - U_{N-1}^{n+1}}{h} + \tilde{\alpha}_N (U_N^{n+1} - U_{CN}) = 0$$

и выразим

$$U_N^{n+1} = U_{N-1}^{n+1} - \frac{h\tilde{\alpha}_N}{\lambda_N} (U_N^{n+1} - U_{CN}),$$

откуда

$$U_N^{n+1} = \frac{\lambda_N}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} U_{N-1}^{n+1} + \frac{h\tilde{\alpha}_N}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} U_{CN}.$$

Учитывая (9), получим

$$U_N^{n+1} = \frac{\lambda_N}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} (\alpha_{N-1} \cdot U_N^{n+1} + \beta_{N-1}) + \frac{h\tilde{\alpha}_N}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} U_{CN}.$$

Выполнив элементарные преобразования, запишем последнее выражение в виде

$$U_N^{n+1} \left(1 - \frac{\alpha_{N-1} \lambda_N}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} \right) = \frac{\lambda_N \beta_{N-1}}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} + \frac{h\tilde{\alpha}_N}{\lambda_N + h\tilde{\alpha}_N} U_{CN},$$

из которого найдём граничное значение

$$U_N^{n+1} = \frac{\lambda_N \beta_{N-1} + h\tilde{\alpha}_N U_{CN}}{\lambda_N (1 - \alpha_{N-1}) + h\tilde{\alpha}_N}. \quad (13)$$

В точках контакта слоев материала прогоночные коэффициенты найдём, используя условия сопряжений (6). Аппроксимация первого порядка условий (6) имеет вид

$$\begin{cases} U_{j,i_j^*} = U_{j+1,i_j^*} = U_{i_j^*}, \\ \lambda_j \frac{U_{i_j^*} - U_{i_j^*-1}}{h} = \lambda_{j+1} \frac{U_{i_j^*+1} - U_{i_j^*}}{h}, \end{cases} \quad (14)$$

где λ_j – теплопроводность j -го слоя.

Подставим во второе равенство условия (14) прогоночное соотношение

$$U_{i_j^*-1} = \alpha_{i_j^*-1} \cdot U_{i_j^*} + \beta_{i_j^*-1} :$$

$$\lambda_j \left(U_{i_j^*} - \alpha_{i_j^*-1} \cdot U_{i_j^*} - \beta_{i_j^*-1} \right) = \lambda_{j+1} \left(U_{i_j^*+1} - U_{i_j^*} \right)$$

или

$$U_{i_j^*} \left(\lambda_j \left(1 - \alpha_{i_j^*-1} \right) + \lambda_{j+1} \right) = \lambda_{j+1} U_{i_j^*+1} + \lambda_j \beta_{i_j^*-1}.$$

Из последнего равенства выразим $U_{i_j^*}$

$$U_{i_j^*} = \frac{\lambda_{j+1}}{\lambda_j \left(1 - \alpha_{i_j^*-1} \right) + \lambda_{j+1}} U_{i_j^*+1} + \frac{\lambda_j \beta_{i_j^*-1}}{\lambda_j \left(1 - \alpha_{i_j^*-1} \right) + \lambda_{j+1}}.$$

В точках контакта различных слоев прогоночные коэффициенты имеют вид

$$\alpha_{i_j^*} = \frac{\lambda_{j+1}}{\lambda_j \left(1 - \alpha_{i_j^*-1} \right) + \lambda_{j+1}}, \quad \beta_{i_j^*} = \frac{\lambda_j \beta_{i_j^*-1}}{\lambda_j \left(1 - \alpha_{i_j^*-1} \right) + \lambda_{j+1}}, \quad j = \overline{1, k}. \quad (15)$$

Таким образом, прогоночные коэффициенты при решении системы (8) в узловых точках внутри слоев конструкции находим по формулам (11), учитывая теплофизические характеристики слоев, а в точках контакта используем соотношения (15). Используя найденные прогоночные коэффициенты последовательно, найдём значения температур U_{N-1}^{n+1} , U_{N-2}^{n+1} , ..., U_2^{n+1} по формулам (9).

Прогонку называют корректной, если знаменатели прогоночных коэффициентов не обращаются в нуль, и устойчивой, если во всех узловых точках выполняется условие $|\alpha_i| < 1$. Достаточные условия корректности и устойчивости прогонки уравнений (9):

$$\forall i = \overline{2, N-1}: |B_i| > |A_i| + |C_i| \text{ и } |\alpha_1| < 1 \Rightarrow |\alpha_i| < 1$$

доказаны в [12].

Результаты

Численный метод реализован разработанной программой в объектно-ориентированной среде программирования BorlandDelphi 7.0, которая дает возможность определить температурное поле внутри многослойной конструкции в любой момент времени. Разработанная программа позволяет визуализировать геометрическую модель рассматриваемой конструкции, решать поставленную задачу при различных краевых условиях для материалов с различными теплофизическими свойствами и представлять полученные результаты в виде графической интерпретации. На рис. 2 представлен интерфейс программы.

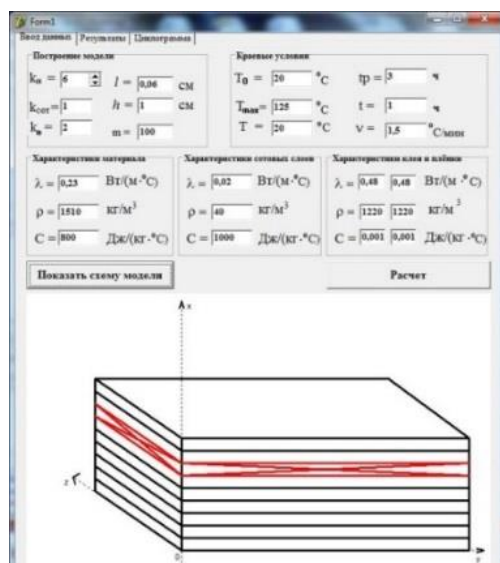


Рис. 2. Интерфейс программы и визуализация модели изделия

Диалоговое окно программы содержит пять блоков, в которых используются следующие обозначения: k_n – количество нижних слоев

стеклоткани; $k_{\text{сот}}$ – количество слоев сотового заполнителя; $k_{\text{в}}$ – количество верхних слоев стеклоткани; l – толщина одного слоя стеклоткани; h – толщина сотового слоя; m – количество шагов по времени; T_0 – температура в начальный момент времени; T_{max} – температура полимеризации; T – температура на границе; t_p – время полимеризации; t – расчетное время; v – скорость изменения температуры λ – теплопроводность; ρ – плотность; C – теплоемкость.

В качестве примера покажем результаты численного расчета распределения температур в девятислойной композитной конструкции с сотовым заполнителем (см. рис. 2). Сотовый заполнитель на данном рисунке очерчен красным контуром.

Согласно технологическому процессу, нагрев конструкции доводят до $(125 \pm 5)^\circ \text{C}$ со скоростью не более $1\text{--}2^\circ \text{C}/\text{мин}$.

На рис. 3 показано разбиение оси Ox на $N = 50$ узлов.

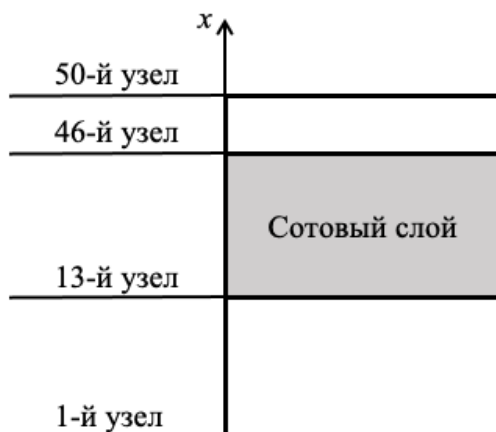


Рис. 3. Расположение узлов разбиения образца

Расчетные распределения температуры по толщине образца в различные моменты времени представлены на рис. 4. Анализируя полученные зависимости, можно сделать вывод, что возрастание температуры по толщине образца протекает неравномерно. Разница температуры на границе образца и в точке соединения стеклоткани с сотовым слоем более 5°C , что является нарушением технологических требований изготовления многослойных конструкций. Нагревание сотового слоя изделия происходит намного медленнее слоев стеклоткани, что в дальнейшем приведет к замедлению движения фронта полимеризации.

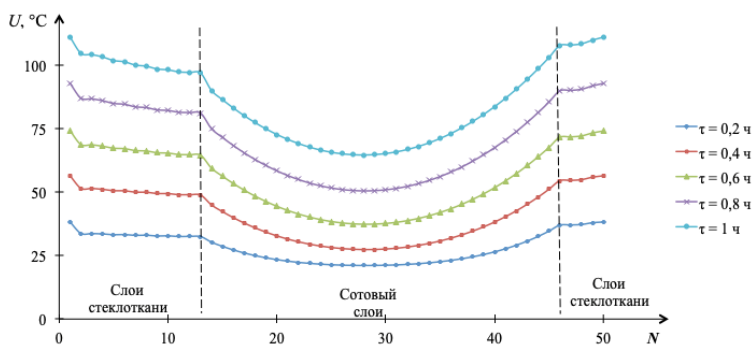


Рис. 4. Распределение температуры по толщине образца, авторские результаты

На рис. 5 показаны зависимости температуры от времени в различных узлах образца в сопоставлении с теоретическим графиком. Совпадение с теоретическим значением температур происходит только в 1-м узле, который находится на границе материала. Несущественное отличие наблюдается в слоях из стеклоткани (на рис. 5 это 3-й узел). В узлах 13 и 46, находящихся на границе стеклоткани, с течением времени отклонение значений температуры от теоретического увеличивается. В узлах, расположенных в сотовом слое (например, в 25-м узле), это отклонение более значительное. Таким образом, распределение температуры на границе материала и её окрестностях незначительно отличается от теоретических значений. Вблизи же контакта с сотовым слоем и в самом сотовом слое эта закономерность нарушается.

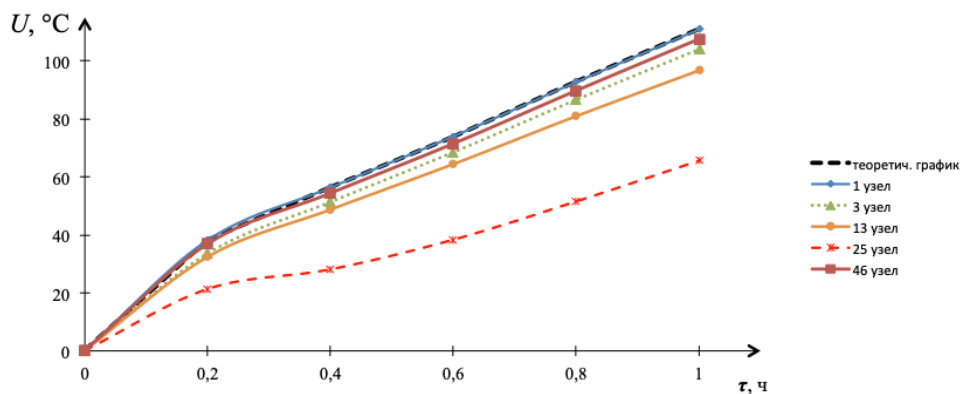


Рис. 5. Зависимость температуры от времени, авторские результаты

Заключение

При автоклавном формовании изделия необходимо обеспечить строгое выполнение технологических требований ведения процесса. Одним из параметров технологического процесса является скорость, подъема температуры в автоклаве, а также величина и стабильность температуры формования [14; 15]. Невозможность учета температурных процессов, происходящих внутри конструкции, осложняет изготовление качественного изделия. В данной работе сделана попытка решить эту проблему путем моделирования теплообменных процессов и решения задачи численным методом. Получены зависимости температуры внутри конструкции, анализ которых показывает, что наличие сотового слоя оказывает влияние на теплообменные процессы. Это связано с тем, что теплофизические характеристики этого слоя отличаются от свойств стеклоткани, и нагревание изделия до нужной температуры происходит дольше, чем предполагалось. Полученные результаты дают возможность оперативно регулировать температуру при изготовлении изделий методом автоклавного формования.

Таким образом, в данной работе представлены результаты численного расчета теплообмена в многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем на этапе предварительного разогрева при их изготовлении.

Список литературы

1. Кошляков Н.С., Глинер Н.С., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высш. школа, 1970. – 712 с.
2. Akimov A., Tugov V. Mathematical models of thermalphysic processes in the production of multilayer composites by the polymerization method // International Review of Automatic Control. – 2017. – Vol. 10, iss 5. – P. 426–432. – DOI: 10.15866/ireaco.v10i5.12437
3. Mathematical Models of Heat Exchange in Multilayer Constructions with Various Thermalphysic Characteristics in Industrial / A.I. Akimov, E.O. Karakulina, I.A. Akimov, V.V. Tugov // International Review on Modelling and Simulations 2018. – Vol. 11, iss 2. – P. 59–66. – DOI: 10.15866/iremos.v11i2.13904
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
5. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977. – 440 с.

6. Карташов. Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 1985. – 479 с.
7. Туголуков, Е.Н. Решение задач теплопроводности методом конечных интегральных преобразований: учебное пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 116 с.
8. Акимов, И.А., Каракулина Е.О. Исследование разработка математической модели на первом этапе производства некоторых типов композиционных материалов в установках Шольца // Научно-технический вестник Поволжья. – 2016. – № 1. – С. 54–58.
9. Кузнецов. Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие / Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
10. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.
11. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М: Высшая школа, 1967. – 599 с.
12. Самарский А.А. Устойчивость разностных схем. – М.: Наука, 1973. – 416 с.
13. Панин В.Ф., Гладков Ю.А. Конструкции с наполнителем: Справочник. – М.: Машиностроение, 1991. – 272 с.
14. Феоктистов В.С. Автоклавное формование элементов конструкций летательных аппаратов из полимерных композиционных материалов: метод. указания / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. – Самара, 1995. – 32 с.
15. Берсудский В.Е., Крысин В.Н., Лесных С.И. Технология изготовления сотовых авиационных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 296 с.

References

1. Koshliakov N.S., Gliner N.S., Smirnov M.M. Uravneniia v chastnykh proizvodnykh matematicheskoi fiziki [Partial differential equations of mathematical physics]. Moscow, Vysshiaia shkola, 1970, 712 p.
2. Akimov A., Tugov V. Mathematical models of thermalphysic processes in the production of multilayer composites by the polymerization method. *International Review of Automatic Control*, 2017, vol. 10, iss 5, pp. 426-432. DOI: 10.15866/ireaco.v10i5.12437
3. Akimov A.I., Karakulina E.O., Akimov I.A., Tugov V.V. Mathematical Models of Heat Exchange in Multilayer Constructions with Various Thermalphysic Characteristics in Industrial. *International Review on Modelling and Simulations*, 2018, vol. 11, iss 2, pp. 59-66. DOI: 10.15866/iremos.v11i2.13904

4. Samarskii A.A. Teoriia raznostnykh skhem [Theory of difference schemes]. Moscow, Nauka, 1977, 656 p.
5. Godunov S.K., Riaben'kii V.S. Raznostnye skhemy (vvedenie v teoriuu) [Difference Schemes (Introduction to Theory)]. Moscow, Nauka, 1977, 440 p.
6. Kartashov. E.M. Analiticheskie metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel [Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids]. Moscow, Vysshaia shkola, 1985. – 479 p.
7. Tugolukov, E.N. Reshenie zadach teploprovodnosti metodom konechnykh integral'nykh preobrazovaniy [Solving problems of heat conduction by the method of finite integral transformations]. Tambov, Izd-vo Tamb. gos. tekhn. un-ta, 2005, 116 p.
8. Akimov, I.A., Karakulina E.O. Issledovanie razrabotka matematicheskoi modeli na pervom etape proizvodstva nekotorykh tipov kompozitsionnykh materialov v ustanovkakh Shol'tsa [Research and development mathematical model on the first stage of production of certain types of composite materials in the installation Scholz]. *Scientific and technical Volga region bulletin*, 2016, no. 1, pp. 54-58.
9. Kuznetsov. G.V., Sheremet M.A. Raznostnye metody resheniia zadach teploprovodnosti [Difference methods for solving heat conduction problems]. Tomsk, Tomskii politekhnicheskii universitet, 2007, 172 p.
10. Verzhbitskii V.M. Osnovy chislennykh metodov [Fundamentals of Numerical Methods]. Mocsow, Vysshaia shkola, 2002, 840 p.
11. Lykov A.V. Teoriia teploprovodnosti [Theory of thermal conductivity]. Mocsow, Vysshaia shkola, 1967, 599 p.
12. Samarskii A.A. Ustoichivost' raznostnykh skhem [Stability of difference schemes]. Mocsow, Nauka, 1973, 416 p.
13. Panin V.F., Gladkov Iu.A. Konstruktsii s zapolnitelem: Spravochnik [Placeholder Designs: A Handbook]. Moscow, Mashinostroenie, 1991, 272 p.
14. Feoktistov V.S. Avtoklavnoe formovanie elementov konstruktsii. letatel'nykh apparatov iz polimernykh kompozitsionnykh materialov [Autoclave molding of structural elements of aircraft from polymer composite materials]. Samara, Samar. gos. aerokosm. un-t, 1995, 32 p.
15. Bersudskii V.E., Krysin V.N., Lesnykh S.I. Tekhnologiya izgotovleniia sotovykh aviatsionnykh konstruktsii [Manufacturing technology of honeycomb aircraft structures]. Moscow, Mashinostroenie, 1975, 296 p.

Сведения об авторах

Каракулина Елена Олеговна (Оренбург, Россия) – старший преподаватель кафедры математики и методики преподавания математики Оренбургского государственного педагогического университета (460021, г. Оренбург, пр-кт Гагарина, 1, e-mail: elok2004@yandex.ru)

Тугов Виталий Валерьевич (Оренбург, Россия) – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры управления и информатики в технических системах Оренбургского государственного университета (460018, г. Оренбург, пр-кт Победы, 13)

About the authors

Elena O. Karakulina (Orenburg, Russian Federation) – head lecturer, Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Orenburg State Pedagogical University (1, Gagarin avenue, Orenburg, 460021, e-mail: elok2004@yandex.ru)

Vitalii V. Tugov (Orenburg, Russian Federation) – Ph. D. in Engineering, Docent, Associate Professor, Department of Control and Informatics in Technical Systems, Orenburg State University (13, avenue Pobedy, Orenburg, 460018)

Библиографическое описание статьи согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018:

Каракулина, Е. О. Численный расчет теплообмена в многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем при автоклавном формовании на этапе нагрева / Е. О. Каракулина, В. В. Тугов. – текст : непосредственный. – DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.02 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2022. – № 4. – С. 29–43.

Цитирование статьи в изданиях РИНЦ:

Каракулина, Е. О. Численный расчет теплообмена в многослойной композитной конструкции с сотовым наполнителем при автоклавном формовании на этапе нагрева / Е. О. Каракулина, В. В. Тугов // Прикладная математика и вопросы управления. – 2022. – № 4. – С. 29–43. – DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.02

Цитирование статьи в references и международных изданиях

Cite this article as:

Karakulina E.O., Tugov V.V. Numerical calculation of heat transfer in a multilayer composite structure with honeycomb filler during autoclave molding at the heating stage. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2022, no. 4, pp. 29–43. DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.02 (in Russian)

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Поступила: 03.06.2022

Одобрена: 07.12.2022

Принята к публикации: 12.12.2022