Научная статья
DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.05
УДК 51-77

**И.В. Вешнева[1], А.А. Большаков[2]**

[1]Саратовский национальный исследовательский университет
им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
[2]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

# АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАНТОВО-ПОДОБНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НА БАЗЕ СТАТУСНЫХ ФУНКЦИЙ. ЧАСТЬ II

Предлагается использование квантово-подобных моделей с применением статусных функций для математического моделирования и последующего анализа сложных социально-экономических систем. Описываются ограничения методов классической теории вероятности и математической статистики, а также теории нечетких множеств, алгоритмов Мамдани, Сузуки и других для решения подобных задач. Приводится описание основных допущений, которые используются при математическом моделировании социально-экономических объектов на основе статусных функций. Рассмотрены примеры, описывающие особенности путей перехода через промежуточные состояния. Представлен оператор перехода социально-экономической системы в различные состояния, подобный гамильтониану. Введен спектр возможных виртуальных траекторий для описания переходов в различные состояния. Предложена математическая модель на основе статусных функций для описания перехода системы в измеряемое состояние. В предложенном гамильтониане первое слагаемое представляет подсистему индикаторов, второе является аналогом энергии индикаторов в информационной среде. При этом выделены слагаемые, которые являются аналогами энергий системы двух контролируемых индикаторов: взаимодействие, кинетическая и потенциальная. Приведено описание результатов математического моделирования и анализ взаимодействия двух гипотетических индикаторов социально-экономической системы. Индикаторы взяты из статистики инновационных показателей одного из регионов РФ.

**Ключевые слова:** статусная функция, математическая модель, социально-экономическая система, квантово-подобная модель

**I.V. Veshneva[1], A.A. Bolshakov[2]**

[1]Saratov National Research University
named after N.G. Chernyshevsky, Saratov, Russian Federation
[2]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
Saint Petersburg, Russian Federation

# ANALYSIS OF SOCIO-ECONOMIC SYSTEMS USING QUANTUM-LIKE MATHEMATICAL MODELS BASED ON STATUS FUNCTIONS. PART II

It is proposed to use quantum-like models with the use of status functions for mathematical modeling and subsequent analysis of complex socio-economic systems. The limitations of the methods of classical probability theory and mathematical statistics, as well as the theory of fuzzy sets, algorithms

Mamdani, Suzuki and others for solving similar problems are described. A description of the main assumptions that are used in the mathematical modeling of socio-economic objects based on status functions is given. Examples are considered that describe the features of transition paths through intermediate states. An operator for the transition of a socio-economic system to various states, similar to the Hamiltonian, is presented. A spectrum of possible virtual trajectories is introduced to describe transitions to different states. A mathematical model based on status functions is proposed to describe the transition of the system to a measurable state. In the proposed Hamiltonian, the first term represents a subsystem of indica-tors, the second is an analog of the energy of indicators in the information environment. At the same time, terms are distinguished that are analogues of the energies of the system of two controlled indica-tors: interaction, kinetic and potential. The description of the results of mathematical modeling and the analysis of the interaction of two hypothetical indicators of the socio-economic system are given. The indicators are taken from the statistics of innovation indicators of one of the regions of the Russian Federation.

**Keywords:** status function, mathematical model, socio-economic system, quantum-like model

## Введение

Возможны различные подходы для описания математическими методами процессов и явлений, которые происходят в социально-экономических системах [1–7]. Исторически первым использованы методы теории вероятностей для понимания сущности происходящих явлений и попыток предикативных оценок процессов, для поддержки принятия решений. С одной стороны, развитие методов теории вероятностей и математической статистики привело к возникновению теории отказоустойчивости, созданию алгоритмов поддержки принятия решений и др. Необходимо выделить теорию нечетких множеств, алгоритмы Мамани, Сугено и др. С другой стороны, развитие физики и возникновение квантовой физики привело к созданию и развитию математических подходов для описания явлений, которые невозможно объяснить методами более ранних математических моделей.

При описании социально-экономических явлений, таких как принятие решений отдельным человеком или управление конкурентоспособностью регионов и стран, приходится принимать решения в условиях «глубокой неопределенности», действовать, когда существует глубокая неопределенность как в отношении возможных действий других лиц, принимающих решения, так и окружающей сложной информационной среды. Информационная среда включает исследуемые объекты, а также информационные условия их существования и каналы информационного обмена. Эта информационная среда также может включать состояния уверенности в принятии решения. Последнее утверждение очень важно при принятии управленческих решений и не учитывается в большинстве используемых математических моделей. Уверенность в принятии решений следует отнести к скрытым факторам, влияющим на результаты эксперимента наступления события, однако не измеряемым непосредственно. Например, как фаза колебания при измерении интерференции света. Следовательно, появляется возможность применения математических моделей квантовой механики [8–10] в исследовании явлений и процессов, происходящих в социально-экономической и в информационной средах.

При исследовании процессов приятия решений в социально-экономической информационной среде могут быть отдельно введены и использованы критерии первичной официальной информации, информационные каналы, вторичная информация, возникающая при переработке первичной. Возможно использование понятий «степени информации»: информация первого порядка, которая связывает информацию с событием, и информация «высшего порядка», которая относится к собственно информации [11]. Понятие «общеизвестных знаний», или «институциональных знаний», которое используется при введении статусных функций, является примером такой информации более высшего порядка.

В модели, представленной в этой статье, использованы квантово-подобные модели оценки индикаторов социально-экономической среды на основе статусных функций. Для оценки состояний индикаторов использованы статусные функции. Индикаторы являются взаимосвязанными через информационную среду. Для описания процесса адаптивности использован математический аппарат квантовой теории поля. Процесс адаптации оценок индикаторов к окружающей среде представлен динамикой квантовых операторов. Из общей оценки состояния среды извлекаются определенные значения, которые являются вероятностями состояния заданного набора индикаторов состояния объектов в системе. При этом среда представляется как квантовое поле. Сценарии эволюции системы представлены с учетом степеней свободы среды. Преимуществом используемого подхода является то, что возможно описать сложную динамику системы исключительно в терминах чистых состояний. Для представления чистых состояний использованы статусные функции, введенные в работах авторов статьи.

Статусные функции представляют максимальную информацию о состоянии описываемой системы. Они описывают индикатор в начальный момент времени. Затем это состояние оказывается измененным под влиянием взаимодействия с другими индикаторами и средой. Суперпозиция различных состояний кодирует скрытую глубокую неопределенность системы, которую невозможно моделировать в рамках классической вероятности и математической статистики.

## 1. Социально-экономические объекты и их моделирование на основе статусных функций

Будем определять социально-экономическую систему $S$ как набор социальных объектов и взаимоотношений между ними. При этом приняты следующие допущения.

1. Здесь $s_1$, ..., $s_N$ – социально-экономические объекты, которые являются подсистемами; каждая подсистема описывается присущими ей внутренними характеристиками. Результаты измерения этих характеристик могут быть описаны на основе базисных векторов пространства. Для этого указано правило, которое позволяет определить для любых двух элементов пространства их скалярное произведение.

2. Состояние социально-экономического объекта может быть описано набором характеристик в момент измерения, которые упорядочены и образуют вектор $|x\rangle$. Базисные «чистые состояния» системы определяются только направлением вектора $|x\rangle$, а не его длиной. Эти состояния образуют ортонормированный базис системы, или на их основе может быть описано состояние системы. При этом отсутствуют состояния, описание которых является невозможным на основе этих векторов. Следовательно, эволюция системы может быть описана унитарным оператором, таким, который описывает только изменение направления вектора состояния системы. Эволюция системы во времени также описывается унитарным оператором:

$$|x(t)\rangle = U(t,\ t_0)|x(t_0)\rangle. \tag{1}$$

3. Если измеренное состояние системы $|y_i\rangle$ может быть описано на основе векторов-характеристик состояния $|x\rangle$, то это состояние следует представить как суперпозицию:

$$|x\rangle = \sum_i c_i |y_i\rangle. \tag{2}$$

Это ключевое отличие от традиционных измерений, подвергающихся статистической обработке на основе математического аппарата классической теории вероятностей.

В этом случае переход от одного состояния к другому $|x\rangle \to |y_i\rangle$ строится на основе отображений, устанавливающих связи между внутренними характеристиками описываемых подсистем $si \to sj$ $(i, j = 1, ..., n)$.

Переходу из состояния $|x\rangle$ в состояние $|y_i\rangle$ соответствует амплитуда вероятности:

$$c_i = \langle y_i | x \rangle, \tag{3}$$

которая является комплексным числом, причем квадрат его модуля – это вероятность перехода $|x\rangle \to |y\rangle$:

$$P(x \to y) = |c_{xy}|^2 \equiv |\langle y | x \rangle|^2 . \tag{4}$$

Таким образом, формируются проекционные операторы, описывающие отображение наблюдаемого состояния системы на чистые состояния системы.

4. Если измеряемая система находилась в состоянии $|x\rangle$ а после измерения переходит в набор состояний $|y_i\rangle$, что представимо комбинацией $|x\rangle = \sum_i c_i |y_i\rangle$, то выбор $|y_i\rangle$ может быть осуществлен совершенно случайно. При этом условная вероятность найти систему в состоянии $|y_i\rangle$:

$$w_i = |c_i|^2 = \langle x | y_i \rangle \langle y_i | x \rangle = \langle x | P_{y_i} | x \rangle, \tag{5}$$

где $P_{y_i}$ – является проектором, т.е. оператором, выполняющим отображение измеряемого состояния $|y_i\rangle$ на чистые состояния $|x\rangle$. Важно отметить, что согласно математической модели состояния базис выбирается случайно, результат измерения может быть случайным. Наблюдаемые закономерности являются результатом проявления скрытых параметров системы. Это проявление случайности – одного из фундаментальных законов природы. Таким образом, наблюдаемые на практике величины, являющиеся результатом измерения статистических данных о параметрах социально-экономической системы, должны быть размещены в форме проектора-оператора, выполняющего отображение измеряемого состояния $|y_i\rangle$ на чистые состояния $|x\rangle$.

5. Если переход из состояния $|x\rangle$ в состояние $|y_i\rangle$ возможен по двум различным путям path 1 и path 2, то (рис. 1)

$$\langle y_i|x\rangle = \langle y_i|x\rangle_{path\,1} + \langle y_i|x\rangle_{path\,2}. \tag{6}$$

В частности, если пути 1 и 2 связаны с «промежуточными» состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$, соответственно, то формулу (1) можно переписать в виде

$$\langle y_i|x\rangle = \langle y_i|1\rangle\langle 1|x\rangle + \langle y_i|2\rangle\langle 2|x\rangle. \tag{7}$$

Это означает, что вероятность $P_{y_i}$ перехода $|x\rangle \to |y_i\rangle$ в общем случае не равна сумме вероятностей $P_{y_i}^{path1} + P_{y_i}^{path2}$ переходов $|x\rangle \to |y_i\rangle$, через 1 и $|x\rangle \to |y_i\rangle$ через 2, как описано, например, в экспериментах А.В. Белинского [12–14] и разделе 2 настоящей статьи. Вероятность содержит интерференционное слагаемое, которое отвечает за возможность нереализации некоторого события и возможность взаимодействия подсистем. В социальных науках такое явление хорошо известно и называется синергией.

Соответственно, если использовать математический аппарат, подобный квантово-механическому, то происходит распараллеливание переходного процесса подсистемы из одного состояния в другое. Например, в рассказе «Сад расходящихся тропок» Хорхе Луис Борхес описывал распараллеливание последовательности событий жизни: «…однажды Цюй Пэн сказал: "Я ухожу, чтобы написать книгу", а в другой раз: "Я ухожу, чтобы построить лабиринт". Всем представлялись две разные вещи; никому не пришло в голову, что книга и лабиринт – одно и то же».

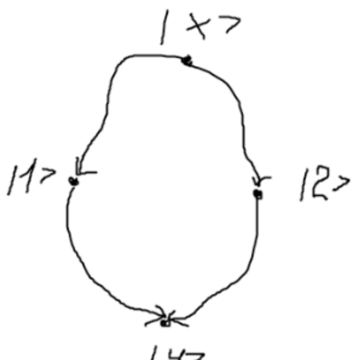



Рис. 1. Пути перехода path 1 path 2 $|x\rangle \to |y_i\rangle$ через промежуточные состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$

Для принятия возможности использования моделей, подобных квантово-механическим, необходимо понять, что переход из одного состояния в другое осуществляется по нескольким путям одновременно. В соответствии с этим явлением в амплитудах вероятностей перехода появляется множитель экспоненты в степени $i\varphi$, который задает точность измерения, ограниченную не фиксируемой в измерениях фазой.

Состояние системы после измерения

$$\left|y_i\right\rangle = \frac{P_{y_i}}{\sqrt{w_i}} e^{i\varphi}. \tag{8}$$

Изменение разности фаз влияет на интерференционную картину. Результат взаимодействия подсистем и путей перехода этих подсистем из одного состояния в другое становится доступным для понимания, наблюдения и управления [15; 16].

## 2. Представление оператора перехода

Будем обозначать состояние системы узлом. Пусть $|x\rangle$, $\left|y\right\rangle$, ... – состояние системы в узлах, описываемое набором характеристик в момент измерения. При осуществлении воздействия $u(u_1, u_2, \ldots)$ на систему она переходит от одного состояния к другому $|x\rangle \to \left|y\right\rangle$. Будем полагать момент времени измерения фиксированным. В действительности это реализовать невозможно. Однако предположим, что реальный интервал времени разбит на $N$ интервалов, и $N\to\infty$. Допустим, что оператор энергии подобен гамильтониану $H$. Тогда можно записать амплитуды перехода в виде суммы по всем возможным виртуальным путям, которые обозначим $A$. Получим:

$$\left\langle x \left| -\frac{iHt}{h} \right| y \right\rangle =$$

$$\lim_{N\to\infty} \sum_{k_1, k_2, \ldots k_{N+1}} \left\langle x | a_{k_{N+1}} \right\rangle \left\langle a_{k_{N+1}} \left| -\frac{iHt}{h} \right| a_{k_N} \right\rangle \left\langle a_{k_N} | \ldots | a_{k_2} \right\rangle \left\langle a_{k_2} \left| -\frac{iHt}{h} \right| a_{k_1} \right\rangle \left\langle a_{k_1} \right| = \tag{9}$$

$$= \sum\nolimits_{\text{path}} P^{x\leftarrow y},$$

где $h$ – это константа, следующая из нормировки скалярного произведения векторов заданного Гильбертова пространства, $a_k$ и $|a_k\rangle$ – собственные значения и собственные векторы описывающей переход переменной $A$:

$$A|a_k\rangle = a_k|a_k\rangle.$$

Таким образом, введен спектр возможных виртуальных траекторий перехода из состояния $|x\rangle \to |y\rangle$. Каждый путь path из набора виртуальных траекторий вносит собственный вклад в амплитуду вероятности $A^{x\to y}$. Причем каждая из них вносит вклад в амплитуду вероятности перехода $P^{x\leftarrow y}$. Таким образом, можно ввести «фейнмановский путь» события a(t) в виде интеграла:

$$f^{\text{path}} = \int_0^t \beta(t')a(t')\,dt', \tag{10}$$

где $\beta(t)$ – известная функция, выбор которой произволен, и она является базисной функцией канонического разложения. В нашем случае и в дальнейшем будем полагать, что это функции ортогонального базиса системы, представленные статусными функциями [17; 18].

Пусть проведена группировка возможных путей и сформирована функция путей, для которых значение $f^{\text{path}}$ равно некоторому $F$:

$$\phi^{x\leftarrow y}(t|F) = \sum\nolimits_{\text{path}} \delta\left(F - f^{\text{path}}\right) A^{\text{path}}_{x\leftarrow y}. \tag{11}$$

Затем проведем сглаживание этой группы определенной функцией, например, гауссовым распределением, и получим амплитуду рассеяния

$$\psi^{x\leftarrow y}(t|F) = \sum G(F-F')\,\phi^{x\leftarrow y}(t|F)\,dF'. \tag{12}$$

Если использовать базис $\{\beta(t)\}$, содержащий наблюдаемое состояние $|\psi(t,F)\rangle$ [19], то можно использовать уравнение типа:

$$i^{\partial}/\partial t\,|\psi(t|F)\rangle = \left[H\beta(t)A|\psi(t|F)\rangle\right] - ih^{\partial}/\partial F\,\beta(t)A|\Psi(t|F)\rangle. \tag{13}$$

Таким образом, может быть описано движение состояния подсистемы по возможным траекториям. Так, Р. Фейнман проводит аналогичные рассуждения на интегрировании близких траекторий [20].

Например, опишем ситуацию из русской народной сказки «Гуси-лебеди». Молодые экспериментаторы наблюдают за состоянием системы из двух связанных подсистем Аленушки ($A$) и братца Иванушки ($B$). Они оставляют их в экспериментальной установке в состоянии $a_1$ и $b_1$. Через некоторый интервал времени $\Delta t$ молодые экспериментаторы наблюдают за состоянием системы и застают Алёнушку и братца Иванушку в состоянии $|a_1\rangle$ и $|b_1\rangle$. Если разбить интервал времени примерно пополам $\sim 1/2\,\Delta t$, то экспериментаторы должны были застать $A$ и $B$ вблизи избушки Бабы-Яги ($E$), являющейся в этом случае злоумышленником. Для молодых экспериментаторов промежуточные состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ являются близкими траекториями. Для path 1 и path 2 значение $f^{\text{path}}$ равно некоторому $F$. Сглаживание этой группы траекторий некоторой функцией типа гауссова распределения $G(F-F')$ позволяет молодым экспериментаторам наблюдать амплитуду рассеяния в форме, обусловливающей значение условной вероятности. Тогда интерференция траекторий $A$ и $B$ оказывается поврежденной и потерянной. Однако она может оказать существенное влияние на состояние, в котором застанут систему молодые экспериментаторы. При этом проведенное измерение скрывает от экспериментаторов пути, по которым система приходит в наблюдаемое состояние.

В нашем случае попытка уточнить траекторию у A и B при их желании скрыть путь и формирование «запрещенного вопроса», каким путем они оказались в наблюдаемом состоянии, может позволить получить много различных ответов. Однако ни на одном из них нельзя строить выводы. Все попытки экспериментаторов уточнить путь окажутся лишенными смысла.

## 3. Модель описания перехода системы в измеряемое состояние

Первоначальная общая идея состояла в том, чтобы формально использовать статусные функции [21] вместо функций принадлежности в алгоритмах поддержки принятия решений на основе алгоритма Мамдани. Преимуществом статусных функций, введенных авторами, является возможность использования их подобно строительным блокам квантовой теории поля в макроскопических системах, чтобы можно рассматривать динамические системы на основе математических моделей, подобных квантовым. Статусные функции являются аналогом вектора состояния системы и могут быть использованы для представления очень сложных динамических процессов. Эти состояния могут быть любой природы: физической, когнитивной, технологической, социально-экономической. Это минимальная интерпретация, которая может быть использована для перехода к квантовой теории поля. С этой формальной точки зрения применение математического формализма квантовой теории является просто вопросом удобства, и фактически оно оказалось полезным в нескольких приложениях в различных контекстах [22–24].

Отметим, что можно начинать строить пространство векторов состояния системы, начиная с любого вектора, принадлежащего введенному гильбертову пространству. Эти вектора позволяют описывать систему методов введения операторов типа оператора Гамильтона и применять матричную форму описания состояний.

Применение оператора, подобного гамильтониану. Предположим, что два измеряемых индикатора социально-экономической системы не взаимодействуют непосредственно. Пусть путей перехода из одного измеряемого состояния в другое существует бесконечное множество. Однако из-за взаимодействия скрытых параметров этот переход осуществляется по выделенным близким траекториям. Причем $\sum_{\text{path}} P^{x \leftarrow y}$ может быть представлена как интеграл по пространству близких траекторий. Построим модель, в которой проводится контроль состояния социально-экономической системы по двум контролируемым группам индикаторов, которые представляются состояниями $\psi_1$ и $\psi_2$. Отметим, что модель не отражает сложных внутренних процессов в системе, приводящих к переходам между состояниями. Она обеспечивает только формальное операторное представление этих переходов. Предположим, что регион может перераспределять управленческие ресурсы между этими группами показателей, которые в данном контексте оказываются конкурирующими через информационно-коммуникационную среду. Таким образом происходит взаимодействие индикаторов.

Будем представлять гамильтониан в виде:

$$H = H_1 + H_2. \quad (14)$$

Здесь $H_1$ – гамильтониан подсистемы индикаторов; $H_2$ – гамильтониан аналога энергии индикаторов в информационной среде.

Пусть операторы используются в традиционном виде:

$$H_1 = \frac{\partial}{\partial t} - ih\nabla^2; \quad (15)$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{inter}_{22}\cdot\psi_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_{11}\cdot\psi_1 & 0 \\ t_{21}\cdot\psi_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \nu_{11} & \nu_{12} \\ \nu_{21} & \nu_{22} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial t}$ – производная по времени, $i$ – мнимая единица, $h$ – нормировочная константа размерности пространства, $\nabla^2$ – градиент дивергенции. В нашем случае – это вторая производная по базовой переменной статусной функции индикатора. В уравнении (16) выделены слагаемые, которые являются аналогами энергий системы двух контролируемых индикаторов: взаимодействие, кинетическая и потенциальная соответственно. Будем полагать коэффициенты аналога энергии $\mathrm{inter}_{22}$, $t_{11}$, $t_{21}$, $\nu_{12}$, $\nu_{21}$ константами. Зададим $|\psi\rangle$ на основе статусных функций в виде:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1(r) \\ \psi_2(r) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2,26\exp\left(-2i\pi r - 41,32(0,13+r)^2\right) \\ 2,33\exp(2i\pi r)\left(\exp\left(-41,32(-0,13+r)^2\right) - 0,24\exp\left(-41,32(0,13+r)^2\right)\right) \end{pmatrix},$$

где $r$ – введенная базисная переменная. Действительные части статусных функций представлены на рис. 2.

В операторе аналога потенциальной энергии будем изменять значения $\nu_{11}$ и $\nu_{22}$ таким образом, чтобы сравнить абстрактный случай и случай, который попытаемся связать со статистическими данными. Кроме этого, в операторе взаимодействия будем изменять коэффициент $\mathrm{inter}_{22}$ и анализировать проявление результата взаимодействия в результатах численного эксперимента.

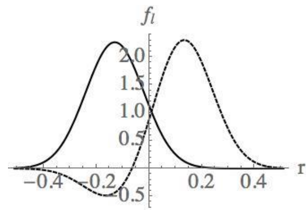



Рис. 2. Действительные части статусных функций

## 4. Результаты моделирования и обсуждение

Проведем рассмотрение результатов вычисления при $t_{11} = 0,1$, $t_{21} = 0,25$, $\nu_{12} = 0,04$, $\nu_{21} = 0,05$, $\nu_{11} = 1$, и $\nu_{22} = 1$. Предполагаем, что проводится анализ взаимодействия двух гипотетических индикаторов социально-экономической системы.

Будем использовать статусные функции для создания модели бесконечного множества траекторий, по которым система переходит из одного состояния в другое. Используя (9), получим следующие выражения для вычисления вероятности перехода из одного состояния в другое (фрагмент):

$$\frac{\partial\psi_1[t]}{\partial t} = \int_{-1}^{1} dr(0,0566182e^{-41,3223r^2-2i\pi r-10,7438r-0,698347}\psi_1[t]+$$

$$+1,0258e^{-82,6446r^2-21,4876r-1,39669}\psi_1[t]^2+$$

$$+0,5129e^{-82,6446r^2-4i\pi r-21,4876r-1,39669}\psi_1[t]^2+$$

$$+0,578304e^{-41,3223r^2-2i\pi r-10,7438r-0,698347)}\psi_2[t]);$$

$$\frac{\partial\psi_2[t]}{\partial t} = \int_{-1}^{1} dr(2,26473e^{-41,3223r^2-2i\pi r-10,7438r-0,698347}\psi_1[t]+ \tag{17}$$

$$0,0144576e^{-41,3223r^2-2i\pi r-10,7438r-0,698347)}\psi_2[t]+$$

$$0,058435e^{-41,3223r^2-2i\pi r+10,7438r-0,698347)}P2\,(t)-$$

$$2,64679e^{-82,6446r^2-1,39669)}\psi_1[t]\psi_2[t]+$$

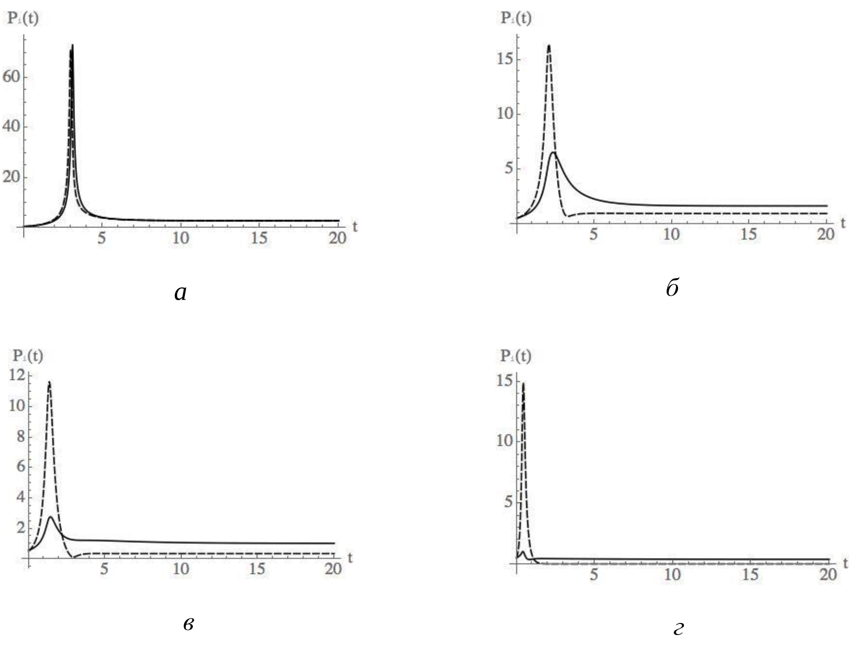
$$1,90965e^{-82,6446r^2-21,4876r-1,39669}\psi_1[t]\psi_2[t]+$$

$$(0,540691e^{-82,6446r^2-1,39669}+0,0668871e^{-82,6446r^2-21,4876r-1,39669}+$$

$$1,09269e^{-82,6446r^2+21,4876r-1,39669}...)[t]^2. \qquad (18)$$

Проведём интегрирование по базисной переменной и получим выражения для $H|\psi\rangle$ после интегрирования по базисной переменной, стирающей траектории взаимодействия индикаторов в информационно-коммуникационной среде.

Совместное решение уравнений (17), (18) представлено на рис. 3. Видно, что существует момент времени, в который происходит «взаимодействие». Увеличение коэффициента взаимодействия приводит к смещению момента взаимодействия в сторону меньшего времени. При этом «сила взаимодействия», с которой можно сравнивать максимальное значение пика условных вероятностей статусных функций, непосредственно не зависит от коэффициента взаимодействия. Остальные коэффициенты при моделировании взаимодействия остаются неизменными. Начальные значения статусных функций в момент начала моделирования задаются на основе данных официальной статистики оценки конкурентоспособности регионов РФ [25].




*а* *б* *в* *г*

Рис. 3. Результаты численного моделирования решений системы уравнений (17), (18) для значений $t_{11}=0,8$; $t_{21}=0,025$; $\nu_{11}=0,04$; $\nu_{22}=0,04$; $\nu_{12}=1$; $\nu_{21}=1$;
*а* – $\text{inter}_{22}=0,05$; *б* – $\text{inter}_{22}=0,5$; *в* – $\text{inter}_{22}=5$; *д* – $\text{inter}_{22}=10$

Допустим, что результаты статистических данных свидетельствуют о некотором пути, пройденном подсистемой измеряемого индикатора. Тогда статистические данные имеет отношение к «потенциальной» энергии системы. Возьмем данные статистики [26] и внесем их в коэффициенты $\nu_{12}$ и $\nu_{21}$. Для того, чтобы выполнить эту процедуру, возьмем данные статистики для двух индикаторов, входящих в группу инновационных показателей [25] (на рис. 4 отмечены точками). Показатели группы нормированы на 1. В результате используем данные для индикатора I1 {0,5832; 0,6024; 0,5928; 0,6584; 0,6224; 0,844; 0,8536; 0,7952; 0,8112; 0,7512} и для индикатора I2 {0,512; 0,44; 0,56; 0,512; 0,544; 0,504; 0,384; 0,9432; 0,892; 0,488}. Результаты интерполяции представлены на рис. 4 сплошной кривой. Соответствующие выражения:

$$I_1[t] = \nu_{12} = 111{,}823ie^{-0{,}02it} - 111{,}823ie^{0{,}02it} - 219{,}357ie^{-0{,}01it} + \\ + 219{,}357ie^{+0{,}01it} + 0{,}524102e^{-0{,}1t} + 0{,}0257454e^{-it} + 0{,}0257454e^{it}; \tag{19}$$

$$I_2[t] = v_{21} = 137{,}058ie^{-0{,}02it} - 137{,}058ie^{0{,}02it} - 270{,}354i)e^{-0{,}01it} + \\ + 270{,}354ie^{0{,}01it} + 0{,}39192e^{-0{,}1t} - 0{,}0429692e^{-it} - 0{,}0429692e^{it}. \tag{20}$$

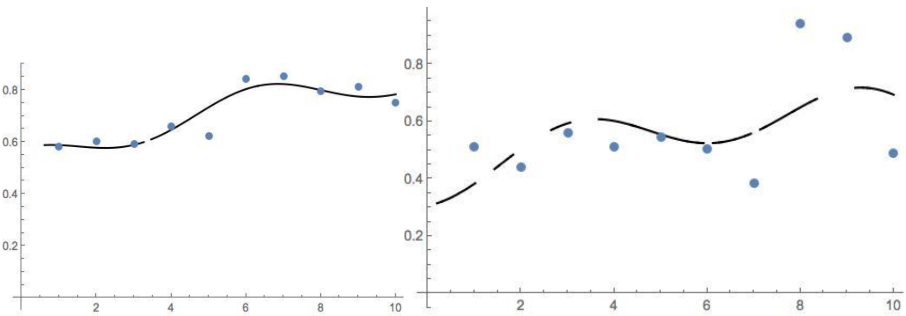



Рис. 4. Для индикатора $I_1(t)$ (слева) и для индикатора $I_2(t)$ (справа) зависимость от времени нормированных статистических данных (отмечено точками) и результаты интерполяции тригонометрическими функциями (сплошная линия). Индикаторы взяты из статистики инновационных показателей одного из регионов РФ

Будем полагать, что измеряемые индикаторы в некоторый момент времени взаимодействуют через информационно-коммуникационную среду. После интегрирования по траекториям получим выражения:

$$\frac{\partial\psi_1(t)}{\partial t}=-3,69228ie^{-0,01it}-1,88223ie^{0,02it}+1,88223ie^{-0,02it}+$$
$$+3,69228ie^{0,01it}+0,192211\psi_1(t)^2+0,522969\psi_2(t)+ \quad (21)$$
$$+0,00882184e^{-0,1t}+0,000433354e^{-it}+0,000433354e^{it}$$

$$\frac{\partial\psi_2(t)}{\partial t}=(0,564687-0,230465i)\psi_1(t)\psi_2(t)-182,027ie^{(0-0,01i)t}-$$
$$-92,2798ie^{0,02it}+92,2798ie^{-0,02it}+182,027ie^{0,01it}+ \quad (22)$$
$$+0,175019\psi_2(t)^2+0,0130742\psi_2(t)+$$
$$+0,263877e^{-0,1t}-0,0289308e^{-it}-0,0289308e^{it}.$$

Результаты расчетов представлены на рис. 5 для различных коэффициентов. В этом случае увеличение взаимодействия приводит к более раннему моменту времени взаимодейсвия и не имеет явной зависимости в максимальной амплитуде пика взаимодействия. Для определенного диапазона значений взаимодействие носит сложный характер, и условная вероятность результирующего значения индикатора демонстрирует возможность существования биений. Стабилизации режима не происходит.

Можно предположить, что в условиях двух конкурирующих за ограниченные общие ресурсы системы внутренних подсистем возможно возникновений решений типа решений уравнений Лотки – Вольтера. Это может давать область неустойчивости системы, в которой небольшое управляющее воздействие может вести к быстрым изменениям во всей системе.

В эксперименте использована модель для двух индикаторов инновационной компоненты оценки конкурентоспобности региона. Создание модели с большим числом индикаторов приведет к возникновению более сложных решений и возможности исследовать заивсимость режимов от параметров.

Дальнейшее исследование систмы предполагает, во-первых, создание модели управляющего воздействия на систему, во-вторых, создание сети взаимодействущих индикаторов. Затем в данные интерполяции внесем показатели различных регионов и исследуем, как изменяется динамика условных вероятностей рисков, представленных индикаторами для различных регионов. При этом особый интерес вызывает именно создание условий для возможного существования различных режимов угрозы потери конкурентоспособности регионов РФ.

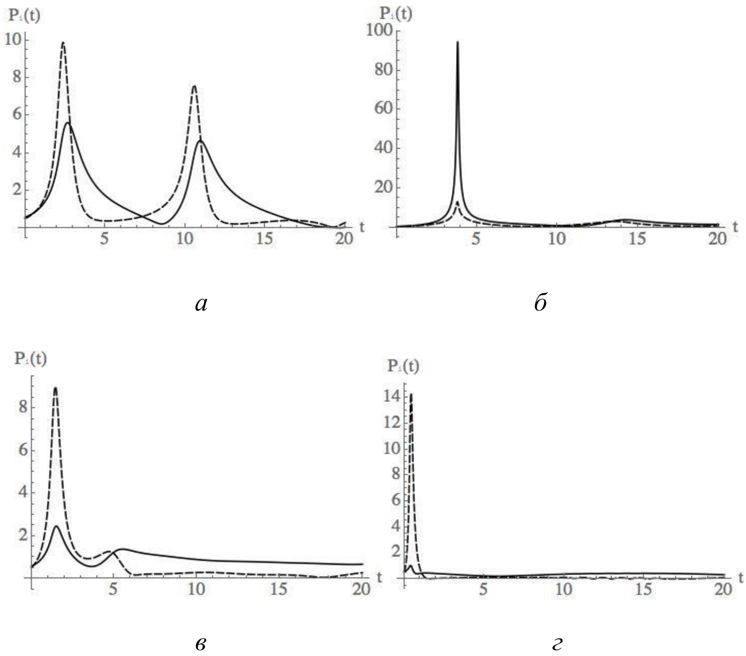


Рис. 5. Результаты численного моделирования решений системы уравнений (21), (22) для значений $t_{11} = 0,8$; $t_{21} = 0,025$; $\nu_{11} = 0,04$; $\nu_{22} = 0,04$; $\nu_{12} = I_1(t)$; $\nu_{21} = I_2(t)$;
*а* – $\text{inter}_{22} = 0,05$; *б* – $\text{inter}_{22} = 0,5$; *в* – $\text{inter}_{22} = 5$; *г* – $\text{inter}_{22} = 10$

Наличие статистических данных позволит определить режимы, соответствующие стабилизации системы в целом, и возникновение предельных циклов в фазовом пространстве системы. Это режимы и показатели, к которым стремятся управляющие структуры. При этом возмущенная после измерения система стабилизируется на конкретных значениях рисков. Однако возможно возникновение более сложных режимов, исследование которых проводится в фазовом пространстве системы.

## Заключение

В статье приведено обоснование целесообразности использования предложенного авторами аппарата статусных функций для математического моделирования сложных социально-экономических объектов.

Традиционные математические методы для описания, такие как теория вероятностей, математическая статистика, нечеткие модели, не способны описать специфику исследуемых явлений. Эти явления, с одной стороны, обладают случайным характером, с другой стороны, требуется формализовать субъективную оценку лица, принимающего управленческие решения.

Для этого предлагается использовать статусные функции, представляющие комплекснозначные функции времени. При этом действительная часть отражает объективный аспект измерения показателей социально-экономических процессов, а мнимая часть характеризует субъективный аспект.

Описаны основные допущения, которые используются при построении предложенных квантово-подобных математических моделей. Среди них – представление состояния социально-экономической системы в виде набора характеристик в момент измерения, которые упорядочены и образуют определенный вектор. Причем, базисные состояния системы образуют ортонормированный базис, на основе которого описывается любое состояние системы. При этом изменение состояния системы описывается унитарным оператором, который характеризует изменение направления вектора состояния системы.

На основе статусных функций предложена математическая модель для описания различных переходов социально-экономической системы в измеряемое состояние. При этом реализуется возможность на основе статусных функций создавать математические модели подобно квантовым. Исследуемые состояния могут иметь различную природу: физическую, когнитивную, технологическую, социально-экономическую.

В заключительной части статьи приведено описание примера. В нем представлены результаты моделирования, а также их анализ. Осуществлен анализ взаимодействия двух гипотетических индикаторов социально-экономической системы. Получены выражения для определения вероятности перехода системы из одного состояния в другое. Начальные значения статусных функций в момент моделирования заданы на основе данных официальной статистики для оценки конкурентоспособности регионов РФ. Выполнен анализ создания условий для угрозы потери конкурентоспособности на примере региона РФ. Данные для этого взяты из официальной статистики инновационных показателей.

## Список литературы

1. Baymuratova K.A. Mathematical modeling of socio-economic processes [Электронный ресурс] // Scientific Progress. – 2021. – Vol. 2, iss. 8. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/matemathical-modeling-of-socio-economic-processes (дата обращения: 04.10.2022).

2. Principles for Modeling Information Flows in Open Socio-Economic Systems / A. Davtian, O. Shabalina, N. Sadovnikova, O. Berestneva, D. Parygin // Society 5.0: Human-Centered Society Challenges and Solutions, Studies in Systems, Decision and Control, Springer. – 2022. – Vol. 416. – P. 167–173.

3. Akberov K.C., Chernyakov M.K., Chernyakova M.M. Economic-mathematical modeling of the potential of municipalities [Электронный ресурс] // International Journal of Professional Science. – 2017. – No 3. – URL: http://scipro.ru/article/05-03-17 (дата обращения: 04.10.2022).

4. Protalinskiy O., Khanova A., Shcherbatov I. Simulation of power assets management process // Recent Research in Control Engineering and Decision Making. ICIT 2019. Studies in Systems, Decision and Control. / O. Dolinina, A. Brovko, V. Pechenkin, A. Lvov, V. Zhmud, V. Kreinovich (eds.). – Springer, Cham, 2019. – Vol. 199.

5. Mathematical modeling of economic processes in complex systems (on the example of Krasnoyarsk municipality) / T.N. Nikulina, I.S. Zhirnova, A.A. Stupina, A.A. Zhirnov // J. Phys.: Conf. Ser. 1353 012118. – 2019.

6. Bondareva I., Khanova A., Khanova Y. Configuring Systems based on petri nets, logicprobabilistic, and simulationmodels // Cyber-Physical Systems: Modelling and Intelligent Control. Studies in Systems, Decision and Control / A.G. Kravets, A.A. Bolshakov, M. Shcherbakov (eds.). – Springer, Cham, 2021. – Vol. 338.

7. Cyber-Social System as a Model of Narrative Management / A. Davtian, O. Shabalina, N. Sadovnikova, O. Berestneva, D. Parygin // Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society, Studies in Systems, Decision and Control. – Springer, 2021. – Vol. 333. – P. 3–14.

8. Kupczynski M. Quantum mechanics and modelling of physical reality [Электронный ресурс]. – 2018. – URL: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1804/1804.02288.pdf (дата обращения: 04.10.2022).

6. Kupczynski M. EPR Paradox, Quantum Nonlocality and Physical Reality // J. Phys. Conf. Ser. – 2016. – Vol. 701. – P. 012021.

9. Allahverdyan A.E., Balian R., Nieuwenhuizen T.M. A subensemble theory of ideal quantum measurement processes // Annals of Physics. – 2017. – Vol. 376C. – P. 324.

10. Haven E., Khrennikov A. Quantum probability and the mathematical modelling of decision-making // Philosophical Transactions of The Royal Society.

A Mathematical Physical and Engineering Sciences. – 2015. – Vol. 374(2058). – P. 20150105. DOI: 10.1098/rsta.2015.0105

11. Bikhchandani S, Hirshleifer J., Riley J.G. The analytics of uncertainty and information. – Cambridge: Cambridge University Press, 2013. – 191 p.

12. Belinskii A.V. Methodological Notes: Bell's paradoxes without the introduction of hidden variables // Physics Uspekhi. – 1994. Vol. 37, iss. 4. – P. 413–419. – DOI: 10.1070/PU1994v037n04ABEH000024

13. Belinskii A.V. A generalized Bell's theorem // Zh. Eksp. Teor. Fiz. – 1994. – Vol. 105. – P. 818–827.

14. Belinskii A.V. Objective Reality and the Paradox of Wigner Friends // Optics and Spectroscopy. – 2020. – Vol. 128. – P.1421–1424.

15. Hardy L. Quantum Theory From Five Reasonable Axioms // arXiv:quant. – ph/0101012.

16. Reyes-Galindo L. The sociology of theoretical physics [Электронный ресурс] // Luis Reyes-Galindo Wageningen University & Research. – URL: https://www.researchgate.net/publication/277106525_The_sociology_of_theoretical_physics (дата обращения: 04.10.2022).

17. Veshneva I.V., Bolshakov A.A., Fedorova A.E. Organization of Engineering Education for the Development of Cyber-Physical Systems Based on the Assessment of Competences Using Status Functions // Studies in Systems, Decision and Control. Springer. – 2020. – Vol. 260. – P. 277–288. – DOI 10.1007/978-3-030-32648-7_22.

18. Veshneva I., Bolshakov A., Kulik A. Increasing the safety of flights with the use of mathematical model based on status functions // Studies in Systems, Decision and Control, SSDC 199. Springer Nature Switzerland AG 2019199. – 2019. – P. 608–621. – DOI 10.1007/978-3-030-12072-6_49.

19. Sokolovskii D. Path integral approach to space-time probabilities: A theory without pitfalls but with strict rules // Physical Review D. – 2013. – Vol. 87 (7). – P. 076001.

20. Feynman R.P., Hibbs A.R., Styer D.F. Quantum mechanics and path integrals. Emended edition. – New York: McGraw- Hill, 2005. – 382 p.

21. Bolshakov A.A., Veshneva I.V., Lushin D. Mathematical Model of Integration of Cyber-Physical Systems for Solving Problems of Increasing the Competitiveness of the Regions // Studies in Systems, Decision and Control. Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society. – Springer Nature Switzerland AG, 2021. – Vol. 333. – P. 129–139.

22. Bagarello F. Quantum dynamics for classical systems: with applications of the number operator. – New York: J. Wiley, 2012. – 248 p.

23. Bagarello F. A quantum-like view to a generalized two players game // Int. J. Theor. Phys. – 2015. – Vol. 54 (10). – P. 3612–3627.

24. Fabio Bagarello, Marco Cinà, Francesco Gargano Projector operators in clustering // arXiv:1605.03093.

25. Veshneva I.V., Chernyshova G., Bolshakov A. A. Regional Competitiveness Research Based on Digital Models Using Kolmogorov-Chapman Equations // Studies in Systems, Decision and Control. Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society. – Springer Nature Switzerland AG, 2021. – 2021. – Vol. 333. – P. 141–154.

26. EU Regional Competitiveness Index (RCI) [Электронный ресурс]. – URL: https://ec.europa.eu/regional_poli-cy/sources/docgener/work/201701_regional_competitiveness2016.pdf (дата обращения: 04.10.2022).

## References

1. Baymuratova K.A. Mathematical modeling of socio-economic processe. *Scientific Progress.* 2021, vol. 2, iss. 8, available at: https://cyberleninka.ru/article/n/matemathical-modeling-of-socio-economic-processes

2. Davtian A., Shabalina O., Sadovnikova N., Berestneva O., Parygin, D. Principles for Modeling Information Flows in Open Socio-Economic Systems. *Society 5.0: Human-Centered Society Challenges and Solutions, Studies in Systems, Decision and Control, Springer,* 2022, vol. 416, pp. 167-173, available at: https://doi.org/10.1007/978-3-030-95112-2_14

3. Akberov K.C., Chernyakov M.K., Chernyakova M.M. Economic-mathematical modeling of the potential of municipalities. *International Journal of Professional Science,* 2017, No 3, available at: http://scipro.ru/article/05-03-17

4. Protalinskiy O., Khanova A., Shcherbatov I. Simulation of power assets management process. Recent Research in Control Engineering and Decision Making. ICIT 2019. Studies in Systems, Decision and Control. Springer, Cham, 2019, vol. 199, available at: https://doi.org/10.1007/978-3-030-12072-6_40

5. Nikulina T.N., Zhirnova I.S., Stupina A.A., Zhirnov A.A. Mathematical modeling of economic processes in complex systems (on the example of Krasnoyarsk municipality). *J. Phys.: Conf. Ser.* 1353 012118, 2019, available at: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1353/1/012118/pdf

6. Bondareva I., Khanova A., Khanova Y. Configuring Systems based on petri nets, logicprobabilistic, and simulationmodels. *Cyber-Physical Systems: Modelling and Intelligent Control. Studies in Systems, Decision and Control. Springer, Cham*, 2021, vol. 338, available at: https://doi.org/10.1007/978-3-030-66077-2_21

7. Davtian A., Shabalina O., Sadovnikova N., Berestneva O., Parygin D. Cyber-Social System as a Model of Narrative Management. *Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society, Studies in Systems, Decision and Control. Springer*, 2021, vol. 333, pp. 3-14, available at: https://doi.org/10.1007/978-3-030-63563-3_1

8. Kupczynski M. Quantum mechanics and modelling of physical reality, 2018, available at: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1804/1804.02288.pdf

6. Kupczynski M. EPR Paradox, Quantum Nonlocality and Physical Reality. *J. Phys. Conf. Ser.,* 2016. 701, 012021

9. Allahverdyan A.E., Balian R., Nieuwenhuizen T.M. A subensemble theory of ideal quantum measurement processes. *Annals of Physics,* 2017, 376C, 324

10. Haven E., KhrennikovA. Quantum probability and the mathematical modelling of decision-making. *Philosophical Transactions of The Royal Society. A Mathematical Physical and Engineering Sciences* 374(2058):20150105, 2015. DOI: 10.1098/rsta.2015.0105

11. Bikhchandani S, Hirshleifer J., Riley J.G. The analytics of uncertainty and information. Cambridge. Cambridge University Press, 2013, 191 p.

12. Belinskii A.V. Methodological Notes: Bell's paradoxes without the introduction of hidden variables. *Physics Uspekhi*, 1994, vol. 37, iss. 4, pp. 413-419 DOI: 10.1070/PU1994v037n04ABEH000024

13. Belinskii A.V. A generalized Bell's theorem. *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, 1994, 105, 818-827

14. Belinskii A.V. Objective Reality and the Paradox of Wigner Friends. *Optics and Spectroscopy,* 2020, vol. 128, pp. 1421-1424

15. Hardy L. Quantum Theory From Five Reasonable Axioms. *arXiv:quant-ph/0101012*, available at: https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0101012

16. Reyes-Galindo L. The sociology of theoretical physics. *Luis Reyes-Galindo Wageningen University & Research*, available at: https://www.researchgate.net/publication/277106525_The_sociology_of_theoretical_physics

17. Veshneva I.V., Bolshakov A.A., Fedorova A.E. Organization of Engineering Education for the Development of Cyber-Physical Systems Based on the Assessment of Competences Using Status Functions. *Studies in Systems, Decision and Control. Springer*, 2020, vol. 260, pp. 277-288. DOI 10.1007/978-3-030-32648-7_22. ISSN 21984182

18. Veshneva I., Bolshakov A., Kulik A. Increasing the safety of flights with the use of mathematical model based on status functions. *Studies in Systems, Decision and Control, SSDC 199. Springer Nature Switzerland AG 2019199,* 2019, pp. 608-621. DOI 10.1007/978-3-030-12072-6_49. ISSN 21984182

19. Sokolovskii D. Path integral approach to space-time probabilities: A theory without pitfalls but with strict rules. *Physical Review D,* 2013, 87, 7, 076001, available at: https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.87.076001

20. Feynman R.P., Hibbs A.R., Styer D.F. Quantum mechanics and path integrals. Emended edition. New York: McGraw- Hill, 2005, 382 p. ISBN-13: 978-0-486-47722-0 ISBN-10: 0-486-47722-3

21. Bolshakov A.A., Veshneva I.V., Lushin D. Mathematical Model of Integration of Cyber-Physical Systems for Solving Problems of Increasing the

Competitiveness of the Regions. *Studies in Systems, Decision and Control. Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society. Springer Nature Switzerland AG 2021,* 2021, vol. 333, pp. 129-139, available at: https://doi.org/10.1007/978-3-030-63563-3_11. ISSN 2198-4182

22. Bagarello F. Quantum dynamics for classical systems: with applications of the number operator. New York: J. Wiley, 2012, 248 p. ISBN 978-1-118-37068-1

23. Bagarello F. A quantum-like view to a generalized two players game. *Int. J. Theor. Phys*, 2015, 54 (10), 3612-3627

24. Fabio Bagarello, Marco Cinà, Francesco Gargano Projector operators in clustering *arXiv:1605.03093*, available at: https://doi.org/10.1002/mma.3963

25. Veshneva I.V., Chernyshova G., Bolshakov A. A. Regional Competitiveness Research Based on Digital Models Using Kolmogorov-Chapman Equations. *Studies in Systems, Decision and Control. Society 5.0: Cyberspace for Advanced Human-Centered Society. Springer Nature Switzerland AG 2021*, 2021, vol. 333, pp. 141-154. available at: https://doi.org/10.1007/978-3-030-63563-3_12. ISSN 2198-4182.

26. EU Regional Competitiveness Index (RCI). available at: https://ec.europa.eu/regional_poli-cy/sources/docgener/work/201701_regional_competitiveness2016.pdf

## Сведения об авторах

**Вешнева Ирина Владимировна** (Саратов, Россия) – доктор технических наук, профессор, доцент, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, e-mail: veshnevaiv@gmail.com).

**Большаков Александр Афанасьевич** (Санкт-Петербург, Россия) – доктор технических наук, профессор, Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики Института прикладной математики и механики, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул. 29, e-mail: aabolshakov57@gmail.com).

## About the authors

**Irina V. Veshneva** (Saratov, Russian Federation) – Dr. Habil. in Engineering, Professor, Associate Professor, Saratov State University (83, Astrakhanskaya st., Saratov, 410012, e-mail: veshnevaiv@gmail.com).

**Alexander A. Bolshakov** (Saint-Petersburg, Russian Federation) – Dr. Habil. in Engineering, Professor, Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University (29, Polytechnic st., Saint-Petersburg, 195251, e-mail: aabolshakov57@gmail.com).

**Библиографическое описание статьи согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018:**

**Вешнева, И.В.** Анализ социально-экономических систем с использованием квантово-подобных математических моделей на базе статусных функций. Часть II / И. В. Вешнева, А. А. Большаков. – текст : непосредственный. – DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.05 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2022. – № 4. – С. 85–107.

**Цитирование статьи в изданиях РИНЦ:**

Вешнева, И.В. Анализ социально-экономических систем с использованием квантово-подобных математических моделей на базе статусных функций. Часть II / И. В. Вешнева, А. А. Большаков // Прикладная математика и вопросы управления. – 2022. – № 4. – С. 85–107. – DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.05

**Цитирование статьи в references и международных изданиях**

**Cite this article as:**

*Veshneva I.V., Bolshakov A.A.* Analysis of socio-economic systems using quantum-like mathematical models based on status functions. Part II. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2022, no. 4, pp. 85–107. DOI: 10.15593/2499-9873/2022.4.05 (*in Russian*)

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 22-010-00465.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов равноценен.**

Поступила: 10.04.2022
Одобрена: 20.04.2022
Принята к публикации: 12.12.2022