

Савин, М.А. Анализ моделей турбулентности, используемых в газодинамических, тепловых и прочностных расчетах турбин газотурбинного двигателя / М.А. Савин, А.И. Плотников, М.А. Ошивалов // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 1. – С. 26–47. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.02

**Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018**

Савин, М. А. Анализ моделей турбулентности, используемых в газодинамических, тепловых и прочностных расчетах турбин газотурбинного двигателя / М. А. Савин. – текст : непосредственный. – DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.01 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2023. – № 1. – С. 26–47.



ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА  
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 1, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научный обзор

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.02

УДК 004.94:621.45:629.7.036.3



## ОБЗОР МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ, ТЕПЛОВЫХ И ПРОЧНОСТНЫХ РАСЧЕТАХ ТУРБИН ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

М.А. Савин, А.И. Плотников, М.А. Ошивалов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 27 декабря 2022

Одобрена: 25 января 2023

Принята к публикации:

10 марта 2023

### Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### Вклад авторов

равноценен.

### Ключевые слова:

обзор, модели турбулентности, RANS, LES, DNS, лопатки турбин, межлопаточные каналы, течение в пограничном слое, градиенты давлений, аэродинамика, аэроупругость, теплообмен, инженерные программные комплексы.

### АННОТАЦИЯ

Анализ газодинамических, тепловых и аэроупругих (в том числе вибрационных) процессов, протекающих в ступени газовой турбины, играет основную роль при разработке и проектировании турбин и всего газотурбинного двигателя в целом. Приводится обзор основных проблем, решаемых для газовых турбин и требующих численного анализа течения потока. Показаны особенности, возникающие при течении газа в межлопаточном канале турбины газотурбинного двигателя, а также общая структура гидродинамических пограничных слоев и вихрей, зарождающихся вдоль спинки и корыта лопатки турбины.

Осуществлен обзор классификации моделей турбулентности, а также анализ практического применения этих моделей для решения научных и прикладных задач, указанных выше. Дается общая классификация (с акцентом на авиационную отрасль) и краткое описание основных модели турбулентности с областью ее применения (для развитого течения, для пограничных слоев и т.д.). Приводится система уравнений для URANS-моделей с описанием гипотез построения моделей Спаларта – Аллмареса,  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , SST Ментера, SST Gamma-ReTheta. Для моделей LES, DES, DNS дается лишь их описание с достоинствами и недостатками. Анализ работ, включающих использование тех или иных моделей турбулентности, проводится для трех основных проблем: аэродинамики, охлаждения (задачи теплообмена) и прочности (аэроупругость, вибрационная стойкость, расчеты на мгновенную и усталостную прочность).

Приведены наиболее часто применяемые модели турбулентности, указаны причины использования, допущения, изменения в моделях (если такие имели место), а также даны оценки качеству и точности решения как между моделями турбулентности, так и между программными комплексами, в которых производились расчеты. Оценки строились на основании выводов авторов, чьи публикации изучены для обзора, а также на основании опубликованных ими численных и графических результатов исследований. Краткий сравнительный анализ вычислительных пакетов сделан на основании документации пакетов и результатов открытых публикаций, авторы которых занимались численными исследованиями в этой области. Результаты обзора сформулированы в основных выводах.

© ПНИПУ

© Савин Максим Анатольевич – канд. техн. наук, доцент кафедры «Сварочное производство, метрология и технология материалов», e-mail: abins@pstu.ru, ORCID: 0000-0002-9373-6804.

Плотников Андрей Игоревич – канд. техн. наук, доцент кафедры «Авиационные двигатели», e-mail: andrew-plotnikov-ai@yandex.ru, ORCID: 0009-0007-3421-7370.

Ошивалов Михаил Анатольевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Сварочное производство, метрология и технология материалов», e-mail: abins@pstu.ru, ORCID: 0009-0000-6464-6984.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

**Perm Polytech Style:** Savin M.A., Plotnikov A.I., Oshivalov M.A. The turbulence models analysis for aerodynamic, thermal and structural problems in jet engine turbines. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2023, no. 1, pp.26-47. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.02

**MDPI and ACS Style:** Savin, M.A.; Plotnikov A.I.; Oshivalov M.A. The turbulence models analysis for aerodynamic, thermal and structural problems in jet engine turbines. *Appl. Math. Control Sci.* **2023**, 1, 26-47. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.1.02>

**Chicago/Turabian Style:** Savin, Maksim A., Andrew I. Plotnikov, and Mikhail A. Oshivalov. 2023. The turbulence models analysis for aerodynamic, thermal and structural problems in jet engine turbines. *Appl. Math. Control Sci.* no. 1:26-47. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.1.02>



APPLIED MATHEMATICS  
AND CONTROL SCIENCES

№ 1, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Review

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.02

UDK 004.94:621.45:629.7.036.3



## THE TURBULENCE MODELS REVIEW FOR AERODYNAMIC, THERMAL AND STRUCTURAL PROBLEMS IN JET ENGINE TURBINES

**M.A. Savin, A.I. Plotnikov, M.A. Oshivalov**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 27 December 2022

Approved: 25 January 2023

Accepted for publication:

10 March 2023

#### Funding

This research received  
no external funding

#### Conflicts of Interest

The authors declare no conflict  
of interest.

#### Author Contributions

equivalent.

#### Keywords:

a review, the turbulence models,  
RANS, LES, DNS, the turbine  
blades, the blades channels, flow  
in boundary layer, the pressures  
gradients, aerodynamics,  
aeroelasticity, heat transfer, engi-  
neering simulation softwares.

### ABSTRACT

Analysis of the aerodynamic, thermal and aeroelasticity (including vibration) processes in gas turbine stage is principal for a design and creating turbines and jet engine integrally. In this article was the review showed for the basic problems, which are solved by engineers for the gas turbines design and take a numerical analysis of flow. The special aspects was showed which appearance in the vanes and blades channels for turbojets turbine. The fundamental structure of the boundary layer and vortices on the low and high pressure faces of blade was demonstrated also.

A target of this article is a review of current classification of the turbulence models and a review of best practices which include this turbulence models usage for the scientific and engineering problems. Authors describe the basic classification and the small specification with the application domain for each turbulence model (for aircraft). The general equation was demonstrated for URANS with a description of the Spalart – Allmaras,  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , Menter's SST, SST Gamma-ReTheta turbulence models. For LES, DES and DNS was showed description with the features only.

The article contains the publications analysis with the turbulence models for three basic problems: aerodynamics, cooling problem (heat exchange) and structural problems (aeroelasticity, vibration resistance, stress limits, fatigue resistance). The turbulence models with high frequency of usage was presented in the current review moreover review contains the reasons of the models usage, the models hypothesizes, the changes of models (if it exists) and the solution accuracy. The solution accuracy was analyzed between different models of turbulence and between softwares for CFD. All arguments and conclusions was based on the different publications summary which was used for the review creating, and on data (numerical and graphical results) which was included in the researched CFD-articles. A little bit of the comparative analysis between CFD-softwares was created with the software's user guides, the public reports and articles which includes the numerical researches in this problem. All results of the current review was presented in the general conclusions in end of article.

© PNRPU

© **Maksim A. Savin** – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Welding Production, Metrology and Technology of Materials, e-mail: [abins@pstu.ru](mailto:abins@pstu.ru), ORCID: 0000-0002-9373-6804.

**Andrew I. Plotnikov** – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Aircraft Engines, e-mail: [andrew-plotnikov-ai@yandex.ru](mailto:andrew-plotnikov-ai@yandex.ru), ORCID: 0009-0007-3421-7370.

**Mikhail A. Oshivalov** – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Welding Production, Metrology and Technology of Materials, e-mail: [abins@pstu.ru](mailto:abins@pstu.ru), ORCID: 0009-0000-6464-6984.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## Введение

Газовые турбины являются неотъемлемой частью газотурбинных двигателей (ГТД), позволяющей преобразовать энтальпию продуктов сгорания в механическую работу на валу. В связи с этим к ним предъявляется множество требований, затрагивающих как эффективность использования энергии, так и надежность, т.е. безотказную работу в течение всего периода эксплуатации ГТД [1; 2].

Надежность, как правило, складывается из множества факторов. Это и надежность отдельных узлов (валов, подшипников, лопаток), и качество материалов, и режимы работы всего турбокомпрессора. Но самым важным фактором, от которого зависит большинство перечисленных, является наличие эффективной системы охлаждения. Без нее в современных ГТД пятого, шестого поколения и поколения 6+ невозможно представить работу турбин высокого давления (ТВД) по причине существенных температур рабочего тела на выходе из камеры сгорания (более 2000 К) [3]. Лопатки ТВД современных ГТД работают в условиях, превышающих температуру плавления материалов, из которых они изготовлены, на 150–200 градусов.

Проектирование системы охлаждения тесно связано с анализом течения потока продуктов сгорания в межлопаточных каналах, а также с анализом потока охлаждающего воздуха, пропускаемого через лопатки и выдуваемого на их поверхность.

Качественно и количественно верное моделирование течения способно спрогнозировать режимы охлаждения лопаток, а значит, способно дать оценку величин локальных коэффициентов теплоотдачи как на внутренних, так и на внешних поверхностях лопатки, а также на остальных поверхностях, участвующих в теплообмене (диск турбины, корпус, бандажные полки и т.д.).

Информация о возможных коэффициентах теплоотдачи позволяет вычислить величины конвективных тепловых потоков, а значит определить теплонапряженность деталей и требуемую степень их охлаждения. Помимо этого, на основании тепловых расчетов можно осуществлять предварительный подбор материалов конструкции либо оптимизировать систему охлаждения.

Здесь возникает фундаментальная проблема, заключающаяся в верном выборе моделей турбулентности, так как именно с их помощью определяются скорости потока, а затем и коэффициенты теплоотдачи. При этом основной задачей становится не только детальное описание ядра потока, но и как можно более точное описание течения вблизи стенки, т.е. анализ гидродинамических и тепловых пограничных слоев.

## Теория

Указанная проблема довольно успешно решается, так как изучению газодинамики потока в межлопаточных каналах рабочих и сопловых лопаток газовых турбин посвящен не один десяток лет [4]. Так, были описаны основные закономерности возникновения пограничных слоев вдоль спинки и корыта лопатки, описан и подтвержден натурными испытаниями характер изменения толщин пограничного слоя [3; 5–9]. В частности, показано наличие всех трех базовых разновидностей пограничных слоев (ламинарный, турбулентный и переходный) [10; 11].

Согласно [11] ламинарный гидродинамический пограничный слой возникает при набегании потока на переднюю кромку лопатки, затем он утончается и распадается на лами-

нарную и турбулентную части (рис. 1). При дальнейшем движении потока со стороны спинки лопатки пограничный слой сначала утолщается из-за локального снижения скорости потока, а затем начинает сжиматься (зона расширения потока и увеличения скорости). Около выходной кромки лопатки турбулентный слой начинает расти из-за поперечной неустойчивости потока по причине увеличения скорости. Часто в этой зоне наблюдается полный распад пограничного слоя и отрыв потока с образованием вихрей [10].

На корыте пера лопатки толщина пограничного слоя практически монотонно растет от входной кромки к центру профиля, незначительно меняясь, а затем, при увеличении скорости, также монотонно снижается. При этом слой вновь распадается на ламинарную и турбулентную составляющие. Около задней кромки лопатки на рост турбулентного слоя влияет и возникновение угловых вихрей (рис. 2) как со стороны корыта, так и со стороны спинки пера.

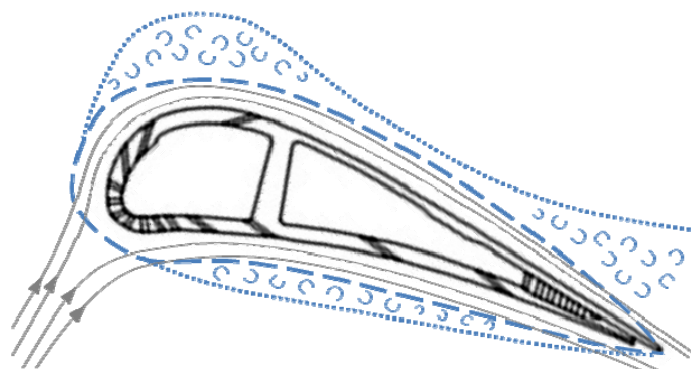


Рис. 1. Схема пограничных слоев. Штриховая линия – граница ламинарного подслоя; пунктирная линия – граница турбулентного слоя

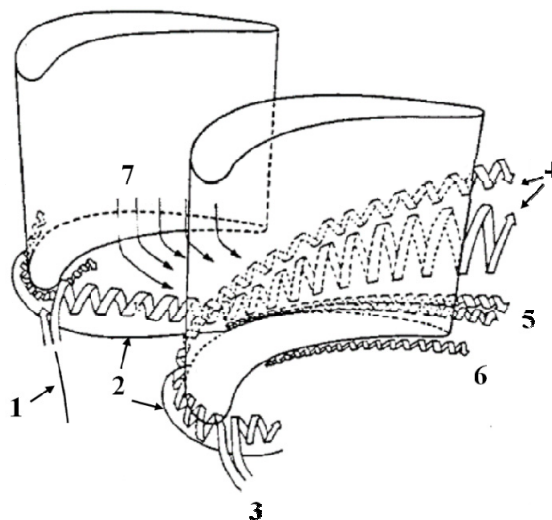


Рис. 2. Схема образования вихрей в межлопаточном канале: 1 – линия присоединения, 2 – линия разделения, 3 – образование парного вихря, 4 – объединение ветвей парного вихря в каналный вихрь, 5 – угловые вихри на поверхности разрежения (низкого давления), 6 – угловые вихри на поверхности высокого давления, 7 – вторичные течения

Переходный пограничный слой образуется в зоне входной кромки при формировании турбулентного слоя.

Говоря о толщине пограничных слоев, следует отметить, что она во многом зависит от гидравлических потерь, возникающих при обтекании потоком профиля лопатки. Среди по-

теперь, непосредственно влияющих на толщину пограничного слоя, выделяют профильные потери и потери при отрыве потока от поверхности пера [6; 11; 12]. Первые связаны с геометрией профиля пера, вторые в основном – со скоростью течения потока, обусловленной углами установки лопаток. И те, и другие при высоких скоростях потока или нерасчетных углах его входа и выхода в межлопаточный канал приводят к срыву потока.

Геометрия лопатки также способна влиять на величину пограничных слоев и без прямой генерации гидравлических потерь. Так, для одного и того же потока уменьшение высоты лопатки само по себе вызывает утолщение пограничных слоев из-за увеличения разности давлений между корытом и спинкой [13]. Изменение давлений возникает из-за увеличения скорости для сохранения прежнего расхода.

Это приводит к образованию вторичных кольцевых течений в пограничных слоях (см. рис. 2, 7), снижающих эффективный коэффициент полезного действия (КПД) турбины. Кроме того, интенсивное движение в пограничном слое способствует интенсивному теплообмену, что необходимо учитывать при моделировании теплового состояния лопаток.

Ядро потока в межлопаточном канале также является турбулентным. Более того, от входного до выходного сечения межлопаточного канала рабочего колеса (РК) или соплового аппарата (СА), как правило, образуется канальный вихрь [10; 14], являющийся результатом взаимодействия парных вихрей (см рис. 2, 4) и занимающий почти все пространство канала в решетках с малой высотой лопаток. Из-за различного масштаба турбулентности в ядре потока и вблизи стенок к моделям турбулентности предъявляется ряд требований, среди которых адекватность получаемого решения при различных числах Рейнольдса (Re) потока, а также больших и малых  $y^+$  для пристеночного течения.

Этого удастся добиться лишь с помощью комбинирования моделей в различных зонах течения, но для инженерных расчетов часто можно применить известные полуэмпирические модели турбулентности с правильным набором констант, полученных из результатов натурных испытаний.

Сегодня известна следующая классификация моделей турбулентности, применяемых как в научных, так и в технических расчетах.

## Модели турбулентности

**RANS-модели** оказываются наиболее простыми, но в то же время способны с достаточной точностью описать особенности течения потока в лопаточных машинах. Под этими моделями понимают целый класс моделей турбулентности, имеющих в своей основе уравнения Навье – Стокса, в которых пульсации скоростей, давлений и полной энергии потока осреднены с помощью напряжений Рейнольдса. В самом общем виде, с учетом нестационарности (Unsteady RANS), система уравнений, определяющих течение вязкой среды, включает уравнение неразрывности (1), уравнение движения (2) и уравнение энергии (3) и может быть записана, например, так [15]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{v}}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathbf{v}}) + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}) = -\nabla \cdot \bar{p} \mathbf{I} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{T}} + \mathbf{T}_{RANS}) + \mathbf{f}_b, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{E}) + \nabla \cdot (\rho \bar{E} \bar{\mathbf{v}}) = -\nabla \cdot \bar{p} \bar{\mathbf{v}} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{T}} + \mathbf{T}_{RANS}) \bar{\mathbf{v}} - \nabla \cdot \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_b \bar{\mathbf{v}}, \quad (3)$$

$$\mathbf{T}_{RANS} = -\rho \mathbf{v}' \mathbf{v}'^T + \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I}, \quad (4)$$

где  $t$  – время,  $\rho$  – плотность,  $\bar{\mathbf{v}}$  – вектор осредненной скорости,  $\bar{p}$  – осредненные силы давления,  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\bar{\mathbf{T}}$  – тензор осредненной вязкости,  $\mathbf{f}_b$  – вектор внешних результирующих усилий,  $\bar{E}$  – осредненная полная удельная энергия,  $\bar{\mathbf{q}}$  – осредненный тепловой поток,  $\mathbf{T}_{RANS}$  – тензор напряжений Рейнольдса, выраженный через пульсации скорости по всем направлениям (вектор  $\mathbf{v}'$ ) и кинетическую энергию турбулентности  $k$ .

Сам по себе тензор напряжений Рейнольдса в (4) есть произведение турбулентной вязкости  $\mu_T$  на интенсивность изменения осредненных скоростей  $\bar{\mathbf{v}}$ , так как RANS-модели строятся на гипотезе Буссинеска [16]:

$$\mathbf{T}_{RANS} = \mu_T \nabla \bar{\mathbf{v}}. \quad (5)$$

Кинетическая энергия турбулентности  $k$  должна быть выражена дополнительным уравнением или системой уравнений, присущих той или иной разновидности RANS.

Это могут быть алгебраические модели, не содержащие дифференциальных уравнений и позволяющие в основном свести решение к анализу течения в пограничном слое [17; 18]. При этом помимо гипотезы Буссинеска может использоваться теория Прандтля о пограничном слое, на основании которой с учетом длины смешения (масштаба турбулентности) и записывается коэффициент турбулентной вязкости.

Второй тип моделей – дифференциальные, к которым относятся, в частности, модели Спаларта – Аллмареса,  $k$ - $\epsilon$ ,  $k$ - $\omega$ , SST модель Менгера и их разновидности. Так как данный вид моделей по причине широкой доступности вычислительных ресурсов используется намного чаще, то остановимся на нем.

Среди дифференциальных RANS-моделей стоит выделить модель Спаларта – Аллмареса (SA), так как она единственная однопараметрическая, т.е. имеющая лишь одно уравнение для описания турбулентной вязкости и кинетической энергии. В результате модель получается относительно простой, менее требовательной к вычислительным ресурсам, по сравнению с двухпараметрическими и более сложными моделями, и при этом способна описывать как развитое течение, так и пристеночные области с учетом влияния вращения (с помощью поправок). Отличительной особенностью модели является отсутствие необходимости вычислять длину смешения по Прандтлю – турбулентная вязкость вычисляется с помощью модифицированного коэффициента диффузии  $\tilde{\nu}$ . В зависимости от этого коэффициента записывается уравнение движения, являющееся основой модели SA [15; 19]:

$$\frac{d\tilde{\nu}}{dt} = P^v - D^v + \frac{3}{2} \left( \nabla \cdot ((\mathbf{v} + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}) + c_{b2} (\nabla \tilde{\nu} \cdot \nabla \tilde{\nu}) \right) + f_{v1} \cdot \Delta U^2,$$

где  $P^v$  и  $D^v$  – генерационный и деструктивный члены, определяемые скоростями деформаций и эмпирическими константами, такими как  $c_{b2}$ ,  $f_{v1} \Delta U^2$  – слагаемое, отвечающее за ламинарно-турбулентный переход, которое включает полуэмпирическую функцию перехода и модули скоростей потока в точке,  $\nu$  – кинематическая вязкость.

Турбулентная вязкость для (5) тогда будет определена с учетом функции  $f_{v1}$ , связывающей кинематическую вязкость и коэффициент диффузии  $\tilde{\nu}$ :

$$\mu_T = \rho f_{v1} \tilde{\nu}.$$

В частности в [20] показан полный вид модели с явной зависимостью от числа Re.

К однопараметрическим моделям, подобным SA, относится также модель Секундова [17], но, так как SA-модель была разработана специально для аэрокосмической отрасли, то в инженерной практике, связанной с расчетами потока в лопаточных машинах, она встречается значительно чаще.

К двухпараметрическим моделям турбулентности относятся модели k-ε, k-ω, SST модель Ментера и их различные модификации. Модель k-ε включает в себя два уравнения: для турбулентной энергии k (6) и для скорости ее диссипации ε (7) [18]:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} \frac{\epsilon}{k} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}. \quad (7)$$

Здесь  $\bar{u}$  – средняя компонента скорости в указанном индексом направлении (i, j), x – декартовы координаты, μ – динамическая вязкость,  $\tau_{ij}$  – компоненты тензора напряжений Рейнольдса,  $C_1, C_2, \sigma_\epsilon, \sigma_k$  – константы, определяемые эмпирически.

Основу модели представляет гипотеза Колмогорова – Прандтля об универсальности статистического режима мелкомасштабной турбулентности. Это приводит к тому, что модель позволяет достаточно точно прогнозировать скорости потока и образование вихрей в развитом течении, но довольно посредственно описывает течение в пограничных слоях.

Для значительно более точного прогнозирования параметров потока у стенки была разработана модель k-ω, в которой уравнение скорости диссипации турбулентной энергии (7) заменено на уравнение удельной скорости диссипации ω (9):

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} - \rho \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \sigma^* \mu_T \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \sigma \mu_T \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} \frac{\omega}{k} - \beta \omega^2. \quad (9)$$

Здесь  $\beta^*, \sigma^*, \beta, \sigma, \alpha$  – модельные коэффициенты.

В результате получен инструмент, качественно прогнозирующий течение в пограничных слоях, но при этом приводящий к значительным погрешностям при расчете ядра потока [18; 21; 22].

Логичной стала попытка объединить эти модели с целью одновременного расчета и развитого течения, и пристеночных областей. В результате появилась модель касательных напряжений Ментера (SST), позволяющая рассчитывать сложные отрывные течения. Универсальность модели Ментера заключается в наличии специальной функции относительно турбулентной энергии и ее удельной скорости диссипации, которая переключает решатель с k-ε модели на k-ω и наоборот [23].

Стоит отметить, что сегодня существуют и развиваются модели, основанные на оригинальных k-ε и k-ω моделях и позволяющие рассчитывать поток с любыми числами Re и

любым расстоянием до стенки. Например, модель RNG  $k$ - $\epsilon$  включает специальные пристеночные функции и аналитические зависимости для турбулентного числа Прандтля, существенно улучшающие исходную модель [15; 24; 25].

Некоторым обобщением RANS-моделей можно считать их нестационарную формулировку – unsteady RANS (URANS) – которая приближается по точности описания течения к модели крупных вихрей (LES).

**Модель LES** строится аналогично семейству моделей RANS и в принципе по своей математической постановке не отличается от них. Разница проявляется лишь в математических формулировках дополнительных слагаемых в правых частях уравнения энергии (3) и уравнения движения (2) [17; 22]: вместо выражений для определения турбулентной вязкости используются соотношения для вязкости подсеточной. И хотя и RANS, и LES основаны на гипотезе Буссинеска, решение всей системы уравнений для LES меняется в корне.

Ввод в рассмотрение подсеточных моделей позволяет отфильтровать уравнения Навье – Стокса и выделить зоны крупномасштабной и мелкомасштабной турбулентности. Для крупномасштабной турбулентности фильтрованные уравнения Навье – Стокса разрешаются обычным образом, а для мелкомасштабной, которую принято в данной постановке считать изотропной, решение ищут с использованием подсеточных моделей, например, модели Смагоринского [18]. Иногда вместо подсеточной модели можно и вовсе использовать численную диссипацию [26].

Фильтрация уравнений в настоящее время происходит в основном с помощью изменения густоты расчетной сетки. Здесь как раз возникает существенное отличие от RANS-моделей. Как следует из [22], при сильном сгущении сетки решение, получаемое с помощью LES, стремится к решению, полученному по DNS-модели, из-за снижения влияния подсеточной модели.

В RANS-моделях сгущение сетки приводит лишь к уточнению решения, вид которого заранее определяется эмпирическими константами.

Для получения качественно верного решения LES-модели, как и рассмотренные далее DNS, требуют намного более подробную расчетную сетку [27], и хотя для LES может использоваться сетка в разы крупнее (т.е. имеющая меньше узлов), чем для DNS, LES остается довольно требовательной к ресурсам вычислительной станции.

Для снижения вычислительных затрат разработан и используется метод DES. Он представляет собой гибрид между RANS и LES, подобно тому, как SST Ментера объединяет  $k$ - $\epsilon$  и  $k$ - $\omega$  [15; 18].

В DES-модели, т.е. в модели отдельных вихрей, для грубых сеток расчет турбулентности ведется с использованием какой-либо заранее выбранной RANS-модели (обычно SA или SST Ментера). Для более подробной сетки включается модель LES. Это деление, как правило, соответствует делению потока на область присоединенного пограничного слоя и область отрывных течений.

Какой бы сложной ни была модель турбулентности, если она основана на RANS, то она автоматически оказывается полуэмпирической. Эмпирический подход проявляется либо в константах, определяющих турбулентную вязкость, либо в поправках, характеризующих течение потока, либо в алгебраических подсеточных моделях. Чтобы получить истинно верное решение с точностью до гипотез, определяющих физическую суть явления, переходят к прямому моделированию.

**Прямое численное моделирование (DNS)** до сих пор редко применяется из-за высоких вычислительных затрат [3; 17]. В этой модели разрешение полных нестационарных



уравнений Навье – Стокса ведется численно (разностные схемы для производных, квадратуры Ньютона для интегралов), без дополнительных гипотез и осреднений, которые используются, например, в RANS-моделях. По этой причине сетка расчетной области должна иметь дискретность, позволяющую описать вихри исследуемого масштаба (тейлоровский (мягкий) и колмогоровский (предельный) масштабы) [28]. Зачастую порядок контрольных объемов или узлов разностной сетки даже для самых простых канонических областей приближается к десяткам миллионов и даже миллиардов [3, 18].

Помимо этого должны быть учтены ограничения на максимальный шаг по времени – обычно они вытекают из колмогоровского масштаба системы, но, если по какой-то причине задача разрешается явно, то дополнительно требуется учитывать критерий Куранта.

DNS-модели обычно используют для проверки тех или иных научных гипотез в конкретных, заданных областях течения либо для получения информации о пульсациях параметров состояния потока, которые невозможно измерить экспериментально.

## Использование моделей

Анализ инженерной практики использования моделей турбулентности в численных расчетах для лопаточных машин позволяет выделить три больших направления:

- 1) моделирование теплового состояния лопаток роторов и статоров, включая исследование эффективности их охлаждения;
- 2) моделирование потока, исследование аэродинамики и структуры течения по обводу профиля лопаток и в ступени турбины;
- 3) задачи прочности: мгновенная и усталостная, а также исследование вибраций лопаток на заданных режимах работы при обтекании потоком газа.

Тепловой анализ в лопаточных машинах сводится, как правило, к исследованию трехмерных температурных полей лопаток СА и РК. При этом может рассматриваться как отдельная лопатка в потоке газа, так и ступень турбины. Естественно, в этом случае с целью снижения вычислительных затрат используются осесимметричные модели с условиями периодичности на границах симметрии и неявными интерфейсами между ротором и статором. При соответствующих возможностях программных комплексов могут использоваться steady-state постановки задач, позволяющие заменить физическое смещение расчетной области (движения сетки) на виртуальное движение (rigid motion). В этом случае сеточные модели остаются неподвижными, меняется лишь тип интерфейсов и тип граничных условий на уровне решателя [15].

При исследовании отдельной лопатки обычно решается проблема охлаждения: моделируется течение охлаждающего воздуха по внутренним каналам с истечением на поверхность (воздушно-пленочное охлаждение) и внешнее турбулентное обтекание профиля лопатки потоком горячего газа (продуктов сгорания) [29–31].

Зачастую поток при этом описывается SST-моделью турбулентности или ее вариациями, например,  $k-\omega$  SST, в которой усовершенствован механизм описания пристеночной функции, иначе говоря, более подробно описано движение теплоносителя в пограничном слое [23]. За счет этого повышается качество вычисления локальных коэффициентов теплоотдачи и достигается хорошее совпадение результатов расчета с натурными испытаниями. В частности, это показано в работе [32] при сравнении различных двухпараметрических моделей при исследовании теплообменных процессов в ступени турбины. Авторы также утверждают, что SST-модель значительно точнее описывает градиенты давлений,

чем  $k$ - $\epsilon$  и  $v^2$ - $f$  модели. А величины давлений и их градиентов, как известно, напрямую влияют на толщину пограничных слоев и характер течения в них [33].

Этот факт используют и при анализе эффективности работы термобарьерных покрытий [34; 35], изучая лишь пристеночные течения и температуру омываемых теплоносителем поверхностей лопатки.

Довольно часто при исследовании конвективно-пленочного охлаждения компьютерную модель упрощают, и течение воздуха по внутренним каналам лопатки описывают либо алгебраическими одномерными моделями, либо критериальными уравнениями конвективного теплообмена [36]. Это позволяет уйти от построения сетки во внутренних каналах лопатки и существенно снизить трудоемкость вычислений.

Внешнее течение по-прежнему описывается SST-моделью. Но так бывает не всегда. Например, в работе [30] при анализе результатов наблюдается значительное расхождение в температурах внешней поверхности лопатки между расчетом и экспериментом (от 50 до 100 градусов). Авторы заостряют на этом внимание и, считая полученные результаты удовлетворительными, все же пишут о возможном переходе на LES-модель.

При подробном исследовании отдельных областей, например задней кромки лопатки, SST и прочие полуэмпирические модели стараются не использовать, так как не удается получить качественных данных. Так, в работе [37] при изучении взаимодействия обтекающего лопатку горячего газа и охлаждающего воздуха, вытекающего из каналов задней кромки лопатки, переходят к DES-модели из-за крайне сложного характера течения и теплообмена.

Стоит отметить, что для получения температурного поля на поверхности лопатки могут быть использованы совершенно простые полуэмпирические зависимости и критериальные уравнения, включающие турбулентное число  $Tu$  [38]. Точное значение для турбулентного числа удастся подобрать с помощью экспериментально полученных по термокристаллам (Thermochromic Liquid Crystals – TLC) значений температур.

Для проблем аэродинамики описание потока не останавливается только на SST-модели Менгера. Обзор научных работ показывает, что при моделировании довольно больших по длине проточных трактов турбин (более одной ступени) чаще всего используется модель SA [39], причем модифицированная, учитывающая поправку на закрутку потока. Целью таких расчетов обычно является установление пульсаций давлений и уровня акустического воздействия.

Так как SA-модель менее требовательна к ресурсам, ее используют в оптимизационных расчетах для определения оптимальных углов установки лопатки, углов наклона передней кромки и т.п. [20; 40]. Кроме этого, ресурсоемкость модели позволяет увеличивать число узлов расчетной сетки и подробнее исследовать возникновение и распространение вихрей в межлопаточном канале [19].

В основном, конечно, исследование аэродинамики лопаток и течения в межлопаточных каналах CA и PK турбин ведется с помощью SST-модели. Причем используются как базовая версия модели (BSL) [41], так и основная модель SST [42; 43], которая часто модифицируется под конкретную задачу. Например, в работе [44] модель дополнена алгебраической моделью PTM (Production Term Modification) для корректного описания трансзвукового течения в высоконагруженной решетке. Альтернативой такому подходу иногда выступает более сложная комбинация моделей турбулентности: RNG  $k$ - $\epsilon$  для развитого течения (как дозвукового, так и транс- и сверхзвукового) и  $k$ - $\omega$  SST для пристеночных областей [45].

Для более подробного исследования течения и получения информации о пульсациях давлений используют LES-модель турбулентности [46], в том числе комбинированные

LES-RANS-модели. Последний подход применяется нечасто ввиду своей трудоемкости как в плане построения соотношений, так и в плане установления граничных условий. Но с развитием вычислительной техники, увеличением ее мощности возникают попытки моделирования работы всего газогенератора [47] с подробным расчетом аэродинамики во всем проточном тракте, включая камеру сгорания.

Третье основное направление моделирования поведения лопаточных машин под действием потока газа – это связанные задачи аэродинамики и напряженно-деформированного состояния (НДС) лопатки, как ее пера, так и замковой части. К таким задачам относится исследование аэроупругости, усталостной прочности и разрушения.

Если говорить о лопаточных машинах ГТД в целом, то для осевых компрессоров важной проблемой является изучение флаттера и вибрационного НДС. В этом случае методом контрольных объемов рассчитывается газодинамика потока, а затем, на основании полученного поля давлений, производится конечно-элементный расчет НДС лопатки [48]. Более корректной постановкой такой задачи является полностью сопряженный (двусторонний) анализ, учитывающий взаимодействие жидкости и твердого тела (fluid-solid interaction – FSI) [49]. Такой подход предполагает расчет полей давлений на поверхности лопатки с помощью заранее выбранной модели турбулентности, затем осуществляется расчет НДС, перестройка конечно-элементной сетки на основании полученных перемещений и повторный анализ течения для перестроенной геометрии.

При этом, если исследуются вибрационные явления, то колебания лопатки будут оказывать влияние на поток газа, что и имеется в виду при двустороннем FSI, который среди прочего дает более точные результаты в задачах на исследование усталостной прочности и долговечности [50]. Для турбин использование FSI в расчетах тоже является обычной практикой.

Так как течение в задачах, связанных с прочностью, исследуется менее подробно (нет необходимости исследовать вихри малых масштабов), то, как правило, используют RANS-модели. Выбор при этом обычно падает на  $k-\epsilon$  и  $k-\omega$ , так как достаточно получить информацию лишь об осредненном течении [48; 51; 52]. Для более подробного анализа в задачах аэроупругости при определении собственных частот колебаний [53], используют SST-модель Ментера из-за высокой точности описания градиентов давления вблизи стенки [54–56].

Для уменьшения вычислительных и временных затрат прибегают к стандартной либо модифицированной SA-модели, мотивируя выбор тем, что она специально разработана для аэрокосмической отрасли. При этом окончательные результаты расчетов оказываются не хуже результатов, полученных по двухпараметрическим моделям, и демонстрируют хорошее совпадение с экспериментальными данными [49].

Иногда для достижения еще большей точности в прогнозировании усилий, возникающих на пере лопатки, модель SST Ментера модифицируют до SST Gamma-ReTheta ( $\gamma\text{-Re}_\theta$ ) [57]. Эта модель имеет дополнительный источниковый член в уравнении энергии, отвечающий за уровень турбулизации в пограничном слое при малых  $Re$  [58]. Для описания источника вводятся уравнения, именуемые моделью  $\gamma\text{-Re}_\theta$ . В самой модели Ментера изменению подвергается переходная функция, и добавляется уравнение для коэффициента перемежаемости  $\gamma$ , на который домножаются производство и диссипация энергии турбулентности в соответствующих уравнениях. Модель значительно точнее описывает градиенты давлений, отрывные течения и турбулизацию потока, чем стандартная SST. С помощью поправок удается учесть переход от ламинарного течения к турбулентному в зависимости от неустойчивости поперечного течения и шероховатости поверхности.

В итоге, чем точнее вычислено поле давлений в межлопаточном канале и на физических границах участвующих в расчете тел, тем точнее окажется расчет НДС. На основании полученной картины напряжений и перемещений делаются выводы о мгновенных пределах прочности, возможностях оптимизации конструкции, режимах работы и т.д.

Подробный расчет нестационарных полей давлений вместе с собственными частотами колебаний лопатки или РК в целом дает понимание об амплитудно-частотной характеристике, возможных резонансах конструкции и усталостной прочности как пера лопатки, так и замковой части.

## Основные выводы

Обзор решенных и решаемых проблем в вопросах течения газа в проточном тракте турбин и вопросах взаимодействия потока с СА и РК показывает, что в основном в расчетах используется SST-модель турбулентности и ее вариации.

Это объясняется тем, что при решении поставленных задач научное и инженерное сообщество часто пользуется наиболее популярными коммерческими программными продуктами. В них самые простые и востребованные  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , SST-модели доведены до такого состояния, что могут применяться с настройками по умолчанию либо требуют минимального изменения эмпирических коэффициентов.

Здесь стоит отметить, что в изученных при написании данной работы публикациях, как отечественных, так и зарубежных, в большинстве случаев используется ANSYS. Популярность ANSYS и отдельных его модулей, таких как CFX, ICEM, FLUENT, для CFD отмечена во многих рейтингах и сравнительных обзорах [59–61] и в основном связана с универсальностью программного комплекса, если говорить об ANSYS Workbench. Другие программные продукты, такие как NX Flow, Simcenter STAR-CCM+, Autodesk CFD, OpenFOAM, используются реже по различным на то причинам: более узкая специализация, недостаточное количество моделей, низкая известность, высокая стоимость и т.д. [62; 63]. Но, несмотря на указанные причины, Simcenter STAR-CCM+, например, часто позволяет получить чуть более точное решение, чем ANSYS [64]. OpenFOAM не уступает в точности ни ANSYS, ни Simcenter STAR-CCM+ [65; 66], а относительно небольшой выбор моделей и решателей в нем компенсируется открытостью исходного кода [67; 68] – всё необходимое может быть с легкостью дописано и внедрено в пакет.

Несмотря на то, что использование RANS-моделей, в частности SST, стало обычной практикой [47], нужно иметь в виду существенные особенности этого класса моделей. Во-первых, как было отмечено ранее, RANS-модели с увеличением числа узлов сетки «уточняются» до идеала, определенного эмпирическими константами, что, в частности, показано в [69]. Во-вторых, при выборе модели турбулентности из класса RANS необходимо знать, какая гипотеза лежит в основе модели, и какова область применимости этой гипотезы. Так, для турбулентной конвекции гипотеза Буссинеска неприменима из-за предположения об изотропности турбулентности, лежащего в основе гипотезы. В действительности при развитом конвективном теплообмене существенное влияние оказывают вторичные течения, порождающие анизотропию свойств потока [70].

Более сложные модели турбулентности, такие как DES, LES и DNS, находят применение в основном в исследовательских расчетах. Эти модели, в отличие от RANS, практически неприменимы в оптимизационных расчетах из-за трудоемкости вычислений и не используются в FSI из-за избыточности информации о потоке газа.

Их применение, как правило, ограничивается задачами теплообмена с моделированием обтекания как отдельной лопатки и течения в межлопаточном канале, так моделирования потока в сегменте ступени турбины. В сторону научно-исследовательских, а не инженерно-прикладных расчетов эти модели толкает и чрезвычайная требовательность к качеству и густоте сеток, особенно при транс- и сверхзвуковых течениях. Например, в [49] показано, что различный выбор подсеточных моделей для LES и произвольная по густоте сетка приводят к совершенно разным полям давлений между решениями и к различной структуре скачков уплотнения. В то же время избыточно подробная дискретизация пристеночной области вызывает нефизичное поведение модели Смагоринского, описывающей течение в погранслое для LES.

Эти особенности требуют исследования сеточной сходимости и определения требуемой густоты сетки в области пограничных слоев, подробных экспериментальных данных для установления корреляции с расчетом, исследования подсеточных моделей и т.д. Указанные обстоятельства увеличивают общую трудоемкость процесса решения, делая RANS-модели более привлекательными для расчетов практически любого типа.

Но даже с учетом сказанного при решении очередной задачи, включающей анализ аэродинамики потока, необходимо исследовать качество получаемых расчетных данных в зависимости от выбора модели турбулентности. Причина заключается в различной численной реализации моделей между инженерными программными комплексами, различных решателях и их настройках, а также в значениях коэффициентов, использующихся в полупирических моделях.

## Список литературы

1. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок: учебник для студентов специальности «Авиационные двигатели и энергетические установки». Серия: Газотурбинные двигатели. – М.: Машиностроение, 2007. – 396 с.
2. Кулагин И.И. Теория авиационных газотурбинных двигателей. – М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1955. – 416 с.
3. Харченко Р.В. Способ проектирования межпрофильных торцевых поверхностей охлаждаемой ступени турбины с интенсивными вторичными течениями: дис. ... канд. техн. наук. – Рыбинск, 2021. – 151 с.
4. Численное моделирование сопряженного теплообмена при обтекании лопаток газовых турбин / Р.Б. Кузьмин, Ю.В. Полежаев, А.Ф. Поляков, Д.Л. Ревизников // Теплофизика высоких температур. – 1995. – Т. 33, № 4. – С. 608–615.
5. Григор Б.П. Особенности обтекания газовым потоком рабочих лопаток турбин // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва. – 2006. – № 2-1(10). – С. 65–68.
6. Разработка конструктивных мероприятий, обеспечивающих снижение вторичных потерь в венцах газовой турбины / В.В. Вятков, Д.В. Карелин, С.А. Ковалев, Т.В. Томилина // Омский научный вестник. – 2012. – № 2 (110). – С. 157–160.
7. Вторичные течения в трансзвуковой решетке. Сравнение результатов экспериментов и расчетов / Ф. Басси, С. Оснаги, А. Пердичици, М. Савини // Современное машиностроение. – 1990. – № 6. – С. 1–9.

8. Блэр М.Ф. Экспериментальное исследование теплоотдачи и пленочного охлаждения торцевых стенок крупногабаритных турбин // Труды американского общества инженеров-механиков – Теплоотдача. – 1974. – № 4. – С. 92–99.
9. Исследование рабочего процесса в ступени осевой турбины с помощью универсального программного комплекса Ansys CFX: метод. указания / сост. О.В. Батулин, Д.А. Колмакова, В.Н. Матвеев, Г.М. Попов, Л.С. Шаблий – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 100 с.
10. Axial Turbine Aerodynamics for Aero-engines. Flow Analysis and Aerodynamics Design / Zhengping Zou, Songtao Wang, Huoxing Liu, Weihao Zhang // Shanghai Jiao Tong University Press. – Shanghai: Springer, 2018. – P. 572.
11. Тихонов Н.Т., Мусаткин Н.Ф., Матвеев В.Н. Теория лопаточных машин авиационных газотурбинных двигателей. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 2001. – 155 с.
12. Холщевников К.В. Теория и расчет авиационных и лопаточных машин. – М.: Машиностроитель, 1970. – 612 с.
13. Гусаров С.А. Оценка канальных потерь в решетках осевых малоразмерных турбин // Труды МАИ. – 2012. – № 53. – С. 11.
14. Daniel Back da Trindade, Pamela Bugala, Domenico Simone. Review of loss models for high pressure turbines // Journal of KONES Powertrain and Transport. – 2018. – Vol. 25, no. 2. – P. 37–44. DOI: 10.5604/01.3001.0012.2772
15. Simcenter STAR-CCM+ 16.06.008-R8. User Guide. – Siemens, 2020.
16. Галимзянов Ф.Г., Галимзянов Р.Ф. Теория внутреннего турбулентного движения. – Уфа: Эксперт, 1999. – 352 с.
17. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. – СПб.: Балтийский гос. техн. ун-т «Военмех», 2005. – 91 с.
18. Юн А.А. Теория и практика моделирования турбулентных течений. – М.: URSS, 2009. – 272 с.
19. Numerical Simulation of Performance of an Axial Turbine First Stage / Vinicius Guimarães Monteiro, Edson Luiz Zapparoli, Cláudia Regina de Andrade, Rosiane Cristina de Lima // J. Aersp. Technol. Manag., São José dos Campos. – 2012. – Vol. 4, no. 2. – P. 175–184. DOI: 10.5028/jatm.2012.04025411
20. Duane R. Epp. Towards a Design Tool for Turbomachinery : A thesis for the degree of Masters of Applied Science Graduate Department of Aerospace Engineering. – Toronto, 2010. – P. 61.
21. David C. Wilcox. Formulation of the  $k-\omega$  Turbulence Model Revisited // AIAA JOURNAL. – 2008. – Vol. 46, no. 11. – P. 2823–2838.
22. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. – СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2012. – 88 с.
23. The SST Turbulence Model with ImprovedWall Treatment for Heat Transfer Predictions in Gas Turbines / Florian Menter, Jorge Carregal Ferreira, Thomas Esch, Brad Konno // Proceedings of the International Gas Turbine Congress 2003 Tokyo November 2–7. – 2003. – P. 1–7.
24. ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node57.htm> (дата обращения: 20.12.2022).
25. Vesselin Krassimirov Krastev, Luca Silvestri, Giacomo Falcucci. A Modified Version of the RNG  $k-\epsilon$  Turbulence Model for the Scale-Resolving Simulation of Internal Combustion Engines // Energies. – 2017. – No. 10 (2116). – P. 16. DOI:10.3390/en10122116

26. Сергеев К.М., Головизнин В.М., Глотов В.Ю. LES-моделирование турбулентного теплообмена при течении свинцового теплоносителя в круглой трубе при различных числах Рейнольдса // Математическое моделирование. – 2018. – Т. 30, № 7. – С. 29–46.
27. Численный расчет давления на поверхности сильно нагруженной лопатки турбины в расчетных и нерасчетных условиях / С. Вакилиपुर, М. Хабибниа, М.Х. Сабур, Р. Рирази, М. Мохаммади // Теплофизика и аэромеханика. – 2017. – Т. 24, № 3. – С. 483–496.
28. Маслов В.П. Закон Колмогорова и масштабы Колмогорова и Тейлора в анизотропной турбулентности. Возникновение турбулентности как результат трехмасштабного взаимодействия // Теоретическая и математическая физика. – 1993. – Т. 94, № 3. – С. 368–374.
29. Шевченко М.И. Проектирование охлаждаемых деталей ГТД с опережающей верификацией теплогидравлических моделей на примере охлаждаемых лопаток газовой турбины: дис. ... канд. техн. наук. – М., 2016. – 193 с.
30. Сипатов А.М., Гомзиков Л.Ю. Оценка теплового состояния рабочей лопатки турбины высокого давления на основе трехмерного моделирования // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2010. – Т. 12, № 4. – С. 215–226.
31. Чупин П.В. Разработка метода расчета внешнего теплообмена лопаток газовых турбин, основанного на решении осредненных уравнений Навье – Стокса и модели ламинарно-турбулентного течения газа: дис. ... канд. техн. наук. – Рыбинск, 2010. – 141 с.
32. Fusheng Meng, Qun Zheng, Jian Zhang. Effects of Blade Fillet Structures on Flow Field and Surface Heat Transfer in a Large Meridional Expansion Turbine // Energies, 2019. – № 12 (3035). – P. 19. DOI: 10.3390/en12153035
33. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
34. CHT analyses of an industrial gas turbine blade: comparison between an in-house developed decoupled procedure and CFD coupled simulations / L. Andrei, A. Andreini, A. Bonini, R. Da Soghe, B. Facchini, L. Mazzei, A. Ciani, L. Innocenti // 10th European Turbomachinery Conference, Finland, – 2013. – P. 13.
35. A decoupled CHT procedure: application and validation on a gas turbine vane with different cooling configurations / L. Andreia, A. Andreinia, B. Facchinia, L. Winchlera // Energy Procedia. – 2014. – No. 45. – P. 1087–1096.
36. Кривоносова В.В., Кортиков Н.Н. Анализ и совершенствование системы охлаждения сопловой лопатки газовой турбины // Научно-технические ведомости СПбПУ. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 80–90. DOI: 10.18721/JEST.240307
37. Marwan Effendy, Yufeng Yao, Denis R. Marchant. Detached-Eddy Simulation of Trailing-Edge (TE) Cutback Turbine Blade Cooling // MATEC Web of Conferences 135. – 2017. – P. 13. DOI: 10.1051/mateconf/201713500008
38. Luque S., Povey T. A Novel Technique for Assessing Turbine Cooling System Performance / S. Luque, T. Povey // Journal of Turbomachinery. – 2011. – Vol. 133. – P. 839–849. DOI: 10.1115/GT2009-60022
39. Нигматуллин Р.З., Терентьева Л.В. Моделирование тонального шума турбины низкого давления // Авиационные двигатели. – 2019. – № 2 (3). – С. 3–14.
40. Mohammad Arabia. Aerodynamic Shape Optimization of Axial Turbines in Three Dimensional Flow: A Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy. – Montreal, Quebec, 2012. – P. 142.
41. Попова Д.Д., Попов Д.А., Самойленко Н.А. Исследование влияния параметров сеточной модели и модели турбулентности на качество моделирования аэродинамических процессов в области радиального зазора рабочих лопаток турбины // Вестник Пермского

национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2021. – № 66. – С. 67–78. DOI: 10.15593/2224-9982/2021.66.07

42. Яковлева С.Ю. Повышение КПД ступени газовой турбины при воздушном наддуве радиального зазора рабочего колеса : дис. ... канд. техн. наук. – Рыбинск, 2016. – 138 с.

43. Amir Nejat, Ali Izadi, Vahid Esfahanian. Assessment of various rotor tip geometries on a single stage gas turbine performance // *Energyequipsys*. – 2013. – Vol. 1. – P. 19–34.

44. Ершов С.В., Яковлев В.А., Гризун М.Н. Численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода в высоконагруженной трансзвуковой турбинной решетке // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2017. – № 7 (142). – С. 59–69.

45. Claudia Florentina Balan. CFD validation of a new gas turbine stage design with experimental data: Master's Degree Thesis. – Stockholm, 2022. – P. 83.

46. Large Eddy Simulation of a high pressure turbine stage: effects of sub-grid scale modeling and mesh resolution / Dimitrios Papadogiannis, Florent Duchaine, Frederic Sicot, Laurent Gicquel, Gaofeng Wang, Stephane Moreau // *ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, Germany*. – 2014. – P. 13.

47. Large-scale integrated LES-RANS simulations of a gas turbine engine / J. Schlüter, S. Apte, G. Kalitzin, E.V.D. Weide, J.J. Alonso, H. Pitsch // *Annual Research Briefs*. – 2005. – P. 111–120.

48. Шуваев Н.В. Методика численного моделирования аэроупругого взаимодействия компрессорных лопаток газотурбинного двигателя с дозвуковым набегающим потоком воздуха : дис. ... канд. техн. наук. – Пермь, 2014. – 133 с.

49. Zhao F., Nipkau J., Vahdati M. Influence of acoustic reflection on flutter stability of an embedded blade row // *11<sup>th</sup> European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics ETC11, Madrid, Spain, March 23–27*. – 2015. – P. 13.

50. Iroizan Ubulom. Influence of fluid-structure interaction modelling on the stress and fatigue life evaluation of a gas turbine blade // *Journal of Power and Energy*. – 2021. – Vol. 235(5). – P. 1019–1038. DOI: 10.1177/0957650920967559

51. Разработка метода прогнозирования уровня вибронапряжений в лопатках ГТД / Р.В. Журавлев, Р.А. Диденко, Н.С. Лугинина, Д.В. Габов // *Труды МАИ*. – 2013. – № 65. – С. 1–19.

52. Iroizan Adasi Ubulom. Fluid-structure and Thermal Interactions Modelling for an HP Turbine Blade Fatigue Life Evaluation: A Thesis Submitted in Fulfilment of the Requirement for the Degree of Doctor of Philosophy. – Canberra, 2019. – P. 234. DOI: 10.26190/unsworks/21181

53. Быков Ю.А., Гнесин В.И. Численное моделирование связанных аэротермоупругих колебаний турбинной лопатки // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2011. – № 5/7 (53). – С. 4–8.

54. Dhopade P., Neely A.J., Young J. Fluid-Structure Interaction of Gas Turbine Blades // *17<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference, New Zealand, Auckland*. – 2010. – P. 4.

55. Computational Fluid Dynamic Analysis of a Vibrating Turbine Blade / Osama N. Alshroof, Gareth L. Forbes, Nader Sawalhi, Robert B. Randall, Guan H. Yeoh // *International Journal of Rotating Machinery*. – 2012. – Vol. 2012. – P. 15. DOI: 10.1155/2012/246031

56. Gregory Janse van Vuuren. Extracting blade condition information from the pressure field around a turbine blade : Master of Mechanical Engineering Thesis. – Pretoria, 2019. – P. 95.

57. Aschenbruck J., Meinzer C.E., Seume J.R. Influence of regeneration-induced variances of stator vanes on the vibration behavior of rotor blades in axial turbines // *10<sup>th</sup> European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics, April 15–19, Lappeenranta, Finland*. – 2013. – P. 13.



58. Учет влияния сжимаемости газа в  $\gamma$ -модели ламинарно-турбулентного перехода / Е.С. Матяш, А.А. Савельев, А.И. Трошин, М.В. Устинов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2019. – Т. 59, № 10. – С. 1779–1791. DOI: 10.1134/S00444466919100119
59. Wilhelm D. Rotating Flow Simulations with OpenFOAM // International Journal of Aeronautical Science & Aerospace Research (IJASAR). – 2015. – P. 1–7.
60. Guillermo Giraldo. CFD Modeling, Analysis, and Online Simulation For Beginners [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.simscale.com/blog/cfd-analysis-for-beginners/> (дата обращения: 18.12.2022).
61. Scope of CFD Analysis: Career and Job Opportunities [Электронный ресурс]. – URL: <https://cfdflowengineering.com/scope-of-cfd-modeling-career-and-job-opportunities/> (дата обращения: 18.12.2022).
62. Michelle Segrest, Ralph-Peter Müller. The Evolution of Digital Turbomachinery Design [Электронный ресурс]. – URL: <https://empoweringpumps.com/cfturbo-the-evolution-of-digital-turbomachinery-design/> (дата обращения: 18.12.2022).
63. Amrita Pathak. 10 Best CFD Analysis Software for Advanced Product Development [Электронный ресурс]. – URL: <https://geekflare.com/best-cfd-analysis-software/> (дата обращения: 18.12.2022).
64. Особенности моделирования движения многофазного потока в воздухозаборнике газотурбинного двигателя / Г.Г. Еникеев, А.Т. Бикмеев, А.А. Соловьев, А.А. Касаткин, К.Р. Юлмухаметов // Вестник УГАТУ. – 2011. – Т. 15, № 4 (44). – С. 18–24.
65. Тонков Л.Е., Чернова А.А., Копысов С.П. Моделирование несимметричных отрывных течений при старте сопла двигателя // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского: лекционные материалы молодежной научной школы-конференции в рамках Десятой Всероссийской конференции «Сеточные методы для краевых задач и приложения», Казань, 17–22 сентября 2012 года. – Казань: Отечество, 2013. – Т. 48. – С. 84–97.
66. Сравнение эффективности вычислительных алгоритмов пакетов OpenFOAM и STAR-CCM+ при моделировании сверхзвуковых струйных течений / А. Аль-Зуби, Й. Белке, М.Д. Калугин, В.Н. Корчагова, М.В. Крапошин // CAD/CAM/CAE Observer. – 2018. – № 4 (120). – С. 58–66.
67. Помилуйко А.С. Математическое моделирование сверхзвуковых течений газа с использованием пакета OPENFOAM: дис. ... магистр по направлению 16.04.01. – Томск, 2019. – 48 с.
68. OpenFOAM: User Guide v2112 The open source CFD toolbox [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/v2112/doc/> (дата обращения: 18.12.2022).
69. Asteris Apostolidis. Turbine cooling and heat transfer modelling for gas turbine performance simulation: Ph.D. thesis. – Cranfield, 2015. – P. 206.
70. Применение полуэмпирических моделей турбулентности для моделирования турбулентной конвекции / С.М. Дмитриев, О.Л. Крутякова, А.С. Козелков, А.А. Куркин, В.В. Курулин, Д.А. Уткин // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. – 2019. – № 2 (125). – С. 18–33.

## References

1. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A., Sandratskii V.L. Osnovy konstruirovaniia aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok: Uchebnik dlia studentov spetsial'nosti «Aviatsionnye dvigateli i energeticheskie ustanovki». Serii: «Gazoturbinnye dvigateli» [Funda-

mentals of the turbojets and power plants design: textbook for students of study program “Jet engines and power plants”. Series: “Gas Turbine Engines”. Moscow, Mashinostroenie, 2007, 396 p.

2. Kulagin I.I. Teoriia aviatsionnykh gazoturbinykh dvigatelei [Theory of jet engines], Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo oboronnoi promyshlennosti, 1955, 416 p.

3. Kharchenko R.V. Sposob proektirovaniia mezhprofil'nykh tortseyvykh poverkhnostei okhlazhdaemoi stupeni turbiny s intensivnymi vtorichnymi techeniiami [Method for designing interprofile end surfaces of a cooled turbine stage with intense secondary flows]. Ph. D. thesis, Rybinsk, 2021, 151 p.

4. Kuz'min R.B., Polezhaev Iu.V., Poliakov A.F., Reviznikov D.L. Chislennoe modelirovanie sopriazhennogo teploobmena pri obtekanii lopatok gazovykh turbin [Numerical Simulation of Conjugate Heat Transfer in the Flow around Gas Turbine Blades]. *High Temperature*, 1995, vol. 33, no. 4, pp. 608-615.

5. Grigor, B. P. Osobennosti obtekaniia gazovym potokom rabochikh lopatok turbin [The features of gas flow streamline in turbine blades] *Vestnik of the Samara State Aerospace University*, 2006, no. 2-1(10), pp. 65-68.

6. Viatkov V.V., Karelin D.V., Kovalev S.A., Tomilina T.V. Razrabotka konstruktivnykh meropriatii, obespechivaiushchikh snizhenie vtorichnykh poter' v ventsakh gazovoi turbiny [Solution for reduction of secondary losses in cascade blades of gas turbine]. *Omsk Scientific Bulletin*, 2012, no. 2 (110), pp. 157-160.

7. Bassi F., Osnagi S., Perdichitstsi A., Savini M. Vtorichnye techeniia v tranzvukovoi reshetke. Sravnenie rezul'tatov eksperimentov i raschetov [Secondary flows in a transonic lattice. Comparison of the results of experiments and calculations]. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1990, no. 6, pp. 1-9.

8. Bler M.F. Eksperimental'noe issledovanie teplootdachi i plenochnogo okhlazhdeniia tortseyvykh stenok krupnogabaritnykh turbin [Experimental research of heat transfer and film cooling of the end walls of large turbines]. *Trudy amerikanskogo obshchestva inzhenerov-mekhanikov – Teplootdacha*, 1974, no. 4, pp. 92-99.

9. Baturin O.V., Kolmakova D.A., Matveev V.N., Popov G.M., Shablii L.S. Issledovanie rabocheho protsessa v stupeni osevoi turbiny s pomoshch'iu universal'nogo programmnoho kompleksa Ansys CFX: metod. ukazaniia [Research of the working process in the axial turbine stage using the multiphysics software Ansys CFX: method. instructions]. Samara, Samara National Research University, 2011, 100 p.

10. Zhengping Zou, Songtao Wang, Huoxing Liu, Weihao Zhang. Axial Turbine Aerodynamics for Aero-engines. Flow Analysis and Aerodynamics Design. Shanghai, Shanghai Jiao Tong University Press, 2018, 572 p.

11. Tikhonov N.T., Musatkin N.F., Matveev V.N. Teoriia lopatochnykh mashin aviatsionnykh gazoturbinykh dvigatelei [Theory of bladed machines of turbojets]. Samara, Samara National Research University, 2001. 155 p.

12. Kholshchevnikov K.V. Teoriia i raschet aviatsionnykh i lopatochnykh mashin [Theory and calculation of the aircraft blade machines]. Moscow, Mashinostroitel', 1970, 612 p.

13. Gusarov S.A. Otsenka kanal'nykh poter' v reshetkakh osevykh malorazmernykh turbin [Estimation of channel losses in the simple stage of axial small-sized turbines]. *Trudy MAI*, 2012, no. 53, 11 p.

14. Daniel Back da Trindade, Pamela Bugała, Domenico Simone. Review of loss models for high pressure turbines. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 37-44, DOI: 10.5604/01.3001.0012.2772

15. Simcenter STAR-CCM+ 16.06.008-R8. User Guide. Siemens, 2020.
16. Galimzianov F.G., Galimzianov R.F. Teoriia vnutrennego turbulentnogo dvizheniia [Theory of internal turbulent motion]. Ufa, Expert, 1999, 352 p.
17. Volkov K.N., Emel'ianov V.N. Modelirovanie krupnykh vikhrei v raschetakh turbulentnykh techenii [Modeling of large eddies with turbulent flow calculations]. Saint Petersburg, Baltiiskii gos. tekhn. un-t «Voenmekh», 2005, 91 p.
18. Iun A.A. Teoriia i praktika modelirovaniia turbulentnykh techenii [Theory and practice of modeling turbulent flows]. Moscow, URSS, 2009, 272 p.
19. Vinícius Guimarães Monteiro, Edson Luiz Zapparoli, Cláudia Regina de Andrade, Rosiane Cristina de Lima. Numerical Simulation of Performance of an Axial Turbine First Stage. *Journal of Aerospace Technology and Management*, São José dos Campos, 2012, vol.4, no 2, pp. 175-184, DOI: 10.5028/jatm.2012.04025411
20. Duane R. Epp. Towards a Design Tool for Turbomachinery. A thesis for the degree of Masters of Applied Science Graduate Department of Aerospace Engineering. Toronto, 2010, 61 p.
21. David C. Wilcox. Formulation of the  $k-\omega$  Turbulence Model Revisited. *AIAA JOURNAL*, 2008, vol. 46, no. 11, pp. 2823-2838.
22. Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur M.L. Modelirovanie turbulentnosti v raschetakh slozhnykh techenii [Modeling turbulence in complex flow calculations]. Saint Petersburg, St Petersburg University, 2012, 88 p.
23. Florian Menter, Jorge Carregal Ferreira, Thomas Esch, Brad Konno. The SST Turbulence Model with ImprovedWall Treatment for Heat Transfer Predictions in Gas Turbines. Proceedings of the International Gas Turbine Congress 2003 Tokyo November 2-7, 2003, pp. 1-7.
24. ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide, available at: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node57.htm> (accessed: 20 December 2022).
25. Vesselin Krassimirov Krastev, Luca Silvestri, Giacomo Falcucci. A Modified Version of the RNG  $k-\epsilon$  Turbulence Model for the Scale-Resolving Simulation of Internal Combustion Engines. *Energies*, 2017, no. 10 (2116), 16 p. DOI:10.3390/en10122116.
26. Sergeenko K.M., Goloviznin V.M., Glotov V.Iu. LES-modelirovanie turbulentnogo teploobmena pri techenii svintsovogo teplonositel'ia v krugloi trube pri razlichnykh chislakh Reynol'dsa [LES-simulation of heat transfer in a turbulent pipe flow with lead coolant at different Reynolds numbers]. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2018, vol. 30, no. 7, pp. 29-46.
27. Vakiliipur S., Khabibnia M., Sabur M.Kh., Riazi R., Mokhammad M. Chislennyi raschet davleniia na poverkhnosti sil'no nagruzhennoi lopatki turbiny v raschetnykh i nerashchetnykh usloviiah [Numerical calculation of pressure on the surface of a heavily loaded turbine blade under design and non-design conditions]. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2017, vol. 24, no. 3, pp. 483-496.
28. Maslov V.P. Zakon Kolmogorova i masshtaby Kolmogorova i Teilora v anizotropnoi turbulentnosti. Vozniknovenie turbulentnosti kak rezul'tat trekhmasshtabnogo vzaimodeistviia [Kolmogorov's law and the Kolmogorov and Taylor scales in anisotropic turbulence. Emergence of turbulence as a result of three-scale interaction]. *Theoretical and Mathematical Physics*, 1993, vol. 94, no. 3, pp. 368-374.
29. Shevchenko M.I. Proektirovanie okhlazhdaemykh detalei GTD s operezhaiushchei verifikatsiei teplogidravlicheskikh modelei na primere okhlazhdaemykh lopatok gazovoi turbiny [Design of cooled GTE parts with advanced verification of thermal-hydraulic models on the example of cooled gas turbine blades]. Ph. D. thesis. Moscow, 2016, 193 p.

30. Sipatov A.M., Gomzikov L.Iu. Otsenka teplovogo sostoianiia rabochei lopatki turbiny vysokogo davleniia na osnove trekhmernogo modelirovaniia [Heat condition estimation of a high pressure turbine blade based on three-dimensional modeling]. *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*, 2010, vol. 12, no. 4, pp. 215-226.
31. Chupin P.V. Razrabotka metoda rascheta vneshnego teploobmena lopatok gazovykh turbin, osnovannogo na reshenii osrednennykh uravnenii Nav'e-Stoksa i modeli laminarno-turbulentnogo techeniia gaza [Development of a method for calculating the external heat transfer of gas turbine blades based on the solution of the averaged Navier-Stokes equations and the model of laminar-turbulent gas flow]. Ph. D. thesis. Rybinsk, 2010, 141 p.
32. Fusheng Meng, Qun Zheng, Jian Zhang. Effects of Blade Fillet Structures on Flow Field and Surface Heat Transfer in a Large Meridional Expansion Turbine. *Energies*, 2019, no. 12 (3035), 19 p. DOI:10.3390/en12153035.
33. Shlikhting G. Teoriia pogranichnogo sloia [The boundary layer theory]. Moscow, Nauka, 1974, 712 p.
34. Andrei L., Andreini A., Bonini A., Da Soghe R., Facchini B., Mazzei L., Ciani A., Innocenti L. CHT analyses of an industrial gas turbine blade: comparison between an in-house developed decoupled procedure and CFD coupled simulations. 10th European Turbomachinery Conference, Finland, 2013, 13 p.
35. Andreia L., Andreinia A., Facchinia B., Winchlera L. A decoupled CHT procedure: application and validation on a gas turbine vane with different cooling configurations. *Energy Procedia*, 2014, no. 45, pp. 1087-1096.
36. Krivonosova V.V., Kortikov N.N. Analiz i sovershenstvovanie sistemy okhlazhdeniia soplovoi lopatki gazovoi turbiny [Analysis and improvement of the cooling system of a gas turbine nozzle vane]. *St. Petersburg state polytechnic university journal of engineering science and technology*, 2018, vol. 24, no 3, pp. 80-90. DOI: 10.18721/JEST.240307.
37. Marwan Effendy, Yufeng Yao, Denis R. Marchant. Detached-Eddy Simulation of Trailing-Edge (TE) Cutback Turbine Blade Cooling. MATEC Web of Conferences 135, 2017, 13 p. DOI: 10.1051/mateconf/201713500008.
38. Luque S., Povey T.. A Novel Technique for Assessing Turbine Cooling System Performance. *Journal of Turbomachinery*, 2011, vol. 133, pp. 839-849. DOI: 10.1115/GT2009-60022.
39. Nigmatullin R.Z., Terent'eva L.V. Modelirovanie tonal'nogo shuma turbiny nizkogo davleniia [Modeling of a low pressure turbine tonal noise] // *Aviation engines*, 2019, no. 2(3), pp. 3-14.
40. Mohammad Arabnia. Aerodynamic Shape Optimization of Axial Turbines in Three Dimensional Flow. A Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy, Montreal, Quebec, Canada, 2012, 142 p.
41. Popova D.D., Popov D.A., Samoilenko N.A. Issledovanie vliianiia parametrov setochnoi modeli i modeli turbulentnosti na kachestvo modelirovaniia aerodinamicheskikh protsessov v oblasti radial'nogo zazora rabochikh lopatok turbiny [Investigation of the grid model and turbulence model parameters influence on quality of turbine rotor blade tip clearance area aerodynamic processes modeling]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2021, no. 66, pp. 67-78. DOI: 10.15593/2224-9982/2021.66.07.
42. Iakovleva S.Iu. Povyshenie KPD stupeni gazovoi turbiny pri vozdushnom nadduve radial'nogo zazora rabocheho koleasa [Increasing the efficiency of the gas turbine stage with air pressurization of the radial gap of the impeller]. Ph. D. thesis. Rybinsk, 2016, 138 p.
43. Amir Nejat, Ali Izadi, Vahid Esfahanian. Assessment of various rotor tip geometries on a single stage gas turbine performance. *Energyequipsys*, 2013, vol. 1, pp. 19-34.

44. Ershov S.V., Iakovlev V.A., Grizun M.N. Chislennoe modelirovanie laminarno-turbulentnogo perekhoda v vysokonagruzhennoi transzvukovoi turbinnoi reshetke [Numerical Investigation of Laminar-Turbulent Transition in High-Loaded Transonic Turbine Cascade]. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2017, no. 7(142), pp. 59-69.
45. Claudia Florentina Balan. CFD validation of a new gas turbine stage design with experimental data. Master's Degree Thesis, Stockholm, Sweden, 2022, 83 p.
46. Dimitrios Papadogiannis, Florent Duchaine, Frederic Sicot, Laurent Gicquel, Gaofeng Wang, Stephane Moreau. Large Eddy Simulation of a high pressure turbine stage: effects of sub-grid scale modeling and mesh resolution. ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, Germany, 2014, 13 p.
47. Schlüter J., Apte S., Kalitzin G., Weide E. V. D., Alonso J. J., Pitsch H. Large-scale integrated LES-RANS simulations of a gas turbine engine. *Annual Research Briefs*, 2005, pp. 111-120.
48. Shuvaev N.V. Metodika chislennogo modelirovaniia aerouprugogo vzaimodeistviia kompressornykh lopatok gazoturbinnogo dvigatel'ia s dozvukovym nabegaiushchim potokom vozdukh'a [Technique for Numerical Simulation of Aeroelastic Interaction of Compressor Blades of a Gas Turbine Engine with a Subsonic Oncoming Air Flow]. Ph. D. thesis. Perm', 2014, 133 p.
49. Zhao F., Nipkau J., Vahdati M. Influence of acoustic reflection on flutter stability of an embedded blade row. 11<sup>th</sup> European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics ETC11, Madrid, Spain, March 23-27, 2015, 13 p.
50. Iroizan Ubulom. Influence of fluid-structure interaction modelling on the stress and fatigue life evaluation of a gas turbine blade. *Journal of Power and Energy*, 2021, vol. 235(5), pp. 1019-1038. DOI: 10.1177/0957650920967559.
51. Zhuravlev R.V., Didenko R.A., Luginina N.S., Gabov D.V. Razrabotka metoda prognozirovaniia urovnia vibronapriazhenii v lopatkakh GTD [Development of a method for predicting the level of vibration stresses in the blades of gas turbine engines]. *Trudy MAI*, 2013, no. 65, pp. 1-19.
52. Iroizan Adasi Ubulom. Fluid-structure and Thermal Interactions Modelling for an HP Turbine Blade Fatigue Life Evaluation. A Thesis Submitted in Fulfilment of the Requirement for the Degree of Doctor of Philosophy, Canberra, 2019, 234 p. DOI: 10.26190/unsworks/21181.
53. Bykov Iu.A., Gnesin V.I. Chislennoe modelirovanie sviazannykh aerotermouprugikh kolebaniy turbinnoi lopatki [Mathematic model and numerical method of simulation of coupled aerothermoelastic vibrations of turbomachine blade] // *Eastern-european journal of enterprise technologies*, 2011, no. 5/7 (53), pp. 4-8.
54. Dhopade P., Neely A.J., Young J. Fluid-Structure Interaction of Gas Turbine Blades. 17<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference, New Zealand, Auckland, 2010, 4 p.
55. Osama N. Alshroof, Gareth L. Forbes, Nader Sawalhi, Robert B. Randall, Guan H. Yeoh. Computational Fluid Dynamic Analysis of a Vibrating Turbine Blade. *International Journal of Rotating Machinery*, 2012, vol. 2012, 15 p. DOI: 10.1155/2012/246031.
56. Gregory Janse van Vuuren. Extracting blade condition information from the pressure field around a turbine blade. Master of Mechanical Engineering Thesis, Pretoria, 2019, 95 p.
57. Aschenbruck J., Meinzer C.E., Seume J.R. Influence of regeneration-induced variances of stator vanes on the vibration behavior of rotor blades in axial turbines. 10<sup>th</sup> European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics, April 15-19, Lappeenranta, Finland, 2013, 13 p.
58. Matiash E.S., Savel'ev A.A., Troshin A.I., Ustinov M.V. Uchet vliianiia szhimaemosti gaza v  $\gamma$ -modeli laminarno-turbulentnogo perekhoda [Allowance for gas compressibility in the  $\gamma$ -

model of the laminar–turbulent transition]. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2019, vol. 59, no. 10, pp. 1779–1791. DOI: 10.1134/S0044466919100119.

59. Wilhelm D. Rotating Flow Simulations with OpenFOAM. *International Journal of Aeronautical Science & Aerospace Research (IJASAR)*, 2015, pp. 1-7.

60. Guillermo Giraldo. CFD Modeling, Analysis, and Online Simulation For Beginners, available at: <https://www.simscale.com/blog/cfd-analysis-for-beginners/> (accessed 18 December 2022).

61. Scope of CFD Analysis: Career and Job Opportunities, available at: <https://cfdflowengineering.com/scope-of-cfd-modeling-career-and-job-opportunities/> (accessed: 18 December 2022).

62. Michelle Segrest, Ralph-Peter Müller. The Evolution of Digital Turbomachinery Design, available at: <https://empoweringpumps.com/cfturbo-the-evolution-of-digital-turbomachinery-design/> (accessed: 18 December 2022).

63. Amrita Pathak. 10 Best CFD Analysis Software for Advanced Product Development, available at: <https://geekflare.com/best-cfd-analysis-software/> (accessed: 18 December 2022).

64. Enikeev G.G., Bikmeev A.T., Solov'ev A.A., Kasatkin A.A., Iulmukhametov K.R. Osobennosti modelirovaniia dvizheniia mnogofaznogo potoka v vozdukhobornike gazoturbinnogo dvigatel'ia [Special features of the simulation of the motion of polyphase flow in the air duct of the gas turbine engine]. *Vestnik UGATU*, 2011, vol. 15, no. 4(44), pp. 18-24.

65. Tonkov L.E., Chernova A.A., Kopysov S.P. Modelirovanie nesimmetrichnykh otrivnykh techenii pri starte sopla dvigatel'ia [Simulation of asymmetric separated flow at the start of the engine nozzle]. *Trudy Matematicheskogo tsentra imeni N. I. Lobachevskogo : leksionnye materialy molodezhnoi nauchnoi shkoly-konferentsii v ramkakh Desiatoi Vserossiiskoi konferentsii «Setochnye metody dlia kraevykh zadach i prilozheniia»*. 17-22 September, Kazan, 2012, vol. 48, pp. 84-97.

66. Al'-Zubi A., Belke I., Kalugin M.D., Korchagova V.N., Kraposhin M.V. Sravnenie effektivnosti vychislitel'nykh algoritmov paketov OpenFOAM i STAR-CCM+ pri modelirovanii sverkhzvukovykh struinykh techenii [Comparison of the Efficiency of Computational Algorithms of the OpenFOAM and STAR-CCM+ in Simulating Supersonic Jet Flows]. *CAD/CAM/CAE Observer*, 2018, no. 4(120), pp. 58-66.

67. Pomiluiko A.S. Matematicheskoe modelirovanie sverkhzvukovykh techenii gaza s ispol'zovaniem paketa OPENFOAM [Mathematical modeling of supersonic gas flows using the OPENFOAM package]. The Master's thesis. Tomsk, 2019, 48 p.

68. OpenFOAM: User Guide v2112 The open source CFD toolbox, available at: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/v2112/doc/> (accessed: 18 December 2022).

69. Asteris Apostolidis. Turbine cooling and heat transfer modelling for gas turbine performance simulation. Ph.D. Thesis, Cranfield, 2015, 206 p.

70. Dmitriev S.M., Krutiakova O.L., Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Kurulin V.V., Utkin D.A. Primenenie poluempiricheskikh modelei turbulentsnosti dlia modelirovaniia turbulentnoi konveksii [The usage of semi-empirical turbulence models to simulate turbulent convection]. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva*, 2019, no. 2(125), pp. 18-33.