

Смоляк, С.А. Оценка подержанных машин на основе новой модели их деградации / С.А. Смоляк // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 1. – С. 116–132. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.08

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Смоляк, С. А. Оценка подержанных машин на основе новой модели их деградации / С. А. Смоляк. – текст : непосредственный. – DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.08 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2023. – № 1. – С. 116–132.



ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 1, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.08

УДК (330.133.7::330.133.2)::519.218



ОЦЕНКА ПОДЕРЖАННЫХ МАШИН НА ОСНОВЕ НОВОЙ МОДЕЛИ ИХ ДЕГРАДАЦИИ

С.А. Смоляк

Центральный экономико-математический институт РАН, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 27 января 2023

Одобрена: 07 марта 2023

Принята к публикации:

14 марта 2023

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Вклад автора

100 %.

Ключевые слова:

машины и оборудование, выгоды, стоимостная оценка, рыночная стоимость, деградация, отказы, возраст, коэффициенты годности, средний срок службы.

АННОТАЦИЯ

Предлагается новая модель деградации машины. В ней машина подвергается случайным скрытым отказам, опасность которых зависит от состояния машины, а после каждого отказа происходит случайное уменьшение интенсивности приносимых машиной выгод. Машина, приносящая отрицательные выгоды, выбывает из эксплуатации. Параметры модели находятся на основе известной информации о среднем значении и коэффициенте вариации срока службы машины. У подержанных машин, в отличие от новых, нет точных аналогов. Поэтому рыночную стоимость такой машины находят, уменьшая стоимость ее нового аналога на процент обесценения (износа) или умножая ее на зависящий от возраста коэффициент или процент годности (относительной стоимости). Подобные проценты и коэффициенты по сути отражают среднее обесценивание машин соответствующего возраста. Оценщики определяют их по формулам или таблицам, обычно не подкрепленным должными обоснованиями. Предложенная модель позволяет построить зависимость средних коэффициентов годности машин от возраста и рассчитать рыночную стоимость выполняемых машинами работ, даже если они не обращаются на рынке. Оказывается возможным учесть в модели влияние утилизационной стоимости машины и инфляции. Результаты экспериментальных расчетов по этой модели (при надлежаще подобранных ее калибровочных параметрах) достаточно хорошо согласуются с рыночными ценами некоторых марок строительных машин.

© ПНИПУ

© Смоляк Сергей Абрамович – доктор экономических наук, главный научный сотрудник e-mail: smolyak1@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-5287-4285.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Smolyak S.A. Valuation of used machinery based on the new model of its degradation. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2023, no. 1, pp. 116–132. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.08

MDPI and ACS Style: Smolyak, S.A. Valuation of used machinery based on the new model of its degradation. *Appl. Math. Control Sci.* **2023**, 1, 116–132. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.1.08>

Chicago/Turabian Style: Smolyak, Sergey A. 2023. “Valuation of used machinery based on the new model of its degradation”. *Appl. Math. Control Sci.* no. 1: 116–132. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.1.08>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES

№ 1, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.1.08

UDK (330.133.7::330.133.2)::519.218



VALUATION OF USED MACHINERY BASED ON THE NEW MODEL OF ITS DEGRADATION

S.A. Smolyak

Central Economics and Mathematics Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 27 January 2023

Approved: 07 March 2023

Accepted for publication:
14 March 2023

Funding

This research received
no external funding

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict
of interest.

Author Contributions

100 %.

Keywords:

machinery and equipment, benefits,
valuation, market value, degrada-
tion, failures, age, percent good
factors, mean service life.

ABSTRACT

We propose a new model of equipment degradation. In it, the machine is subjected to random latent failures, the danger of which depends on the equipment condition and after each failure the intensity of the equipment's benefits decreases by a random amount. Equipment that brings negative benefits is subject to decommissioning. The model parameters are found based on known information about the average value and the coefficient of variation of the equipment lifetime. Market value of equipment is determined by discounting the flow of benefits from its future use. This allows us to find the dependence of the equipment's market value on the benefits it brings. Assessing the market value of new equipment is usually not difficult, but it is much more difficult to do this for used equipment items. Appraisers are usually unable to estimate the value of the work performed by equipment, and when valuing a used equipment, they have to rely on its age. To do this, the market value of a similar new equipment is usually reduced by a depreciation factor or multiplied by Percent Good Factor (PGF, relative value), depending on the age of equipment being valued. However, equipment of the same age may be in different conditions and, therefore, have a different market value. Therefore, such PGFs, in fact, relate to the average equipment that has survived to the appropriate age. Appraisers determine them by formulas or tables that are usually not supported by proper justifications. The proposed model makes it possible to build the dependence of the average PGF on age and calculate the market value of the work performed by machines, even if such works are not traded on the market. It turns out that it is possible to take into account the influence of the utilization cost of the machine and inflation in the model. The results of experimental calculations performed using the model (with calibration parameters selected appropriately) are in good agreement with the market prices of some types of construction equipment.

© PNRPU

© **Sergey A. Smolyak** – Doctor of Economic Sciences, Principal Science Researcher, e-mail: smolyak1@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-5287-4285.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

Известные методы стоимостной оценки подержанных машин (этим термином мы охватываем также оборудование и установки) не позволяют достаточно адекватно отразить особенности различных видов машин и процессов их деградации (ухудшения операционных характеристик). Ряд вероятностных моделей деградации предложен в теории надежности (см., напр. [1-5]), но основное внимание в них уделялось влиянию деградации на надежность машин и статистическому моделированию процесса, а снижение производительности машин за счет деградации не учитывалось. Во многих работах деградация машины связывается ее отказами, опасность которых зависит от наработки машины. Важно также, что построенные в теории надежности модели к задачам стоимостной оценки не применялись.

Стохастика деградации активов учитывается при их оценке в системах национальных счетов (СНС) [6]. Правда, в соответствующей модели случайным считается только срок службы машины, но не динамика изменения приносимых ею выгод. В модели [7, разделы 18.1, 18.2] характеристики объекта мы задавали как детерминированные функции его возраста, но учитывалась возможность случайных сбоев, последствия которых устраняются ремонтом, или фатальных (ресурсных) отказов, выводящих объект из эксплуатации (фатальных, ресурсных). В [8] изменение состояния машины описывалось винеровским процессом, но в такой модели по мере старения машины ее надежность не меняется, а характеристики могут улучшаться. В [9] отказ приводил к случайному ухудшению характеристик машины, но при этом опасность отказов не изменялась. В [10] опасность отказов в процессе деградации росла, однако модель допускала техническую возможность работы машины только тогда, когда она приносила положительные выгоды. В данной статье эти недостатки устранены, но общая идея применения моделей деградации к стоимостной оценке сохранилась.

Мы не будем повторять основные положения теории стоимостной оценки, подробно изложенные в [7–11]. Укажем лишь, что расчет стоимости (РС) объекта всегда относится к определенной *дате оценки* и отражает его цену в совершаемой на эту дату (гипотетической) коммерческой сделке между независимыми, хорошо осведомленными и действующими расчетливо участниками рынка. При этом РС имущества отражает *выгоды* от его последующего использования. Здесь, как и в [9; 12], приносимые машиной в некотором периоде *выгоды* мы определяем как РС производимых ею в этом периоде работ¹ за вычетом операционных затрат. Так, определенные выгоды одновременно отражают и рыночную стоимость *права пользования* машиной в соответствующем периоде (в [11] – рыночная арендная плата).

Оценщики, как правило, оценивают РС только обращающихся на рынке работ (например, перевозка пассажиров). Однако большинство машин выполняют промежуточные технологические операции, и РС таких работ обычно не оценивается. Соответственно, не оцениваются и выгоды, приносимые такими машинами.

Оценка РС новых машин производится на основе цен производителей или дилеров на такие же или в крайнем случае на аналогичные новые машины и особых трудностей не вызывает. У подержанной машины, в отличие от новой, точных аналогов нет, и ее обычно оценивают, уменьшая РС новой машины той же марки на коэффициент/процент обесценения или, что равносильно, умножая эту РС на коэффициент/процент годности. В [13], а затем в [14, табл. 4.5; 15, раздел 7] выделяется ряд градаций технического состояния машин, для каждой из них указывается процент годности/обесценения, а относить конкретную

¹ Работа машин может носить и агрегированный характер, скажем, перемещение грунта.

машину к той или иной градации предлагается экспертно. Однако приводимые описания градаций могут пониматься неоднозначно, а отвечающие отдельным градациям проценты не всегда согласуются с рыночными ценами [7, раздел 12.3].

РС машины зависит от ее состояния, которое в теории надежности характеризуется наработкой. К сожалению, наработку продаваемых машин продавцы сообщают не всегда и нередко искажают, поэтому процент годности машины оценщики вынуждены связывать с ее возрастом. Но техническое состояние, а значит и РС машин одного возраста, может различаться, поэтому для группы машин возраста t лет можно установить только *средний* коэффициент годности (СКГ) $k(t)$. В [14–16] СКГ выводятся из регрессионных зависимостей цен машин от возраста, в [17–19] – рассчитываются тем же методом, что и в СНС. Однако спецификация соответствующих зависимостей задавалась без должных обоснований и не увязывалась с процессом деградации.

В связи с этим актуальной представляется разработка методов оценки СКГ машин, учитывающих, что процесс их деградации имеет вероятностный характер и протекает по-разному для разных видов машин. Мы предлагаем новый метод такого типа, позволяющий оценивать не только машины, но и выполняемые ими работы. Как и в [9; 10; 12], в нашей модели состояние машины изменяется при случайных отказах, однако опасность отказов здесь зависит (для каждого вида машин – по-своему) от состояния машины. Это позволяет применять модель к достаточно широкому кругу машин и оборудования.

1. Основные предположения модели

Далее речь пойдет о машинах одной марки (модели), созданных для выполнения определенной работы, используемых по назначению и подвергающихся деградации. Сделаем следующие допущения.

1. Машина рассматривается как *единое целое*, а не как совокупность отдельных элементов (узлов, деталей), у каждого из которых деградация происходит по-своему.

2. *Инфляция отсутствует*. Поэтому РС машин зависит только от их технического состояния, но не от даты оценки. Новая машина имеет известную РС K , руб.

3. РС машины является непрерывной функцией от ее состояния.

4. Машины не проходят *капитальных ремонтов*, которые могли бы улучшить их операционные характеристики.

5. Состояние машины (и, следовательно, ее РС) характеризуется *интенсивностью приносимых ею выгод* (ИВ, выгоды, приносимые в малую единицу времени). Ее можно определить формулой: $ИВ = pW - C$, где p – (неизвестная) РС единицы работы, W – производительность машины, C – интенсивность ее операционных затрат, включающих и затраты на технические обслуживания и текущие ремонты (ТОиР).

6. *Деградация* машины описывается случайным процессом следующего типа. Машина начинает работать в новом состоянии. Ее состояние поддерживается за счет ТОиР до очередного случайного скрытого отказа. Состояние машины (z) определяет опасность ее отказа $\lambda q(z)$, где λ – опасность отказа новой машины, $q(z)$ – некоторая функция от z , $q(1) = 1$. Отказ ухудшает характеристики машины, и ее ИВ уменьшается на неотрицательную случайную величину ξ , не зависящую от истории использования машины и имеющую плотность распределения $ae^{-\alpha x}$, где α – некоторый положительный параметр. Подразумевается, что функция $q(z)$ и параметры α и λ для каждой марки машин – свои.

7. Срок службы машины истекает, когда ее технически невозможно или экономически неэффективно использовать. Такие состояния именуются *предельными*. В данном случае предельными будут состояния с $ИВ < 0$. Поскольку $ИВ = pW - C$, машина оказывается в предельном состоянии, когда ее операционные затраты в единицу времени превышают РС выполненных работ. Согласно ГОСТ Р 27.102-2021 «Надежность в технике. Термины и определения», отказы, переводящие машину в предельные состояния, именуются *полными*², а все остальные – *частичными*. При полном отказе машина выбывает из эксплуатации и сразу же утилизируется как набор отдельных элементов (металлолома, не полностью изношенных деталей и узлов). РС этих элементов за вычетом расходов на демонтаж и продажу является *утилизационной стоимостью* машины. Обычно ее отношение к стоимости новой машины (относительная утилизационная стоимость, ОУС) невелико и нередко при оценке машин не учитывается. Впредь до раздела 6 мы также принимаем $ОУС = 0$.

8. Известны средний срок службы машин (S) и коэффициент вариации срока службы (v). Такая информация имеется в СНС разных стран (см., напр., [20–22]), а также в [15, разделы 5.2 и 5.3; 23; 24, табл. 12.5; 25; 26, табл. 3 справочного приложения 3]. Кроме того, в ряде публикаций, посвященных надежности конкретных машин, приводится вероятностное распределение их отказов, что позволяет оценить указанные характеристики.

Оценщики обычно измеряют время в годах, а стоимостные показатели – в рублях, но мы примем за единицу времени средний срок службы машин (S , лет), а за единицу измерения интенсивности выгод – ИВ новой машины (B , руб./год). В этих единицах возраст машины совпадает с относительным возрастом (отношением возраста к среднему сроку службы), а состояние машины – с отношением ИВ к ИВ новой машины. При этом единица стоимости будет составлять BS , руб.

2. Зависимость стоимости машины от ее состояния

Рассмотрим машину, находящуюся в состоянии $z > 0$. Чтобы найти ее РС $V(z)$, заметим, что за малый период времени dt она, если не откажет, принесёт выгоды zdt , останется в состоянии z и будет иметь прежнюю стоимость $V(z)$. Однако с вероятностью $\lambda q(z)dt$ она может отказать. Тогда ее ИВ окажется случайной величиной $x = z - \xi$, распределённой на луче $(-\infty, z)$ с плотностью $\alpha e^{\alpha(x-z)}$. При $x > 0$ РС машины составит $V(x)$, в противном же случае – будет нулевой (поскольку утилизационная стоимость машин – нулевая). Согласно [7; 9], РС машины на начало периода равна математическому ожиданию суммы дисконтированных приносимых ею за период выгод и РС машины в конце периода. Поэтому в данном случае:

$$V(z) = zdt + (1 - \rho dt) \left\{ [1 - \lambda q(z) dt] V(z) + \lambda q(z) dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(x-z)} V(x) dx \right\}. \quad (1)$$

Поскольку при исчислении выгод налог на прибыль не учитывался, а неопределенность выгод учитывается в (1) при расчете математического ожидания, для дисконтирования здесь применяется *реальная доналоговая безрисковая* ставка ρ (при отсутствии инфляции она совпадает с аналогичной номинальной). Учитывая, что время в модели изменяется непрерывно и измеряется в условных единицах, она связана с обычно используемой став-

² К полным отказам относятся и аварии, выводящие машину из строя. В данной модели такие отказы отвечают большим значениям ξ , когда отказ по существу перестает быть «скрытым».

кой³ E , выраженной в процентах годовых, формулой: $\rho = S \ln(1 + E/100)$. Обычно реальные ставки дисконтирования не выше 12 %, а средние сроки службы машин не превышают 25 лет, поэтому $\rho \leq 3$. Из (1) после простых преобразований вытекает уравнение для $V(z)$:

$$V(z) = \frac{1}{[\rho + \lambda q(z)]} \left\{ z + \alpha \lambda q(z) e^{-\alpha z} \int_0^z e^{\alpha x} V(x) dx \right\}. \quad (2)$$

Его можно решить численно методом последовательных приближений.

Пример 1. Пусть $q(z) = e^{-\omega(1-z)}$. Величина e^{ω} здесь отражает увеличение опасности отказов к концу срока службы по сравнению с началом эксплуатации (так, при $\omega = 2$ к концу срока службы опасность отказов возрастает в 7,4 раза). На рис. 1, 2 приведены соответствующие зависимости $V(z)$ при $\rho = 1$ для ряда сочетаний ν и ω .

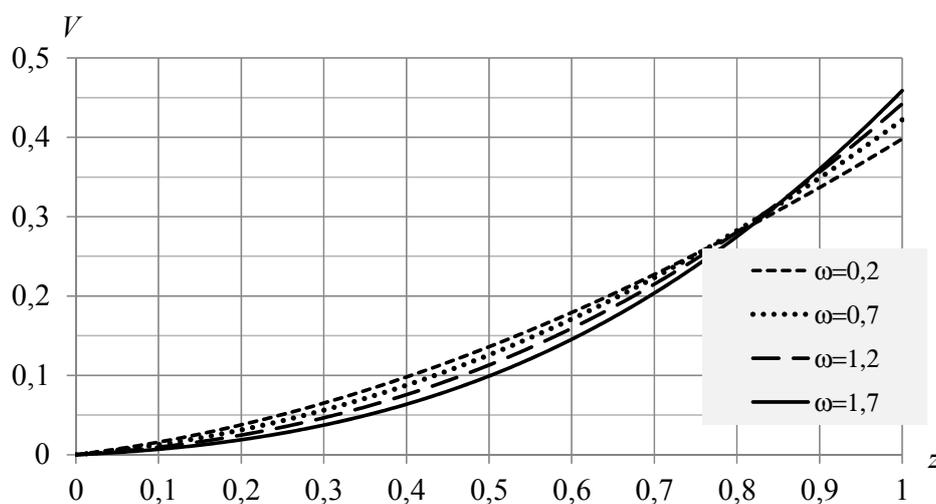


Рис. 1. Зависимости $V(z)$ при $\rho = 1$, $\nu = 0,55$ и разных значениях ω

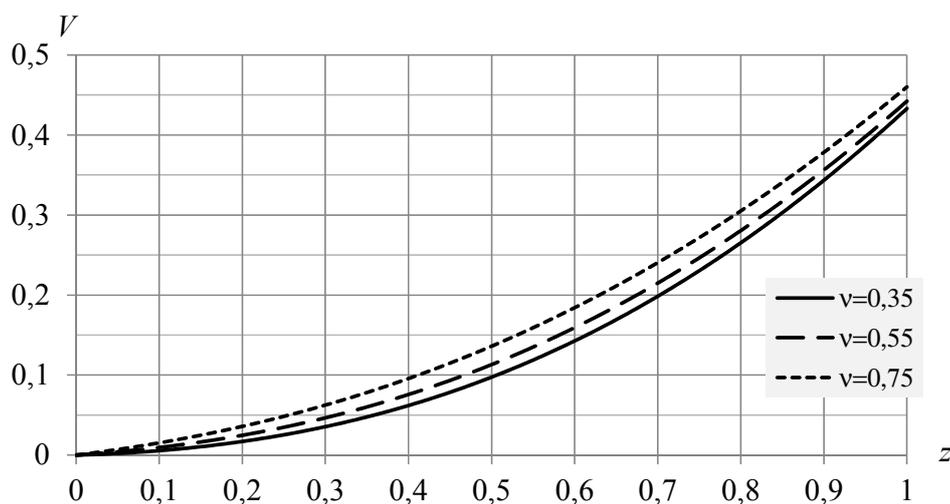


Рис. 2. Зависимости $V(z)$ при $\rho = 1$, $\omega = 1,2$ и разных значениях ν

Отметим, что при $\omega \rightarrow \infty$ зависимость $V(z)$ будет относиться к рассматриваемым во многих учебниках (нереальным, «неизнашивающимся») машинам, остающимся в новом

³ Ее принимают на основе доналоговых доходностей государственных облигаций.

состоянии до конца заданного срока службы и подвергающимся полному отказу только в этот момент.

Легко видеть, что РС машины $V(z)$ не пропорциональна выгодам, приносимым ею в малую единицу времени (z). Поэтому встречающиеся порой предложения находить коэффициент годности машины как отношение приносимого ею годового дохода к годовому доходу от новой машины не обоснованы.

3. Остаточный срок службы машины

Возьмем машину, находящуюся в состоянии $z > 0$ на дату оценки. Пусть $\tau(z)$ – (случайный) остаточный срок ее службы, $\varphi(s, z) = \mathbf{E}[e^{-s\tau(z)}]$, $\theta(s, z) = \ln \varphi(s, z)$. При безотказной работе в малом периоде времени dt ее состояние не изменится, но остаточный (от даты оценки) срок службы возрастет на dt . Однако с вероятностью $\lambda q(z)dt$ машина откажет и окажется в другом случайном состоянии x . При этом остаточный срок службы станет равным $\tau(x)$ при $x > 0$ или нулю в случае полного отказа ($x \leq 0$), вероятность которого равна $\lambda q(z) dt e^{-\alpha z}$. Поэтому справедливо равенство:

$$\begin{aligned} \varphi(s, z) &= \mathbf{E}[e^{-s\tau(z)}] = \mathbf{E}\left[(1 - \lambda q(z) dt) e^{-s[\tau(z)+dt]} + \lambda q(z) dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(x-z)} e^{-s\tau(x)} du + \lambda q(z) dt e^{-\alpha z} \right] = \\ &= [1 - \lambda q(z) dt] (1 - s dt) \mathbf{E}[e^{-s\tau(z)}] + \lambda q(z) dt \alpha e^{-\alpha z} \int_0^z e^{\alpha x} \mathbf{E}[e^{-s\tau(x)}] du + \lambda q(z) dt e^{-\alpha z} = \\ &= \varphi(s, z) + e^{-\alpha z} q(z) \left\{ -\left[\frac{s}{q(z)} + \lambda \right] e^{\alpha z} \varphi(s, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha x} \varphi(s, x) dx + \lambda \right\} dt. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$-\left[\frac{s}{q(z)} + \lambda \right] e^{\alpha z} \varphi(s, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha x} \varphi(s, x) dx + \lambda = 0. \quad (3)$$

Дифференцируя (3) по z и упрощая, находим:

$$[s + \lambda q(z)] \varphi'_z(s, z) = s \left[\frac{q'(z)}{q(z)} - \alpha \right] \varphi(s, z).$$

Решением этого уравнения с начальным условием $\varphi(s, 0) = \frac{\lambda q(0)}{s + \lambda q(0)}$ (оно вытекает

из (3) после подстановки $z = 0$) будет:

$$\theta(s, z) = \ln \varphi(s, z) = -\ln \left[1 + \frac{s}{\lambda q(z)} \right] - \alpha \int_0^z \frac{s dx}{s + \lambda q(x)}.$$

Введем теперь следующие обозначения:

$$\begin{aligned} Q_1(z) &= q(z) \int_0^z \frac{dx}{q(x)}; & Q_2(z) &= q^2(z) \int_0^z \frac{dx}{q^2(x)}; \\ M_1 &= Q_1(1); & M_2 &= Q_2(1); & m &= M_2/M_1. \end{aligned} \quad (4)$$

Среднее значение остаточного срока службы машины $T(z)$, его дисперсия $D(z)$ и коэффициент вариации $v(z)$ определяются первыми двумя производными функции $\theta(s, z)$ по s в точке $s = 0$. Произведя необходимые вычисления, получим:

$$T(z) = -\theta'_s(0, z) = \frac{1 + \alpha Q_1(z)}{\lambda q(z)}; \quad D(z) = -\theta''_{ss}(0, z) = \frac{1 + 2\alpha Q_2(z)}{\lambda^2 q^2(z)};$$

$$v(z) = \frac{\sqrt{D(z)}}{T(z)} = \frac{\sqrt{1 + 2\alpha Q_2(z)}}{1 + \alpha Q_1(z)}.$$

Применим полученные формулы к новой машине, у которой $z = 1$, $q(1) = 1$, а средний остаточный срок службы $T(1)$ совпадает со средним сроком службы, принятым ранее за единицу. Тогда после простых преобразований можно выразить α и λ через v :

$$\alpha = \frac{1}{M_1} \left[mv^{-2} - 1 + \sqrt{(mv^{-2} - 1)^2 + v^{-2} - 1} \right]; \quad \lambda = 1 + \alpha M_1. \quad (5)$$

Теперь, используя (4), (5) и задав $q(z)$, ρ и v , можно найти α и λ , а затем, решая уравнение (2), построить зависимость СКГ машины $k(z) = V(z)/V(1)$ от ее ИВ (z).

Пример 2. Пусть $q(z) = e^{-\omega(1-z)}$. Тогда в силу (4) имеем:

$$Q_1(z) = \frac{1 - e^{-\omega z}}{\omega}; \quad M_1 = \frac{1 - e^{-\omega}}{\omega}; \quad Q_2(z) = \frac{1 - e^{-2\omega z}}{2\omega}; \quad m = \frac{1 + e^{-\omega}}{2};$$

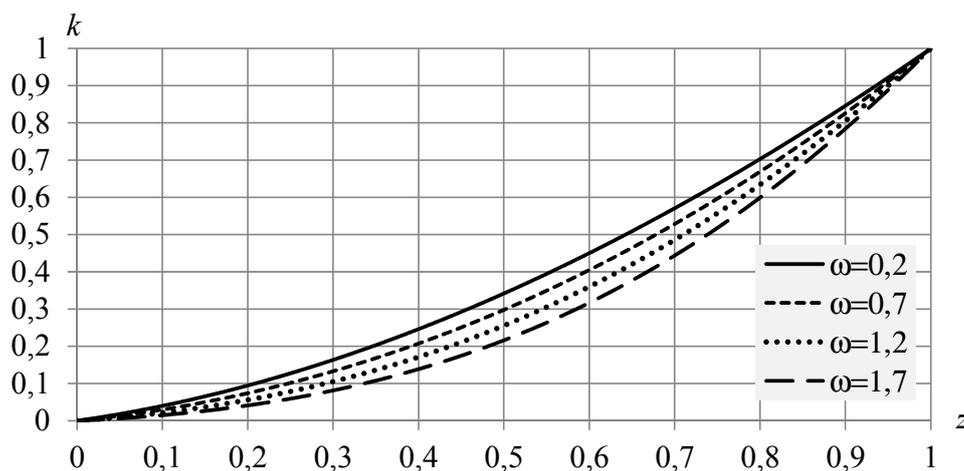
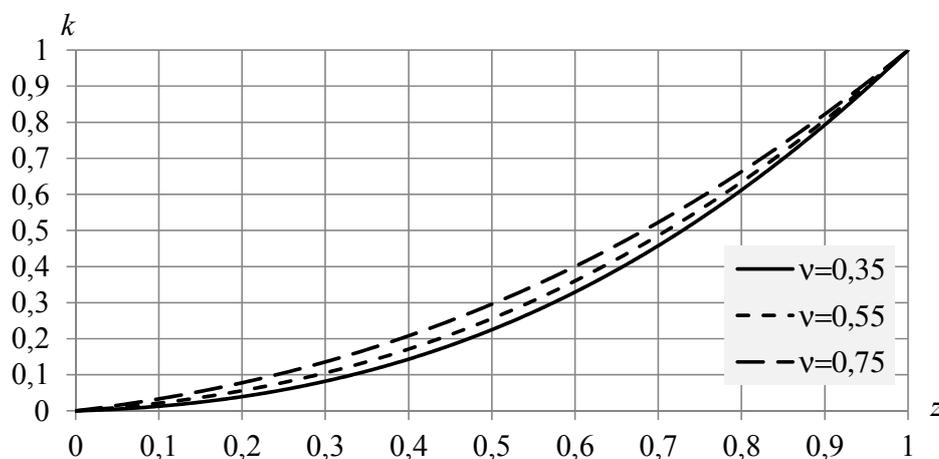
$$\lambda = \frac{1 + e^{-\omega}}{2} v^{-2} + \sqrt{\left(\frac{1 + e^{-\omega}}{2} v^{-2} - 1 \right)^2 + v^{-2} - 1}; \quad \alpha = \frac{\omega(\lambda - 1)}{1 - e^{-\omega}}. \quad (6)$$

Для некоторых сочетаний ω , ρ и v зависимости $k(z)$ представлены на рис. 3, 4. Все они также далеки от прямой пропорциональности.

4. Оценка работ и выгод

Как показано в разделе 1, машина должна утилизироваться, когда ее операционные затраты в малую единицу времени (C) превысят РС выполненных работ (pW). Чтобы своевременно утилизировать машину, владелец должен не только время от времени измерять производительность машины и затраты на ее эксплуатацию, но и знать пока еще неизвестную РС (в рублях) единицы выполняемых машинами работ (p). Построенная модель позволяет ее рассчитать. Для этого заметим, что РС новой машины и равна K , руб., а из модели вытекает, что она составляет $V(1)$ в принятых условных единицах или $BSV(1)$, руб., так что $K = BSV(1)$. Но ИВ новой машины определяется формулой: $B = pW_0 - C_0$, где W_0 – производительность новой машины, C_0 – интенсивность ее операционных затрат. Поэтому $K = (pW_0 - C_0)SV(1)$, и, следовательно,

$$p = \left[\frac{K}{SV(1)} + C_0 \right] / W_0. \quad (7)$$


 Рис. 3. Зависимости $k(z)$ при $\rho = 1$, $v = 0,55$ и разных значениях ω

 Рис. 4. Зависимости $k(z)$ при $\rho = 1$, $\omega = 1,2$ и разных значениях v

Правая часть (7) может трактоваться как *приведенные затраты* новой машины в расчете на единицу работ, если приводить капитальные затраты на покупку машины к текущим путем деления на $SV(1)$. Для сравнения укажем, что при «обычном» в СССР исчислении приведенных затрат капитальные затраты приводились к текущим путем умножения на сумму ставки дисконтирования и амортизационной ставки, исчисленной с учетом фактора времени (см., например, [27]).

Обратим внимание, что при указанном способе выбора момента утилизации при применении формулы (7) машина будет использоваться наиболее эффективно и внесет наибольший вклад в РС владеющего ей предприятия.

5. Средние коэффициенты годности

Как отмечалось во введении, оценивать подержанные машины приходится, опираясь только на *средние* стоимости и коэффициенты годности машин той же марки и того же возраста. Рассчитаем их в нашей модели. Для этого обозначим через $\Gamma(z, t)$ группу машин, которые за время t до даты оценки имели ИВ $= z$, а через $V(z, t)$ — их среднюю РС.

Возьмем машину из группы $\Gamma(z, t+dt)$. Поскольку она будет работать еще как минимум в течение времени $t+dt$, то за малый период времени dt подвергнуться полному отказу она не может, а вероятность ее частичного отказа составляет $(1 - e^{-\alpha z})\lambda q(z) dt$. При таком от-

казе она окажется в случайном состоянии x , распределенном на отрезке $(0, z)$ с плотностью $\alpha e^{\alpha(x-z)} / (1 - e^{-\alpha z})$, которому отвечает средняя стоимость $V(x, t)$. Если же, с вероятностью $1 - (1 - e^{-\alpha z}) \lambda q(z) dt$, частичного отказа не произойдет, машина принесет за период выгоды $z dt$ и останется в прежнем состоянии, которому отвечает средняя стоимость $V(z, t)$. Это позволяет рассчитать среднюю стоимость машин группы $\Gamma(z, t+dt)$:

$$\begin{aligned} V(z, t+dt) &= \left[1 - (1 - e^{-\alpha z}) \lambda q(z) dt \right] V(z, t) + \lambda q(z) dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(x-z)} V(x, t) dx = \\ &= V(z, t) - \lambda q(z) dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(x-z)} [V(z, t) - V(x, t)] dx. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial t} = -\lambda q(z) \int_0^z \alpha e^{\alpha(x-z)} [V(z, t) - V(x, t)] dx. \quad (8)$$

Заметим, что РС $V(z, 0)$ машины, находящейся на дату оценки в состоянии $z \geq 0$, в уравнении (2) была обозначена через $V(z)$. Поэтому $V(z, 0) = V(z)$. Решив уравнение (8) с этим краевым условием, можно для любого t найти $V(1, t)$ – среднюю РС машин, которые за время t до даты оценки имели ИВ = 1, т.е. были новыми. Но эти машины на дату оценки имеют возраст t , поэтому $V(1, t)$ будет их средней РС. Разделив ее на РС новой машины $V(1)$, найдем (не зависящий от единиц измерения стоимостей) СКГ машин возраста t :

$$k(t) = V(1, t) / V(1). \quad (9)$$

Остается напомнить, что безразмерная величина t – возраст машины в принятых условных единицах – одновременно является и ее *относительным* возрастом (отношением возраста к среднему сроку службы). Поэтому формула (9) выражает искомую зависимость среднего коэффициента годности от относительного возраста машины.

6. Учет инфляции и утилизационной стоимости

Выше принималось, что инфляция отсутствует. Чтобы учесть ее влияние, оценщики, опираясь на цены новых машин, находят сложившийся темп роста их РС, прогнозируют его на ближайшую перспективу и принимают, что с тем же темпом будут расти и РС подержанных машин [14; 17; 18]. Такое явление мы называем *групповой инфляцией* [9; 10]. Легко убедиться, что при групповой инфляции РС машин и их ИВ растут с одинаковым темпом, а СКГ остаются стабильными (последнее подтверждается и данными по США, где значения СКГ в ежегодно пересматриваемых таблицах типа [17; 18] практически не изменяются). Не повлияет групповая инфляция и на изменение состояния машины, поскольку оно измеряется отношением ее ИВ к ИВ новой машины. Нетрудно проверить (см. [9; 10]), что при этом изменение РС машин будет описываться тем же уравнением (1) с той лишь разницей, что ставку дисконтирования придется вычислять по формуле:

$$\rho = S \ln \left(\frac{1 + E/100}{1 + i/100} \right), \text{ где } i \text{ – темп групповой инфляции, \% / год.}$$

До сих пор утилизационная стоимость машин U принималась нулевой, хотя относительная утилизационная стоимость (ОУС) $u = U/K$ обычно составляет 0,03–0,10. Покажем, следуя [9; 10; 12], как можно учесть влияние этого фактора в нашей модели, приняв для упрощения, что инфляция отсутствует. Представим РС машины V суммой ее утилизационной стоимости U и разности $V-U$, которую назовем *чистой* стоимостью (в МСФО аналогичный показатель именуется амортизируемой суммой). Заметим далее, что, отложив утилизацию машины на малое время dt , владелец машины теряет выгоды в размере $U-(1-rdt)U = rUdt$. Поэтому наиболее эффективным становится утилизировать машину, когда ее ИВ станет меньше rU . Это позволяет ввести в рассмотрение показатель *скорректированной* интенсивности выгод (СИВ), отличающийся от ИВ уменьшением на rU . Нетрудно убедиться, что при замене ИВ на СИВ полученные ранее формулы (1)–(8) не изменятся, однако теперь величина $V(1)$ будет отражать чистую стоимость новой машины $K-U = (1-u)K$. Соответственно, рассчитанные по формуле (8) величины $k(t)$ будут отражать среднее уменьшение чистой стоимости, а «настоящие» СКГ, учитывающие ОУС, придется рассчитывать по формуле:

$$k_u(t) = (1-u)k(t) + u. \tag{10}$$

7. Экспериментальные расчеты

Экспериментальные расчеты проводились при $q(z) = e^{-\omega(1-z)}$, $u = 0$. Система (2), (5)–(9) решалась численными методами при $T = 10-25$ лет, $v = 0,25-0,8$, $\omega = 1,2$, $\rho = 0,2-3,0$, а параметры α и λ рассчитывались по формулам (6). Зависимости СКГ от относительного возраста для разных комбинаций ρ и v приведены на рис. 5, 6.

Оказалось, что такие зависимости при разных ставках дисконтирования ρ отличаются мало. По сути аналогичное явление было использовано в [15; 28] и подтвердилось в позднее разработанных моделях [9; 10; 12]. Заметим, что значения СКГ увеличиваются с ростом коэффициента вариации срока службы v . В частности, средняя стоимость машин, чей возраст вдвое больше среднего срока службы, при больших v заметно превышает утилизационную.

Верификация модели проводилась для двух марок машин. Они выбирались так, чтобы на рынке в одном и том же году было представлено несколько сотен машин каждой марки разного возраста. Подходящими оказались сведения о строительных машинах за 2014 г. РС новых машин и ОУС u оценивались по ценам первичного и скрапового рынка.

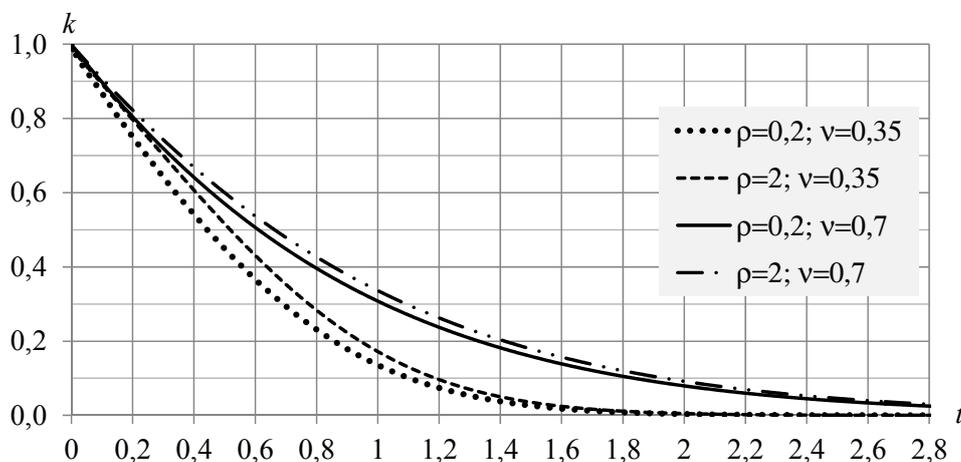


Рис. 5. Зависимости СКГ от относительного возраста машин при разных ρ и v

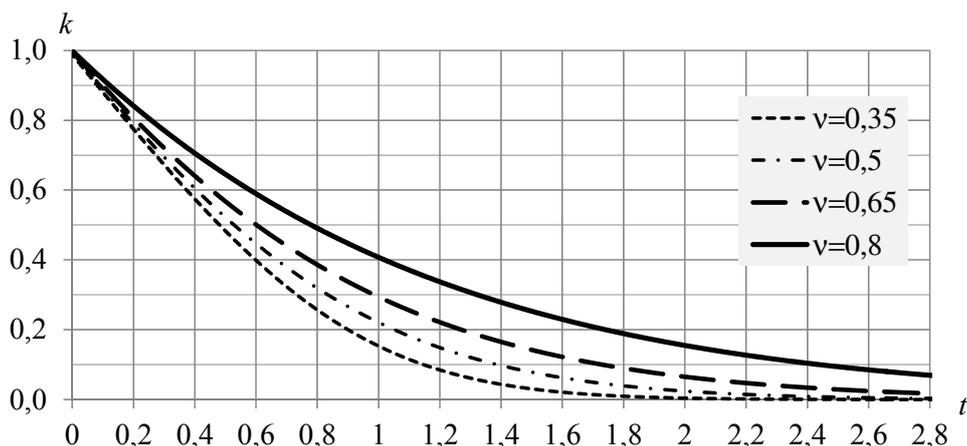


Рис. 6. Зависимости СКГ от относительного возраста машин при $\rho = 1$ и разных ν

Далее на основе выборочных данных о ценах и возрасте продаваемых машин оценивались РС новых машин и относительные цены каждой машины (ОЦ, отношение ее рыночной цены к РС ее нового аналога) и ее относительный возраст.

Средний срок службы машин S и параметры ν и ω подбирались так, чтобы средние относительные цены машин каждого относительного возраста оказались как можно ближе к соответствующим «настоящим» СКГ, рассчитанным по формуле (10). Результаты подбора и исходные данные показаны в таблице. Там же приведены и объемы выборки.

Основные характеристики машин

Наименование марки машин	Объем выборки	S , лет	ОУС	ν	ω
Бульдозеры «Уралтрак Б10М ЧТЗ»	202	11	0,065	0,66	0,13
Экскаваторы ЭО 2621В	217	10	0,09	0,83	0,08

Зависимости рассчитанных по модели (с учетом утилизационной стоимости) средних коэффициентов годности и относительных цен выбранных машин от относительного возраста представлены на рис. 7, 8. Отклонения от построенной зависимости в среднем меньше, чем при использовании обычно используемых линейных или экспоненциальных регрессионных зависимостей.

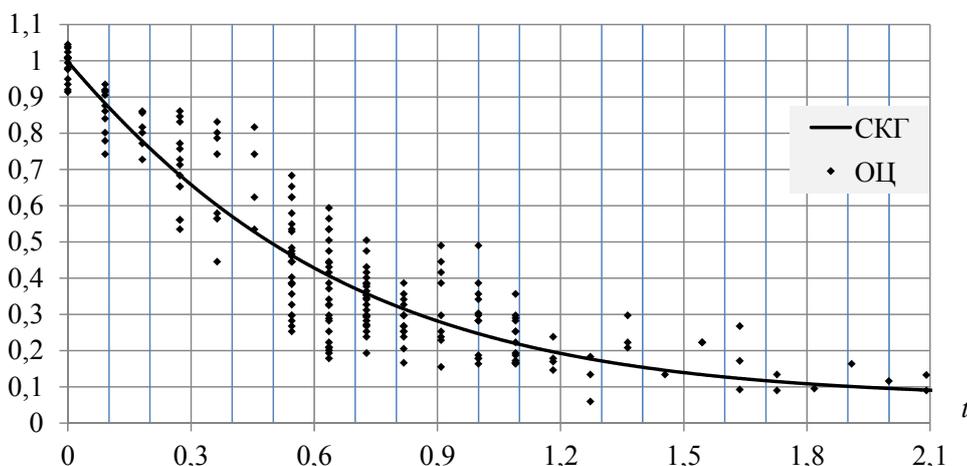


Рис. 7. Зависимости относительных цен и рассчитанных по модели СКГ бульдозеров Б10М ЧТЗ от относительного возраста

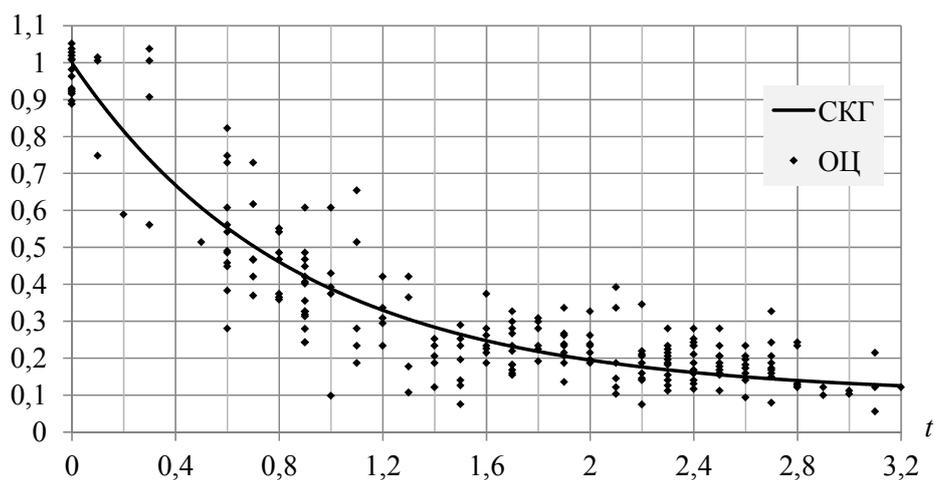


Рис. 8. Зависимости относительных цен и рассчитанных по модели СКГ экскаваторов ЭО 2621В от относительного возраста

Найденные небольшие значения ω свидетельствуют, что опасность отказа машин выбранных марок слабо возрастает с увеличением возраста. Подтвердить это можно было бы данными об отказах рассматриваемых машин за длительный период их эксплуатации, однако соответствующих публикаций автору обнаружить не удалось. В то же время данный результат может объясняться частичным восстановлением машин после проводимых ремонтов, что в данной модели не учтено. Возможно, именно поэтому средний размах отклонений относительных цен от построенной зависимости немного превышает среднюю относительную стоимость капремонта машин рассмотренных марок.

Коэффициент вариации срока службы машин (ν) оказался достаточно большим. Для сравнения укажем, что этот коэффициент в системах национальных счетов (СНС) России, Германии и ряда других стран лежит в пределах 0,25–0,33, а в [15; 28] для него указывался интервал 0,3–0,4. Поскольку при больших ν распределение срока службы становится сильно скошенным вправо, рассчитанные средние сроки службы машин оказались близкими к амортизационным, хотя по данным [15; 28] они должны быть в 1,6–1,9 раза больше. В то же время эти сроки близки к принимаемым в США для налогообложения. Сопоставятся они и с данными по Норвегии [20], Австралии [21] и Японии [22], рассчитанными для использования в СНС. Отметим, наконец, что в СНС России и некоторых других стран соотношение максимального и среднего срока службы активов не превышает 1,5–2,0, тогда как, по нашим расчетам, для экскаваторов ЭО 2621В это соотношение превышает 3,2.

Заключение

Предложенная модель процесса деградации машин позволяет рассчитать необходимую оценщикам зависимость СКГ машин от возраста, учитывая при этом не только инфляцию и утилизационную стоимость машин, но и ее надежность, меняющуюся в процессе эксплуатации. Выясняется, что на искомую зависимость сильно влияет коэффициент вариации срока службы машин, тогда как влияние среднего срока их службы и рыночной ставки дисконтирования незначительно. Расчеты для двух марок машин показали, что модель достаточно адекватно отражает зависимость РС машин от возраста. К сожалению, имеющаяся информация о средних значениях и коэффициентах вариации сроков службы машин и оборудования давно не обновлялась, противоречива и не увязана должным обра-

зом с результатами испытаний конкретных марок машин на долговечность. Это обуславливает необходимость проведения дополнительных исследований для уточнения характеристик долговечности различных видов машин и оборудования. Важно отметить, что построенная модель позволяет оценивать работы, выполняемые машинами, даже если эти работы не обращаются на рынке. В то же время модель не учитывает, что техническое состояние машины можно существенно улучшить за счет проведения капитального ремонта, однако устранение этого недостатка требует дополнительных исследований.

Список литературы

1. A review on degradation models in reliability analysis / N. Gorjian, L. Ma, M. Mittinty, P. Yarlalagadda, Y. Sun // Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asset Management, 28–30 September 2009, Marriott Athens Ledra Hotel, Athens. – 2009.
2. Li W., Pham H. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks // IEEE Transactions on Reliability. – 2005. – Vol. 54(2). – P. 297–303.
3. Lin Y.H., Li Y.F., Zio E. Integrating Random Shocks into Multi-State Physics Models of Degradation Processes for Component Reliability Assessment // IEEE Transactions on Reliability. – 2014. – Vol. 64(1). – P. 154–166.
4. Nakagawa T. Shock and damage models in reliability theory: Springer. – 2007.
5. An approach to reliability assessment under degradation and shock process / Z. Wang, H.-Z. Huang, Y. Li, N.-C. Xiao // IEEE Transactions on Reliability. – 2011. – Vol. 60(4). – P. 852–863.
6. СНС 2008. Система национальных счетов 2008. Европейская комиссия, Международный валютный фонд, Организация экономического сотрудничества и развития, ООН, Всемирный банк. – Нью-Йорк, 2012.
7. Смоляк С.А. Теория и методы стоимостной оценки машин и оборудования: учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 390 с. DOI: 10.12737/1031121
8. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин, подвергающихся винеровскому процессу деградации // Экономика и математические методы. – 2021. – № 3 (58). – С. 97–109. DOI: 10.31857/S042473880016422-3
9. Смоляк С.А. Пуассоновская модель деградации машин: применение к стоимостной оценке // Журнал Новой Экономической Ассоциации. – 2020. – № 4 (48). – С. 63–84. DOI: 10.31737/2221-2264-2020-48-4-3
10. Смоляк С.А. Обесценение машин в обобщенной пуассоновской модели деградации // Труды ИСА РАН. – 2022. – Т. 72, № 1. – С. 48–60. DOI: 10.14357/20790279220105
11. Международные стандарты оценки / Вступают в действие с 31 января 2020 г.; Международный комитет по стандартам оценки; пер. с англ. – М.: Российское общество оценщиков, 2020. – 168 с.
12. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин со случайно ухудшающимися операционными характеристиками // Прикладная математика и вопросы управления. – 2022. – № 1. – С. 153–175. DOI: 10.15593/2499-9873/2022.1.08
13. Alico J. (Ed.). Appraising machinery and equipment. – McGraw-Hill, 1989.
14. Оценка машин и оборудования: учебник. / М.А. Федотова, А.П. Ковалев [и др.]. – 2-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 324 с.

15. Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования / под ред. Лейфера Л.А. – 2-е. Изд. – Нижний Новгород: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки, 2019. – 320 с.
16. Рослов В.Ю., Мышанов А.И. Модифицированный метод сроков жизни для расчета износа оборудования // Вопросы оценки. – 2007. – № 2.
17. Cost Index and Depreciation Schedules. Raleigh: North Carolina Department of Revenue. – 2022.
18. 2020 Personal Property Manual. Arizona Department of Revenue [Электронный ресурс]. – URL: https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf (дата обращения: 10.10.2022).
19. Assessor's Handbook, Section 582. The Explanation of the Derivation of Equipment Percent Good Factors. California State Board of Equalization. – February 1981. – Reprinted August, 1997.
20. Expected service lives and depreciation profiles for capital assets: Evidence based on a survey of Norwegian firms / N. Barth, Å. Cappelen, T. Skjerpen, S. Todsén, T. Åbyholm // Discussion Papers. – 2016. – No. 840. Statistics Norway, Research Department.
21. Mikhailitchenko S. Estimates of Net Capital Stock and Consumption of Fixed Capital for Australian States and Territories, 1990–2013 // Regional Statistics. – 2016. – Vol. 6, no. 2. – P. 114–128. DOI: 10.15196/RS06206
22. Nomura K. Duration of Assets: Examination of Directly Observed Discard Data in Japan. – 2005. – KEO Discussion Paper No 99.
23. Гринчар Н.Г., Чалова М.Ю., Фомин В.И. Основы надежности машин: учебное пособие. – М.: МГУПС, 2014. – Ч. 1. – 98 с.
24. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2003. – 463 с.
25. Питухин А.В., Шиловский В.Н., Костюкевич В.М. Надежность лесозаготовительных машин и оборудования: учебное пособие. – СПб.: Лань, 2010. – 288 с.
26. РД 26-01-143-83. Надежность изделий химического машиностроения. Оценка надежности и эффективности при проектировании. – М., 1983.
27. Лившиц В.Н. Выбор оптимальных решений в технико-экономических расчетах. – М.: Экономика, 1971. – 255 с.
28. Лейфер Л.А., Кашникова П.М. Определение остаточного срока службы машин и оборудования на основе вероятностных моделей // Имущественные отношения в Российской Федерации. – 2008. – № 1(76). – С. 66–79.

References

1. Gorjian N., Ma L., Mittinty M., Yarlaga P., Sun Y. (2009) A review on degradation models in reliability analysis. In: Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asset Management, 28-30 September 2009, Marriott Athens Ledra Hotel, Athens.
2. Li W., Pham H. (2005). Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks. IEEE Transactions on Reliability. Vol. 54(2), pp. 297-303.
3. Lin Y.H., Li Y.F., Zio E. (2014). Integrating Random Shocks Into Multi-State Physics Models of Degradation Processes for Component Reliability Assessment. IEEE Transactions on Reliability. Vol. 64(1), pp. 154-166.

4. Nakagawa T. (2007). Shock and damage models in reliability theory: Springer.
5. Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Xiao N.-C. (2011). An approach to reliability assessment under degradation and shock process. *IEEE Transactions on Reliability*. Vol. 60(4), pp. 852-863.
6. System of National Accounts 2008. (2009). European Commission, International Monetary Fund, Organization for Economic Co-operation and Development, United Nations, World Bank. New York.
7. Smolyak S.A. (2022). Theory and methods of machinery and equipment valuation: Tutorial. Moscow, INFRA-M. 390 p. DOI: 10.12737/1031121 (in Russian)
8. Smolyak S.A. (2021). Valuation of machinery and equipment undergoing the Wiener degradation process. *Economics and mathematical methods*. No 3 (58), pp.97-109. DOI: 10.31857/S042473880016422-3 (in Russian)
9. Smolyak S.A. (2020). Poisson's process of machinery degradation: Application to valuation. *Journal of the New Economic Association*, No 4 (48), 63–84. DOI: 10.31737/2221-2264-2020-48-4-3 (in Russian)
10. Smolyak S.A. (2022). Depreciation of machinery and equipment in the generalized Poisson model of degradation. *Proceedings of the Institute of Systems Analysis of the Russian Academy of Sciences*. 1(72), pp. 48-60, DOI: 10.14357/20790279220105 (in Russian)
11. International Valuation Standards. Effective 31 January 2020. International Valuation Standards Council.
12. Smolyak S.A. (2022). Valuation of machinery and equipment with randomly degraded operating characteristics. *Applied Mathematics and Control Sciences*, no 1, pp. 153-175. DOI: 10.15593/2499-9873/2022.1.08 (in Russian).
13. Alico J. (Ed.). (1989). Appraising machinery and equipment. McGraw-Hill.
14. Fedotova M. (Ed). (2018). Machinery and Equipment Valuation: textbook. 2nd ed. Moscow, INFRA-M Publ. (in Russian)
15. Leifer L.A. (Ed). (2019). Handbook of appraiser of machinery and equipment. / Correction factors and characteristics of the market of machinery and equipment. 2nd ed. Nizhny Novgorod: Volga Center for Methodological and Informational Evaluation. (in Russian)
16. Roslov V.Yu., Myshanov A.I. (2007). Modified lifetime method for calculating equipment depreciation. *Voprosy otsenki*. No 2. (in Russian)
17. 2022 Cost Index and Depreciation Schedules. Raleigh: North Carolina Department of Revenue.
18. 2020 Personal Property Manual. Arizona Department of Revenue. https://azdor.gov/sites/default/files/media/PROPERTY_pp-manual.pdf
19. Assessor's Handbook, Section 582. The Explanation of the Derivation of Equipment Percent Good Factors. California State Board of Equalization. February 1981. Reprinted August 1997.
20. Barth N/, Cappelen Å., Skjerpen T, Todsén S., Åbyholm T. (2016). Expected service lives and depreciation profiles for capital assets: Evidence based on a survey of Norwegian firms. Discussion Papers No. 840. Statistics Norway, Research Department.
21. Mikhailitchenko S. (2016). Estimates of Net Capital Stock and Consumption of Fixed Capital for Australian States and Territories, 1990–2013. *Regional Statistics*, vol. 6, no 2, pp. 114–128; DOI: 10.15196/RS06206
22. Nomura K. (2005). Duration of Assets: Examination of Directly Observed Discard Data in Japan. KEO Discussion Paper No 99.

23. Grinchar N.G., Chalova M.Yu., Fomin V.I. (2014). Fundamentals of machine reliability. Part 1: Tutorial. Moscow: MGUPS. 98 p. (in Russian)
24. Ostreykovsky V.A. (2003). Reliability Theory: A Textbook for High Schools. Moscow, Higher School Publ. (in Russian)
25. Pitukhin A.V., Shilovsky V.N., Kostyukevich V.M. (2010). Reliability of forestry machines and equipment: Tutorial. St. Petersburg: Lan' Publ.. 288 p. (in Russian).
26. Guidance document 26-01-143-83. Reliability of chemical engineering products. Assessment of reliability and efficiency in the design. (in Russian).
27. Livchits V.N. (1971). Selection of optimal solutions in technical and economic calculations. Moscow: Economics Publ. (in Russian)
28. Leifer L.A., Kashnikova P.M. (2008). Determination of the residual service life of machines and equipment based on probabilistic models. *Property relations in the Russian Federation*. No 1(76), pp. 66-79. (in Russian)