

Каменских, А. А. Анализ влияния порядка аппроксимации конечных элементов на контактное деформирование защитного полимерного слоя / А. А. Каменских, А. С. Крысина, А. П. Панькова // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 2. – С. 17–32. DOI 10.15593/2499-9873/2023.2.02

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Каменских, А. А. Анализ влияния порядка аппроксимации конечных элементов на контактное деформирование защитного полимерного слоя / А. А. Каменских, А. С. Крысина, А. П. Панькова. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2023.2.02 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2023. – № 2. – С. 17–32.



ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 2, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.02

УДК 539.374



Анализ влияния порядка аппроксимации конечных элементов на контактное деформирование защитного полимерного слоя

А.А. Каменских, А.С. Крысина, А.П. Панькова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 2 мая 2023
Одобрена: 06 июня 2023
Принята к публикации:
22 июня 2023

Финансирование

Работа выполнена при
финансовой поддержке
РФФИ и Пермского края
в рамках научного проекта
№ 20-48-596009.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии
конфликта интересов.

Вклад авторов

равноценен.

Ключевые слова:

идеальный контакт, адгезия,
фрикционный контакт, защитное
покрытие, полимер, МКЭ, аппрок-
симация, напряженно-
деформированное состояние,
геометрическая конфигурация.

АННОТАЦИЯ

Реализация задач с использованием метода конечных элементов (МКЭ) связа-
на, в первую очередь, с правильным подбором порядка аппроксимации функций
формы, моделей поведения материалов, анализом характера сопряжения и выбо-
ром методик реализации. Выбор параметров численного решения влияет на вычис-
лительные процедуры. Решается задача о подборе параметров МКЭ и методов ее
реализации, позволяющая получить рациональное соотношение времени счета и
качества решения. Симплекс-элементы обладают функциями формы с линейными
зависимостями от координат. Реализация МКЭ с использованием симплекс-
элементов зарекомендовала себя за последние десятилетия. При этом можно от-
метить неточности описания криволинейных границ объектов исследования, что
может вносить дополнительные неточности в численное решение задачи. Эlemen-
ты второго порядка позволяют описывать криволинейные границы, но требуют боль-
ших затрат вычислительных мощностей, особенно при нелинейных задачах меха-
ники. Развитие численных прикладных программных пакетов с использованием
сеточных методов и ресурсов вычислительной техники на настоящий момент по-
зволяет оценивать влияния степени аппроксимации МКЭ на решение задачи. В
рамках исследования установлено, что в точке первоначального контакта «сталь –
полимер» наблюдается увеличение погрешности численного решения. Для анализа
влияния порядка аппроксимации МКЭ на численное решение задачи рассмотрены
элементы 1-го и 2-го порядка. Исследование выполнено в рамках классической
задачи Герца. Помимо этого, для задачи о контакте сферического штампа со сталь-
ным полупространством через защитное полимерное покрытие толщиной от 4 до 12
мм проведено исследование полученных решений при моделировании разных ха-
рактеров сопряжения контактных поверхностей. Выявлено, что наименьшее влия-
ние порядок элементов оказывает на решение задачи при идеальном контакте,
наибольшее при фрикционном контакте.

© ПНИПУ

© Каменских Анна Александровна – канд. техн. наук, доцент кафедры вычислительной математики, механики и биомеха-
ники, e-mail: anna_kamenskih@mail.ru, ORCID: 0000-0002-3012-2418.

Крысина Анастасия Сергеевна – студент кафедры вычислительной математики, механики и биомеханики, e-mail:
nastia.krysina@mail.ru, ORCID: 0009-0004-1433-8755.

Панькова Анастасия Петровна – младший научный сотрудник, аспирант кафедры вычислительной математики, механики
и биомеханики, e-mail: anstasia_pankova@mail.ru, ORCID: 0000-0001-7426-1287.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Kamenskih A.A., Krysina S.A., Pankova A.P. The effect analysis of the finite element approximation order on the protective polymer layer contact deformation. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2023, no. 2, pp. 17–32. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.02

MDPI and ACS Style: Kamenskih, A.A.; Krysina, S.A.; Pankova, A.P. The effect analysis of the finite element approximation order on the protective polymer layer contact deformation. *Appl. Math. Control Sci.* **2023**, *2*, 17–32. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.2.02>

Chicago/Turabian Style: Kamenskih, Anna A., Anastasia S. Krysina, and Anastasia P. Pankova. 2023. “The effect analysis of the finite element approximation order on the protective polymer layer contact deformation”. *Appl. Math. Control Sci.* no. 2: 17–32. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.2.02>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES
№ 2, 2023
<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.02

UDK 539.374



The effect analysis of the finite element approximation order on the protective polymer layer contact deformation

A.A. Kamenskih, A.S. Krysina, A.P. Pankova

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 02 May 2023
Approved: 06 June 2023
Accepted for publication:
22 June 2023

Funding

The work was done at financial support RFBR and Perm Territory as part of a scientific project No. 20-48-596009.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions

equivalent.

Keywords:

ideal contact, adhesion, frictional contact, protective coating, polymer, FEM, approximation, stress-strain state, geometric configuration.

ABSTRACT

Problems implementation using the finite element method (FEM) is primarily associated with the proper selection of approximation order of the shape functions, material behavior models, the coupling nature analysis and the implementation techniques choice. The choice of numerical solution parameters affects the computational procedures. The paper solves problem of the FEM parameters selection and its realization methods in order to achieve a reasonable balance between the counting time and the solution quality. Simplex elements have shape functions with linear dependences on the coordinates. The FEM implementation with the use of simplex elements has proven itself during the last decades. However, one can note the description inaccuracy of curvilinear boundaries of research objects, which can introduce additional inaccuracies in the problem numerical solution. Second-order elements will allow describing curvilinear boundaries, but require a large expenditure of computational power especially for nonlinear mechanics problems. The development of numerical application software packages allows us to evaluate the influence of the FEM approximation degree on the problem solution with the use of grid methods and computer resources at the present time. The paper found that an increase in the numerical solution error is observed at the point of initial steel – polymer contact. The study considers the elements of order 1 and 2 to analyze the influence of the FEM approximation order on the problem numerical solution. The study is carried out within the framework of the classical Hertz problem. In addition the paper investigate obtained solutions for modeling different characters of contact surface coupling for the problem of contact between a spherical die and a steel half-space through a protective polymer coating 4 mm to 12 mm thick. The study reveal that the elements order has the least influence on the problem solution at ideal contact and the greatest one at frictional contact.

© PNRPU

© **Anna A. Kamenskih** – CSc of Technical Sciences, Docent of the Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, e-mail: anna_kamenskih@mail.ru, ORCID: 0000-0002-3012-2418.

Anastasia S. Krysina – Student of the Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, e-mail: nastia.krysina@mail.ru, ORCID: 0009-0004-1433-8755.

Anastasia P. Pankova – Junior Researcher, Ph. D. Student of the Department of Computational Mathematics, Mechanics and Biomechanics, e-mail: anastasia_pankova@mail.ru, ORCID: 0000-0001-7426-1287.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

Для решения задач прикладной механики и компьютерного инжиниринга применяются численные методы: метод конечных разностей [1], метод конечных элементов (МКЭ) [2], метод граничных элементов [3] и их различные модификации [4; 5]. Преимущества численных сеточных методов [6; 7]: постановка задачи, понятная инженерам-исследователям; возможность моделирования геометрически сложных объектов; быстрота и удобность получения результатов; экономичность и т.д. Метод конечных элементов [8–11] развивается с 50-х гг. прошлого века и получил широкое распространение в прикладных инженерных пакетах: ABAQUS, ANSYS, SFX и т.д. При этом вычислительные алгоритмы, реализованные в программах, не стоят на месте и постоянно совершенствуются с точки зрения качества решения и затрат ресурсов вычислительной техники. Прикладные пакеты инженерного анализа позволяют решить большинство линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных пространственных задач механики деформируемого тела, механики жидкости и газа, газогидродинамики, теплофизики, электродинамики, акустики [12]. Математические основы МКЭ, заложенные в прикладных пакетах, включают разную степень аппроксимации элементов. Симплекс-элементы с линейной аппроксимацией широко используются при реализации задач в рамках МКЭ [4; 13; 14]. При этом можно отметить недостаток такой постановки для криволинейных границ объектов исследования. Использование элементов более высокого порядка может улучшить получаемые результаты, т.е. максимально близко описать поведение конструкции к реальной ее работе. Однако при использовании таких элементов в разы увеличивается количество узловых неизвестных, что, в свою очередь, может привести к загрузке вычислительных систем, особенно при реализации нелинейных задач механики. Поэтому очень важно правильно подобрать тип конечных элементов в зависимости от геометрии модели, получаемых результатов в ходе решения численной задачи и т.д.

Анализ деформирования полимерных материалов, применяемых как защитные и антифрикционные покрытия и прослойки, относится к нелинейным задачам механики деформируемого твердого тела [15–16]. Не линейны не только модели поведения таких материалов, а также характер их сопряжения с соседними объектами. Производители различных конструкций и их элементов имеют большой спрос на производство, исследование и развитие как полимерных материалов, так и композиционных материалов на их основе [17–20]. Такие материалы применяются в разнообразных промышленных областях [21–23]. Одним из популярных полимерных материалов является политетрафторэтилен, или модифицированный фторопласт, также существует большое разнообразие композиционных материалов на его основе [24–26]. Данные материалы часто используются в качестве защитных покрытий [27–29], функциональных мембран [30], полимерных стентов [31].

При изготовлении полимерных материалов и/или последующей обработке [32] их поверхности имеют различную степень шероховатости. Ее уровень оказывает влияние на работу конструкции, долговечность, износостойкость [33–37] и т.д. Материалы работают в рамках трибологии в качестве защитных покрытий различной толщины [38], обладают разной шероховатостью и взаимодействуют с металлическими и неметаллическими поверхностями сопряжения с разным характером обработки, что влияет на контактное взаимодействие объектов. Чаще всего при моделировании контактных узлов моделируют элементы конструкции с идеальным контактом. Однако в условиях реальной работы конструкции такой вид контакта слабо возможен, а для приближения численного моделирования конструкции к ее реальной работе и более точного описания напряженно-деформированного состояния

(НДС) и прогнозирования ее деформационного поведения необходимо использовать другие варианты характера сопряжения.

Таким образом, актуальны исследования, включающие разные факторы, влияющие на численное решение задачи, в том числе и для канонической геометрии объектов. Реализация задач с анализом влияния аппроксимации МКЭ должна верифицироваться на моделях с известными решениями, с дальнейшим переходом к моделям объектов и систем. В работе рассмотрена нелинейная задача механики о контактном деформировании защитного полимерного покрытия разной толщины с тремя вариантами сопряжения «полимер – полупространство» для двух вариантов аппроксимации конечных элементов (КЭ). Верификация задачи выполнена на классической задаче контакта Герца.

1. Постановка задачи

Рассмотрено две расчетные схемы (рис. 1): классическая задача Герца о контакте сферического индентора (1) и полупространства (2); задача о контакте индентора (1) с полупространством (2), покрытым защитным полимерным слоем (3).

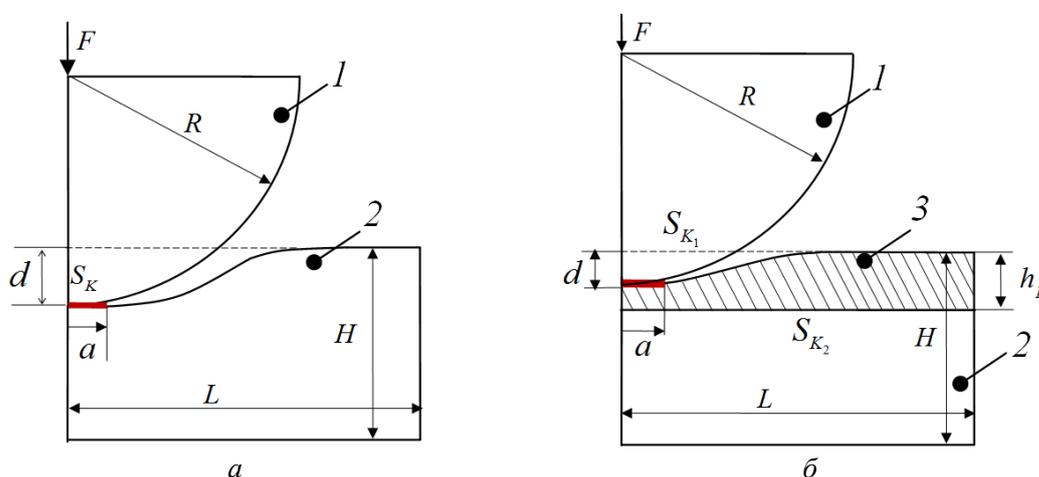


Рис. 1. Контакт полупространства со сферическим индентором:
 a – полимерное полупространство; b – с учетом полимерного защитного слоя

Расчетная схема 1 (см. рис. 1, a) используется для верификации численного решения, выполненного в пакете конечно-элементного анализа ANSYS с использованием языка APDL. При этом индентор выполнен из стали, а полупространство из радиационно-модифицированного фторопласта-4 [39]. Модифицированный фторопласт является антифрикционным полимером, который используется в качестве относительно тонких покрытий и прослоек в узлах трения [39; 40]. Расчетная схема 2 (см. рис. 1, b) направлена на анализ влияния толщины покрытия из модифицированного фторопласта при разном характере сопряжения с поверхностью металлического полупространства на контактное деформационное поведение полимерного материала. Модифицированный фторопласт моделируется в рамках деформационной теории пластичности. Основные геометрические размеры моделей: $R = 0,2$ м, $H = 0,044$ м, $L = 0,31$ м. Сила индентирования постоянна и равняется 1000 Н. Толщина защитного покрытия изменяется в пределах от 4 до 12 мм. Отброшенные части полупространства заменяются условиями симметрии.

На границе сопряжения «индентор – полимер» реализовано фрикционное контактное взаимодействие с постоянным трением 0,04. В зоне сопряжения «полимер – полупростран-

ство» реализуется три типа контакта: идеальный, созданный посредством КЭ-сетки; фрикционный, соответствующий полированной поверхности металла; полная адгезия, соответствующий шероховатой поверхности. Математическая постановка задачи фрикционного контакта упругих тел через упругопластическую прослойку ранее была описана в [41]. Условия идеального контакта и полной адгезии описаны в [42]. В классической задаче Герца в зоне сопряжения «индентор – полимер» реализовано проскальзывание без трения [42].

Ранее было установлено увеличение погрешности численного решения от аналитики в области первоначального контакта «индентор – полупространство» при моделировании МКЭ с использованием симплекс-элементов. Таким образом, в рамках данной работы выполняется оценка влияния порядка аппроксимации КЭ на численное решение нелинейных задач механики контактного взаимодействия. Рассматриваются два вида КЭ: 4-узловой изопараметрический плоский элемент с линейной аппроксимацией; 8-узловой изопараметрический плоский элемент с квадратичной аппроксимацией. Оба рассматриваемых элемента позволяют моделировать осесимметричные задачи. Для зон сопряжения используются контактные элементы с аналогичной аппроксимацией.

2. Анализ влияния порядка аппроксимации элементов на численное решение задачи

В работе [41] было установлено, что при толщине прослойки 4 мм достаточно 16 элементов по толщине для обеспечения достаточно качественной картины изменения деформационных и контактных параметров. Для оценки влияния дискретизации системы на решение задачи Герца при разной аппроксимации элементов рассмотрим два варианта КЭ-сетки, базирующихся на величине конечных элементов области контакта и на толщине предполагаемой прослойки ($e_size = 4$ мм – минимальная толщина прослойки): $e_size/16$ и $e_size/32$. При удалении от области контакта размер элемента градиентно увеличивается, максимальный размер элемента 0,5 мм.

Для оценки влияния порядка КЭ на полученное решение будет проведен сравнительный анализ с аналитическим по формуле (1):

$$\Delta P_K = \frac{|P_K^a - P_K^c|}{P_K^a} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

где P_K^a – аналитическое решение задачи, взятое за эталонное; P_K^c – численное решение задачи.

На рис. 2 представлено влияние степени дискретизации системы на численное решение задачи Герца при разной аппроксимации КЭ и характер распределения контактного давления.

Характер распределения контактного давления не зависит от порядка элементов и степени дискретизации системы. При этом можно отметить, что основные различия решений с элементами 1-го и 2-го порядка аппроксимации наблюдаются вблизи точки первоначального контакта с индентором: погрешность решения элементами 1-го порядка больше на 0,3–0,5 %. Максимальная погрешность численного решения наблюдается вблизи края области контакта и составляет около 8,5 и 10 % для элементов 1-го и 2-го порядков соответственно ($e_size/16$). Данный эффект во многом связан с канонической формой распределения контактного давления в аналитике. Численное решение позволяют получить более реальный характер сопряжения. Среднеарифметическая погрешность контактного давле-

ния на основной площади контакта имеет малые отличия для элементов 1-го и 2-го порядка аппроксимации. Можно отметить, что погрешность численного решения с симплекс-элементами меньше, чем при элементах с квадратичной аппроксимацией. Данный факт может быть связан с тем, что классическая задача Герца реализуется в рамках линейной теории упругости. Дальнейшее решение задач будет вестись на сетке с размерами конечных элементов в области контакта и полимерной прослойки $e_size/16$.

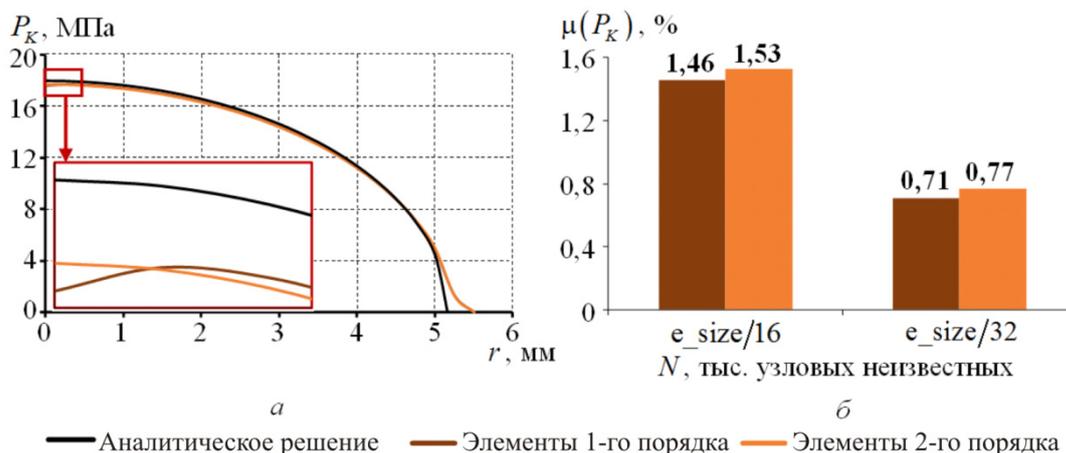


Рис. 2. Характер распределения контактного давления (а) и среднеарифметическая погрешность по основной площадке контакта (б)

3. Анализ влияния порядка аппроксимации элементов на решение нелинейных задача механики контактного взаимодействия

Выполнена серия численных экспериментов для двух вариантов аппроксимации КЭ для расчетной схемы 2 (см. рис. 1, б). Получены поля распределения параметров НДС и контакта, а также зависимости параметров от толщины слоя скольжения и характера сопряжения защитного полимерного слоя и полупространства.

Характер распределения контактного давления в целом похож на классическую задачу Герца (рис. 3, а), при этом из-за реализации трения на поверхности сопряжения «индентор – покрытие» в узле появляется контактное касательное напряжение (рис. 3, б), идеальный контакт на S_{K_2} .

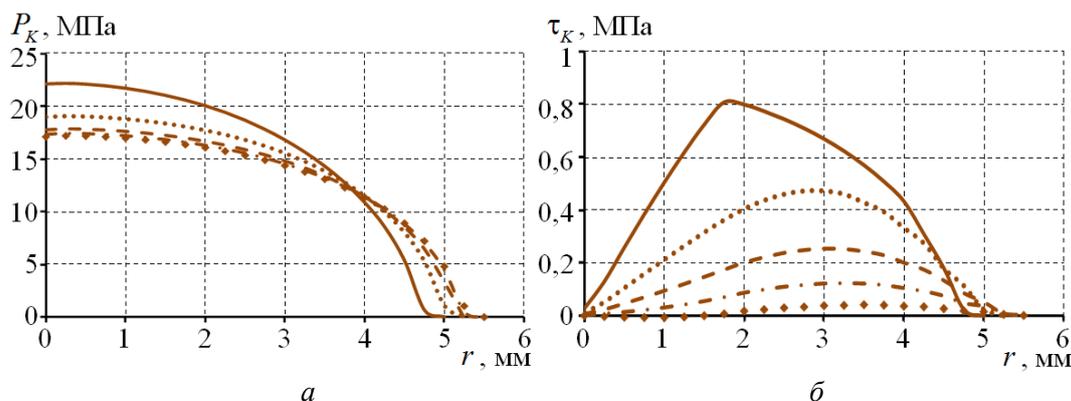


Рис. 3. Параметры контакта S_{K_1} при идеальном сопряжении S_{K_2} : а – контактное давление; б – контактное касательное напряжение

Толщина полимерного слоя оказывает значительное влияние на уровни параметров контакта и площадь пятна контакта. При идеальном контакте влияние порядка конечного элемента на решение незначительно (рис. 4).

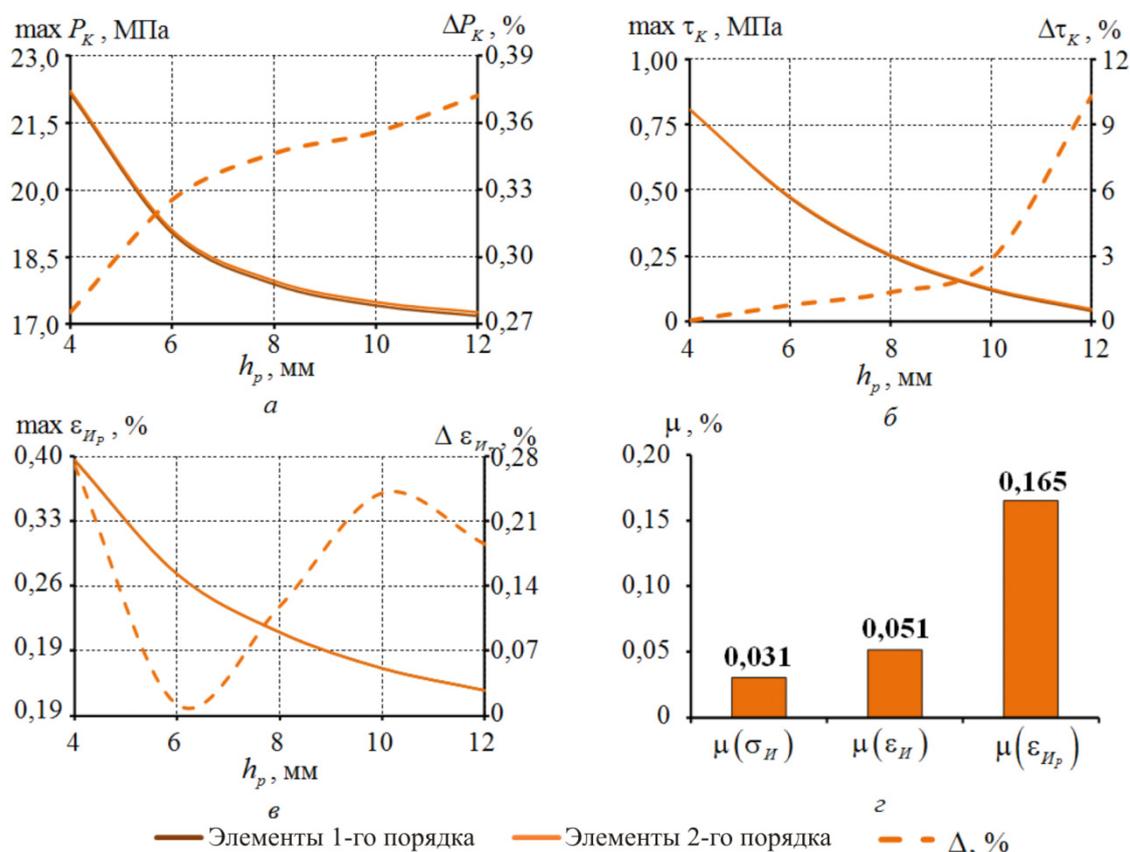


Рис. 4. Решение задачи при идеальном контакте на S_{K_2} : а – $\max P_K$ на S_{K_1} ; б – $\max \tau_K$ на S_{K_1} ; в – $\max \varepsilon_{Ир}$; г – среднеарифметическое отличие параметров НДС

Характер изменения параметров НДС и контакта не зависит от порядка аппроксимации элементов. Для всех характеров сопряжения отличия решений с элементами 1-го и 2-го порядка аппроксимации вычисляются по формуле (2), где за эталонное значение выбраны параметры решения с 1-м порядком аппроксимации элементов:

$$\Delta X = \left| \frac{X^1 - X^2}{X^1} \right| \cdot 100 \%, \quad (2)$$

где X^1 – решения с элементами 1-го порядка аппроксимации; X^2 – решения с элементами 2-го порядка аппроксимации; X – параметры НДС и контакта.

Отличия контактных параметров на S_{K_1} между решениями с элементами 1-го и 2-го порядка аппроксимации возрастают при увеличении толщины полимерного слоя. Отличия контактного давления не превышают 0,5 %. Контактное касательное напряжение зависит от порядка аппроксимации незначительно до толщины прослойки 10 мм ($\Delta \tau_K$ менее 3 %), при толщине прослойки 12 мм $\Delta \tau_K \sim 10$ %. Отличия параметров НДС не превышают 0,3 %. При этом нет четкой зависимости от толщины покрытия: при увеличении толщины до 8 мм отличие параметров НДС снижается, а при дальнейшем увеличении толщины – возрастает.

На рис. 5 показаны зависимости решения от аппроксимации элементов при полной адгезии на границе сопряжения «покрытие – полупространство».

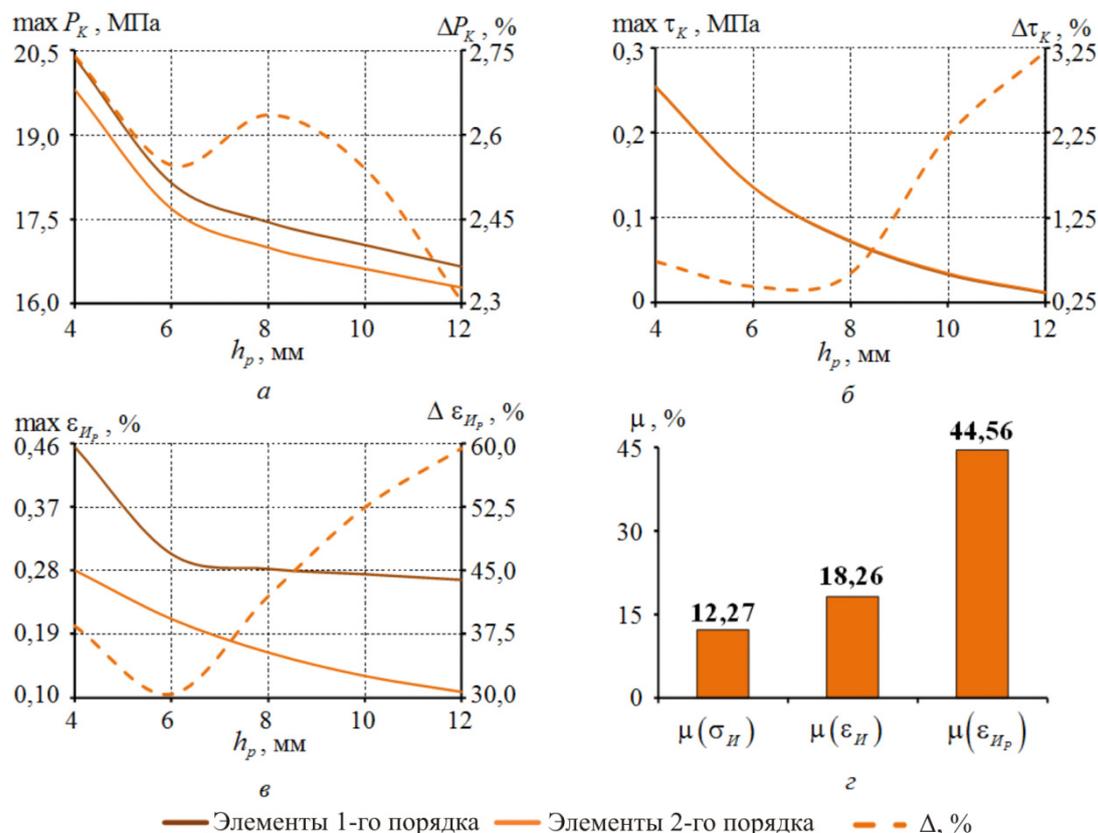


Рис. 5. Решение задачи при полной адгезии на S_{K_2} : а – $\max P_K$ на S_{K_1} ; б – $\max \tau_K$ на S_{K_1} ; в – $\max \varepsilon_{H_p}$; з – среднеарифметическое отличие параметров НДС

Параметры НДС полученные в рамках МКЭ с элементами 2-го порядка значительно ниже. Контактные параметры мало зависят от порядка аппроксимации элементов: ΔP_K менее 3%; $\Delta \tau_K$ менее 3,5%. Характер зависимости параметров контакта от толщины покрытия не зависит от порядка элементов. При этом параметры НДС решения с элементами 1-го порядка аппроксимации выходят на асимптоту при толщине более покрытия 8 мм, что не наблюдается у элементов 2-го порядка. Параметры НДС решения с квадратичными элементами снижаются при увеличении толщины покрытия на всем диапазоне. Интенсивность напряжений и полных деформаций максимально отливаются на 17 и 24% соответственно. Максимальное влияние порядок элементов оказал на интенсивность пластических деформаций (максимально около 60%), что связано с нелинейным деформированием материала покрытия.

На рис. 6 показаны зависимости решения от аппроксимации элементов при фрикционном контакте на границе сопряжения «покрытие – полупространство».

При анализе влияния толщины слоя скольжения на деформационные и контактные параметры прослеживается тенденция уменьшения максимальных значений всех рассматриваемых параметров.

Порядок элементов оказывает значительное влияние на характер изменения деформационных характеристик от толщины покрытия. При толщине 4 мм интенсивность напряжений решения с элементами 2-го порядка выше, что не наблюдалось при других вариантах контакта

«покрытие – полупространство». Интенсивности деформаций при толщине покрытия 4–6 мм имеют малые отличия при разном порядке аппроксимации элементов. При толщинах более 6 мм наблюдается плавное снижение уровня параметров НДС при элементах 2-го порядка; решение выходит на асимптоту при элементах 1-го порядка. Характер изменения параметров контакта имеет малые отличия от других вариантов сопряжения на S_{K_2} , отличия решений элементами 1-го и 2-го порядка не превышают 5 %. Максимальные отличия параметров НДС решения элементами 1-го и 2-го порядка идентичны полной адгезии.

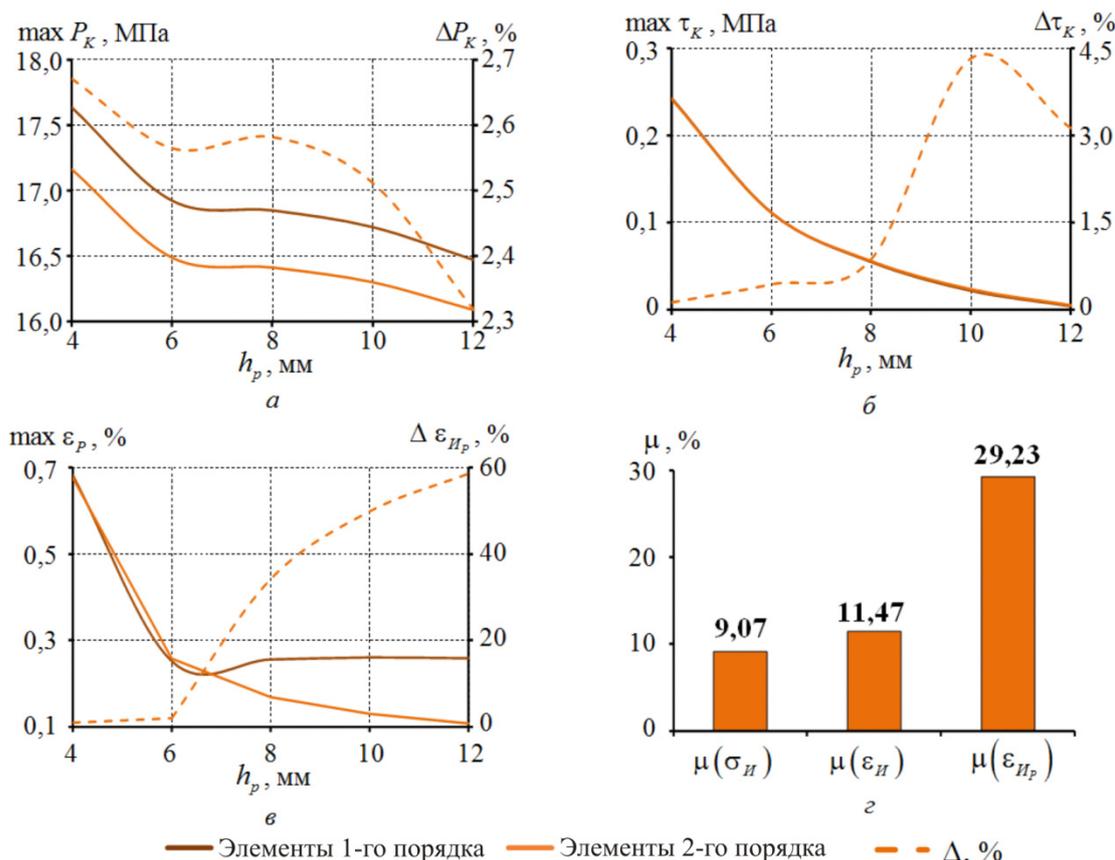


Рис. 6. Решение задачи при фрикционном контакте на S_{K_2} : а – $\max P_K$ на S_{K_1} ; б – $\max \tau_K$ на S_{K_1} ; в – $\max \varepsilon_{H_p}$; г – среднеарифметическое отличие параметров НДС

Нелинейное поведение материала покрытия оказывает влияние на интенсивность пластических деформаций, что следует из решения задач при идеальном контакте на границе сопряжения «покрытие – полупространство». Отличия остальных контактных и деформационных параметров минимальное, что связано с привязкой полей перемещений, напряжений и деформаций покрытия на границе сопряжения S_{K_2} к линейно упругому телу. Введение в модель нелинейного контактного взаимодействия между покрытием и полупространством оказывает влияние как на параметры контакта (в пределах 5 %), так и на деформационные характеристики (до 60 %).

Снижение максимального уровня параметров НДС и контакта во многом связано с изменением площади контактного сопряжения (рис. 7).

Отмечается, что минимальную площадь контакта имеет модель, реализованная с идеальным характером сопряжения. Максимальная площадь контакта приходится на модель,

учитывающую фрикционный характер сопряжения, однако модель с полной адгезией достигает тех же значений при толщине слоя скольжения 12 мм. На параметры НДС также оказывает значительное влияние пластическое течение полимерного материала в области первоначального контакта с индентором.

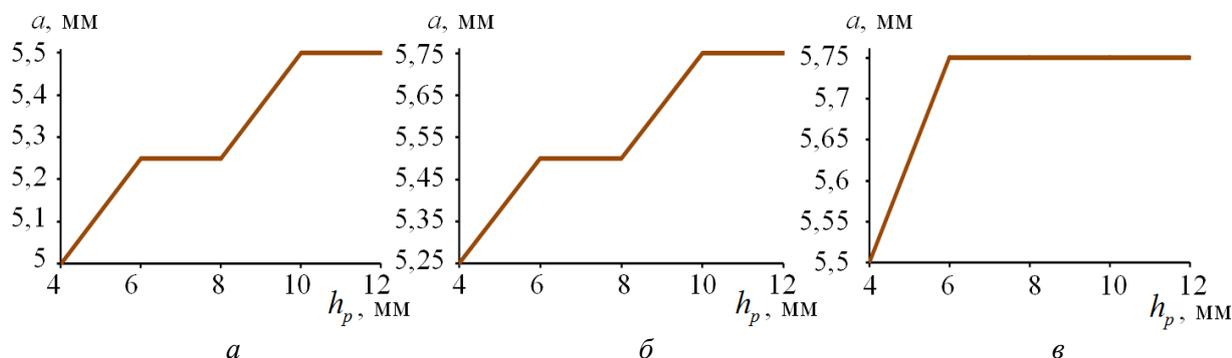


Рис. 7. Зависимость радиуса площадки контакта от толщины покрытия: *a* – идеальный контакт; *б* – полная адгезия; *в* – фрикционный контакт

Заключение

Рассмотрено влияние порядка аппроксимации элементов на численное решение задачи о контактном взаимодействии сферического стального штампа со стальным полупространством через упругопластическое полимерное покрытие. Задача рассматривалась при разной толщине покрытия и характере сопряжения с полупространством. Верификация численного решения при разной аппроксимации элементов выполнена на классической задаче контакта Герца. Установлено, что при линейном поведении материалов численные решения задачи Герца максимально отличаются в области первоначального контакта индентора и полупространства. При нелинейном поведении материалов и нелинейном характере сопряжения покрытия и полупространства наблюдаются значительные отличия решений элементами 1-го и 2-го порядка по параметрам НДС. Сравнительный анализ показал, что:

- наименьшее влияние на численное решение (контактные и деформационные параметры) порядок элементов оказывает при реализации идеального контакта для всех вариантов толщины слоя скольжения;
- при использовании элементов второго порядка присутствует более равномерное распределение контактных параметров, особенно в зонах первоначального и пограничного контакта;
- установлено, что порядок конечных элементов оказывает достаточно большое влияние на полученные значения деформационных параметров. При этом уровень параметров достаточно мал, что при рассмотрении напряженно-деформированного состояния конструкции в целом незначительно.

Выдвинуто предположение, что элементы 2-го порядка лучше подходят для решения задачи о сопряжении элементов с неканоническими геометриями, при нелинейном поведении материалов и контакте. Однако требуется уточнение о влиянии порядка элементов на решение задач для моделей реальных конструкций с оценкой загрузки вычислительной техники.

Список литературы

1. Сеченов П.А., Рыбенко И.А. Решение задачи одномерной теплопроводности на графических процессорах с использованием технологии CUDA // Прикладная математика и вопросы управления. – 2021. – № 4. – С. 23–41. DOI 10.15593/2499-9873/2021.4.02

2. Zienkiewicz, O. C. The finite element method in engineering science. – London, New York: McGraw-Hill, 1971. – 521 p.
3. Brebbia C.A., Walker S. Boundary Element Techniques in Engineering. – Elsevier Science, 2016. – 220 p.
4. Матвеев А.Д. Построение высокоточных многосеточных конечных элементов малой размерности с применением локальных аппроксимаций и образующих конечных элементов // Сибирский аэрокосмический журнал. – 2022. – Т. 23, № 3. – С. 372–390.
5. Kuznetsova Y.S., Vorobyev N.A., Trufanov N.A. Application of the geometric immersion method based on the Castigliano variational principle for the axisymmetric problems of elasticity theory // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – Vol. 177. – Art. 012125. – DOI 10.1088/1757-899X/177/1/012125.
6. Станкевич И.В., Яковлев М.Е., Си Ту Хтет Разработка алгоритма контактного взаимодействия на основе альтернирующего метода Шварца // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. – 2011. – №S1. – С. 134–141.
7. Ящук Ю.А., Прокопышин И.И. Решение задачи контактного взаимодействия с использованием h – адаптивного метода конечных элементов // Сибирские электронные математические известия. – 2014. – Т. 11. – С. 220–228.
8. Кривицкий П.В., Матвеев Н.В. Численная модель предварительно напряженных железобетонных балок с полого отогнутой арматурой при различных пролетах среза // Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – 2018. – № 1 (109). – С. 92–97.
9. Бабин А.П., Зернин М.В. Конечноэлементное моделирование контактного взаимодействия с использованием положений механики контактной псевдосреды // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. – 2009. – № 4. – С. 84–107.
10. Borazjani I. Fluid–structure interaction, immersed boundary-finite element method simulations of bio-prosthetic heart valves, // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering – 2013. – Vol. 257. – P. 103–116. DOI: 10.1016/j.cma.2013.01.010
11. Finite-Element Method Simulations of Guided Wave Phenomena at Terahertz Frequencies / J.A. Deibel, M. Escarra, N. Berndsen [et al.] // Proceedings of the IEEE – 2007. – Vol. 95, № 8. – P. 1624–1640. DOI: 10.1109/JPROC.2007.898817
12. Probabilistic finite element analysis using ANSYS / S. Reh, J.-D. Beley, S. Mukherjee, E.H. Khor // Structural Safety – Vol. 28(1-2). – P. 17–43. DOI: 10.1016/J.STRUSAFE.2005.03.010
13. Трусов П.В., Янц А.Ю., Теплякова Л.А. Прямая физическая упруговязкопластическая модель: приложение к исследованию деформирования монокристаллов // Физическая мезомеханика. – 2018. – Т. 21, № 2. – С. 33–44.
14. Столбова О.С., Тихомирова К.А. Два метода расчета напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов из сплавов с памятью формы с учетом различия свойств на растяжение и сжатие // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – № 1. – С. 109–125.
15. Process–Structure–Properties in Polymer Additive Manufacturing via Material Extrusion: A Review / G.D. Goh, Y.L. Yap, H.K.J. Tan [et al.] // Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences – 2020 – Vol. 45. – Art. 2. – P. 113–133. DOI: 10.1080/10408436.2018.1549977
16. Mechanical properties of PTFE coated fabrics / Y. Zhang, Q. Zhang, C. Zhou, Y. Zhou // Journal of Reinforced Plastics and Composites. – 2010 – Vol. 29, № 24. – P. 3624–3630. DOI: 10.1177/0731684410378542

17. Ube T., Ikeda T. Photomobile Polymer Materials with Complex 3D Deformation, Continuous Motions, Self-Regulation, and Enhanced Processability // *Advanced Optical Materials*. – 2019 – Vol. 7(16) – Art. 1900380. DOI: 10.1002/adom.201900380
18. Primc G. Recent Advances in Surface Activation of Polytetrafluoroethylene (PTFE) by Gaseous Plasma Treatments // *Polymers*. – 2020. – Vol. 12(10). – Art. 2295. DOI: 10.3390/POLYM12102295
19. Ojogbo E., Ogunsona E.O., Mekonnen T.H. Chemical and physical modifications of starch for renewable polymeric materials // *Materials Today Sustainability* – 2020 – Vol. 7–8. – Art. 100028. DOI: 10.1016/J.MTSUST.2019.100028.
20. Impact of dataset uncertainties on machine learning model predictions: the example of polymer glass transition temperatures / A. Jha, A. Chandrasekaran, C. Kim, R. Ramprasad // *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*. – 2019. – Vol. 27, № 2. – Art. 024002. DOI: 10.1088/1361-651X/aaf8ca
21. Tan L.J., Zhu W., Zhou K. Recent Progress on Polymer Materials for Additive Manufacturing // *Advanced Functional Materials* – 2020 – Vol. 30(43). – Art. 2003062. DOI: 10.1002/adfm.202003062
22. Biomimetic Supertough and Strong Biodegradable Polymeric Materials with Improved Thermal Properties and Excellent UV-Blocking Performance / X. Zhang, W. Liu, D. Yang, X. Qiu // *Advanced Functional Materials* – 2018 – Vol. 29(4). – Art. 1806912. DOI: 10.1002/adfm.201806912
23. Zhou L.-Y., Fu J., He Y. A Review of 3D Printing Technologies for Soft Polymer Materials // *Advanced Functional Materials* – 2020 – Vol. 30(28). – Art. 2000187. DOI: 10.1002/adfm.202000187
24. Ultralow Wear Self-Mated PTFE Composites / K.E. Van Meter, C.P. Junk, K.L. Campbell [et al.] // *Macromolecules*. – 2022. – № 55 (10). – P. 3924–3935. DOI: 10.1021/acs.macromol.1c02581
25. Friction and wear behavior of PTFE coatings modified with poly (methyl methacrylate) / S. Peng, L. Zhang, G. Xie [et al.] // *Composites Part B: Engineering*. – 2019. – Vol. 172. – P. 316–322. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.04.047
26. Mylsamy G., Krishnasamy P. A Review on Electrical Properties of Fiber-Reinforced Polymer Material: Fabrication, Measurement, and Performances // *Transactions of the Indian Institute of Metals*. – 2023. – Vol. 73. – P. 1691–1708. DOI: 10.1007/S12666-023-02888-3
27. Corrosion and tribological performance of PTFE-coated electroless nickel boron coatings / Y. Wan, Y. Yu, L. Cao [et al.] // *Surface and Coatings Technology*. – 2016. – Vol. 307. – P. 316–323. DOI: 10.1016/J.SURFCOAT.2016.09.001
28. Sajid M., Ilyas M. PTFE-coated non-stick cookware and toxicity concerns: a perspective // *Environmental Science and Pollution Research* – 2017. – № 24. – P. 23436–23440. DOI: 10.1007/S11356-017-0095-Y
29. Flame retardant polymer materials: An update and the future for 3D printing developments / H. Vahabi, F. Laoutid, M. Mehrpouya [et al.] // *Materials Science and Engineering: R: Reports*. – 2021. – Vol. 144. – Art. 100604. DOI: 10.1016/J.MSER.2020.100604
30. PTFE porous membrane technology: A comprehensive review / Q. Guo, Y. Huang, M. Xu [et al.] // *Journal of Membrane Science*. – 2022. – Vol. 664. – Art. 121115. DOI: 10.1016/J.MEMSCI.2022.121115
31. Biocompatible Polymer Materials with Antimicrobial Properties for Preparation of Stents / K. Škrlová, K. Malachová, A. Muñoz-Bonilla [et al.] // *Nanomaterials*. – 2019. – Vol. 9(11). – Art. 1548. doi: 10.3390/nano9111548

32. Макаров В.Ф., Муратов К.Р. Анализ оборудования для финишной абразивной обработки плоских поверхностей // *Машиностроение, материаловедение*. – 2017. – Т. 19, № 1. – С. 170–187. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.1.11
33. Анিকেев А.Н., Абляз Т.Р. Влияние напряжения и скорости смотки электрода проволоки на формирование шероховатости обработанной поверхности при проволочно-вырезной электроэрозионной обработке // *Машиностроение, материаловедение*. – 2016. – Т. 18, № 1. – С. 175–188. DOI: 10.15593/2224-9877/2016.1.12
34. Study on Roughness Parameters Screening and Characterizing Surface Contact Performance Based on Sensitivity Analysis / Y. Duo, T. Jinyuan, Z. Wei, W. Yuqin // *Journal of Tribology*. – 2022. – № 144(4). – Art. 041502. DOI: 10.1115/1.4051733
35. Investigation on size effect of surface roughness and establishment of prediction model in micro-forming process / G. Wang, J. Han, Y. Lin, W. Zheng // *Materials Today Communications*. – 2021. – Vol. 27. – Art. 102279. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2021.102279
36. Никитин О.Ф. Шероховатость поверхности и герметичность контактных уплотнительных устройств // *Машиностроение и компьютерные технологии*. – 2013. – № 5. – С. 101–106.
37. Козицына М.В., Труфанова Н.М., Рябкова Н.А. Численно-экспериментальное определение реологических характеристик полимеров // *Машиностроение, материаловедение*. – 2017. – Т. 19, № 1. – С. 155–167. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.1.10
38. The Effects of PTFE Thickness on the Tribological Behavior of Thick PDA/PTFE Coatings / S.K. Ghosh, C. Miller, D. Choudhury [et al.] // *Tribology Transactions*. – 2020 – Vol. 63, № 3. – P. 575–584. DOI: 10.1080/10402004.2020.1728001
39. Adamov A.A., Kamenskikh A.A., Nosov Yu.O. Comparative Analysis of the Polymeric Materials Deformation Behavior under Squeezed and Free Compression // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* – 2020. – Vol. 731, № 1. – Art. 012007. DOI: 10.1088/1757-899X/731/1/012007
40. Полимерные защитные покрытия от биокоррозии / В.Ф. Строганов, Е.В. Сагадеев, В.А. Бойчук, О.В. Стоянов, А.М. Мухаметова // *Вестник Казанского технологического университета*. – 2014. – Т. 17, № 18. – С. 149–154.
41. Kamenskikh A.A., Trufanov N.A. Regularities interaction of elements contact spherical unit with the antifrictional polymeric interlayer // *Journal of Friction and Wear*. – 2015. – Vol. 36, № 2. – P. 170–176.
42. Каменских А.А., Пашенко М.М. Исследование влияния характера контактного взаимодействия штампа с многослойным защитно-упрочняющим покрытием на деформационные характеристики системы штамп-полупространство // *Научно-технический вестник Поволжья*. – 2021. – № 8. – С. 59–62.

References

1. Sechenov P.A., Rybenko I.A. Reshenie zadachi odnomernoj teploprovodnosti na graficheskikh processorah s ispol'zovaniem tehnologii CUDA [Solving the problem of one-dimensional thermal conductivity on graphics processors using CUDA technology]. *Applied Mathematics and Control Sciences*. – 2021, no. 4, pp. 23–41, DOI: 10.15593/2499-9873/2021.4.02.
2. Zienkiewicz O.C. The finite element method in engineering science. London New York, McGraw-Hill, 1971, 521 p.
3. Brebbia C.A., Walker S. Boundary Element Techniques in Engineering, Elsevier Science, 2016, 220 p.

4. Matveev A. D. Postroenie vysokotochnykh mnogosechnykh konechnykh elementov maloi razmernosti s primeneniem lokal'nykh approksimatsii i obrazuiushchikh konechnykh elementov [Construction of high-precision, low-dimensional multigrid finite elements using local approximations and formative finite elements]. *Siberian Aerospace Journal*, 2022, vol. 23, no. 3, pp. 372–390. DOI: 10.31772/2712-8970-2022-23-3-372-390
5. Kuznetsova Y.S., Vorobyev N.A., Trufanov N.A. Application of the geometric immersion method based on the Castigliano variational principle for the axisymmetric problems of elasticity theory. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 177, art. 012125. DOI: 10.1088/1757-899X/177/1/012125.
6. Stankevich I.V., Iakovlev M.E., Si Tu Khtet Razrabotka algoritma kontaktnogo vzaimodeistviia na osnove al'terniruiushchego metoda Shvartsa [Development of a contact interaction algorithm based on the Schwarz alternating method]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*. 2011, no. S1, pp. 134–141.
7. Yashchuka Yu.O., Prokopyshynb I.I. Solving of contact mechanics problem using h-adaptive finite element method. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2014, vol. 11, pp. 220–228.
8. Krivickij P.V., Matveenko N.V. Chislennaja model' predvaritel'no naprjazhennykh zhelezobetonnykh balok s pologo otognutoj armaturoj pri razlichnykh proletah sreza [Numerical model of prestressed reinforced concrete beams with hollow bent reinforcement at different shear spans]. *Bulletin of Brest State Technical University. Construction and Architecture*, 2018, no. 1 (109), pp. 92–97.
9. Babin A.P., Zernin M.V. Finite-Element Simulation of Contact Interaction with the Use of Concepts of Contact Pseudomedium Mechanics. *A Journal of Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solids*, 2009, no. 4, pp. 565–584. DOI: 10.3103/S0025654409040086
10. Borazjani I. Fluid–structure interaction, immersed boundary-finite element method simulations of bio-prosthetic heart valves. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2013, vol. 257, pp. 103–116. DOI: 10.1016/j.cma.2013.01.010.
11. Deibel J. A., Escarra M., Berndsen N., et al. Finite-Element Method Simulations of Guided Wave Phenomena at Terahertz Frequencies. *Proceedings of the IEEE*, 2007, vol. 95, no. 8, pp. 1624–1640. DOI: 10.1109/JPROC.2007.898817.
12. Reh S., Beley J.-D., Mukherjee S., Khor E.H. Probabilistic finite element analysis using ANSYS. *Structural Safety*, vol. 28(1-2), pp. 17–43. DOI: 10.1016/j.strusafe.2005.03.010.
13. Trusov P.V., Iants A.Iu., Tepliakova L.A. Priamaia fizicheskaia uprugoviazkoplasticheskaia model': prilozhenie k issledovaniuu deformirovaniia monokristallov [Direct physical elastic-viscoplastic model: application to the study of deformation of monocrystals]. *Fizicheskaia mezomekhanika*, 2018, vol. 21, no. 2, pp. 33–44. DOI: 10.24411/1683-805X-2018-12004
14. Stolbova O.S., Tihomirova K.A. Two methods for calculating the stress-strain state of shape memory alloy constructions taking into account tension–compression asymmetry. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 1, pp. 109–125. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.1.09.
15. Goh G.D., Yap Y.L., Tan H.K.J., et al. Process–Structure–Properties in Polymer Additive Manufacturing via Material Extrusion: A Review. *Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences*, 2020, vol. 45, Art. 2, pp. 113–133. DOI: 10.1080/10408436.2018.1549977.
16. Zhang Y., Zhang Q., Zhou C., Zhou Y. Mechanical properties of PTFE coated fabrics. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2010, vol. 29, no. 24, pp. 3624–3630. DOI: 10.1177/0731684410378542.

17. Ube T., Ikeda T. Photomobile Polymer Materials with Complex 3D Deformation, Continuous Motions, Self-Regulation, and Enhanced Processability. *Advanced Optical Materials*, 2019, vol. 7(16), art. 1900380. DOI:10.1002/adom.201900380.
18. Primc G. Recent Advances in Surface Activation of Polytetrafluoroethylene (PTFE) by Gaseous Plasma Treatments. *Polymers*, 2020, vol. 12(10), art. 2295. DOI: 10.3390/polym12102295.
19. Ojogbo E., Ogunsona E.O., Mekonnen T.H. Chemical and physical modifications of starch for renewable polymeric materials. *Materials Today Sustainability*, 2020, vol. 7–8, art. 100028. DOI: 10.1016/j.mtsust.2019.100028.
20. Jha A., Chandrasekaran A., Kim C., Ramprasad R. Impact of dataset uncertainties on machine learning model predictions: the example of polymer glass transition temperatures. *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 27, no. 2, art. 024002. DOI: 10.1088/1361-651X/aaf8ca.
21. Tan L.J., Zhu W., Zhou K. Recent Progress on Polymer Materials for Additive Manufacturing. *Advanced Functional Materials*, 2020, vol. 30, iss. 43. art. 2003062. DOI: 10.1002/adfm.202003062.
22. Zhang X., Liu W., Yang D., Qiu X. Biomimetic Supertough and Strong Biodegradable Polymeric Materials with Improved Thermal Properties and Excellent UV-Blocking Performance. *Advanced Functional Materials*, 2018, vol. 29, iss. 4. art. 1806912. DOI: 10.1002/adfm.201806912.
23. Zhou L.-Y., Fu J., He Y. A Review of 3D Printing Technologies for Soft Polymer Materials. *Advanced Functional Materials*, 2020, vol. 30, iss. 28, art. 2000187. DOI: 10.1002/adfm.202000187.
24. Van Meter K.E., Junk C.P., Campbell K.L., et al. Ultralow Wear Self-Mated PTFE Composites. *Macromolecules*, 2022, no. 55 (10), pp. 3924–3935. DOI: 10.1021/acs.macromol.1c02581.
25. Peng S., Zhang L., Xie G., et al. Friction and wear behavior of PTFE coatings modified with poly (methyl methacrylate). *Composites Part B: Engineering*, 2019, vol. 172, pp. 316–322. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.04.047.
26. Mylsamy G., Krishnasamy P. A Review on Electrical Properties of Fiber-Reinforced Polymer Material: Fabrication, Measurement, and Performances. *Transactions of the Indian Institute of Metals*, 2023, vol. 73, pp. 1691–1708. DOI: 10.1007/s12666-023-02888-3.
27. Wan Y., Yu Y., Cao L., et al. Corrosion and tribological performance of PTFE-coated electroless nickel boron coatings. *Surface and Coatings Technology*, 2016, vol. 307, pp. 316–323. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2016.09.001.
28. Sajid M., Ilyas M. PTFE-coated non-stick cookware and toxicity concerns: a perspective. *Environmental Science and Pollution Research*, 2017, no. 24, pp. 23436–23440. DOI: 10.1007/s11356-017-0095-y.
29. Vahabi H., Laoutid F., Mehrpouya M., et al. Flame retardant polymer materials: An update and the future for 3D printing developments. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 2021, vol. 144, art. 100604. DOI: 10.1016/j.mser.2020.100604.
30. Guo Q., Huang Y., Xu M., et al. PTFE porous membrane technology: A comprehensive review. *Journal of Membrane Science*, 2022, vol. 664, art. 121115. DOI: 10.1016/j.memsci.2022.121115.
31. Škrlová K., Malachová K., Muñoz-Bonilla A, Měřinská, et al. Biocompatible Polymer Materials with Antimicrobial Properties for Preparation of Stents. *Nanomaterials*, 2019, vol. 9(11), art. 1548. DOI: 10.3390/nano9111548.
32. Makarov V.F., Muratov K.R. Equipment analysis for finishing abrasive processing of flat precision surfaces of products. *Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 170–187. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.1.11.

33. Anikeev A.N., Abljaz T.R. Influence of voltage and wire speed on forming the machined surface roughness during wire electrical discharge machining. *Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science*, 2016, vol. 18, no. 1, pp. 175–188. DOI: 10.15593/2224-9877/2016.1.12
34. Duo Y., Jinyuan T., Wei Z., Yuqin W. Study on Roughness Parameters Screening and Characterizing Surface Contact Performance Based on Sensitivity Analysis. *Journal of Tribology*, 2022, no. 144(4), art. 041502. DOI: 10.1115/1.4051733.
35. Wang G., Han J., Lin Y., Zheng W. Investigation on size effect of surface roughness and establishment of prediction model in micro-forming process. *Materials Today Communications*, 2021, vol. 27, art. 102279. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2021.102279.
36. Nikitin O.F. Sherokhovatost' poverkhnosti i germetichnost' kontaknykh uplotnitel'nykh ustroystv [Surface roughness and tightness of contact sealing devices]. *Mashinostroenie i komp'iuternye tekhnologii*, 2013, no. 5, pp. 101–106.
37. Kozitsyna M.V., Trufanova N.M., Ryabkova N.A. Numerical and experimental determination of the rheological properties of polymers. *Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 155–167. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.1.10
38. Ghosh S.K., Miller C., Choudhury D., et al. The Effects of PTFE Thickness on the Tribological Behavior of Thick PDA/PTFE Coatings. *Tribology Transactions*, 2020, vol. 63, no. 3, pp. 575–584. DOI: 10.1080/10402004.2020.1728001
39. Adamov A.A., Kamenskikh A.A., Nosov Yu.O. Comparative Analysis of the Polymeric Materials Deformation Behavior under Squeezed and Free Compression. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol 731, no. 1, art. 012007. DOI: 10.1088/1757-899X/731/1/012007
40. Stroganov V.F., Sagadeev E.V., Boichuk V.A., Stoianov O.V., Mukhametova A.M. Polimernye zashchitnye pokrytiia ot biokorrozii [Polymer protective coatings against biocorrosion]. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2014, vol. 17, no. 18, pp. 149–154.
41. Kamenskikh A.A., Trufanov N.A. Regularities of interactions between elements of a spherical contact unit with an antifriction polymeric interlayer. *Journal of Friction and Wear*, 2015, vol. 36, no. 2, pp. 170–176. DOI: 10.3103/S1068366615020075.
42. Kamenskikh A.A., Pashchenko M.M. Research of the contact interaction character influence of a stamp with a multi-layer protective-hardening coating on the deformation characteristics of the stamp-half-space system. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*, 2021, no. 8, pp. 59–62.