

Тырсин, А. Н. Моделирование зависимости нормализованного вегетационного индекса от атмосферных и водных показателей в Киркуке / А. Н. Тырсин, Х. А. М. Хасан // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 2. – С. 33–42. DOI 10.15593/2499-9873/2023.2.03

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Тырсин, А. Н. Моделирование зависимости нормализованного вегетационного индекса от атмосферных и водных показателей в Киркуке / А. Н. Тырсин, Х. А. М. Хасан. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2023.2.03 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2023. – № 2. – С. 33–42.



ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 2, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.03

УДК 519.237:626.874.2:528.8



Моделирование зависимости нормализованного вегетационного индекса от атмосферных и водных показателей в Киркуке

А.Н. Тырсин^{1,2}, Хасан Ахмед Мохаммед Хасан¹

¹Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Российская Федерация

²Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс больших систем и машин» Уральского отделения РАН, Екатеринбург, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 16 мая 2023
Одобрена: 06 июня 2023
Принята к публикации:
22 июня 2023

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

равноценен.

Ключевые слова:

растительный покров, нормализованный вегетационный индекс, климат, модель, регрессия, прогноз.

АННОТАЦИЯ

Климатические условия и растительный покров относятся к важнейшим факторам среды, от которых зависит существование жизни на нашей планете.

Изменение климата и военные действия привели к прогрессирующей деградации земель в Республике Ирак. В результате этого сокращается площадь пашни, снижается плодородие почвы, происходит засоление и опустынивание почв, вытеснение травянистых растений кустарниками. Для решения актуальной проблемы прекращения деградации земель необходимо изучить причины этого и найти соответствующие решения путем прогнозирования состояния растительного покрова и создать всеобъемлющую систему мониторинга для количественной оценки деградации растительности.

Рассмотрены вопросы анализа взаимосвязи между растительным покровом и климатическими условиями в провинции Киркук Республики Ирак. Для оценки состояния и распределения растительного покрова использован нормализованный вегетационный индекс. Популярность использования этого индекса объясняется тем, что он обычно коррелирует со многими показателями состояния экосистемы, включая температуру, объем выпавших осадков, влажность, испаряемость и минеральную или органическую насыщенность почвы, продуктивность и биомассу растительности и др.

Изучена взаимосвязь между нормализованным вегетационным индексом и атмосферными и водными показателями местного уровня в провинции Киркук в Республике Ирак в течение 12 лет – с 2010 по 2021 г., а также осуществлен поиск математической модели, с помощью которой можно прогнозировать растительный покров на ближайшие годы, через некоторые климатические показатели, влияющие на растительный покров.

Построена регрессионная зависимость нормализованного вегетационного индекса от климатических условий, исследованы ее показатели качества. Показано, что полученная математическая модель может использоваться для прогнозирования нормализованного вегетационного индекса. Результаты прогнозирования по модели для 2022 г. оказались удовлетворительными.

© ПНИПУ

© Тырсин Александр Николаевич – д-р техн. наук, профессор, e-mail: at2001@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-2660-1221.

Хасан Ахмед Мохаммед Хасан – аспирант, e-mail: ahha.susu@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0446-9810.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Tyrsin A.N., Hasan H.A.M. Modeling dependence of normalized difference vegetation index on atmospheric and water indicators in Kirkuk. *Applied Mathematics and Control Sciences*. 2023, no. 2, pp. 33–42. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.03

MDPI and ACS Style: Tyrsin, A.N.; Hasan, H.A.M. Modeling dependence of normalized difference vegetation index on atmospheric and water indicators in Kirkuk. *Appl. Math. Control Sci.* **2023**, 1, 33–42. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.2.03>

Chicago/Turabian Style: Tyrsin, Alexander N., and Hasan Ahmed Mohammed Hasan. 2023. "Modeling dependence of normalized difference vegetation index on atmospheric and water indicators in Kirkuk". *Appl. Math. Control Sci.* no. 2: 33–42. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.2.03>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES

№ 2, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.03

UDK 519.237:626.874.2:528.8



Modeling dependence of normalized difference vegetation index on atmospheric and water indicators in Kirkuk

A.N. Tyrsin^{1,2}, Hasan Ahmed Mohammed Hasan¹

¹Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation

²Science and Engineering Center "Reliability and Resource of Large Systems and Machines", Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 16 May 2023
Approved: 06 June 2023
Accepted for publication:
22 June 2023

Funding

This research received no external funding.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions

equivalent.

Keywords:

vegetation cover, normalized difference vegetation index, climate, model, regression, forecast.

ABSTRACT

Climatic conditions and vegetation cover are among the most important environmental factors on which the existence of life on our planet depends.

Climate change and military actions have led to progressive land degradation in the Republic of Iraq. As a result, the area of arable land is reduced, soil fertility is reduced, salinization and desertification of soils occur, and the displacement of herbaceous plants by shrubs. To solve the urgent problem of stopping land degradation, it is necessary to study the causes of this and find appropriate solutions by predicting the state of vegetation cover and create a comprehensive monitoring system for quantifying vegetation degradation.

The issues of analysis of the relationship between vegetation cover and climatic conditions in the province of Kirkuk of the Republic of Iraq are considered. The Normalized difference vegetation index was used to assess the condition and distribution of the vegetation cover. The popularity of using this index is explained by the fact that it usually correlates with many indicators of the state of the ecosystem, including temperature, precipitation, humidity, evaporation and mineral or organic saturation of the soil, productivity and biomass of vegetation, etc.

The purpose of the article is to study the relationship between the normalized difference vegetation index and atmospheric and water indicators of the local level in the province of Kirkuk in the Republic of Iraq for 12 years from 2010 to 2021, as well as to search for a mathematical model that can be used to predict vegetation cover for the coming years. through some climatic indicators that affect vegetation cover.

A regression dependence of the normalized difference vegetation index on climatic conditions was built, its quality indicators were studied. It is shown that the resulting mathematical model can be used to predict the normalized difference vegetation index. The results of forecasting by the model for the next 2022 turned out to be satisfactory.

© PNRPU

© Alexander N. Tyrsin – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: at2001@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-2660-1221.

Hasan Ahmed Mohammed Hasan – Ph.D. Student, e-mail: ahha.susu@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0446-9810.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

Климатические условия и растительный покров относятся к важнейшим факторам среды, от которых зависит существование жизни на нашей планете. Поэтому изучение изменений климата и их влияния на количество и качество растительного покрова, безусловно, является актуальной научной проблемой. Сельское хозяйство, наряду с нефтью, является одной из важнейших составляющих экономического благополучия Республики Ирак. Однако изменение климата и военные действия привели к прогрессирующей деградации земель, в результате которой сокращается площадь пашни, снижается плодородие почвы, происходит засоление и опустынивание почв, вытеснение травянистых растений кустарниками [1; 2]. Состояние растительного покрова фактически является индикатором благополучия сельскохозяйственных земель. Поэтому для решения актуальной проблемы прекращения деградации земель необходимо изучить причины этого и найти соответствующие решения путем прогнозирования состояния растительного покрова и создать всеобъемлющую систему мониторинга для количественной оценки деградации растительности. Этот мониторинг должен опираться на объективную информацию о территориально-временной изменчивости состояния растительного покрова.

Одним из наиболее распространенных показателей продуктивности наземной растительности является нормализованный вегетационный индекс (Normalized difference vegetation index – NDVI) [3; 4]

$$NDVI = \frac{\rho_{nir} - \rho_{red}}{\rho_{nir} + \rho_{red}}, \quad (1)$$

где ρ_{nir} – значения спектральной яркости пикселя в ближнем инфракрасном диапазоне; ρ_{red} – в красном диапазоне электромагнитного спектра, по данным, получаемым с различных спутников.

Популярность использования индекса NDVI объясняется тем, что он обычно коррелирует со многими показателями состояния экосистемы, включая температуру, объем выпавших осадков, влажность, испаряемость и минеральную или органическую насыщенность почвы, продуктивность и биомассу растительности и др. Однако не существует универсальной зависимости между показателями состояния экосистемы и значениями NDVI [5]. Индекс NDVI определяется конкретными климатическими и экологическими характеристиками и является количественной оценкой фотосинтетически активной биомассы и плотности растительности на заданном участке исследуемой территории.

Считывая волны инфракрасного света, отраженные от растений, NDVI может сигнализировать о стрессах для здоровья растений, таких как надвигающаяся засуха, за много недель до того, как проблемы станут видны невооруженным глазом. Специалисты сельскохозяйственной отрасли могут воспользоваться такими заблаговременными предупреждениями. Значения NDVI позволяют четко отделять и анализировать растительные объекты от прочих природных объектов, а также могут выявлять положительные признаки урожая, предупреждая участников рынка, логистические компании и других лиц о необходимости подготовиться к большому урожаю [6; 7].

Цель этого исследования – изучение взаимосвязи между NDVI и атмосферными и водными показателями местного уровня в провинции Киркук в Республике Ирак в течение 12 лет – с 2010 по 2021 г., а также поиск математической модели, с помощью которой можно прогнозировать растительный покров на ближайшие годы через некоторые климатические показате-

ли, влияющие на растительный покров. Это позволит избежать бедствий, связанных с засухой, опустыниванием и пыльными бурями, которые душат Ирак и соседние страны из-за неспособности разработать надлежащие решения по борьбе с опустыниванием. Взаимосвязь будем моделировать в форме многомерной линейной регрессионной зависимости [8].

Регион исследования и данные

Киркук – иракская мухафаза (провинция), расположенная в 236 км к северу от столицы Багдада (рис. 1). Он расположен с географическими координатами $35^{\circ} 28' 5''$ северной широты, $44^{\circ} 23' 32''$ восточной долготы. В Киркуке царит жаркий полузасушливый климат с чрезвычайно жарким и сухим летом и прохладной дождливой зимой. Среднегодовая температура составляет $43,2^{\circ}\text{C}$ в жаркий месяц и средняя температура от 0°C до -3°C в самый холодный месяц [9].

Данные наблюдений для станций Киркук, используемые для разработки моделей множественной регрессии, получены из проекта POWER Исследовательского центра НАСА в Лэнгли (LaRC), финансируемого в рамках Программы НАСА по наукам о Земле и прикладным наукам. Данные NDVI были получены от Продовольственной и сельскохозяйственной организации Ирака. Используемые для разработки моделей данные включают ежемесячные наблюдения за осадками, средней температурой воздуха, относительной влажностью и скоростью ветра в период с 2010 по 2021 г.

Проверку точности прогноза будем выполнять на контрольной выборке, представляющей собой аналогичные ежемесячные значения климатических показателей и NDVI за 2022 г.



Рис. 1. Расположение Киркука

Модели и методы исследования

Анализируемые показатели представлены в табл. 1. Данные ежемесячные, т.е. имеем 144 наблюдения. Определитель корреляционной матрицы для переменных X_1, \dots, X_{19} оказался равным $4,8 \cdot 10^{-29}$, что говорит об очень высокой мультиколлинеарности этих переменных, ряд коэффициентов парной линейной корреляции Пирсона оказался больше 0,95, а некоторые значения даже превысили уровень 0,99.

Ежемесячные значения NDVI приведены на рис. 2. На графике видна выраженная ежегодная сезонность.

Анализируемые показатели

Показатель	Название
X_1	Поверхностное давление (кПа)
X_2	Температура поверхности Земли ($^{\circ}\text{C}$)
X_3	Температура на расстоянии 2 м ($^{\circ}\text{C}$)
X_4	Удельная влажность на расстоянии 2 м (г/кг)
X_5	Относительная влажность на расстоянии 2 м (%)
X_6	Скорость ветра на расстоянии 2 м (м/с)
X_7	Направление ветра на расстоянии 10 м (градусы)
X_8	Скорость ветра на расстоянии 10 м (м/с)
X_9	Точка росы/мороза на расстоянии 2 м ($^{\circ}\text{C}$)
X_{10}	Температура смоченного термометра на расстоянии 2 м ($^{\circ}\text{C}$)
X_{11}	Поверхностная влажность почвы (ед.)
X_{12}	Профиль влажности почвы (ед.)
X_{13}	Влажность почвы в корневой зоне (ед.)
X_{14}	Количество осадков с поправкой (мм/сут)
X_{15}	Скорректированная сумма осадков (мм)
X_{16}	Коротковолновая нисходящая радиация всей поверхности неба (МДж/м ² /сут)
X_{17}	Количество осадков (мм)
X_{18}	Среднемесячная температура ($^{\circ}\text{C}$)
X_{19}	Количество воды, сброшенной из плотины Дукан в реку Заб (м ³ воды в секунду за сутки)
$X_{20} (Y_{t-12})$	NDVI год назад (ед.)
$X_{21} (Y_{t-1})$	NDVI в прошлом месяце (ед.)
Y	NDVI (ед.)

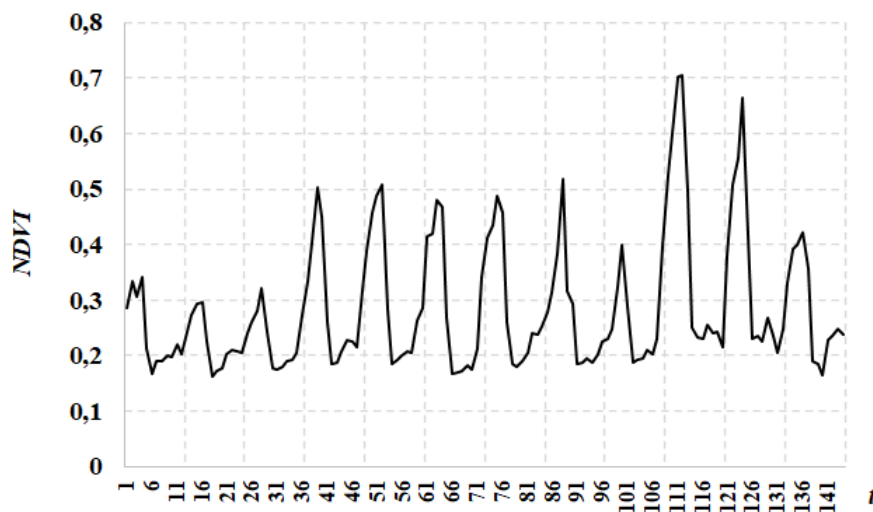


Рис. 2. Ежемесячные значения NDVI с 2010 по 2021 г.

Ввиду высокой мультиколлинеарности по переменным X_1, \dots, X_{19} не удалось построить качественную регрессионную модель. А сокращение числа переменных приводит к резкому уменьшению коэффициента детерминации регрессионной зависимости. Например, для летнего и осеннего периодов коэффициенты детерминации оказались равными 0,437 и 0,303 соответственно.

Данный результат объясняется тем, что на растительный покров также влияет и ряд других показателей (например, пыльные бури, чрезмерный выпас скота, данные о парниковых газах, миграция населения из сельской местности в города и др.), ежемесячные данные по ко-

торым в настоящее время отсутствуют. Поэтому в динамическую модель включим «NDVI год назад» (X_{20}) и «NDVI в прошлом месяце» (X_{21}). Совокупное влияние отсутствующих переменных формирует внутренние закономерности у временного ряда $Y(t)$ [10, с. 184], что позволяет описать их с помощью лаговых переменных $X_{20}(t) = Y(t-12)$ и $X_{21}(t) = Y(t-1)$. Одновременно переменная X_{20} позволяет учесть в модели годовую сезонность.

Отметим, что присутствие в модели лаговых переменных X_{20} и X_{21} приводит к автокорреляции ошибок и коррелированности ошибок с этими переменными. С учетом коррелированности многих объясняющих переменных целесообразно для повышения устойчивости оценок использовать метод наименьших модулей [11].

В результате моделирования получена регрессионная зависимость

$$Y = -0,2131 - 0,0100X_4 - 0,1816X_{11}D + 0,6646X_{12} + 0,000123X_{19} + 0,3096X_{20} + 0,4155X_{21}, \quad (2)$$

где $D = \begin{cases} 1, & \text{для летних месяцев,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$

На рис. 3 показаны рассчитанные по формуле (2) прогнозные значения нормализованного вегетационного индекса ($NDVI_{\text{прогн}}$) относительно фактических значений. Серая прямая линия соответствует случаю, когда прогнозные значения совпадают с фактическими значениями NDVI.

Показатели качества модели (2) приведены в табл. 2.

Корреляционная матрица для переменных, вошедших в уравнение регрессии (2), приведена в табл. 3. Взаимные диаграммы рассеяния и гистограммы частот объясняющих переменных и NDVI изображены на рис. 4.

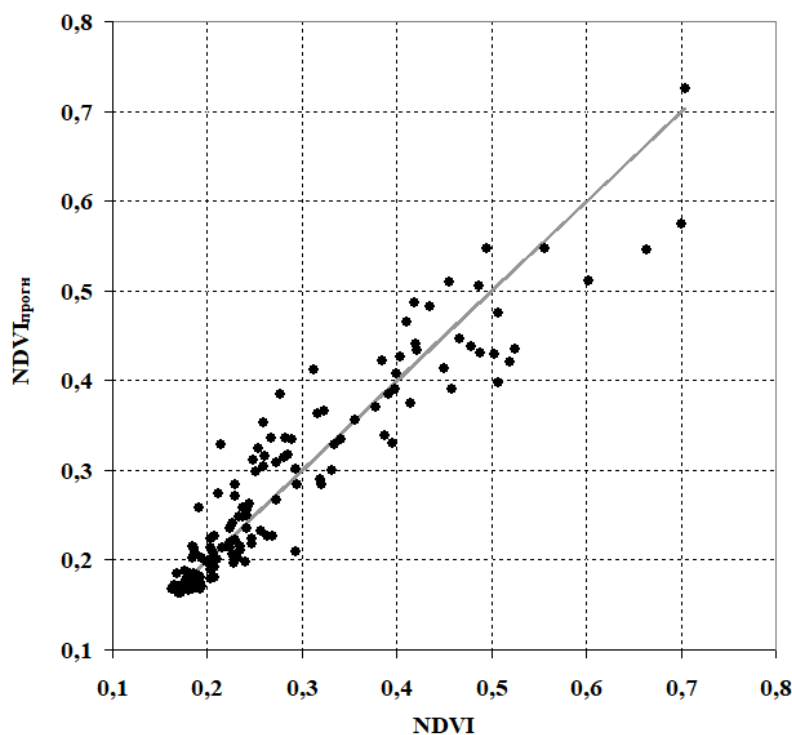


Рис. 3. Зависимость прогнозных значений нормализованного вегетационного индекса относительно фактических значений

Таблица 2

Регрессионная модель для зависимой переменной Y : $R^2 = 0,8778$, $F(6,125) = 149,60$,
 $p < 0,0000$, стандартная ошибка: $s_e = 0,04235$

Переменные	Коэффициенты регрессии b_k	Стандартные ошибки s_{b_k}	t -статистики t_{b_k}	p -уровни
Свободный член	-0,213118	0,037998	-5,60861	0,000000
X_4	-0,010022	0,003648	-2,74732	0,006897
$X_{11} \cdot D$	-0,181616	0,070174	-2,58807	0,010794
X_{12}	0,664633	0,076283	8,71274	0,000000
X_{19}	0,000123	0,000041	2,97484	0,003519
X_{20}	0,309629	0,043447	7,12654	0,000000
X_{21}	0,415528	0,046501	8,93595	0,000000

Таблица 3

Корреляционная матрица для переменных, вошедших в уравнение регрессии (2)

Параметр	X_4	$X_{11} \cdot D$	X_{12}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	Y
X_4	1,000	0,241	0,102	0,326	-0,015	0,355	0,092
$X_{11} \cdot D$	0,241	1,000	-0,333	0,281	-0,374	-0,128	-0,377
X_{12}	0,102	-0,333	1,000	0,197	0,474	0,544	0,771
X_{19}	0,326	0,281	0,197	1,000	-0,109	0,257	0,192
X_{20}	-0,015	-0,374	0,474	-0,109	1,000	0,567	0,738
X_{21}	0,355	-0,128	0,544	0,257	0,567	1,000	0,789
Y	0,092	-0,377	0,771	0,192	0,738	0,789	1,000

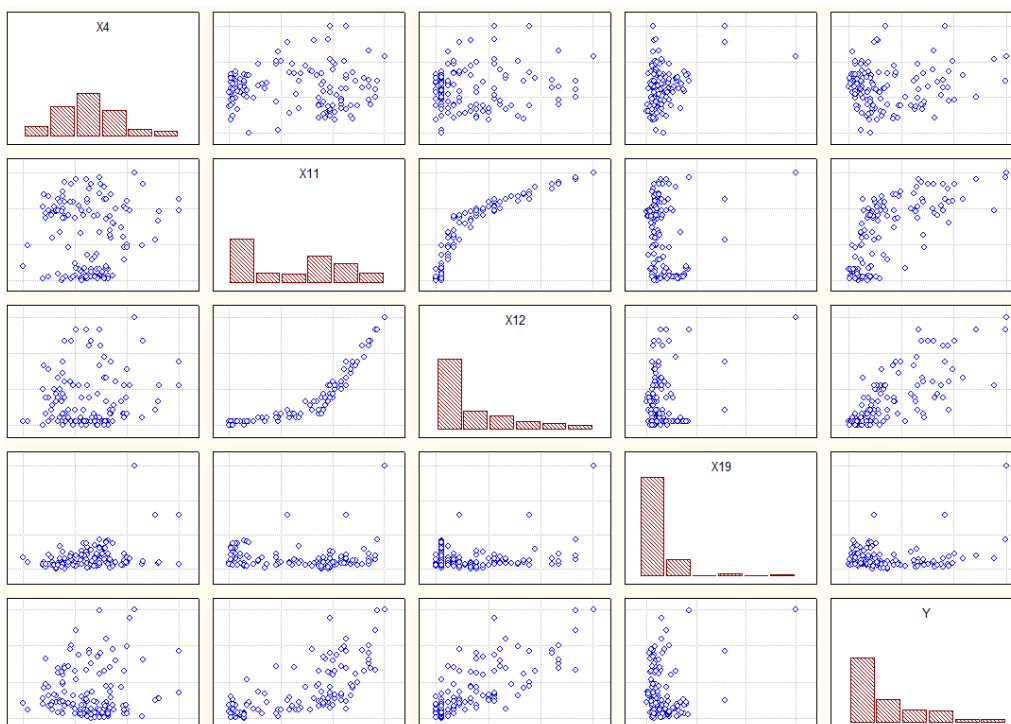


Рис. 4. Взаимные диаграммы рассеяния и гистограммы частот объясняющих переменных и NDVI

Из диаграмм рассеяния на рис. 4 можно увидеть недостаточную тесноту корреляционной связи объясняющих переменных X_4 , X_{11} , X_{12} , X_{19} с выходной переменной Y . Это объясняет не-

обходимость включения в модель (2) лаговых переменных $X_{20}(t) = Y(t-12)$ и $X_{21}(t) = Y(t-1)$. Отметим, что лаговая переменная $Y(t-3)$ оказалась малоинформативной. Высокая теснота корреляция между X_{11} и X_{12} была устранена за счет замены переменной X_{11} на $X_{11} \cdot D$.

Исследуем качество полученной регрессионной модели.

Все коэффициенты и уравнение регрессии в целом оказались статистически значимыми с уровнем значимости менее 0,05. Определитель корреляционной матрицы для всех объясняющих переменных оказался равен 0,2, что допустимо и говорит об отсутствии мультиколлинеарности.

Остатки соответствуют нормальному распределению. Расчетное значение статистики χ^2 Пирсона равно 7,368, т.е. нулевая гипотеза о соответствии выборочного распределения остатков нормальному закону не отклоняется.

Таким образом, построенная регрессионная зависимость в целом удовлетворяет показателям качества, имеет достаточно высокое значение коэффициента детерминации $R^2 = 0,878$ (т.е. модель объясняет 87,8 % вариации зависимой переменной Y) и приемлемое значение стандартной ошибки $s_e = 0,04235$.

Проверим далее достоверность прогнозирования на данных за 2022 год. Данные представляют собой набор значений показателей X_1, \dots, X_{19} и NDVI за 12 месяцев 2022 г. Проверку выполним двумя способами.

Способ 1. Определим с помощью уравнения (2) прогнозные значения $\hat{Y}(t)$ NDVI за 2022 г. и вычислим ошибки прогнозирования

$$e_1(t) = Y(t) - \hat{Y}(t), t = 145, \dots, 156.$$

Среднее квадратическое отклонение $s_{e_1} = 0,04251$. Величина s_{e_1} превышает s_e всего на 0,37 %.

Способ 2. При прогнозировании NDVI значения переменных X_{20} и X_{21} будем задавать в виде лаговых прогнозных величин $\hat{Y}(t)$ в предыдущие месяцы следующим образом:

$$\begin{aligned} X_{20}(t) &= \hat{Y}(t-12), t = 145, \dots, 156, \\ X_{21}(t) &= \hat{Y}(t-1), t = 145, \dots, 156. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение $s_{e_2} = 0,04650$. Величина s_{e_2} превышает s_e на 9,8 %.

В обоих случаях получены приемлемые результаты точности прогнозирования NDVI на следующие 12 месяцев.

Поэтому модель (2) может быть использована для прогнозирования NDVI.

Однако наличие в модели лаговых переменных X_{20} и X_{21} говорит о том, что уравнение (2), обладая в целом хорошими прогностическими свойствами, не может быть использовано для исследования растительного покрова и выработки управленческих решений по улучшению его состояния. В модель необходимо включать отсутствующие переменные, которые связаны с растительным покровом причинно-следственными отношениями.

Заключение

Исследовано влияние атмосферных показателей (влажность почвы на поверхности, влажность почвы в корневой зоне, скорректированные осадки, коротковолновое излучение, направленное вниз по всей поверхности неба, количество осадков) на нормализован-

ный вегетационный индекс в провинции Киркук. По ежемесячным статистическим данным за 12 лет – с 2010 по 2021 г. – была построена прогнозная модель NDVI в виде множественного уравнения линейной регрессии, исследованы ее показатели качества. Результаты прогнозирования по модели для 2022 г. оказались удовлетворительными.

Список литературы

1. Bai Z.G., Dent D.L., Olsson L., Schaepman M.E. Proxy global assessment of land degradation // *Soil Use and Management*. – 2008. – Vol. 24, no. 3. – P. 223–234.
2. Мониторинг состояния растительного покрова территории Центрального Ирака с использованием спутниковых данных LANDSAT-8 / О.С. Токарева, О.А. Пасько, С.М. Маджид, П. Кабраль // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. – 2020. – Т. 331, № 6. – С. 19–31.
3. Черепанов А.С. Вегетационные индексы: справочные материалы // *Геоматика*. – 2011. – № 2. – С. 98–102.
4. Monitoring vegetation systems in the Great Plains with ERTS / J.W. Rouse, R.H. Haas, J.A. Scheel, D.W. Deering // *3rd Earth Resource Technology Satellite (ERTS) Symposium. Proc. Conf. USA, Washington*. – 1973. – Vol. 1. – P. 309–317.
5. An extended AVHRR 8-km NDVI dataset compatible with MODIS and SPOT vegetation NDVI data / C.J. Tucker, J.E. Pinzon, M.E. Brown, D.A. Slayback, E.W. Pak, R. Mahoney, E.V. Vermote, N. El Saleous // *International Journal of Remote Sensing*. – 2005. – Vol. 26, № 20. – P. 4485–4498.
6. Лиджиева Н.Ц., Уланова С.С., Федорова Н.Л. Опыт применения индекса вегетации (NDVI) для определения биологической продуктивности фитоценозов аридной зоны на примере региона Черные земли // *Известия Саратовского университета*. – 2012. – Т. 12. Серия: Химия. Биология. Экология. – Вып. 2. – С. 94–96.
7. Crippen R.E. Calculating the vegetation index faster // *Remote Sensing of Environment*. – 1990. – Vol. 34. – P. 71–73.
8. Martin P. *Linear Regression: An Introduction to Statistical Models*. – London: SAGE Publications Ltd. 2022. – 200 p. – (Series: The SAGE Quantitative Research Kit).
9. Iraq Country Water Resource Assistance Strategy. Addressing Major Threats to People's Livelihoods. Report No. 36297-IQ [Электронный ресурс]. – 2006. – 97 p. – URL: <https://openknowledge.Worldbank.org/server/api/core/bitstreams/5e7578fd-c02e-56d1-b355-d-49854240f5f/content> (дата обращения 11.05.2023).
10. Тихомиров Н.П., Дорохина Е.Ю. *Эконометрика*. – М.: Экзамен, 2003. – 510 с.
11. Тырсин А.Н. Алгоритмы спуска по узловым прямым в задаче оценивания регрессионных уравнений методом наименьших модулей // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. – 2021. – Т. 87, № 5. – С. 68–75.

References

1. Bai Z.G., Dent D.L., Olsson L., Schaepman M.E. Proxy global assessment of land degradation. *Soil Use and Management*, 2008, vol. 24, no. 3, pp. 223–234.
2. Tokareva O.S., Pas'ko O.A., Madzhid S.M., Kabral' P Monitoring sostoyaniya rastitel'nogo pokrova territorii Tsentral'nogo Iraka s ispol'zovaniyem sputnikovykh dannykh LANDSAT-8 [Monitoring of the condition of the vegetation cover of the territory of Central Iraq using

LANDSAT-8 satellite data]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Engineering of georesources*, 2020, vol. 331, no. 6, pp. 19–31.

3. Cherepanov A.S. Vegetatsionnyye indeksy: spravochnyye materialy [Vegetation indices: reference materials]. *Geomatics*, 2011, no.2, pp. 98–102.

4. Rouse J.W., Haas R.H., Scheel J.A., Deering D.W. Monitoring vegetation systems in the Great Plains with ERTS. *3rd Earth Resource Technology Satellite (ERTS) Symposium. Proc. Conf. USA, Washington*. 1973, vol. 1, pp. 309–317.

5. Tucker C.J., Pinzon J.E., Brown M.E., Slayback D.A., Pak E.W., Mahoney R., Vermote E.V., El Saleous N. An extended AVHRR 8-km NDVI dataset compatible with MODIS and SPOT vegetation NDVI data. *International Journal of Remote Sensing*, 2005, vol. 26, no. 20, pp. 4485–4498.

6. Lidzhiyeva N.TS., Ulanova S.S., Fedorova N.L. Opyt primeneniya indeksa vegetatsii (NDVI) dlya opredeleniya biologicheskoy produktivnosti fitotsenozov aridnoy zony na primere regiona Chornyye zemli [The experience of using the vegetation index (NDVI) to determine the biological productivity of phytocenoses in the arid zone on the example of the Chernye Zemli region]. *Bulletin of the Saratov University. Ser. Chemistry. Biology. Ecology*, 2012, vol. 12 no. 2, pp. 94–96.

7. Crippen R.E. Calculating the vegetation index faster. *Remote Sensing of Environment*, 1990, vol.34, pp. 71–73.

8. Martin P. *Linear Regression: An Introduction to Statistical Models*. (Series: The SAGE Quantitative Research Kit). London, SAGE Publications Ltd. 2022, 200 p.

9. Iraq Country Water Resource Assistance Strategy. Addressing Major Threats to People's Livelihoods. Report No. 36297-IQ, 2006, 97 p. URL: <https://openknowledge.worldbank.org/server/api/core/bitstreams/5e7578fd-c02e-56d1-b355-d49854240f5f/content> (accessed 11 May 2023).

10. Tikhomirov N.P., Dorokhina Ye.YU. *Ekonometrika [Econometrics]*. Moscow, Exam, 2003, 510 p.

11. Tyrsin A.N. Algoritmy spuska po uzlovym pryamym v zadache otsenivaniya regressionnykh uravneniy metodom naimen'shikh moduley [Descent algorithms along nodal lines in the problem of estimating regression equations by the method of least modules]. *Zavodskaya lab. material diagnostics*, 2021, vol. 87, no. 5, pp. 68–75.