

Никитин, М.Л. Диагностирование пузырей на фондовом рынке с помощью расширенных ADF-тестов / М. Л. Никитин // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 2. – С. 108–119. DOI 10.15593/2499-9873/2023.2.10

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Никитин, М.Л. Диагностирование пузырей на фондовом рынке с помощью расширенных ADF-тестов / М. Л. Никитин. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2023.2.10 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2023. – № 2. – С. 108–119.



ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 2, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.10

УДК 004.942



Диагностирование пузырей на фондовом рынке с помощью расширенных ADF-тестов

М.Л. Никитин^{1,2}

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Санкт-Петербург, Российская Федерация

²Католический университет Святого Сердца, Милан, Италия

О СТАТЬЕ

Получена: 26 февраля 2023
Одобрена: 12 июня 2023
Принята к публикации:
22 июня 2023

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Вклад автора

100 %.

Ключевые слова:

рыночный пузырь, неэффективность рынка, прогностическая способность, рекурсивный тест, фондовый рынок.

АННОТАЦИЯ

Произведена полноценная эмпирическая проверка новейшей методологии в области рекурсивных процедур выявления и датирования рыночную пузырей – GSADF-теста.

Использование предыдущих итераций рекурсивных тестов не позволяло с высокой точностью определить наличие рыночного пузыря на ранних стадиях его формирования. Результаты данного исследования доказывают, что GSADF-тест с использованием скользящего окна значительно улучшает дискриминационную способность рекурсивных тестов, благодаря чему на ранних стадиях формирования удалось обнаружить такие эпизоды коллапса фондового рынка, как Японский экономический пузырь 1986–1991 гг. и пузырь «дот-комов» в США в 1995–2001 гг.

Тестирование на основе текущих рыночных данных демонстрирует формирование рыночного пузыря в фондовом индексе NASDAQ с августа 2020 г.

© ПНИПУ

© Никитин Максим Леонидович – студент магистерской программы «Банки и финансы» НИУ ВШЭ, студент магистерской программы «Финансы» Католического университета Святого Сердца, e-mail: mlnikitin99@gmail.com, ORCID: 0009-0000-5354-2020.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Nikitin M.L. Diagnosing stock market bubbles with advanced ADF tests. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2023, no. 2, pp. 108–119. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.10

MDPI and ACS Style: Nikitin, M.L. Diagnosing stock market bubbles with advanced ADF tests. *Appl. Math. Control Sci.* **2023**, 2, 108–119. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.2.10>

Chicago/Turabian Style: Nikitin, Maksim L. 2023. “Diagnosing stock market bubbles with advanced ADF tests”. *Appl. Math. Control Sci.* no. 2: 108–119. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.2.10>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES

№ 2, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.2.10

UDK 004.942



Diagnosing stock market bubbles with advanced ADF tests

M.L. Nikitin^{1,2}

¹National Research University Higher School of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation

²Università Cattolica del Sacro Cuore, Milan, Italy

ARTICLE INFO

Received: 26 February 2023

Approved: 12 June 2023

Accepted for publication:
22 June 2023

Funding

This research received
no external funding.

Conflicts of Interest

The author declares no conflict
of interest.

Author Contributions

100 %.

Keywords:

market bubble, market inefficiency,
predictive ability, recursive test,
stock market.

ABSTRACT

A full-fledged empirical test of the latest methodology in the field of recursive procedures for identifying and dating market bubbles – the GSADF test – has been performed.

The use of previous iterations of recursive tests did not allow to accurately determine the presence of a market bubble at the early stages of its formation. The results of this study prove that the GSADF test using a sliding window significantly improves the discriminatory ability of recursive tests, at the early stages of formation it allowed to detect such episodes of stock market collapse as the Japanese economic bubble of 1986–1991 and the dot-com bubble in the USA in 1995–2001.

Testing based on current market data demonstrates the formation of a market bubble in the NASDAQ stock index since August 2020.

© PNRPU

© **Maksim L. Nikitin** – Student of the Master's program "Banking and Finance" at the National Research University Higher School of Economics, Student of the Master's program "Finance" at the Catholic University of the Sacred Heart, e-mail: minikitin99@gmail.com, ORCID: 0009-0000-5354-2020.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

Актуальность данной исследовательской темы объясняется текущей ситуацией на мировом фондовом рынке в последние несколько лет. Эксперты и аналитики разных стран говорят о новом глобальном экономическом пузыре. С марта 2020 г. основные фондовые индексы разных стран выросли на 30–70 % (NASDAQ вырос на 73 %, японский Nikkei 225 на 57 %). Подобные изменения крайне редко можно объяснить объективными наблюдаемыми экономическими факторами.

По этой причине целью данного исследования является определение эконометрического инструмента, который позволит идентифицировать пузырь, если он есть, в цене любого актива на фондовом рынке на ранней стадии его формирования. Диагностирование пузырей позволит избежать их экономических последствий, показанных на рис. 1.

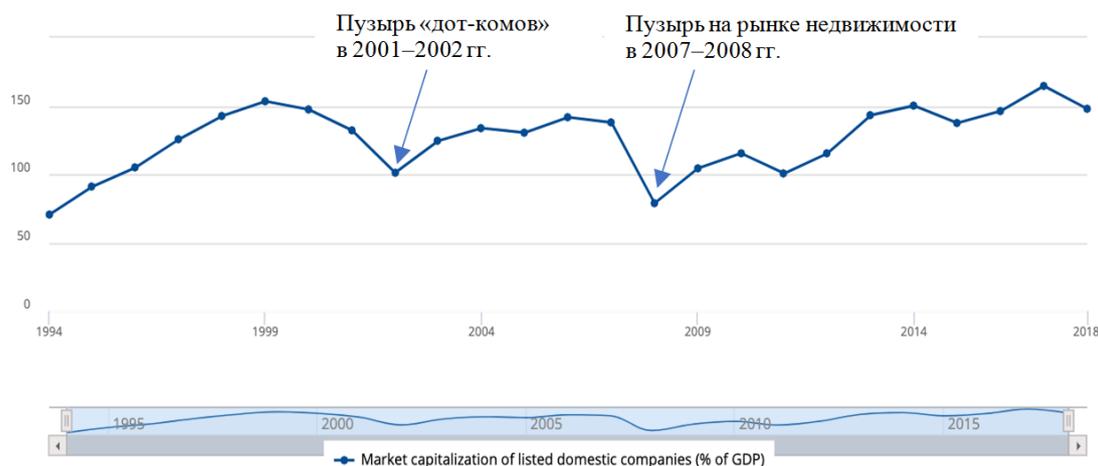


Рис. 1. Динамика отношения капитализации рынка к ВВП в США за 1994–2018 гг. (%) (Источник: база данных World Global Indicators)

Методология исследования основывается на одной из наиболее современных и популярных работ в рамках диагностирования финансовых пузырей путем эконометрического тестирования временных рядов цен – работе Филлипса и его коллег, GSADF-тесте [1].

GSADF-тест не нацелен на определение некоей равновесной цены актива, он базируется на основном свойстве пузыря – взрывной динамике цены, ведь, как показывает статистика, это свойство действительно присуще всем известным пузырям на фондовом рынке. Выбранный метод диагностирования пузырей работает с ценовыми данными в реальном времени, его результаты сильно не зависят от размеров выборки, и при появлении нового актива или отсутствия информации о цене актива за более ранние периоды GSADF-тест делает адекватный анализ подобного актива на наличие пузыря возможным. Кроме того, данная методология не содержит в себе какую-либо специфику исследуемого пузыря, например, причины его возникновения или конъюнктуру рынка, следовательно, она универсальна и опирается лишь на ценовую информацию об активе.

Несмотря на то, что работа нацелена на эмпирическую проверку эффективности существующей методологии, определенная новизна в ней все же присутствует: во-первых, ни в одном общедоступном исследовании не осуществлялся подбор фундаментальных факторов, способных объяснить обнаруженный в цене актива взрывной рост и тем самым опровергнуть гипотезу о наличии пузыря, а в данном исследовании такое тестирование осуществляется сразу по нескольким факторам (ВВП, инфляция, Price/Earnings, Price/Book

value); во-вторых, в данной работе на наличие пузырей в настоящий момент времени тестируются индексы NASDAQ Composite и Nikkei 225, чего на момент проведения исследования не осуществлялось в работах других авторов.

Методология

Первый этап исследования – сбор необходимых данных. Данные представляют собой ценовые временные ряды для определенного актива. В качестве активов для проверки эффективности тестов Филлипса были выбраны два фондовых индекса – Nikkei 225 и NASDAQ Composite. Эти индексы представляют совершенно разные компании на разных рынках, первый является индикатором японского рынка, второй – рынка США. Выбор временного периода данных основан, в первую очередь, на общедоступной информации о двух крупных пузырях – Японском экономическом пузыре 1986–1991 гг. и пузыре «дот-комов» в 1995–2001 гг. в США.

Эмпирическая проверка прогностической способности GSADF-теста на упомянутых индексах проводилась с использованием нескольких временных периодов: с начала созревания пузыря до момента его схлопывания, с начала формирования и до его пика (перед схлопыванием), и с начала формирования до стадии бума (ранней стадии роста цены). Тестирование проводилось на дневных, недельных и месячных данных с длинной выборки 10, 20 и 17 лет для каждого индекса соответственно.

Затем на этих же периодах времени были протестированы на взрывной рост фундаментальные объясняющие показатели, упомянутые выше.

После проведения эмпирической проверки эффективности выбранного метода было произведено его применение к текущим рыночным данным по тем же фондовым индексам, для анализа современной ситуации на фондовом рынке и выявления тех самых пузырей, о которых упоминалось ранее в экспертных оценках. Временной период данных – с 01.01.2010 по 12.03.2021.

GSADF-тест представляет собой правосторонний тест на единичный корень, где в качестве нулевой гипотезы выступает процесс случайного блуждания цены (то есть отсутствие пузыря), описываемый уравнением:

$$x_t = a + x_{t-1} + \varepsilon_t,$$

где x_t – наблюдение временного ряда в момент времени t ; a – константа модели, характеризующая дрейф (снос); x_{t-1} – лаговая переменная, представляющая предыдущее наблюдение временного ряда (в момент $t-1$); $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ – ошибка модели, характеризующаяся случайным процессом, например, «белым шумом».

В качестве альтернативной гипотезы выступает процесс со взрывным характером движения цены, описывающий данное свойство пузыря. Данный метод по существу является дополненной и гораздо более диагностически мощной версией теста Дики – Фуллера на единичные корни [2], то есть на стационарность временного ряда. GSADF-тест использует не всю выборку сразу, а отдельные «окна» – подвыборки. Эти подвыборки формируются скользящим окном, то есть сдвигом и начальной и конечной точки выборки на одинаковое расстояние. Подобный метод позволяет успешнее идентифицировать множественные, то есть периодически лопающиеся и вновь возникающие, пузыри [3].

Стандартная регрессия, используемая для правостороннего теста на единичный корень:

$$y_t = \alpha_{r_1, r_2} + \beta_{r_1, r_2} y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \psi_{r_1, r_2}^i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где y_t – наблюдение временного ряда в момент времени t ; α_{r_1, r_2} – константа модели; β_{r_1, r_2} – коэффициент авторегрессии; k – количество лагов (параметр тестов ADF, SADF, GSADF); ψ_{r_1, r_2}^i – i -й коэффициент при первой разности y_{t-i} ; $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ – ошибка модели.

Индексы r_1 и r_2 в данном случае описывают начало и конец подвыборки, то есть разница между r_2 и r_1 является длиной подвыборки. $\Delta r_1 = \Delta r_2 = (0,01 + 1,8 / \sqrt{T}) \cdot T$, где T – размер общей выборки. Уравнение определено Филлипсом и его коллегами в результате эмпирических проверок тестов ADF [3].

В стандартном случае оценка параметра β_{r_1, r_2} в регрессии (1), полученная с помощью МНК, используется для тестирования гипотезы о наличии единичного корня (т.е. нестационарности временного ряда), против альтернативной гипотезы о стационарности ряда. Однако GSADF-тесте эта же регрессия фактически применяется для проверки гипотезы о наличии пузыря, против альтернативы – отсутствия пузыря:

$H_0 : \beta_{r_1, r_2} = 1$ (отсутствие пузыря);

$H_1 : \beta_{r_1, r_2} > 1$ (наличие/формирование пузыря).

Каждая статистика ADF для каждой подвыборки рассчитывается по формуле [4]:

$$ADF_{r_1}^{r_2} = \frac{\widehat{\beta}_{r_1, r_2} - \beta_{r_1, r_2}}{\widehat{\sigma}_{\beta_{r_1, r_2}}}.$$

Затем из полученных статистик формируется итоговая GSADF-статистика, которая определяется путем нахождения супремума, то есть максимума статистик ADF:

$$GSADF(r_0) = \sup_{\substack{r_2 \in [r_0, 1] \\ r_1 \in [0, r_2 - r_0]}} \{ADF_{r_1}^{r_2}\}. \quad (2)$$

Распределение статистики GSADF при справедливости нулевой гипотезы, по утверждению Филлипса и его коллег, имеет нестандартную форму, это означает, что критические значения для того или иного уровня значимости не имеют табличных значений, но их можно рассчитать, используя симуляции, например, с помощью метода Монте-Карло [5] или бутстрапирования [6]. Вычислив критические значения и сравнив их с GSADF-статистикой, можно сделать вывод о принятии или отклонении нулевой гипотезы на определенном уровне значимости.

Таким образом, полный алгоритм применения GSADF-теста для определения наличия рыночного пузыря строится следующим образом:

- 1) из выборки размером T наблюдений создается множество подвыборок методом скользящего окна;
- 2) для каждой подвыборки оценивается регрессия (1) с помощью МНК;
- 3) используя полученные оценки коэффициента β_{r_1, r_2} , рассчитываются $ADF_{r_1}^{r_2}$ -статистики для каждой подвыборки;
- 4) по формуле (2) вычисляется статистика GSADF;

5) с помощью метода Монте-Карло с большим количеством итераций или бутстрапирования рассчитываются критические значения GSADF на определенных уровнях значимости, затем эти критические значения сравниваются с соответствующими статистиками GSADF;

6) исходя из результатов сравнения, делается вывод о принятии или отклонении гипотезы отсутствия пузыря в цене исследуемого актива на определенном уровне значимости;

7) если нулевая гипотеза отклоняется, проводится определение конкретных дат, на протяжении которых пузырь существовал в цене актива, с помощью значений показателей r_1 и r_2 , отвечающих за даты (или номера) наблюдений.

Важно отметить, что результаты теста зависят от спецификации базового уравнения (1), которая, в свою очередь, зависит от типа нестационарности анализируемого временного ряда [7; 8]. Определение типов нестационарности в данном исследовании было произведено с помощью простых ADF-тестов на единичный корень для разных спецификаций уравнения [9; 10]. По итогам проверки оказалось, что все ряды, кроме рядов инфляции, нестационарны по типу DS, так как после взятия первой разницы все они становились стационарны. Более того, результаты тестов на единичный корень подтверждались KPSS-тестом [11] для спецификации уравнения после взятия первой разницы. Таким образом, для использования GSADF-теста в данной работе была использована регрессия следующей спецификации:

$$y_t = \alpha_{r_1, r_2} + \beta_{r_1, r_2} y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Описание результатов

На первом этапе исследования, связанном с эмпирической проверкой диагностической мощности GSADF-теста, оба пузыря – Японский экономический в 1986–1991 гг. и пузырь «дот-комов» в США в 1995–2001 гг. – были успешно диагностированы на недельных и месячных ценовых данных двух соответствующих индексов – Nikkei 225 и NASDAQ Composite, на всех трех стадиях – стадии после схлопывания пузыря, стадии ценового пика и ранней стадии развития пузыря (1986 и 1996 гг. соответственно). Из-за высокой волатильности на дневных данных опровергнуть нулевую гипотезу теста, т.е. подтвердить взрывной характер движения цены, не удалось.

В табл. 1 и 2 продемонстрированы полученные результаты. Используемые аббревиатуры означают:

- N225 – Nikkei 225;
- NQ – NASDAQ;
- W – недельные данные;
- M – месячные данные.
- Before – выборка, включающая период данных от возникновения пузыря до ценового пика перед схлопыванием пузыря;
- Early – выборка, включающая период данных до ранней стадии развития пузыря (стадии бума), когда рост цены только начинается (1986 г. для индекса Nikkei 225 и 1996 г. для индекса NASDAQ);
- Now – выборка, включающая период данных с 01.01.2010 по 01.03.2021 (12.03.2021 для недельных данных).

Аббревиатуры без дополнительных указаний о периоде (Before, Early и др.) обозначают выборку, включающую весь период прошлых данных, от возникновения пузыря до его схлопывания.

Таблица 1

Результаты GSADF-теста на недельных данных (авторские результаты)

Название выборки	Тест	Статистика теста	Критические значения тестов	
			95 %	99 %
N225W	GSADF	6,81	2,45	2,83
N225WBefore	GSADF	6,81	2,38	3,02
N225WEarly	GSADF	5,53	2,37	2,84
N225WNow	GSADF	3,1	2,37	2,85
NQW	GSADF	9,67	2,29	2,75
NQWBefore	GSADF	9,24	2,36	2,96
NQWEarly	GSADF	3,15	2,27	2,79
NQWNow	GSADF	2,71	2,31	2,79

Таблица 2

Результаты GSADF-теста на месячных данных (авторские результаты)

Название выборки	Тест	Статистика теста	Критические значения тестов	
			95 %	99 %
N225M	GSADF	8,83	2,25	2,76
N225MBefore	GSADF	8,83	2,15	2,75
N225MEarly	GSADF	3,46	2,14	2,74
N225MNow	GSADF	1,84	2,05	2,61
NQM	GSADF	9,15	2,1	2,64
NQMBefore	GSADF	9,15	2,26	2,77
NQMEarly	GSADF	3,06	2,13	2,57
NQMNow	GSADF	2,3	1,92	2,52

Для визуализации результатов тестирования, а также для определения временных рамок существования пузырей в двух выбранных индексах необходимо ознакомиться с рис. 3 и 5, на которых синяя кривая – это значения статистик теста GSADF, а красная пунктирная линия – это критические значения соответствующего теста GSADF. Для большей наглядности над рис. 3 и 5 располагаются графики цен соответствующих активов для визуального подтверждения взрывного роста и схлопывания – рис. 2 и 4.

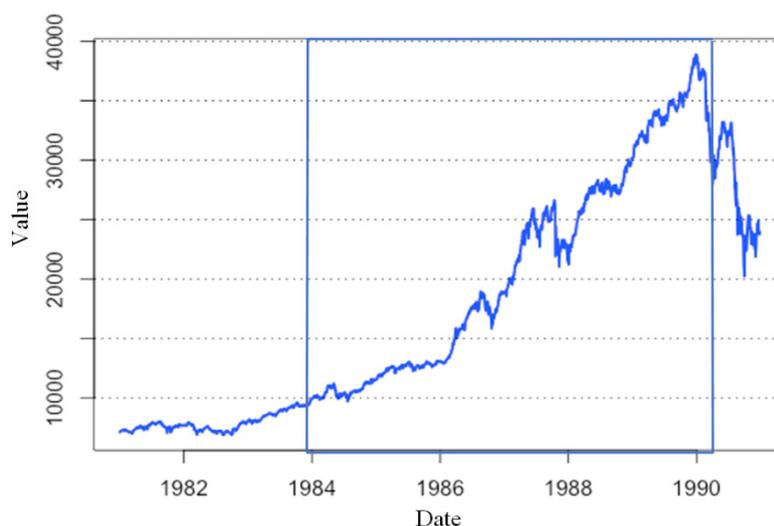


Рис. 2. График индекса Nikkei 225 за 1980–1992 гг.

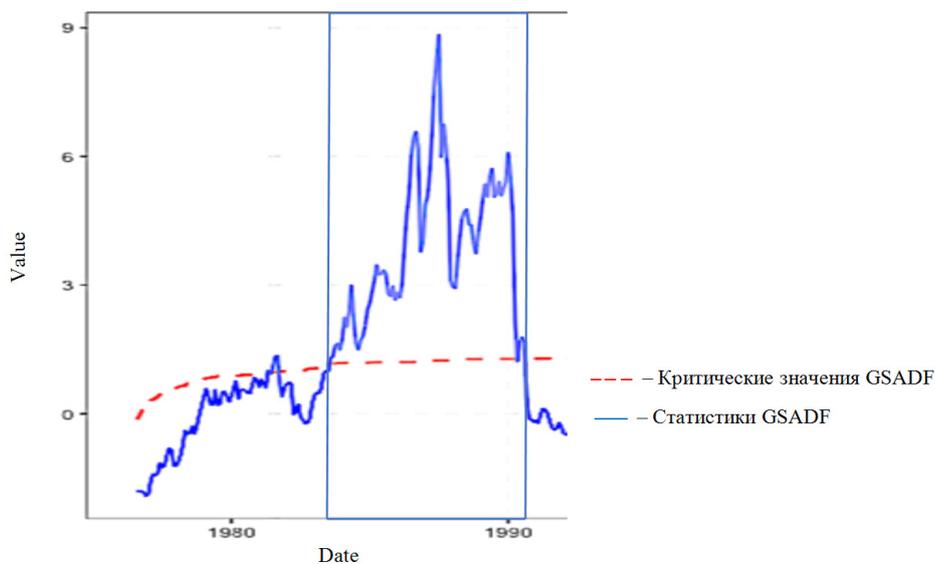


Рис. 3. Пузырь в индексе Nikkei 225 в 1983–1990 гг.

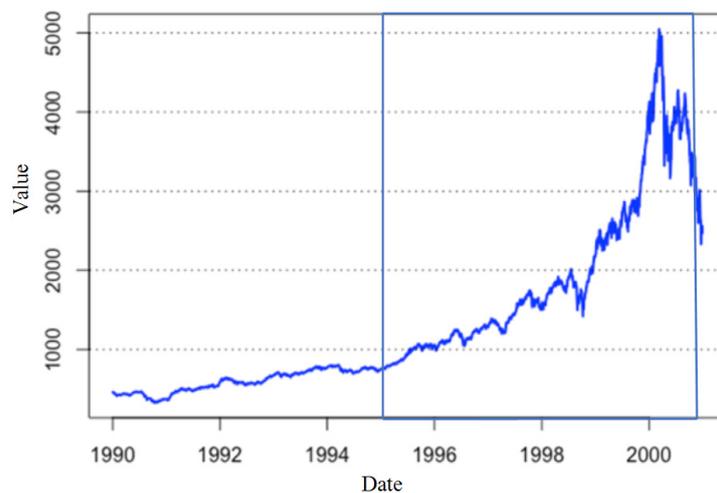


Рис. 4. График индекса NASDAQ за 1990–2002 гг.

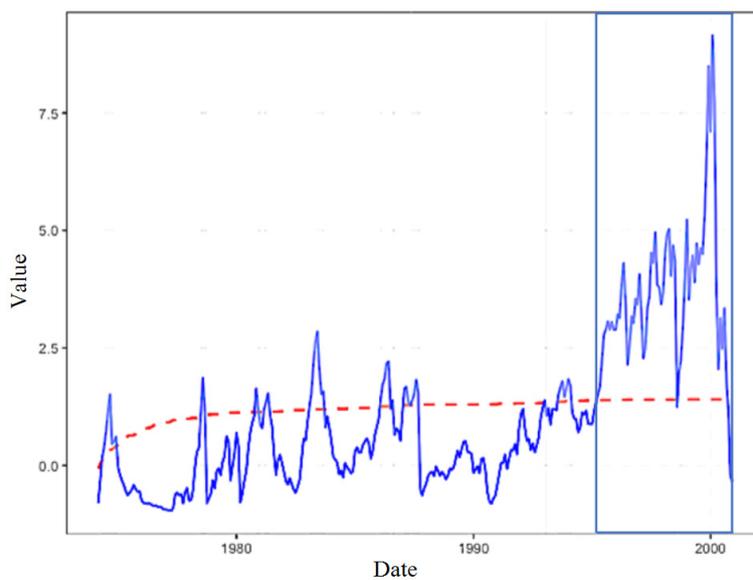


Рис. 5. Пузырь в индексе NASDAQ в 1995–2001 гг.

Результаты применения GSADF-теста на фундаментальных показателях не продемонстрировали объясняющего роста в периоды взрывного роста цен индексов, следовательно, взрывной рост цен индексов следует воспринимать как неэффективность, то есть как пузырь.

Далее на рис. 6 и 7 визуализированы результаты GSADF-теста для текущей ситуации в индексе NASDAQ. Данный взрывной рост также не объясняется пропорциональным ростом фундаментальных показателей в этом периоде.



Рис. 6. График индекса NASDAQ за 2010–2021 гг.

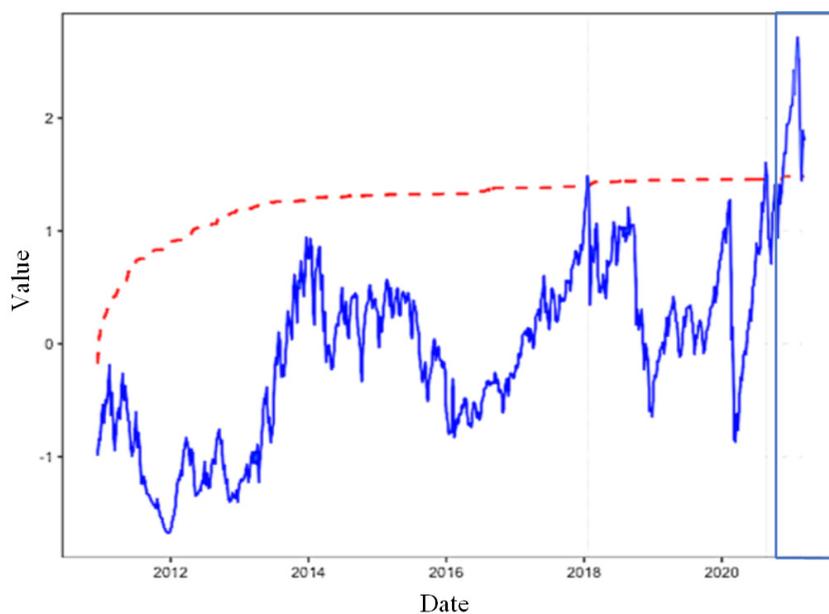


Рис. 7. Предполагаемый пузырь, формирующийся в данный момент в индексе NASDAQ с августа 2020 г.

В табл. 3 приведены примерные даты существования обнаруженных с помощью теста GSADF крупнейших пузырей в индексах NASDAQ и Nikkei 225, а также даты этих пузырей, известные из общедоступных экономических источников. Существование пузыря в индексе NASDAQ в настоящее время, к сожалению, достоверно подтвердить удастся только после его коллапса.

Даты существования обнаруженных пузырей
(авторские результаты, интернет-ресурсы)

Название индекса	Эмпирически определенные даты существования пузырей, м/г	Публично известные из аналитических источников даты существования пузырей, г или м/г
Nikkei 225	08/1983–09/1990	1985–1991
NASDAQ	04/1995–10/2000	1995–2001
NASDAQ	08/2020 – настоящее время	Нет достоверной информации

Заключение

В данном исследовании была подробно проанализирована методология тестов на взрывной рост применительно к диагностированию пузырей на фондовом рынке. GSADF-тест идентифицировал все известные пузыри в исследуемых активах на ранней стадии их формирования и достаточно точно их датировал. Эконометрические свойства данного теста позволяют экстраполировать полученные в данном исследовании результаты на другие активы (фондовые индексы, акции компаний, рынок недвижимости, валютные обменные курсы), что подтверждается работами других авторов [12–15].

Благодаря эмпирически доказанной высокой мощности GSADF-теста, результаты анализа текущей ситуации в индексе NASDAQ позволяют сделать вывод о существовании пузыря на рынке высоких технологий в США с высокой вероятностью, что подтверждается экспертными мнениями некоторых экономических аналитиков.

Таким образом, можно сделать вывод, что GSADF-тест имеет практическую значимость для частных инвесторов и инвестиционных фондов (для реструктуризации портфеля и формирования инвестиционной стратегии в целом), а также для банков и государственных регуляторов, которым особенно необходимо контролировать рыночный риск и риск ликвидности (банк контролирует свой кредитный портфель, а государство контролирует ликвидность крупнейших компаний, образующих рынок). Тем не менее потенциал применения GSADF-теста еще не раскрыт в полной мере, необходимы дальнейшие эмпирические исследования для повышения точности теста и определения наилучших точек продажи актива.

Список литературы

1. Phillips P.C.B., Shi S., Yu J. Testing for multiple bubbles: Historical episodes of exuberance and collapse in the S&P500 // *International Economic Review*. – 2015. – Vol. 56. – P. 1043–1078.
2. Dickey D.A., Fuller W.A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root // *Journal of the American Statistical Association*. – 1979. – Vol. 74, № 366. – P. 427–431.
3. Phillips P.C.B., Yu J. Dating the Timeline of Financial Bubbles During the Subprime Crisis // *Quantitative Economics*. – 2011. – Vol. 2, № 3. – P. 455–491.
4. Anoruo E., Elike U. Testing for explosive bubbles in the South African-US exchange rate using the sequential ADF procedures // *Banks and Bank Systems*. – 2017. – Vol. 12, № 1. – P. 105–112.
5. Balke N., Wohar M. Explaining stock price movements: is there a case for fundamentals? // *Economic and Financial Policy Review*. – 2001. – Vol. 3. – P. 22–34.

6. Escobari D., Jafarinejad M. Date stamping bubbles in Real Estate Investment Trusts // *The Quarterly Review of Economics and Finance*. – 2016. – Vol. 60. – P. 224–230.
7. Gurkaynak R. Econometric Tests of Asset Price Bubbles: Taking Stock // Staff working Paper in the Finance and Economics Discussion Series (FEDS). – Washington: FEDS, 2005. – 32 p.
8. Ikeda D., Phan T. Toxic asset bubbles // *Economic Theory*. – 2016. – Vol. 61, № 2. – P. 241–271.
9. Bubble Diagnosis and Prediction of the 2005-2007 and 2008-2009 Chinese stock market bubbles / Z. Jiang, W. Zhou, D. Sornette, R. Woodard // *Journal of Economic Behavior & Organization*. – 2010. – Vol. 74, № 3. – P. 149–162.
10. Liu Z., Han D., Wang S. Testing Bubbles: Exuberance and collapse in the Shanghai A-share stock market // *China's New Sources of Economic Growth*. – 2016. – Vol 1. – P. 247–270.
11. Vasilopoulos K., Pavlidis E., Martinez-Garcia E. Exuber: Recursive Right-Tailed Unit Root Testing with R // *Journal of Statistical Software*. – 2022. – Vol. 103, Iss. 10. – P. 1–26.
12. Oliveira M., Almeida A. Testing for rational speculative bubbles in the Brazilian residential real-estate market // *Risk Management Post Financial Crisis: A Period of Monetary Easing*. – 2014. – Vol 96. – P. 401–416.
13. Sornette D., Zhou W.-X. Is there a real-estate bubble in the US? // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2005. – № 361, iss. 1. – P. 297–308.
14. Vogel H. *Financial Market Bubbles and Crashes*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2009. – 384 p. DOI 10.1017/CBO9780511806650
15. West K. Bubbles, Fads and Stock Price Volatility Tests: A Partial Evaluation // *The Journal of Finance*. – 1988. – Vol. 43, № 3. – P. 639–656.

References

1. Phillips P.C.B., Shi S., Yu J. Testing for multiple bubbles: Historical episodes of exuberance and collapse in the S&P500. *International Economic Review*, 2015, no. 56, pp. 1043–1078.
2. Dickey D.A., Fuller W.A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 1979, vol. 74, no. 366, pp. 427–431.
3. Phillips P., Yu J. Dating the Timeline of Financial Bubbles During the Subprime Crisis. *Quantitative Economics*, 2011, vol. 2, iss. 3, pp. 455–491.
4. Anoruo E., Elike U. Testing for explosive bubbles in the South African-US exchange rate using the sequential ADF procedures. *Banks and Bank Systems*, 2017, vol. 12, no. 1, pp. 105–112.
5. Balke N., Wohar M. Explaining stock price movements: is there a case for fundamentals? *Economic and Financial Policy Review*, 2001, vol. 3, pp. 22–34.
6. Escobari D., Jafarinejad M. Date stamping bubbles in Real Estate Investment Trusts. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2016, no. 60, pp. 224–230.
7. Gurkaynak R. Econometric Tests of Asset Price Bubbles: Taking Stock. *Staff working Paper in the Finance and Economics Discussion Series (FEDS)*. Washington, 2005, 32 p.
8. Ikeda D., Phan T. Toxic asset bubbles. *Economic Theory*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 241–271.
9. Jiang Z., Zhou W., Sornette D., Woodard R. Bubble Diagnosis and Prediction of the 2005-2007 and 2008-2009 Chinese stock market bubbles. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 2010, vol. 74, no. 3, pp. 149–162.
10. Liu Z., Han D., Wang S. Testing Bubbles: Exuberance and collapse in the Shanghai A-share stock market. *China's New Sources of Economic Growth*, 2016, vol. 1, pp. 247–270.

11. Vasilopoulos K., Pavlidis E., Martinez-Garcia E. Exuber: Recursive Right-Tailed Unit Root Testing with R. *Journal of Statistical Software*, 2022, vol.103, iss. 10, pp. 1–26.
12. Oliveira M., Almeida A. Testing for rational speculative bubbles in the Brazilian residential real-estate market. *Risk Management Post Financial Crisis: A Period of Monetary Easing*, 2014, vol. 96, pp. 401–416.
13. Sornette D., Zhou W.-X. Is there a real-estate bubble in the US? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2006, vol. 361, iss. 1, pp. 297–308.
14. Vogel H. *Financial Market Bubbles and Crashes*. Cambridge, Cambridge University Press, 2009, 384 p. DOI: 10.1017/CBO9780511806650.
15. West K. Bubbles, Fads and Stock Price Volatility Tests: A Partial Evaluation. *The Journal of Finance*, 1988, vol. 43, no. 3, pp. 639–656.