

УДК 621.774.37:539.319

**Е.В. Кузнецова, Г.Л. Колмогоров,  
В.Н. Трофимов, А.Ю. Вавель**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь, Россия

## **ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ФОРМИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ**

Предложена методика расчета технологических остаточных напряжений, формируемых в процессе пластического деформирования при изготовлении полых осесимметричных металлоизделий с учетом степени пластической деформации и параметров деформационного упрочнения материала. Следуя А.А. Ильюшину, степень пластической деформации определяли как сумму интенсивностей последовательных малых деформаций сдвига, которые претерпела частица с момента возникновения в ней пластического течения до данного момента, что позволяет найти зависимость степени деформации от процесса пластической деформации. Такой подход позволяет выявить влияние основных параметров процесса пластического деформирования на уровень технологических остаточных напряжений в заготовке, а также определить зависимости распределения остаточных напряжений от механических свойств обрабатываемого материала.

**Ключевые слова:** технологические остаточные напряжения, процессы пластического деформирования, деформационное упрочнение материала, степень пластической деформации.

**E.V. Kuznetsova, G.L. Kolmogorov,  
V.N. Trofimov, A.Iu. Vavel'**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **THE INFLUENCE OF PARAMETERS PROCESS OF PLASTIC DEFORMATION ON THE FORMATION OF TECHNOLOGICAL RESIDUAL STRESSES**

The paper proposed a method of calculating the technological residual stresses generated during the plastic deformation in the manufacture of axisymmetric hollow metal products according to the degree of plastic deformation and strain hardening of the material parameters. The degree of plastic deformation is defined as the sum of the intensities of successive small shear strain following the A.A. Ilyushin, which has undergone a bit since the beginning of the plastic flow in it up to this point that allows us to find the dependence of the degree of deformation of the plastic deformation process. This approach allows us to identify the influence of the main parameters of the process of plastic deformation

on the technological level of residual stress in the workpiece, as well as to determine the residual stress distribution depending on the mechanical properties of the processed material.

**Keywords:** technological residual stresses, the processes of plastic deformation, strain hardening of the material, the degree of plastic deformation.

Уровень остаточных напряжений является во многих случаях важным параметром, определяющим качество изделий, полученных в результате пластического деформирования методами обработки давлением. Технологические остаточные напряжения обуславливают качество и эксплуатационные характеристики металлопродукции [1]. Существующие методики определения остаточных напряжений носят в основном экспериментальный характер, не обладают универсальностью, применение их зачастую затруднено и приводит к значительным погрешностям. Необходима разработка методов определения остаточных напряжений в металлоизделиях, которые могут достигать значительных величин вплоть до предела текучести и прочности материала, что зачастую приводит к разрушению конструкций еще при хранении или в первые часы эксплуатации при достаточно низком уровне эксплуатационных нагрузок [2–5].

Одной из причин возникновения остаточных напряжений после обработки давлением является степень и неравномерность пластической деформации. Меру пластической деформации определяют в работе [6] при осесимметричном деформировании осесимметричных металлоизделий (волочение, прессование, гидроэкструзия) как интегральную деформацию удлинения:

$$\varepsilon = \ln \mu = \ln F_0 / F_k, \quad (1)$$

или относительное обжатие

$$\delta = (F_0 - F_k) / F_0, \quad (2)$$

где  $\mu$  – вытяжка;  $F_0$  и  $F_k$  – начальная и конечная площадь сечения соответственно.

Наличие нескольких величин, характеризующих степень деформации, создает неоднозначность в понятии степени деформации при обработке металлов давлением. Кроме того, существующие формулы не содержат параметров, определяющих неравномерность деформации по сечению и объему заготовки.

В работе [7] степень деформации определяется как сумма интенсивностей последовательных малых деформаций сдвига  $Hd\tau$ , которые претерпела частица с момента возникновения в ней пластического течения до данного момента  $\tau_1$ , и (согласно А.А. Ильюшину) находится по формуле

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{\tau_0}^{\tau_1} Hd\tau, \quad (3)$$

интеграл подсчитывается вдоль линии тока;  $H$  – интенсивность скоростей деформации сдвига, определяется в виде

$$H = \sqrt{\frac{2}{3} \left[ (\xi_x - \xi_y)^2 + (\xi_y - \xi_z)^2 + (\xi_z - \xi_x)^2 + \frac{3}{2} (\eta_{xy}^2 + \eta_{yz}^2 + \eta_{xz}^2) \right]}, \quad (4)$$

где  $\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ ;  $v_i$  – компоненты вектора скорости.

Из условия несжимаемости и геометрических соображений определены радиальные и осевые компоненты вектора скорости деформаций, записано уравнение линии тока. После определения интенсивности скоростей деформации и подстановки в соотношение получено выражение степени деформации в виде

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha \frac{\bar{r}}{R} + \sqrt{4 + 3 \frac{\bar{r}^2}{R^2}} \operatorname{tg}^2 \alpha \ln \frac{R}{R_d}, \quad (5)$$

$\alpha$  – угол наклона образующей матрицы;  $R$  – внешний радиус заготовки на входе в матрицу и на выходе –  $R_d$  после деформирования;  $\bar{r}$  – текущий радиус линии тока.

Как следует из выражения (5), степень деформации растет от центра к периферии, определяется обжатием и углом наклона образующей канала волокна.

Рассмотрим влияние параметров волочения на формирование технологических остаточных напряжений на примере осесимметричного деформирования труб, используя инженерную методику определения технологических остаточных напряжений при пластическом деформировании труб на основе энергетического подхода. Сущность такого подхода заключается в том, что потенциальная энергия

остаточных напряжений  $U$  рассматривается как часть энергии  $U_d$ , затраченной на пластическое деформирование [8]:

$$U = \psi U_d, \quad (6)$$

где  $\psi$  – параметр, определяющий долю энергии пластического деформирования, затраченную на формирование остаточных напряжений.

В объеме осесимметричной полой заготовки потенциальная энергия упругой деформации, вызванной действием остаточных напряжений, определяется в виде

$$U = \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора относительных упругих деформаций, вызванных действием остаточных напряжений  $\sigma_{ij}$ ;  $V$  – объем трубы.

Выражения для определения компонент тензора напряжений находятся из решения уравнений и соотношений теории упругости с учетом граничных условий для осесимметричного случая плоскодеформированного состояния [8]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -a_0(R_1 - r)(r - R_2); \\ \sigma_\theta &= a_0[(r - R_1)(r - R_2) + (2r - R_1 - R_2)]; \\ \sigma_z &= a_0[2(r - R_1)(r - R_2) + r(2r - R_1 - R_2)], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $r$  – текущий радиус;  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  – радиальная, окружная и осевая компоненты тензора остаточных напряжений,  $R_1, R_2$  – внешний и внутренний радиусы трубы соответственно;  $a_0$  – параметр, определяемый после подстановки и решения условия (6).

С использованием обобщенного закона Гука [9] для относительных деформаций с учетом уравнений (8) определяются радиальные и окружные упругие деформации, возникающие от действия остаточных напряжений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{a_0}{E} \left[ (r - R_1)(r - R_2)(1 - \mu - 2\mu^2) - r(2r - R_1 - R_2)(1 + \mu)\mu \right]; \\ \varepsilon_\theta &= \frac{a_0}{E} \left[ (r - R_1)(r - R_2)(1 - \mu - 2\mu^2) + r(2r - R_1 - R_2)(1 - \mu^2) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $E$  – модуль Юнга.

После подстановки соотношений (8) и (9) в выражение (7), интегрирования по объему трубы и преобразований получим для единичной длины трубы:

$$U = \frac{\pi a_0^2}{60E} (1 - \mu^2) (1 - \bar{R}^2) \bar{B} R_1^6, \quad (10)$$

где  $\bar{R} = R_2/R_1$ ;  $\bar{B} = 7(1 + \bar{R}^4) + 22\bar{R}^2 - 18\bar{R}(1 + \bar{R}^2)$ ;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Энергия, затраченная на пластическую деформацию трубной заготовки, определяется интегралом

$$U_d = \pi (R_1^2 - R_2^2) \int_0^\varepsilon \sigma_s d\varepsilon, \quad (11)$$

где  $\sigma_s$  – сопротивление деформации материала трубной заготовки;  $\varepsilon$  – величина степени пластической деформации.

Сопротивление деформации конструкционных материалов зависит от степени деформации. Для большинства металлов эта зависимость имеет следующий вид:

$$\sigma_s = \sigma_{s_0} (1 + m\varepsilon_{ст}^n), \quad (12)$$

где  $\sigma_{s_0}$  – предел текучести материала;  $m, n$  – эмпирические коэффициенты, характеризующие деформационное упрочнение;  $\varepsilon_{ст}$  – степень пластической деформации для конкретного процесса обработки металлов давлением.

Для расчета технологических остаточных напряжений в трубных изделиях после волочения с учетом выражений (3)–(5) с достаточной точностью [7] можно использовать усредненное по сечению выражение для определения степени деформации, которое имеет вид

$$\varepsilon_{ст} = 2 \ln d / d_d + \frac{4 \operatorname{tg} \alpha (1 - a^3)}{3\sqrt{3}(1 - a^2)}, \quad (13)$$

где  $a$  – параметр, характеризующий начальную толщину стенки трубы,  $a = \frac{R_{2\text{ВХ}}}{R_{1\text{ВХ}}}$ ;  $R_1$  – внешний радиус трубы после пластической деформации;  $d, d_d$  – средние диаметры трубы до и после пластической деформации.

В известных подходах [1, 2, 10–12] к определению технологических остаточных напряжений зачастую невозможно выявить зависимость влияния параметров процесса изготовления или обработки на величину напряжений. В случае, когда учитывается степень деформации в виде (5) или (13), такое влияние можно определить в зависимости от угла наклона матрицы и величины обжатия – основных параметров деформирования.

Подставив соотношения (12) и (13) в выражение (11), найдем энергию пластического деформирования:

$$U_d = \pi (R_1^2 - R_2^2) \sigma_{S_0} \epsilon_{cp} \left( 1 + \frac{m \epsilon_{cp}^n}{n+1} \right). \quad (14)$$

Параметр  $a_0$ , характеризующий распределение остаточных технологических напряжений по сечению заготовки, определяется после подстановки выражений (10) и (14) в условие (6):

$$a_0 = \frac{\sigma_{S_0} \psi^*}{R_1^2} \sqrt{\frac{60 \epsilon_{cp} \left( \frac{1 + m \epsilon_{cp}^n}{n+1} \right)}{(1 - \mu^2) \bar{B}}}, \quad (15)$$

где  $\psi^*$  – комплексный параметр деформативности материала,

$$\psi^* = \left( \frac{\psi E}{\sigma_s} \right)^{1/2} [8, 13].$$

Таким образом, предложенная методика расчета технологических остаточных напряжений, формируемых в процессе пластического деформирования при изготовлении полых осесимметричных металлоизделий, учитывает степень пластической деформации и деформационное упрочнение материала, что позволяет определять уровень и распределение остаточных напряжений в заготовке в зависимости от вида обработки металлов давлением, основных параметров технологического процесса, а также механических свойств обрабатываемого материала.

*Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 13-08-01196.*

### **Список литературы**

1. Поздеев А.А., Няшин Ю.И., Трусов П.В. Остаточные напряжения: теория и приложение. – М., 1982. – 112 с.
2. Колмогоров В.Л., Богатов А.А., Тропотов А.В. Разрушение металла от остаточных напряжений после обработки металлов давлением // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1980. – № 12. – С. 45–49.
3. Investigation of non-local cracking in layered stainless steel with nanostructured interface / X. Guo, A.Y.T. Leung, A.Y. Chen, H.H. Ruan, J. Lu // Scripta Materialia. – 2010. – Vol. 63, iss. 4. – P. 403–406.
4. Haghpanah B., Nayeb-Hashemi H., Vaziri A. Elasto-plastic Stresses in a Functionally Graded Rotating Disk // ASME J. of Engineering Materials Technology. – 2012. – Vol. 134, iss. 2, pp. 021004-1–021004-11
5. A fast and accurate analysis of the interacting cracks in linear elastic solids / D.F. Li, C.F. Li, S.Q. Shu, Z.X. Wang, J. Lu // International Journal of Fracture. – 2008. – Vol. 151. – P. 169–185.
6. Перлин И.Л. Теория волочения. – М.: Металлургия, 1971. – 448 с.
7. Колмогоров Г.Л., Кузнецова Е.В. О степени деформации при осесимметричном деформировании // Изв. вузов. Черная металлургия. – 2000. – № 11. – С. 31–33.
8. Колмогоров Г.Л., Кузнецова Е.В., Тиунов В.В. Технологические остаточные напряжения и их влияние на долговечность и надежность металлоизделий. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012. – 226 с.
9. Хан Х.Г. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применение. – М.: Мир, 1988. – 343 с.
10. Остаточные напряжения / Ж.А. Мрочек [и др.]. – Минск: Технопринт, 2003. – 316 с.
11. Liu Y., Day M.L. Bending collapse of thin-walled circular tubes and computational application // Thin-Walled Structures. – 2008. – Vol. 46, iss. 4. – P. 442–450.
12. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A. The fatigue fracture criterion based on the latent energy approach // Engineering. – 2010. – № 2. – P. 318–321.
13. Способ определения показателя деформативности материала: патент на изобретение № 2276779 от 20.05.2006 / Г.Л. Колмогоров, Е.В. Кузнецова, Т.Е. Мельникова.

## References

1. Pozdeev A.A., Niashin Iu.I., Trusov P.V. Ostatochnye napriazheniia: teoriia i prilozhenie [Residual stresses: Theory and Applications]. M., 1982, 112 p.
2. Kolmogorov V.L., Bogatov A.A., Tropotov A.V. Razrushenie metalla ot ostatochnykh napriazhenii posle obrabotki metallov davleniem [The destruction of the metal from the residual stresses after metal forming]. *Izvestiia vuzov. Chernaia metallurgii*, 1980, no. 12, pp. 45-49.
3. Guo X., Leung A.Y.T., Chen A.Y., Ruan H.H., Lu J. Investigation of non-local cracking in layered stainless steel with nanostructured interface. *Scripta Materialia*, 2010, Vol. 63, iss. 4, pp. 403-406.
4. Haghpanah B., Nayeb-Hashemi H., Vaziri A. Elasto-plastic Stresses in a Functionally Graded Rotating Disk. *ASME J. of Engineering Materials and Technology*, 2012, vol. 134, iss. 2, pp. 021004-1-021004-11.
5. Li D.F., Li C.F., Shu S.Q., Wang Z.X., Lu J. A fast and accurate analysis of the interacting cracks in linear elastic solids. *International Journal of Fracture*. 2008, vol. 151, pp. 169-185.
6. Perlin I.L. Teoriia volocheniia [Theory of drawing]. Moscow: Metallurgii, 1971, 448 p.
7. Kolmogorov G.L., Kuznetsova E.V. O stepeni deformatsii pri osetsimmetrichnom deformirovanii [About the degree of deformation in axisymmetric deformation]. *Izvestiia vuzov. Chernaia metallurgii*, 2000, no.11, pp. 31-33.
8. Kolmogorov G.L., Kuznetsova E.V., Tiunov V.V. Tehnologicheskie ostatochnye napriazheniia i ikh vliianie na dolgovechnost' i nadezhnost' metalloizdelii [Technological residual stresses and their influence on the durability and reliability of metal products]. Perm': Permskii natsional'nyi issledovatel'skii politekhnicheskii universitet, 2012, 226 p.
9. Han H.G. Teoriia uprugosti. Osnovy lineinoi teorii i ego primenenie [Theory of elasticity. Fundamentals of linear theory and its application]. Moscow: Mir, 1988, 343 p.
10. Mrochek G.A. Ostatochnye napriazheniia [Residual stresses]. Minsk: Tekhnoprint, 2003, 316 p.
11. Liu Y., Day M.L. Bending collapse of thin-walled circular tubes and computational application. *Thin-Walled Structures*, 2008, vol. 46, iss. 4, pp. 442-450.

12. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A. The fatigue fracture criterion based on the latent energy approach. *Engineering*, 2010, no. 2, pp. 318-321.

13. Kolmogorov G.L., Kuznetsova E.V., Melnikova T.E. Sposob opredeleniia pokazatelia deformativnosti materiala [A method of determining the index of deformability of the material]. *Patent na izobretenie № 2276779 om 20.05.2006*.

Получено 27.11.2014

### **Об авторах**

**Кузнецова Елена Владимировна** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: mellen75@mail.ru).

**Колмогоров Герман Леонидович** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, dpm@pstu.ru).

**Трофимов Виктор Николаевич** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, dpm@pstu.ru).

**Вавель Алла Юрьевна** (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: alla281@ya.ru).

### **About the authors**

**Elena V. Kuznetsova** (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: mellen75@mail.ru).

**German L. Kolmogorov** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: dpm@pstu.ru).

**Viktor N. Trofimov** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: [dpm@pstu.ru](mailto:dpm@pstu.ru)).

**Alla Iu. Vavel'** (Perm, Russian Federation) – Postgraduate student, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: [alla281@ya.ru](mailto:alla281@ya.ru)).