УДК 519.71

А.И. Домошницкий[1], Д.А. Истомин[2], М.Б. Гитман[2]

[1]Ариэльский университет, Ариэль, Израиль
[2]Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ИННОВАЦИОННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ КАК ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ

Рассматривается промышленное предприятие инновационного типа. Считается, что на предприятии создан банк инноваций. Процесс развития инновационного предприятия протекает во времени нелинейным образом с запаздыванием, связанным с неспособностью исследуемого предприятия к мгновенному реагированию на изменяющуюся конъюнктуру рынка и внедряемые инновации. Предлагается процедура выбора инновации, в наибольшей мере удовлетворяющей изменяющейся конъюнктуре рынка при ограничении на производственные ресурсы. Модель инновационного предприятия описывается с помощью системы дифференциальных уравнений с запаздыванием. Приведены тестовые примеры решения задачи.

Ключевые слова: инновационное предприятие, банк инноваций, процедура выбора, конъюнктура рынка, система дифференциальных уравнений с запаздыванием.

A.I. Domoshnitskii[1], D.A. Istomin[2], M.B. Gitman[2]

[1]Ariel University Center of Samaria, Ariel, Israel
[2]Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

DEVELOPMENT OF MODEL OF FUNCTIONING OF THE INNOVATIVE ENTERPRISE AS DYNAMIC SYSTEM WITH EFFECT OF MEMORY

The industrial enterprise of innovative type is considered. It is believed that at the enterprise the bank of innovations is created. The process of developing innovative enterprise through time in a nonlinear manner with time delay associated with the inability of the investigated enterprises to instant response to changing market conditions and the introduced innovations. Procedure of a choice of an innovation, in the greatest measure is offered to the satisfying changing market condition at restriction on production resources. The model of the innovative enterprise is described by means of system of the differential equations with delay. Test examples of the solution of a task are given.

Keywords: innovative enterprise, bank of innovations, procedure of a choice, market condition, system of the differential equations with delay.

Введение

Развитие современного промышленного предприятия всегда осуществляется на основе наукоемкого производства. Такой подход предполагает выход на инновационную траекторию развития, максимальное использование новых факторов роста. При этом само введение инноваций определяется двумя факторами – объемом инноваций и временем их внедрения в производство.

Предлагается модель инновационного развития предприятия описывать системой дифференциальных уравнений с запаздыванием, которая в значительной мере определяет возможности предприятия в области инновационной деятельности. Вопросам математического моделирования различных социально-экономических систем на основе синергетического подхода посвящено немало работ, например [1, 2]. Однако исследований в области динамического поведения производственных систем в настоящее время явно недостаточно. Поэтому рассматриваемая тема является актуальной.

1. Концептуальная постановка

Рассматривается промышленное предприятие инновационного типа. Считается, что на предприятии создан банк инноваций (новых технологий, новых видов продукции, новых материалов и т.п.) на определенный период. Предприятие производит некоторую номенклатуру продукции $x(t)$ и обладает некоторыми ресурсами (материальными, финансовыми и человеческими). При исследовании моделей экономического роста инновационных предприятий большинство авторов, принимая во внимание фактор инноваций (так называемый «горизонтальный» [3] и «вертикальный» [4]), приходят к выводу, что инновации приводят к возможности эндогенного экономического роста, зависящего только от внутренних параметров рассматриваемой производственной системы.

Перейдем к разработке модели развития инновационного предприятия.

Пусть на рассматриваемый период задана функция $f(t)$, описывающая конъюнктуру рынка, а также известен объем капиталовложений K в развитие предприятия на некоторый период.

Необходимо определить, какие инновации из имеющегося банка инноваций, в каком объеме $y(t)$ и когда необходимо внедрить в производство, чтобы выпускаемая с использованием этих инноваций продукция в наибольшей мере удовлетворяла изменяющейся конъюнктуре рынка при ограничении на производственные ресурсы.

Следует отметить, что разработка и внедрение любых инноваций требуют фундаментальных исследований и осуществляются с некоторым запаздыванием $\tau(t)$, которое зависит от объема инвестиций и которое в значительной мере определяет возможности предприятия в области инновационной деятельности, т.е. способности к быстрому реагированию на изменяющуюся конъюнктуру рынка.

Предлагается схема управления предприятием инновационного типа, включающая два контура управления, представленная на рис. 1. Верхний контур следит за внешним рынком с помощью функции $f(t)$, а нижний – ориентирован на инновационную деятельность. Особенностью данной модели является наличие запаздывания во втором контуре управления, вносящего эффект «отложенности» во времени, возникающей в этом контуре инновации.

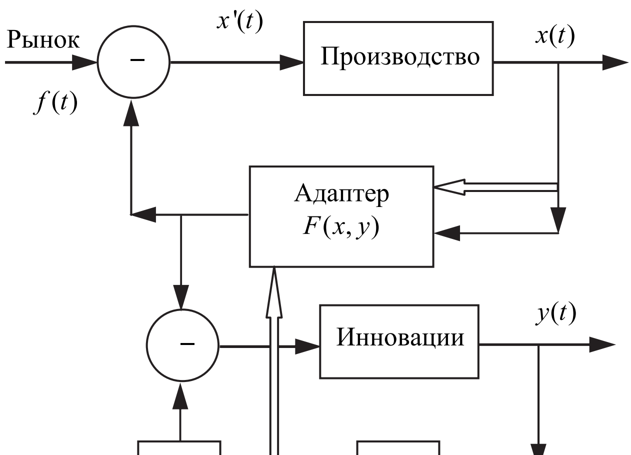

Рис. 1. Структурная модель системы управления предприятием инновационного типа

Отметим, что инновационное предприятие должно быть ориентировано на долгосрочную перспективу и стратегическое планирование, вследствие чего всегда носит опережающий характер. При этом внедрение инновации обычно приносит прибыль предприятию не сразу, однако в долгосрочной перспективе инновационное внедрение практически всегда оправдано и прибыль от него обычно очень значительная.

Адаптер $F(x, y)$ в данной модели играет роль согласования производственного плана выпуска продукции $x(t)$ с учетом требований рынка $f(t)$ и внедряемых инноваций $y(t)$.

2. Математическая постановка

Процесс развития инновационного предприятия протекает во времени нелинейным образом с запаздыванием, связанным с неспособностью исследуемого предприятия к мгновенному реагированию на изменяющуюся конъюнктуру рынка и внедряемые инновации. Поэтому модель его поведения может быть описана с помощью системы дифференциальных уравнений с запаздыванием следующего вида:

$$\begin{cases} x'(t) + x(t) \cdot F(x, y) = f(t), \\ y'(t) + K \cdot y(t - \tau(t)) = x(t) \cdot F(x, y), \end{cases} \tag{1}$$

где функция $F(x, y)$ предназначена для обработки и свертывания информации, полученной в обоих контурах управления. Отметим, что $F(x, y)$ связывает объем выпускаемой продукции с количеством введенных или планируемых инноваций.

Очевидно, что без учета функции $F(x, y)$ с увеличением объема выпущенной продукции спрос уменьшается, что, в свою очередь, требует снижения объема производства. С учетом же инноваций (добавление функции $y(t)$) спрос на продукцию может даже увеличиться.

Второе уравнение системы (1) характеризует увеличение количества инноваций в зависимости от объема инвестиций K и влияния инноваций на объем продукции $x(t) \cdot F(x, y)$. При этом разработка инноваций происходит с запаздыванием по времени ($y(t - \tau(t))$). Для разработки и внедрения каждой инновации требуются инвестиции. В общем случае объем инвестиций также меняется во времени $(K(t))$. Однако в первом приближении K можно считать константой. Очевидно, что скорость изменения объема инноваций должна снижаться при их увеличении. Поэтому во втором уравнении системы (1) вводится дополнительное слагаемое, характеризующее «успешность» (эффективность) внедрения инноваций (которые приводят к увеличению спроса на данную продукцию).

По поводу вида функции $F(x, y)$ отметим, что данная функция осуществляет операцию семантического перекодирования информации (из банка инноваций предприятия) при передаче ее на уровень производства продукции. Другими словами, эта функция оценивает, насколько успешным будет выбор той или другой инновации для увеличения объема выпускаемой продукции. Предложенный вид $F(x, y) = \dfrac{\ln|x \cdot y|}{\tau(t)}$ соответствует решению $y(t)$ в виде «динамического хаоса», что в теории информации трактуется как генерация нового знания, а в нашем случае – той инновации, которая приведет к росту спроса на данную продукцию [2]. Очевидно, что накопление банка инноваций и генерация из него наиболее продуктивной инновации требует времени, что описывается функцией запаздывания $\tau(t)$. В первом приближении можно считать $\tau(t) = \tau$. При этом адаптер $F(x, y)$ фактически представляет собой некий интегратор. Он может быть смоделирован и как функционал от линейной комбинации интегралов $\int_0^t K(t,s)x(s)ds$, $\int_0^t L(t,s)y(s)ds$ [5].

Подход к анализу полученных интегральных уравнений представлен в работах [5–8]. Его ключевая идея – сведение системы интегро-дифференциальных уравнений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений большей размерности. Затем осуществляется анализ получившейся системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение интегро-дифференциальных систем через сведение к системе обыкновенных дифференциальных уравнений выполнено в работе [9].

Применим общий подход к решению системы (1).

3. Метод решения системы дифференциальных уравнений

Введем вспомогательное уравнение:

$$y'(t) + K \cdot y(t - \tau(t)) = z(t). \tag{2}$$

Решение (2) может быть представлено в виде

$$y(t)=\int_0^t C(t,s)z(s)ds+C(t,0)y(0),$$

где ядро интегрального представления решения $C(t,s)$ называется функцией Коши уравнения (2).

Известно [10], что для любого фиксированного s функция Коши $C(t,s)$ как функция одного аргумента удовлетворяет однородному уравнению:

$$\begin{cases} y'(t)+K\cdot y(t-\tau(t))=0, & t>s, \\ y(\xi)=0, & \text{если} \quad \xi<0, \end{cases}$$

с начальным условием $y(s)=1$.

Теперь первое уравнение системы (1) запишется в виде

$$x'(t)=f(t)-z(t), \tag{3}$$

где

$$z(t)=x(t)F(x,y). \tag{4}$$

Интегрируя уравнение (3), получим:

$$x(t)=-\int_0^t z(s)ds+\int_0^t f(s)ds+x(0). \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4), получим:

$$z(t)=\left[-\int_0^t z(s)ds+\int_0^t f(s)ds+x(0)\right]\times$$

$$\times F\left(-\int_0^t z(s)ds+\int_0^t f(s)ds+x(0), \int_0^t C(t,s)z(s)ds+C(t,0)y(0)\right).$$

Полученное уравнение будем решать методом последовательных итераций [9].

$$\begin{gathered} z_{n+1}(t)=\left[-\int_0^t z_n(s)ds+\int_0^t f(s)ds+x(0)\right]\times \\ \times F\left(-\int_0^t z_n(s)ds+\int_0^t f(s)ds+x(0), \int_0^t C(t,s)z_n(s)ds+C(t,0)y(0)\right). \end{gathered} \tag{6}$$

Начиная с $z_0(t) = f(t)$, получим:

$$z(t) = F\left(x(0), \int_0^t C(t,s) f(s) ds + C(t,0) y(0) \right). \qquad (7)$$

Отметим, что итерационный процесс заканчивается, когда $\left| z_{n+t}(t) - z_{n+t}(t) \right| < \varepsilon$, где ε – это некоторая наперед заданная точность.

Окончательно: зная $z(t)$ по формуле (5), получаем $x(t)$, а из решения уравнение (2) получаем $y(t)$.

4. Некоторые результаты

Несмотря на сравнительную простоту записи исходной системы (1), свойства ее решений могут быть очень разнообразными в зависимости от выбора параметров и начальных условий.

Приведем два примера построения решений, варьируя параметры $f(t)$ и $\tau(t)$.

Пример 1. Пусть $f(t) = 10$, $K = 1, \tau(t) = 1$, $x(0) = 10$, $y(0) = 1$. В этом случае решение имеет вид, представленный на рис. 2.

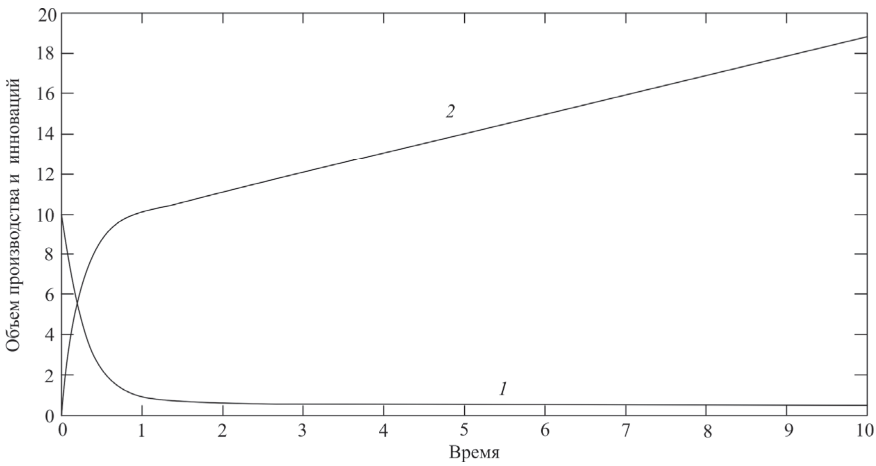

Рис. 2. Снижение объема производства (кривая *1*) при росте объема инноваций (кривая *2*)

Пример 2. Пусть теперь запросы рынка в выпускаемой продукции повысились в 100 раз по сравнению с примером 1. При этом остальные параметры модели не изменились: $f(t) = 1000$, $K = 1$, $\tau(t) = 1$, $x(0) = 10$, $y(0) = 1$. В этом случае решение имеет вид, представленный на рис. 3.

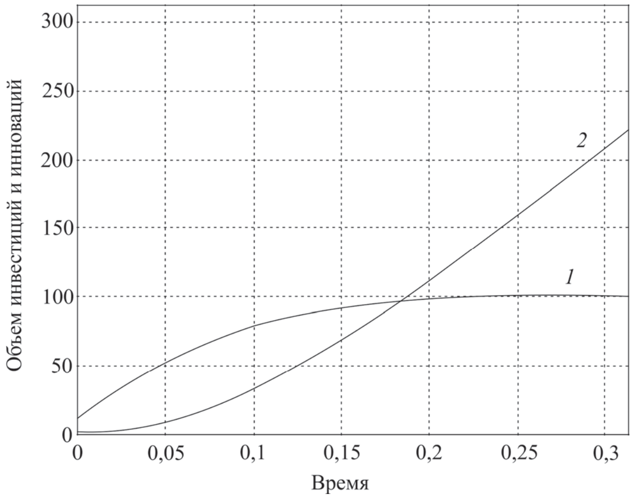

Рис. 3. Увеличение объема производства (кривая *1*)
при росте объема инноваций (кривая *2*)

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что при низкой конъюнктуре рынка введение инновации может даже «истощать» развитие производства (см. рис. 2). С экономической точки зрения наиболее разумный случай – введение инноваций, когда конъюнктура рынка высокая (см. рис. 3). Однако и в этом случае увеличение объема инноваций оправдано до некоторого предела. Очевидно, что нет смысла в чрезмерном их увеличении, так как это не приводит к увеличению объема продукции (значение $x(t)$ стабилизируется, что видно из рис. 3) и в конечном счете ведет к снижению прибыли предприятия.

Заключение

Рассмотрена модель развития инновационного предприятия как динамической системы с эффектом памяти. Процесс развития этого предприятия протекает во времени нелинейным образом с запаздыванием, связанным с неспособностью исследуемого предприятия к мгновенному реагированию на изменяющуюся конъюнктуру рынка и внедряемые инновации. Предлагаемая модель инновационного предприятия описывается с помощью системы дифференциальных уравнений с запаздыванием. Приведенные тестовые примеры решения задачи показывают значительную зависимость объема производства от величины инвестирования в инновации и конъюнктуры рынка.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (договор № 02.G25.31.0068 от 23.05.2013 г. в составе мероприятия по реализации Постановления Правительства РФ № 218).

Список литературы

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. – М.: УРСС, 2006.

2. Солодова Е.А. Новые модели в системе образования. Синергетический подход. – М.: Книжный дом, 2012. – 344 с.

3. Romer P. Endogenous Technical Change // J. of Political Economy. – 1990. – Vol. 98, no. 5. – P. 71–102.

4. Aighion P., Howitt P. (1992). A Model of Growth Through Creative Destruction // Econometrica – 1992. – Vol. 60. – P. 323–351.

5. Domoshnitsky A., Gotser Ya. One approach to study of stability of integrodifferential equations // Nonlinear analysis: Theory, Methods&Applications. – 2001. – Vol. 47. – P. 3885–3896.

6. Domoshnitsky A., Goltser Ya. Approach to study of stability and bifurcation of integro-differential equations // Mathematical and Computer Modelling. – 2002. – Vol. 36. – P. 663–678.

7. Floquet theory and stability of nonlinear integro-differential equations / R.P. Agarwal, M. Bohner, A. Domoshnitsky, Y. Goltser // Acta Mathematica Hungarica. – 2005. – Vol. 109 (4). – P. 305–330.

8. Domoshnitsky A., Goltser Y. On stability and boundary value problems for integro-differential equations // Nonlinear Analysis: Theory, Methods&Applications. – 2005. – Vol. 63/5-7. – P. e761–e767.

9. Domoshnitsky A., Goltser Ya., Ophir D. Numerical approach to studying stability of integro-differential systems // Lecture Series on Computer and Computational Sciences. – 2007. – Vol. 8. – P. 493–496.

10. Domoshnitsky A., Gitman M., Shklyar R. Stability and estimate of solution to uncertain neutral delay systems // Boundary Value Problems. – 2014. – Vol. 55. DOI:10.1186/1687-2770-2014-55.

References

1. Malinetskii G.G., Potapov A.B., Podlazov A.V. Nelineinaia dinamika: podkhody, rezul'taty, nadezhdy [Nonlinear dynamics: approaches, results, expectations]. Moscow: URSS, 2006.

2. Solodova E.A. Novye modeli v systeme obrazovaniia. Synergeticheskii podkhod [New models in the education system. Synergetic approach]. Moscow: Knizhnyi dom, 2012, 344 p.

3. Romer P. Endogenous Technical Change. *J. of Political Economy*, 1990, vol. 98, no. 5, pp. 71-102.

4. Aighion P., Howitt P. A Model of Growth Through Creative Destruction. *Econometrica*, 1992, vol. 60, pp. 323-351.

5. Domoshnitskii A., Goltser Ya. One approach to study of stability of integrodifferential equations. *Nonlinear analysis: Theory, Methods&Applications*, 2001, vol. 47, pp. 3885-3896.

6. Domoshnitskii A., Goltser Ya. Approach to study of stability and bifurcation of integro-differential equations. *Mathematical and Computer Modelling*, 2002, vol. 36, pp. 663-678.

7. Agarwal R.P., Bohner M., Domoshnitskii A., Goltser Ya. Floquet theory and stability of nonlinear integro-differential equations. *Acta Mathematica Hungarica*, 2005, vol. 109 (4), pp. 305-330.

8. Domoshnitskii A., Goltser Ya. On stability and boundary value problems for integro-differential equations. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods&Applications*, 2005, vol. 63/5-7, pp. e761-e767.

9. Domoshnitskii A., Goltser Ya., Ophir D. Numerical approach to studying stability of integro-differential systems. *Lecture Series on Computer and Computational Sciences*, 2007, vol. 8, pp. 493-496.

10. Domoshnitskii A., Gitman M., Shkliar R. Stability and estimate of solution to uncertain neutral delay systems. *Boundary Value Problems*, 2014, vol. 55. DOI: 10.1186/1687-2770-2014-55.

Получено 27.11.2014

Об авторах

Домошницкий Александр Исакович (Ариель, Израиль) – профессор, декан факультета естествознания Ариэльского университета (40700, Ариэльский университет, Ариэль, Израиль, e-mail: adom@ariel.ac.il).

Истомин Денис Андреевич (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Математическое моделирование систем и процессов» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: istomin.den@gmail.com).

Гитман Михаил Борисович (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Математическое моделирование систем и процессов» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: valeriy.stolbov@gmail.com).

About the authors

Alexander Domoshnitskii (Ariel, Israel) – Full Professor, Dean of Natural Science Faculty, The Ariel University Center of Samaria (40700, Ariel, Israel, e-mail: adom@ariel.ac.il).

Denis A. Istomin (Perm, Russian Federation) – Postgraduate student, Department of Mathematical Modelling of Systems and Processes, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: istomin.den@gmail.com).

Mikhail B. Gitman (Perm, Russian Federation) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mathematical Modeling of Systems and Processes, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: valeriy.stolbov@gmail.com).