

УДК 658.5.011

**И.В. Чимбур<sup>1</sup>, А.В. Вожаков<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

<sup>2</sup>ПАО «Мотовилихинские заводы», Пермь, Россия

## **МОДЕЛИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА ПРИ КАЛЕНДАРНОМ ПЛАНИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВА**

Рассматривается модель планирования производства на крупном промышленном предприятии с учетом приоритетности заказов, незавершенного производства, резервирования остатков под заказ.

**Ключевые слова:** управление, календарное планирование производства, приоритет заказов, незавершенное производство, резервирование, нечеткие множества, математическое моделирование, оптимизация.

**I.V. Chimbur<sup>1</sup>, A.V. Vozhakov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia Federation

<sup>2</sup>PSC "Motovilikhinskiye zavody", Perm, Russia Federation

## **MODELS OF MULTICRITERIA SELECTION FOR PRODUCTION SCHEDULING**

The model of planning in large industrial enterprise subject to order priority, work-in-progress, reservation remains for order is considered.

**Keywords:** management, production scheduling, order priority, work-in-progress, reservation, fuzzy set, mathematical modeling, optimization.

### **Введение**

На крупных промышленных предприятиях с дискретным производством при календарном планировании возникает достаточно большое количество проблем – спрос на продукцию может превышать мощности и имеющиеся ресурсы на предприятии для ее производства. Кроме того, заказы могут быть срочными и неудобными. Задача сильно усложняется тем, что необходимо выполнять максимальное количество приоритетных заказов. Таким образом, современное производство – это прежде всего способность максимально гибко реагировать на

запросы рынка, а получение максимальной прибыли – это задача формирования оптимального портфеля заказов.

Задача планирования производства на тактическом уровне приводится в работах [1, 2]. Ее суть заключается в том, что к началу планового периода должен быть рассчитан оптимальный план производства  $p_{id}$ . Однако данная постановка имеет ряд ограничений, которые могут стать препятствием для ее практического применения, в частности не учитываются:

1. Вероятность возникновения ситуации, при которой мощности предприятия будут недостаточны для выполнения всего портфеля заказов, что приведет к невозможности сформировать план производства, удовлетворяющий всем ограничениям.

2. Текущее незавершенное производство, что сильно ограничивает достоверность планирования.

3. Приоритеты заказов, что не позволяет гибко управлять приоритетами в производстве.

4. Возможность резервирования остатков товарно-материальных ценностей под конкретный заказ.

Все это приводит к необходимости постановки задачи планирования производства на тактическом уровне, с учетом вышеизложенных ограничений.

### 1. Постановка задачи

Пусть заданы основные массивы данных задачи [1]:

1. Известна матрица  $q$ , отражающая план доступности оборудования, где  $q_{kd}$  – количество единиц оборудования  $k$ -го типа, доступных для выполнения операций в день  $d \in \overline{1, T}$ .

2. Максимальная загрузка оборудования  $k$ -го типа одинакова и равна  $t_k^*$ , ч.

3. Известна «структура продукта», матрица  $a_{ij}$ , ее элементы определяют количество номенклатурных единиц (компонентов) с номерами  $i \in \overline{1, C}$ , необходимых для производства номенклатурных единиц с номерами  $j \in \overline{1, N}$ .

Пусть сформирован портфель заказов (ГКПП)  $g_{id}^z$ , его элементы определяют количество номенклатурных единиц (компонентов) с но-

мерами  $i \in \overline{1, N}$  и номером заказа  $z \in \overline{1, Z}$ , которые необходимо произвести до дня с номером  $d \in \overline{1, T}$ , где  $T$  – количество дней в плановом периоде. Введем приоритет заказа  $\sigma_z \in \overline{0, 1}$ .

Пусть известны планируемые остатки компонентов на складах предприятия на начало периода, а также план поставок компонентов на склады предприятия в течение планового периода, при этом считаем, что компоненты на складах могут быть как *свободными* (т.е. могут быть использованы для производства любого заказа), так и *зарезервированными* под конкретный заказ. Таким образом, считается заданной матрица  $r$ , ее элементы  $r_{id}^z$  – остаток  $i$ -й номенклатурной единицы на цеховых складах на начало планового периода для  $d = 0$ , под заказ  $z \in \overline{0, Z}$ , либо количество компонентов  $i$ , поставка которых запланирована на день  $d$ ,  $i \in \overline{1, C}$ ,  $d \in \overline{1, T}$ , значение индекса  $z = 0$  означает, что остаток либо планируемая поставка является *свободной*.

Введем матрицу  $n_i^z$  – количество запланированных технологических этапов вида  $i \in \overline{1, N}$ . Компоненты вектора  $\bar{n}^z$  могут быть найдены по формуле

$$\bar{n}_i^z = \sum_{d=1}^T g_{id}^z + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \cdot n_j - r_{i0}^z. \quad (1)$$

Для каждого технологического этапа определен набор технологических операций (далее операции), которые должны быть выполнены для того, чтобы технологический этап считался завершенным. Таким образом, определен вектор  $\bar{w} = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ , где  $w_i$  – количество операций на технологическом этапе  $i \in \overline{1, N}$ ,  $W = \sum_{i=1}^N w_i$ .

Виды операций по каждой номенклатурной позиции пронумеруем индексом  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ .

Введем матрицу  $o_{li}^z$  – количество операций, которые необходимо выполнить в плановом периоде по каждому заказу на  $i$ -м технологическом этапе  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $z \in \overline{1, Z}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ .

Введем матрицу трудоемкости операций, где  $t_{il}$  – выраженная в часах трудоемкость операции  $l$ -го вида, выполненной на  $i$ -м технологическом этапе  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ .

Введем матрицу  $e_{il}$ ,  $l \in \overline{1, w_i}$ , которая определяет, на рабочих центрах какого типа выполняется операция  $l$ -го вида на  $i$ -м технологическом этапе,  $i \in \overline{1, N}$ .

В условиях реального производства на начало любого периода в производстве находится определенное количество деталей и полуфабрикатов с незаконченным производственным циклом. Ввиду того что технологический процесс производства по ним не закончен, они не могут быть сданы на склад готовой продукции. При этом в рамках данной модели считается, что списания материалов и комплектующих для изготовления компонентов уже сделаны, в момент запуска в производство. Таким образом, в производстве находится определенное количество незавершенных деталей разных видов, в разной степени готовности. Для описания незавершенного производства на начало периода введем матрицу  $f_{il}^z$ ,  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ , которая определяет количество операций  $l$ -го вида для каждого заказа, завершающихся на данный момент. Компонент является незавершенным в том случае, если по нему выполнена первая операция, но не выполнена последняя операция технологического процесса.

Набор операций, который необходимо выполнить в плановом периоде по каждому заказу, можно определить следующим образом:

$$o_{il}^z = \begin{cases} n_i^z - f_{il}^z, n_i^z - f_{il}^z > 0, \\ 0, n_i^z - f_{il}^z \leq 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ .

Количество операций  $l$ -го вида по  $i$ -й номенклатурной позиции по  $z$ -му заказу будет равно количеству компонентов, которые необходимо произвести в плановом периоде за вычетом количества операций, уже выполненных в прошлом периоде (незавершенное производство).

Для описания плана производства введем матрицу  $P$ . Ее элементы  $p_{ild}^z$  определяют количество операций  $l$ -го вида по  $i$ -й номенклатурной позиции, по каждому заказу  $z$  с номером  $z \in \overline{1, Z}$ , запланиро-

ванных на день с номером  $d$ ,  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ ,  $d \in \overline{1, T}$ , где  $T$  – количество дней в плановом периоде. Введем булевый вектор  $\alpha^z$ , определяющий взятие или не взятие конкретного заказа. Фактически матрица  $P$  является календарным планом производства, с детализацией до операции и заказа. Таким образом, решением задачи будет определение элементов  $p_{ild}^z$  и вектора  $\alpha$ .

Введем матрицу баланса номенклатурных единиц  $B$ . Ее элементы  $b_{id}$  определяют количество номенклатурных единиц с номерами  $i \in \overline{1, C}$ , находящихся на цеховых складах на конец дня с номером  $d \in \overline{1, T}$ , значение индекса  $d = 0$  используется в матрице баланса для определения остатков номенклатурных единиц на начало планируемого периода. Очевидно, что значения матрицы напрямую зависят от плана производства  $P$  и от плана поставок  $r$ . Отметим, что эта матрица зависит от ГКПП – в дни, когда запланирован выпуск продукции, происходит автоматическая отгрузка готовой продукции со склада. Элементы матрицы  $B$  можно определить следующим образом:

$$b_{id} = \begin{cases} \sum_Z r_{id}^z, i \in \overline{1, C}, d = 0, \\ b_{id-1} + \sum_Z p_{i, w_i-1, d}^z + \sum_Z r_{id}^z - \sum_Z \alpha^z \cdot g_{id}^z - \sum_Z \sum_{j=1}^N p_{j, 1, d}^z a_{ij}, i \in \overline{1, N}, d \in \overline{1, T}, \\ b_{id-1} + \sum_Z r_{id}^z - \sum_Z \sum_{j=1}^N p_{j, 1, d}^z a_{ij}, N < i \leq C, d \in \overline{1, T}. \end{cases} \quad (3)$$

Очевидно, что при составлении календарного плана производства должны учитываться следующие ограничения:

1. Суммарное количество операций одного вида по заказам в календарном плане должно быть равно общему количеству операций данного вида, которые необходимо выполнить в плановом периоде по данному заказу, с учетом формирования портфеля принятых к производству заказов. Математически данное ограничение может быть представлено в следующем виде:

$$\sum_{d=1}^T p_{ild}^z = o_{il}^z \alpha_z, \text{ где } \alpha = |\alpha_1, \dots, \alpha_z|; \alpha_z = \begin{cases} 0, & \text{не входит} \\ 1, & \text{входит} \end{cases}, z \in \overline{1, Z}. \quad (4)$$

Данное ограничение также показывает, что существует возможность не взять заказ.

2. В каждый из планируемых дней максимальная загрузка рабочих центров не должна превышать максимально возможную загрузку рабочих центров в этот день. Математически данное ограничение может быть представлено в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^N \sum_Z \sum_{l=1}^{w_i} p_{ild}^z t_{il}^z \beta_{lk}^z \leq t_k^* q_{kd}, \quad (5)$$

где  $d \in \overline{1, T}$ ,  $\beta_{lk}^z = \begin{cases} 1, e_{il}^z = k \\ 0, e_{il}^z \neq k \end{cases}$ ,  $l \in \overline{1, w_i}$ ,  $k \in \overline{1, E}$ ,  $z \in \overline{1, Z}$ .

3. В любой момент времени остаток номенклатурных единиц не может быть отрицательным. Все детали должны быть отгружены в срок, т.е. к моменту, запланированному в ГКПП, на складе должны быть остатки. Математически данное ограничение может быть представлено в следующем виде:

$$b_{id} \geq 0,$$

где  $i \in \overline{1, C}$ ,  $d \in \overline{1, T}$ .

4. Производство любого заказа должно выполняться по строго заданному технологическому маршруту. Все операции должны осуществляться в определенной последовательности. Математически данное ограничение может быть представлено в следующем виде:

$$\forall d^* : \sum_{d=1}^{d^*} P_{idl}^z + f_{il}^z \geq \sum_{d=1}^{d^*} P_{idl+1} + f_{il+1}^z, i \in \overline{1, N}, d \in \overline{1, d^*}, l \in \overline{1, w_i}, z \in \overline{1, Z}. \quad (6)$$

Введем четыре основных критерия оптимальности календарного плана производства:

1. Критерий комфортности производства:

$$\mathcal{J}_1 = \sum_z \sum_{l=1}^{w_i} \sum_{d=1}^T \beta_{ld}^z \rightarrow \min, \text{ где } \beta_{ld}^z = \begin{cases} 1, p_{ld}^z \neq 0 \\ 0, p_{ld}^z = 0 \end{cases}, z \in \overline{1, Z}. \quad (7)$$

2. Критерий равномерности производства:

$$\mathcal{J}_2 = \sum_{d=1}^{T-1} \sum_{k=1}^E |\theta_{kd} - \theta_{kd+1}| \rightarrow \min, \text{ где } \theta_{kd} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{z=1}^Z \sum_{l=1}^{w_i} p_{ild}^z t_{il}^z \beta_{lk}}{t_k q_{kd}}, \quad (8)$$

$$\beta_{lk} = \begin{cases} 1, e_{il} = k \\ 0, e_{il} \neq k \end{cases}, z \in \overline{1, Z}.$$

3. Критерий минимальности срока производства:

$$\mathcal{J}_3 = \max_{d \in \overline{1, T}} \omega(d) \rightarrow \min, \quad (9)$$

$$\text{где } \omega(d) = \begin{cases} d, \sum_z \sum_{l=1}^{w_i} \sum_{u=d}^T p_{lu}^z \neq 0 \\ 0, \sum_z \sum_{l=1}^{w_i} \sum_{u=d}^T p_{lu}^z = 0 \end{cases}, z \in \overline{1, Z}.$$

4. Критерий планирования с учетом приоритетов заказов:

$$\mathcal{J}_4 = \sum_{z=1}^Z \sigma_z \alpha_z \rightarrow \max, \text{ где } \alpha = |\alpha_1, \dots, \alpha_z|; \alpha_z = \begin{cases} 0, \text{ не входит} \\ 1, \text{ входит} \end{cases}, \sigma_z = \overline{0, 1}; \quad (10)$$

$z \in \overline{1, Z}$  – номер заказа в портфель,  $\sigma_z$  – приоритет заказа в портфеле.

Введем обобщенный критерий оптимальности с использованием расширенного специального нечеткого множества [1] над частными критериями оптимальности  $\mathcal{J}^r = \{\mu_1 / \mathcal{J}_1; \mu_2 / \mathcal{J}_2; \mu_3 / \mathcal{J}_3; \mu_4 / \mathcal{J}_4\}$ , где  $\mu_i \in [0; 1], i \in \overline{1, 4}$ , – экспертная оценка значимости  $i$ -го критерия.

## 2. Демонстрационный пример

Рассмотрим пример, способный продемонстрировать принцип работы данной постановки задачи.

Пусть всего будут три типа оборудования. Перечень выпускаемых изделий  $i = \overline{1, 3}$ .

Предположим, что изделия похожи между собой, т.е. они будут иметь одинаковые технологические маршруты обработки. Технологи-

ческий процесс производства каждого изделия состоит из пяти технологических операций, в рамках каждой из которых изделие обрабатывается на станке с соответствующим номером. Таким образом, все изделия имеют типовой маршрут, последовательно обрабатываются на станках 1–3 (табл. 1).

Таблица 1

Трудоемкость выполнения операций

| Номер станка | Операция   | Трудоемкость по изделиям, ч |   |   |
|--------------|------------|-----------------------------|---|---|
|              |            | Номер изделия               |   |   |
|              |            | 1                           | 2 | 3 |
| 1            | Операция 1 | 5                           | 2 | 3 |
| 2            | Операция 2 | 3                           | 4 | 5 |
| 3            | Операция 3 | 3                           | 5 | 8 |

К моменту начала планового периода сформирован портфель заказов (табл. 2).

Таблица 2

Портфель заказов

| Заказ   | Дата отгрузки (номер дня) | Приоритет | Количество отгружаемых изделий |   |   |
|---------|---------------------------|-----------|--------------------------------|---|---|
|         |                           |           | 1                              | 2 | 3 |
| Заказ 1 | 4                         | 0,9       | 1                              |   | 3 |
| Заказ 2 | 4                         | 0,6       |                                | 1 | 1 |
| Заказ 3 | 2                         | 0,6       | 1                              | 1 |   |

Таблица 3

Незавершенное производство

| Номер заказа | Изделие 1  |                                | Изделие 2  |                                | Изделие 3  |                                |
|--------------|------------|--------------------------------|------------|--------------------------------|------------|--------------------------------|
|              | Количество | Последняя завершенная операция | Количество | Последняя завершенная операция | Количество | Последняя завершенная операция |
| 1            | 1          | 2                              | –          | –                              | 2          | 1                              |
| 2            | –          | –                              | 1          | 1                              | 1          | 0                              |
| 3            | 1          | 1                              | 1          | 1                              | –          | –                              |

Можно сделать вывод, что в производстве находится 7 изделий разной степени готовности (табл. 3).

План доступности оборудования:

$$q_{kd} = \begin{bmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{bmatrix} - \text{оборудование доступно в каждый из трех дней}$$

в течение восьмичасовой рабочей смены;

$$t_{il} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix} - \text{для каждой операции определена тру-}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$  изделие 1     $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$  изделие 2     $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$  изделие 3

доемкость, выраженная в часах.

Известна матрица  $e$ , которая определяет, на рабочих центрах какого типа выполняется операция  $l$ -го вида:

$$e_{il} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$  изделие 1     $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$  изделие 2     $\underbrace{\hspace{1.5cm}}$  изделие 3

Тогда имеем следующую матрицу незавершенного производства (см. табл. 3):

$$f_{il}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f_{il}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f_{il}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Следовательно, набор операций, которые необходимо выполнить в плановом периоде,

$$o_{il}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$o_{il}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$o_{il}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

В результате вычислений получаем два плана производства (табл. 4, 5). Стоит обратить внимание на то, что необходимо сделать выбор: либо выполнять самый приоритетный заказ, либо выполнять два менее приоритетных заказа, так как выполнение обоих заказов невозможно из-за ограничения временных рамок.

Таблица 4

**План № 1 (авторские результаты)**

| Заказ                       | Номер операции | Трудоемкость | Номер станка | День 1     | День 2     | День 3     | День 4     |
|-----------------------------|----------------|--------------|--------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>Заказ № 1</b>            |                |              |              |            |            |            |            |
| Изделие 1                   | 1              | 5            | 1            |            |            |            |            |
|                             | 2              | 3            | 2            |            |            |            |            |
|                             | 3              | 3            | 3            | <b>3/8</b> |            |            |            |
| Изделие 3                   | 1              | 3            | 1            |            |            |            |            |
|                             | 2              | 5            | 2            | 5/8        |            |            |            |
|                             | 3              | 8            | 3            | 3/8        | <b>5/8</b> |            |            |
| Изделие 3                   | 1              | 3            | 1            |            |            |            |            |
|                             | 2              | 5            | 2            | 3/8        | 2/8        |            |            |
|                             | 3              | 8            | 3            |            | 3/8        | <b>5/8</b> |            |
| Изделие 3                   | 1              | 3            | 1            | 3/8        |            |            |            |
|                             | 2              | 5            | 2            |            | 5/8        |            |            |
|                             | 3              | 8            | 3            |            |            | 3/8        | <b>5/8</b> |
| Итого загрузка оборудования |                |              | 1            | 3/8        |            |            |            |
|                             |                |              | 2            | 8/8        | 7/8        | 3/8        |            |
|                             |                |              | 3            | 6/8        | 8/8        | 8/8        | 5/8        |

Таблица 5

**План № 2 (авторские результаты)**

| Заказ                       | Номер операции | Трудоемкость | Номер станка | День 1     | День 2     | День 3     | День 4     |
|-----------------------------|----------------|--------------|--------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>Заказ № 2</b>            |                |              |              |            |            |            |            |
| Изделие 2                   | 1              | 2            | 1            |            |            |            |            |
|                             | 2              | 4            | 2            | 1/8        | 3/8        |            |            |
|                             | 3              | 5            | 3            |            | 4/8        | <b>1/8</b> |            |
| Изделие 3                   | 1              | 3            | 1            | 3/8        |            |            |            |
|                             | 2              | 5            | 2            |            | 5/8        |            |            |
|                             | 3              | 8            | 3            |            |            | 7/8        | <b>1/8</b> |
| <b>Заказ № 3</b>            |                |              |              |            |            |            |            |
| Изделие 1                   | 1              | 5            | 1            |            |            |            |            |
|                             | 2              | 3            | 2            | 3/8        |            |            |            |
|                             | 3              | 3            | 3            | <b>3/8</b> |            |            |            |
| Изделие 2                   | 1              | 2            | 1            |            |            |            |            |
|                             | 2              | 4            | 2            | 4/8        |            |            |            |
|                             | 3              | 5            | 3            | 1/8        | <b>4/8</b> |            |            |
| Итого загрузка оборудования |                |              | 1            | 3/8        |            |            |            |
|                             |                |              | 2            | 8/8        | 8/8        |            |            |
|                             |                |              | 3            | 4/8        | 8/8        | 8/8        | 1/8        |

Оба плана удовлетворяют ограничениям задачи.

Рассчитаем частные критерии оптимальности для каждого плана, чтобы решить, какой план выполнять выгоднее.

**Критерий комфортности**

$$\mathcal{J}_1 = \sum_z \sum_{l=1}^{w_i} \sum_{d=1}^T \beta_{ld}^z \rightarrow \min, \text{ где } \beta_{ld}^z = \begin{cases} 1, & p_{ld}^z \neq 0 \\ 0, & p_{ld}^z = 0 \end{cases}, z \in \overline{1, Z}.$$

Для плана № 1  $\mathcal{J}_1 = 12$ .

Для плана № 2  $\mathcal{J}_1 = 13$ .

**Равномерность производства**

$$\mathcal{J}_2 = \sum_{d=1}^{T-1} \sum_{k=1}^E |\theta_{kd} - \theta_{kd+1}| \rightarrow \min, \text{ где } \theta_{kd} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_z \sum_{l=1}^{w_i} p_{ild}^z t_{il}^z \beta_{lk}}{t_k q_{kd}},$$

$$\beta_{lk} = \begin{cases} 1, & e_{il} = k \\ 0, & e_{il} \neq k \end{cases}, z \in \overline{1, Z}.$$

Для плана № 1

$$\mathcal{J}_2 = \underbrace{(3+0+0)}_{\text{станок 1}} + \underbrace{(1+4+3)}_{\text{станок 2}} + \underbrace{(2+0+3)}_{\text{станок 3}} = 16.$$

Для плана № 2

$$\mathcal{J}_2 = \underbrace{(3+0+0)}_{\text{станок 1}} + \underbrace{(0+8+0)}_{\text{станок 2}} + \underbrace{(4+0+7)}_{\text{станок 3}} = 22.$$

**Срок изготовления ГКПП**

$$\mathcal{J}_3 = \max_{d \in \overline{1, T}} \omega(d) \rightarrow \min,$$

$$\text{где } \omega(d) = \begin{cases} d, & \sum_z \sum_{l=1}^{w_l} \sum_{u=d}^T p_{lu}^z \neq 0 \\ 0, & \sum_z \sum_{l=1}^{w_l} \sum_{u=d}^T p_{lu}^z = 0 \end{cases}, \quad z \in \overline{1, Z}.$$

Для плана № 1 и № 2  $\mathcal{J}_3 = 4$ .

**Приоритет заказов**

$$\mathcal{J}_4 = \sum_{z=1}^Z \sigma_z \alpha_z \rightarrow \max, \text{ где } \alpha = |\alpha_1, \dots, \alpha_z|; \alpha_z = \begin{cases} 0, & \text{не входит} \\ 1, & \text{входит} \end{cases}, \sigma_z = \overline{0, 1}.$$

Для плана № 1  $\mathcal{J}_4 = 0,9 \cdot 1 = 0,9$ .

Для плана № 2  $\mathcal{J}_4 = 0,6 \cdot 1 + 0,6 \cdot 1 = 1,2$ .

Введем обобщенный критерий оптимальности с использованием расширенного специального нечеткого множества над частными критериями оптимальности для каждого плана.

Для плана № 1

$$\mathcal{J}^{r1} = \{0,1/12; 0,3/16; 0,5/4; 1/0,9\}.$$

Для плана № 2

$$\mathcal{J}^{r2} = \{0,1/13; 0,3/22; 0,5/4; 1/1,2\},$$

$$C_1 = 0,1 \cdot \frac{12-13}{13} = -0,0077,$$

$$C_2 = 0,3 \cdot \frac{16 - 22}{22} = -0,0818,$$

$$C_3 = 0,5 \cdot \frac{4 - 4}{4} = 0,$$

$$C_4 = 1 \cdot \frac{0,9 - 1,2}{1,2} = -0,25.$$

Исходя из расчетов,  $\text{sign } C_i$  имеет отрицательное значение, следовательно,  $\mathcal{J}^{r1} < \mathcal{J}^{r2}$ . Таким образом, можно заключить, что выполнять план с двумя менее приоритетными заказами будет выгоднее, чем выполнять план с одним самым приоритетным заказом.

### **Заключение**

Разработанные модификации позволяют составлять производственные планы, удовлетворяющие всем ограничениям задачи календарного планирования производства. Повышена достоверность планирования путем введения незавершенного производства и возможностей резервирования товарно-материальных ценностей под конкретный заказ. Важным усовершенствованием является возможность оптимизировать допустимые планы производства с учетом приоритета заказов, что в современных условиях позволяет гибко реагировать на запросы рынка и, как следствие, максимизировать прибыль предприятия. Приведенный в статье пример наглядно демонстрирует эффективность применения разработанной постановки.

### **Список литературы**

1. Вожаков А.В., Гитман М.Б., Федосеев С.А. Комплексное оценивание при выборе оптимального плана производства на тактическом уровне с учетом нечетких критериев и ограничений // Управление большими системами. – 2010. – Вып. 30. – С. 164–179.

2. Федосеев С.А., Вожаков А.В., Гитман М.Б. Модель календарного планирования производства с нечеткими целями и ограничениями // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – № 3. – С. 21–24.

## References

1. Vozhakov A.V., Gitman M.B., Fedoseev S.A. Kompleksnoe otsenivanie pri vybore optimal'nogo plana proizvodstva na takticheskom urovne s uchetom nechetkikh kriteriev i ogranichenii [Complex evaluation for optimal tactical production schedule selection under fuzzy criteria and constraints]. *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2010, vol. 30, pp. 164-179.

2. Fedoseev S.A., Vozhakov A.V., Gitman M.B. Model' kalendarnogo planirovaniia proizvodstva s nechetkimi tseliami i ogranicheniiami [Production management on the tactical level of planning under the fuzzy initial information]. *Sistemy upravleniia i informatsionnye tekhnologii*, 2009, no. 3, pp. 21-24.

Получено 11.11.2015

## Об авторах

**Чимбур Игорь Вячеславович** (Пермь, Россия) – магистрант кафедры «Автоматика и телемеханика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: igchim@yandex.ru).

**Вожаков Артем Викторович** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, директор по информационным технологиям ПАО «Мотовилихинские заводы» (614014, г. Пермь, ул. 1905 года, 35, e-mail: vozhakov@yandex.ru).

## About the authors

**Igor V. Chimbur** (Perm, Russian Federation) – Master Student, Department of Automation and Remote Control, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: igchim@yandex.ru).

**Artem V. Vozhakov** (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Director of Information Technology, PSC “Motovilikhinskiye zavody” (35, Year 1905 st., Perm, 614014, Russian Federation, e-mail: vozhakov@yandex.ru).