

УДК 378.145

А.П. Чугунов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
ОПТИМАЛЬНОГО СОСТАВЛЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ
УЧЕБНЫХ ПЛАНОВ СТУДЕНТОВ ПРИ СЕТЕВОМ
УПРАВЛЕНИИ**

Рассматривается математическая постановка задачи управления взаимодействием вузов, совместно реализующих сетевые образовательные программы. При формировании индивидуальных учебных планов учитываются предпочтения студентов и ограничения на ресурсы вузов.

Ключевые слова: сетевые образовательные программы, взаимодействие вузов, задача управления.

A.P. Chugunov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

**THE MATHEMATICAL FORMULATION OF THE PROBLEM
OF OPTIMAL PREPARATION OF INDIVIDUAL CURRICULA
OF STUDENTS AT NETWORK MANAGEMENT**

The mathematical formulation of the problem of management interaction between universities with co-educational network programs is considered. In the formation of individual training plans the preferences of students and the limitations on resources of universities took into account.

Keywords: Network educational programs, cooperation of universities, the task of managing.

1. Содержательная постановка задачи управления

Пусть рядом вузов разработана совместная сетевая образовательная программа (СОП) [1, 2], заданная набором учебных модулей и технологиями их изучения, учебными планами и ограничениями вузов (максимальное и минимальное количество студентов, для которых будет проводиться модуль в вузе) [3]. Кроме того, известно количество студентов вузов, участвующих в реализации СОП, а также их желания изучения некоторых модулей в других вузах.

Необходимо найти оптимальное распределение студентов по участвующим в реализации СОП вузам для изучения выбранных учебных модулей с учетом максимального удовлетворения их интересов [4]. При этом распределение студентов должно удовлетворять заданным ограничениям вузов, а образовательные траектории всех студентов должны удовлетворять структурно-логическим связям изучения модулей СОП. Кроме этого, общее число модулей, которые изучили студенты n -го вуза в других вузах, не должно превышать число студенто-модулей, которое проведено для студентов из других вузов, более чем на заданное число Q , и у каждого студента в его образовательной траектории должен быть хотя бы один модуль, пройденный в другом (не в том, в который он поступил) вузе.

2. Математическая постановка задачи управления

Представим СОП как совокупность: набора учебных модулей $\{EM_1, \dots, EM_M\}$ (M – количество модулей СОП) и бинарной матрицы зависимостей модулей ED , у которой столбцы и строки соответствуют номеру модуля, а элемент матрицы, равный 1, означает, что модуль, соответствующий столбцу, должен быть пройден позднее модуля, соответствующего строке.

Обозначим через T_i трудоемкость учебного модуля. Тогда общую трудоемкость T образовательной программы можно представить в виде

$$T = \sum_{m=1}^M T_m .$$

Общее число вузов, участвующих в реализации СОП, обозначим через N . Каждый вуз может составить свой уникальный учебный план (УПВ – учебный план вуза) E_n , следовательно, общее число УПВ E будет принадлежать отрезку $E \in [1; N]$. В общем случае будем рассматривать $E = N$. Считается, что УПВ представляет собой некоторую заданную функцию $E_n(k)$, область определения которой $D(E_n) = Z \cap [1; M]$, а область значений $E_n \in \{EM_m\}$. Функция $E_n(k)$ определяет, какой модуль и в каком порядке будет изучаться в n -м вузе.

Обозначим количество студентов, обучающихся по СОП в n -м вузе, S_n , тогда общее количество студентов S , обучающихся по СОП, можно вычислить по формуле

$$S = \sum_{n=1}^N S_n.$$

Индивидуальный учебный план студента (ИУП) обозначим через p_s и представим его в виде последовательности элементов $p_{sm}, s \in [1; S], m = \overline{1, M}$, где p_{sm} – номер вуза ($p_{sm} \in [1; N]$), в котором s -й студент изучает m -й по счету модуль. При этом изучаемый модуль можно определить по соответствующей функции E_n .

Тогда распределение студентов по участвующим в реализации СОП вузам для каждого ее модуля можно представить в виде матрицы p , строки которой – последовательности p_s . Множество допустимых матриц обозначим через P .

Число студентов, изучающих m -й модуль в n -м вузе, обозначим как U_{mn} . Тогда должно выполняться равенство

$$\sum_{n=1}^N S_n = \sum_{n=1}^N U_{mn} \forall m \in [1; M].$$

Ограничения, касающиеся реализации выбранного студентом модуля в каждом вузе, зададим следующим образом:

$(U_{mn})_{\max}$ – заданная максимальная вместимость студентов, причем $(U_{mn})_{\max} \geq S_n \forall m \in [1; M], n \in [1; N]$;

$(U_{mn})_{\min}$ – заданное минимальное число студентов, для которого вуз готов проводить модуль, причем $(U_{mn})_{\min} \geq 0 \forall m \in [1; M], n \in [1; N]$.

В качестве инструмента задания предпочтений студентов предлагается использовать нечеткие множества. В качестве пространства этих множеств выступает совокупность всех вузов. Каждому m -му модулю индивидуального плана s -го студента ставится в соответствие нечеткое множество w_{sm} – «желаемый вуз изучения m -го модуля» с функцией принадлежности $\mu_{sm}(n)$, задаваемой самим студентом.

В качестве ограничения зададим условие, что общее число студентомодулей (студент*модуль), которые прошли студенты n -го вуза в других вузах, не должно превышать число студентомодулей, которое проведено для студентов из других вузов в n -м вузе, более чем на за-

данное число Q . Для его выполнения каждому U_{mn} поставим в соответствие вектор $(su_{mn1}, su_{mn2}, \dots, su_{mnj}, \dots, su_{mnN})$, где su_{mnj} определяет количество студентов из j -го вуза, изучающих m -й модуль в n -м вузе. Тогда, например, для n -го вуза данное условие можно представить выражением

$$\sum_{m=1}^M (S_n - su_{mnn}) - \sum_{m=1}^M (U_{mn} - su_{mnn}) = S_n - \sum_{m=1}^M U_{mn} < Q.$$

В общем виде данное ограничение можно записать в виде

$$S_n - \sum_{m=1}^M U_{mn} < Q \forall n \in [1; N].$$

Рассмотрим критерий оптимальности решения данной задачи управления. Удовлетворенность одного s -го студента совокупностью ИУП p можно представить в виде вектора принадлежности выбранных вузов соответствующим нечетким множествам $(\mu_{s1}(p_{s1}), \mu_{s2}(p_{s2}), \dots, \mu_{sM}(p_{sM}))$. Тогда удовлетворенность всех студентов можно представить в виде матрицы:

$$\begin{pmatrix} \mu_{11}(p_{11}) & \dots & \mu_{1M}(p_{1M}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \mu_{s1}(p_{s1}) & \dots & \mu_{sM}(p_{sM}) \end{pmatrix}.$$

Поскольку предпочтения студентов заданы нечеткими множествами, в которых чем больше функция принадлежности, тем больше желание изучить модуль в конкретном вузе, то для максимального удовлетворения студентов при построении ИУП необходимо максимизировать описанную выше матрицу.

В качестве критерия сравнения матриц предлагается использовать их тах-норму:

$$\left\| \begin{pmatrix} \mu_{11}(p_{11}) & \dots & \mu_{1M}(p_{1M}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \mu_{s1}(p_{s1}) & \dots & \mu_{sM}(p_{sM}) \end{pmatrix} \right\| = \max_s \sum_{m=1}^M \mu_{sm}(p_{sm}).$$

Тогда математическая постановка задачи управления сетевой образовательной программой принимает следующий вид:

Найти такую оптимальную совокупность последовательностей $p \in P$, при которой достигается максимум критерия оптимальности

$$\max_s \sum_{m=1}^M \mu_{sm}(p_{sm}) \rightarrow \sup P$$

и выполняются ограничения:

$$U_{mn} \in [(U_{mn})_{\min}; (U_{mn})_{\max}] \forall m \in [1; M], n \in [1; N],$$

$$S_n - \sum_{m=1}^M U_{mn} < Q \forall n \in [1; N].$$

Следует отметить, что в общем случае поставленная задача является достаточно сложной и требует разработки специальных численных алгоритмов. В некоторых частных случаях, когда количество возможных решений не велико, для поиска оптимального решения может использоваться полный перебор допустимых решений и выбор наиболее оптимального. Для случаев с большим числом потенциальных решений рекомендуется использовать различные эвристики, например генетические алгоритмы [5].

Количество потенциальных решений главным образом зависит от ограничений, накладываемых как на порядок изучения учебных модулей, так и на ИУП студентов (например, ограничение: не более одного модуля в другом вузе). Поэтому при наложении дополнительных ограничений упрощается процедура реализации СОП для вузов, но при этом резко сужается поле реализации интересов студентов и возможности их участия в сетевой образовательной программе.

Список литературы

1. Модели сетевого взаимодействия вузов при подготовке кадров высшей квалификации / М.Б. Гитман, А.Н. Данилов, В.Ю. Столбов, А.А. Южаков // Университетское управление: практика и анализ. – 2012. – № 3. – С. 69–73.
2. Лобов Н.В., Столбов В.Ю., Гитман М.Б. Сетевое взаимодействие вузов: методика проектирования совместной образовательной программы // Высшее образование сегодня. – 2014. – № 5. – С. 8–13.

3. Чугунов А.П., Столбов В.Ю. Управление взаимодействием вузов при реализации сетевых образовательных программ // Университетское управление: практика и анализ. – 2014. – № 3 (91). – С. 126–132.

4. Чугунов А.П. Задача управления сетевым взаимодействием вузов [Электронный ресурс] // Материалы XI Всероссийской школы-конференции молодых ученых, Арзамас, 9–12 сентября 2014 г. / под общ. ред. Д.А. Новикова, П.В. Пакшина; Ин-т проблем управления. – М., 2014. – URL: <http://www.ipu.ru/sites/default/files/youngUBS2014.zip>.

5. Божич В.И., Кононенко Р.Н., Абияка А.А. Нейросетевое управление в мультиагентной системе с самоорганизующейся коммуникацией // Нейроинформатика-99: материалы всерос. конф. – М.: МИФИ, 1999. – Ч. 3. – С. 239–246.

References

1. Gitman M.B., Danilov A.N., Stolbov V.Iu., Iuzhakov A.A. *Modeli setevogo vzaimodeistviia vuzov pri podgotovke kadrov vysshei kvalifikatsii* [Models of network interaction in higher education institutions when training post graduate students]. *Universitetskoe upravlenie: praktika i analiz*, 2012, no. 3. pp. 69-73.

2. Lobov N.V., Stolbov V.Iu., Gitman M.B. *Setevoe vzaimodeistvie vuzov: metodika proektirovaniia sovmestnoi obrazovatel'noi programmy* [Networking universities: design procedure of joint educational programs]. *Vysshee obrazovanie segodnia*, 2014, no. 5. pp. 8-13.

3. Chugunov A.P., Stolbov V.Iu. *Upravlenie vzaimodeistviem vuzov pri realizatsii setevykh obrazovatel'nykh programm* [Managing university interaction in implementing network education programs]. *Universitetskoe upravlenie: praktika i analiz*, 2014, no. 3(91). pp. 126-132.

4. Chugunov A.P. *Zadacha upravleniia setevym vzaimodeistviem vuzov* [The task of managing network interaction between universities]. *Materialy XI Vserossiiskoi shkoly-konferentsii molodykh uchenykh "Upravlenie bol'shimi sistemami"*. Arzamas, 2014, available at: <http://www.ipu.ru/sites/default/files/youngUBS2014.zip>.

5. Bozhich V.I., Kononenko R.N., Abiaka A.A. *Neirosetevoe upravlenie v mul'tiagentnoi sisteme s samoorganizuiushcheisia kommunikatsiei* [Neural network control in the multi-agent system with a self-organizing communication]. *Materialy Vserossiiskoi konferentsii "Neiroinformatika-99"*. Moscow, 1999, vol. 3, pp. 239-246.

Получено 5.11.2015

Об авторе

Чугунов Александр Петрович (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Математическое моделирование систем и процессов» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: chugunov@permedu.ru).

About the author

Aleksandr P. Chugunov (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Mathematical Modeling of Systems and Processes, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: chugunov@permedu.ru).