

УДК 539.3

**А.Ф. Шулятьев, Ю.В. Акулич**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОКСИМАЛЬНОГО ОТДЕЛА БЕДРА ЧЕЛОВЕКА**

Работа посвящена проблеме моделирования структурной адаптации губчатой костной ткани проксимального отдела бедра после операции остеосинтеза шейки бедра. Поставлена задача теории упругости – определения поля равновесных деформаций в проксимальном отделе бедра в течение одноопорной фазы шага в норме. Под равновесными понимаются деформации, при которых отсутствует адаптационный процесс костной ткани. Построена индивидуальная модель проксимального отдела бедра, с неоднородным распределением механических свойств в каждом конечном элементе модели. Вычислены поля равновесных деформаций методом конечных элементов, которые не противоречат известным экспериментальным данным как в качественном, так и в количественном отношении. Равновесные деформации необходимы для формирования локальных стимулов адаптации в дальнейшем.

**Ключевые слова:** биомеханика, проксимальный отдел бедра, равновесные деформации.

**A.F. Shuliat'ev, Iu.V. Akulich**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **THE DETERMINATION OF SPATIAL STRESS-STRAIN STATE OF HUMAN PROXIMAL FEMUR**

Work is dedicated to the problem of modeling the structural adaptation of spongy bone tissue of the proximal femur after hip surgery osteosynthesis. In this paper, the elastic problem of determining of equilibrium strain field in the proximal femur during single support phase step in the norm. Equilibrium strain is strain at which there is no adaptation of bone tissue. Individual model of the proximal femur with an inhomogeneous distribution of mechanical properties in each finite element of model is constructed. Fields of equilibrium strain, which do not contradict to known experimental data, both qualitatively and quantitatively, are calculated with finite element method. The equilibrium strain are necessary for the formation of local incentives to adapt in the future.

**Keywords:** biomechanics, proximal femur, the equilibrium strain.

Перелом шейки бедренной кости – серьезная травма, которая при неправильном или несвоевременном лечении может привести к тяжелым последствиям, связанным с полным протезированием сус-

тава, или летальному исходу. В связи с ростом числа дорожно-транспортных происшествий увеличилось число переломов шейки бедра у людей в молодом возрасте, что ставит проблему лечения в разряд социальных.

Традиционный способ лечения переломов – остеосинтез (соединение костей) с помощью резьбовых фиксаторов, устанавливаемых хирургами с максимальным моментом закручивания (рис. 1).

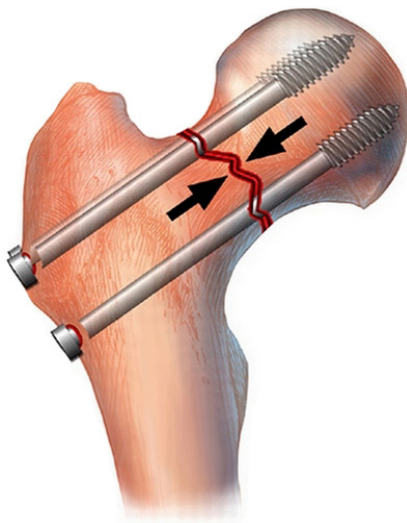


Рис. 1. Фиксация отломков проксимального отдела бедра резьбовыми фиксаторами

Современная технология предполагает учет индивидуальных свойств костной ткани пациента путем предоперационного рентгенологического исследования и компьютерного моделирования адаптации в процессе сращения. Технология является контролируемым остеосинтезом шейки бедра [1]. Однако в этой технологии используемое одноосное напряженно-деформированное состояние не позволяет учесть влияние таких факторов, как особенность индивидуальной формы и размеров, пространственной неоднородности распределения структурных и механических свойств костной ткани проксимального отдела бедра пациента, а также вид перелома и ориентация фиксаторов в кости на величину индивидуального момента закручивания фиксаторов.

В качестве исследуемой области  $\Omega$  берется фрагмент проксимального отдела бедра (рис. 2). На границах области  $\Gamma_u$  задаются пе-

ремещения и  $\Gamma_i, i = \overline{2,4}$ , нагрузки. Все тензорные величины и их инварианты, входящие в приведенные ниже уравнения, являются функциями радиуса-вектора  $\vec{x}$  частицы  $M$ .

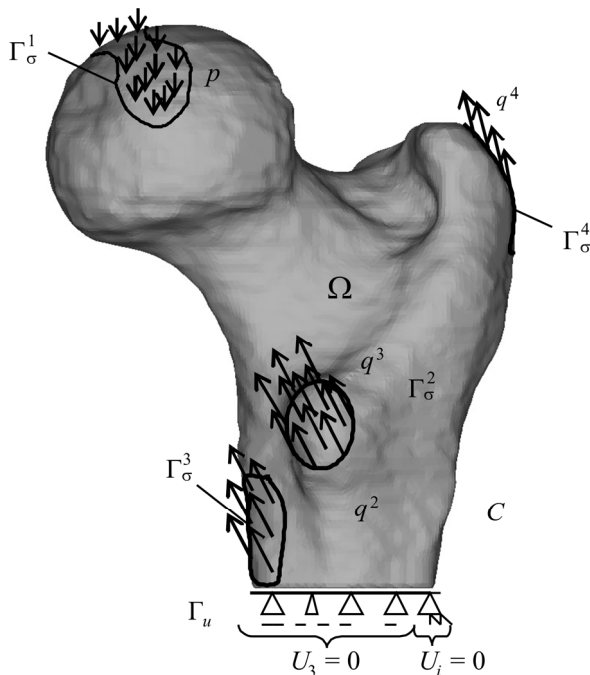


Рис. 2. Рассматриваемая область кости – проксимальный отдел бедра

Система уравнений начально-краевой задачи содержит следующие соотношения:

– уравнение равновесия

$$\vec{\nabla} \cdot \tilde{\sigma}(\vec{x}) = \vec{0}, \quad \vec{x} \in \Omega, \quad (1)$$

предполагает неоднородность напряженно-деформированного состояния фрагмента кости;

– определяющее соотношение пороупругости [2]

$$\tilde{\sigma}(\vec{x}) = \tilde{C}(\rho(\vec{x})) : \tilde{\varepsilon}(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Omega, \quad (2)$$

где  $\tilde{C}(\rho(\vec{x}))$  – тензор жесткости губчатой костной ткани является функцией от  $\rho(\vec{x})$  – плотность кости, зависящая от радиуса-вектора [3];

– кинематическое соотношение Коши для тензора малых деформаций

$$\tilde{\varepsilon}(\vec{x}) = \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{u}\vec{\nabla}), \quad \vec{x} \in \Omega; \quad (3)$$

– граничные условия:

а) *силовые*:

$$\tilde{\sigma}(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}) = \vec{p}, \quad \vec{x} \in \Gamma_1, \quad (4)$$

где  $\vec{n}$  – вектор внешней нормали;  $\vec{p}$  – давление ацетабулярной впадины,

$$\tilde{\sigma}(\vec{x}) \cdot \vec{e}_i(\vec{x}) = \vec{q}_i, \quad \vec{x} \in \Gamma_i, i = \overline{2,4}, \quad (5)$$

где  $\vec{e}$  – вектор распределенной мышечной нагрузки  $\vec{q}$ ;

б) *кинематические*: граница  $\Gamma_u$  фиксируется так, что одна из ее точек (C) закреплена в глобальной системе координат

$$\vec{u}_i(\vec{x}_c) = \vec{0}, \quad \vec{x}_c \in \Gamma_u, \quad (6)$$

а остальные точки закреплены только в направлении нормали

$$\vec{u}(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in \Gamma_u / \{x_c\}, \quad (7)$$

где  $\vec{u}$  – вектор перемещения частицы.

Значения давлений ацетабулярной впадины  $\vec{p}$  и нагрузок от мышечных сил  $\vec{q}_i$ ,  $i = \overline{2,4}$ , представлены в работах Miyahara и Ueo [4, 5].

С помощью конечно-элементного программного пакета Ansys 12.1 (Ansys, USA) был произведен расчет линейного напряженно-деформированного состояния.

На рис. 3 представлено рассчитанное поле равновесных деформаций. Отсюда следует, что наибольшие деформации, равные 0,0012, возникают в менее жестких областях внутри зоны большого вертела, равные 0,0017 – в области серповидного пятна контакта, а также равные 0,0012 – в наиболее нагруженных областях в шейке бедра. Полученное поле деформаций находится в области значений, не противоречащих

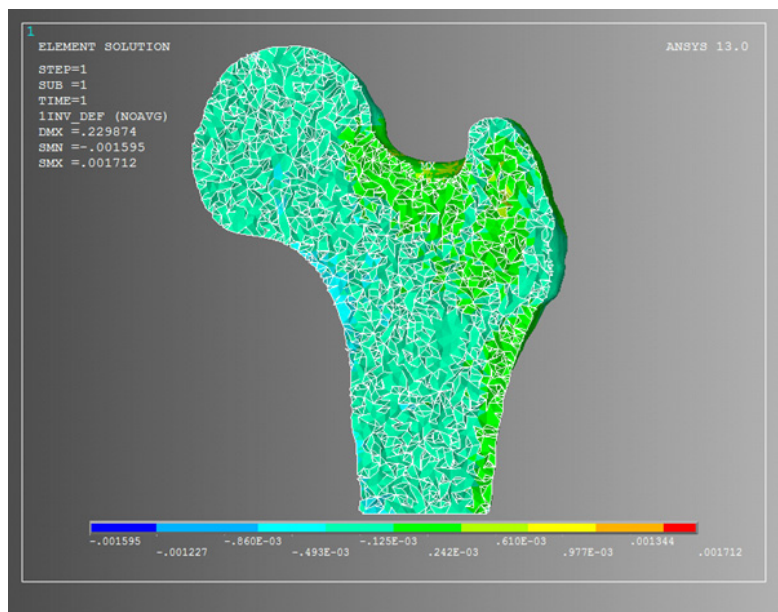


Рис. 3. Поле равновесных деформации проксимального отдела бедра

приведенным экспериментальным данным [6], согласно которым физиологические равновесные деформации изменяются в пределах  $\pm 0,003$  напряженно-деформированного состояния.

### Список литературы

1. Акулич Ю.В., Акулич А.Ю., Денисов А.С. Предоперационное определение индивидуальных физических характеристик губчатой костной ткани проксимального отдела бедра человека // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15, № 1 (51). – С. 33–41.
2. Определяющие соотношения структурной адаптации костной ткани / Ю.В. Акулич, П.А. Брюханов, М.В. Мерзляков, А.В. Сотин // Известия Саратовского государственного университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2011. – Т. 11, № 2. – С. 54–61.
3. Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone / J.Y. Rho [et al.] // Medical Engineering and Physics. – 1995. – Vol. 17, no. 5. – P. 347–355.
4. Miyanaga Y., Fukubayashi H., Kurosava N. Contact study of the hip joint: load deformation pattern, contact area and contact pressure // Archives of Orthopaedic and Traumatic Surgery. – 1984. – Vol. 103, № 13. – P. 13–17.

5. Biomechanical aspects of the development of aseptic necrosis of the femoral head / T. Ueo [et al.] // *Archives of Orthopaedic and Traumatic Surgery*. – 1985. – Vol. 104. – P. 145–149.

6. Регирер С.А., Штейн А.А., Логвенков С.А. Свойства и функции костных клеток: биомеханические аспекты // *Современные проблемы биомеханики. Механика роста и морфогенеза*. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. – № 10. – С. 174–224.

### References

1. Akulich Ju.V., Akulich A.Ju., Denisov A.S. Predoperacionnoe opredelenie individual'nyh fizicheskikh harakteristik gubchatoj kostnoj tkani proksimal'nogo otdela bedra cheloveka [Preoperative identification of individual physical characteristics of cancellous bone of the proximal femur human]. *Rossijskij zhurnal biomehaniki*, 2011, vol. 15, no. 1(51), pp. 33-41.

2. Akulich Ju.V., Brjuhanov P.A., Merzliakov M.V., Sotin A.V. Opre-deljaiushchie sootnosheniia strukturnoi adaptacii kostnoj tkani [Defining relations of structural adaptation of bone tissue]. *Izvestiia Saratovskogo gosudarstvennogo universiteta. Novaia seriia. Seriiia "Matematika. Mekhanika. Informatika"*, 2011, vol. 11, no. 2, pp. 54-61.

3. Rho J.Y. [et al.] Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone. *Medical Engineering and Physics*, 1995, vol. 17, no. 5, pp. 347-355.

4. Miyanaга Y., Fukubayashi H., Kurosava H. Contact study of the hip joint: load deformation pattern, contact area and contact pressure. *Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery*, 1984, no. 103, pp. 13-17.

5. Ueo T. [et al.] Biomechanical aspects of the development of aseptic necrosis of the femoral head. *Archives of Orthopaedic and Traumatic Surgery*, 1985, no. 104, pp. 145-149.

6. Regirer S.A., Shtejn A.A., Logvenkov S.A. Svoystva i funkicii kostnyh kletok: biomehanicheskie aspekty [Properties and function of bone cells: biomechanical aspects]. *Sovremennye problemy biomehaniki. Mekhanika rosta i morfogeneza*. Moscow, 2000, vol. 10, pp. 174-224.

Получено 10.11.2015

### **Об авторах**

**Шулятьев Андрей Федорович** (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Теоретическая механика и биомеханика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: Shulyatev.af@gmail.com).

**Акулич Юрий Владимирович** (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Теоретическая механика и биомеханика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: y.akulich@yandex.ru).

### **About the authors**

**Andrei F. Shuliat'ev** (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Engineering Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: Shulyatev.af@gmail.com).

**Iurii V. Akulich** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Engineering Mechanics and Biomechanics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: y.akulich@yandex.ru).