

УДК 533

**Р.А. Биланов, М.Ю. Егоров**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

## **ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ГАЗОВОЙ ПУШКИ ПРИ ПОМОЩИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Представлены результаты численного исследования процесса выстрела из газовой пушки. Проведен анализ влияния начального давления в стволе пушки на скорость вылета снаряда. На конкретном примере показана необходимость выбора оптимальной геометрии пушки (длины ствола) для достижения максимально возможной скорости вылета снаряда.

**Ключевые слова:** численное моделирование, газовая динамика, метод крупных частиц.

**R.A. Bilanov, M.Iu. Egorov**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **THE OPTIMAL PARAMETERS SELECTION FOR GAS GUN USING NUMERICAL SIMULATION**

The paper presents the results of a numerical study of the shot process of the gas gun. The analysis of the influence of the initial pressure in the barrel of the gun on the rate of shot is performed, necessity of optimal geometry of the gun (barrel length) selection to achieve the highest possible rate of shot is also illustrated on the a specific example.

**Keywords:** numerical simulation, gas dynamics, the large-particle method.

### **Введение**

Исследование посвящено численному моделированию процесса выстрела из газовой пушки. В ходе исследования решалось две задачи. Во-первых, изучалось влияние величины давления в стволе в начальный момент времени на скорость, с которой снаряд вылетит из ствола. Во-вторых, решалась задача о выборе оптимальной геометрии пушки, а именно – длины ствола, при котором снаряд будет вылетать с максимально возможной скоростью. Для моделирования процесса выстрела использовалась система дифференциальных уравнений Эйлера, которая интегрировалась численно методом крупных частиц (методом Давыдова).

## 1. Постановка задачи

В работе рассматривается процесс выстрела из газовой пушки. Газовая пушка – это экспериментальная установка, состоящая из камеры высокого давления (КВД) и цилиндрического ствола (трубы). Ствол присоединен к камере высокого давления и отделяется от нее перегородкой. В момент повышения давления в КВД перегородка закрыта. В стволе также находится цилиндрический поршень (снаряд). После создания необходимого уровня давления в КВД перегородка раскрывается, и пушка срабатывает: сжатый воздух начинает выталкивать снаряд из ствола, происходит выстрел. Вышеописанный процесс исследовался численно.

Первый вопрос заключался в том, как влияет давление в трубе в начальный момент выстрела на скорость вылета снаряда. По умолчанию давление в стволе до начала выстрела равно атмосферному, однако существует возможность уменьшать его путем откачивания воздуха, вплоть до вакуума (т.е. ситуация, когда из ствола практически откачен весь воздух).

Второй вопрос заключается в том, какой длины нужно сделать ствол, при заданном уровне давления в КВД, чтобы снаряд вылетал с максимально возможной скоростью. При условии, что в стволе в начальный момент времени будет атмосферное давление. Речь идет о том, что при слишком длинном стволе скорость поршня начнет падать еще до того, как он вылетит из трубы.

## 2. Математическая постановка задачи

Для описания процесса течения газа по трубе, при больших перепадах давления, была использована система нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений Эйлера [1], состоящая из уравнения неразрывности (1), уравнения движения (расписанного по компонентам) (2), (3), уравнения сохранения энергии (4):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho V)}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U U)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho U V)}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VU)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho VV)}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho EU)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho EV)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho V)}{\partial r} = 0. \quad (4)$$

Данная система балансовых уравнений замыкалась уравнением состояния газа:

$$P = (k - 1)\rho \left( E - \frac{(U^2 + V^2)}{2} \right). \quad (5)$$

Для движения снаряда (жесткого тела) использовалось следующее уравнение:

$$m \frac{\partial V_{\text{сн}}}{\partial t} = \int_S P dS. \quad (6)$$

В силу симметрии задачи математическая постановка рассмотрена в осесимметричном (двумерном) случае. В уравнениях (1)–(6) приняты следующие обозначения:  $\rho$  – плотность газа (воздуха),  $U$  – компонента вектора скорости вдоль оси абсцисс,  $V$  – радиальная компонента вектора скорости,  $P$  – давление,  $E$  – удельная внутренняя энергия,  $k$  – показатель адиабаты,  $m$  – масса снаряда,  $V_{\text{сн}}$  – скорость снаряда вдоль оси абсцисс (из всех компонент вектора скорости снаряда только одна является ненулевой),  $S$  – площадь поперечного сечения снаряда.

В качестве граничных условий для уравнений (1)–(4), т.е. для условий на стенках ствола, а также на стенках снаряда, использовались условия непротекания – равенство нулю вектора скорости на границах.

### 3. Метод решения задачи

Система уравнений (1)–(6) решалась численно методом крупных частиц (методом Давыдова) [2]. В рамках данного метода сплошная среда заменяется конечно-разностной сеткой. Основная идея заключается в расщеплении по физическим процессам исходной системы дифференциальных уравнений в частных производных. Поэтому каждый шаг интегрирования по времени производится в три этапа.

*Эйлеров этап.* На данном этапе среда считается замороженной и пренебрегают потоком массы через расчетные ячейки. В исходной системе уравнений (1)–(4) плотность считается постоянной и дивергентными слагаемыми пренебрегают. Таким образом, система (1)–(4) принимает следующий вид:

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0; \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \frac{\partial U}{\partial x} + \rho \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

На первом этапе для решения системы уравнений (7)–(8) используются следующие конечно-разностные схемы:

$$\tilde{U}_{ij}^n = U_{ij}^n - \frac{P_{i+0,5j}^n - P_{i-0,5j}^n}{\Delta x} \frac{\Delta t}{\rho_{ij}^n}; \quad (10)$$

$$\tilde{V}_{ij}^n = V_{ij}^n - \frac{P_{ij+0,5}^n - P_{ij-0,5}^n}{\Delta r} \frac{\Delta t}{\rho_{ij}^n}; \quad (11)$$

$$\tilde{E}_{ij}^n = E_{ij}^n - \left[ \frac{(PU)_{i+0,5j}^n - (PU)_{i-0,5j}^n}{\Delta x} + \frac{j(PV)_{ij+0,5}^n - (j-1)(PV)_{ij-0,5}^n}{(j-0,5)\Delta r} \right] \frac{\Delta t}{\rho_{ij}^n}. \quad (12)$$

В выражениях (10)–(12) и в дальнейшем принимаются следующие обозначения: знаком тильды обозначаются эйлеровы (промежуточные) значения параметров потока; индексом  $i$  – номер ячейки вдоль оси абсцисс; индексом  $j$  – номер радиальной ячейки;  $\Delta x$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta t$  – шаги интегрирования по пространственным координатам и по времени соответственно. Индекс  $(i + 0,5)$  означает, что берется значение параметра на границе ячеек, которое вычисляется как среднее арифметическое между соответствующим параметром с индексом  $(i + 1)$  и  $i$ . Аналогично для  $(i - 0,5)$ .

*Лагранжесв этап.* На данном этапе рассчитываются значения потоков параметров через границы ячеек расчетной сетки. Потоки вычисляются по следующим схемам:

$$(\rho\phi\tilde{U})_{i+0,5j}^n = \begin{cases} \rho_{ij}^n \phi_{ij}^n \tilde{U}_{i+0,5j}^n, \tilde{U}_{i+0,5j}^n \geq 0, \\ \rho_{ij+1}^n \phi_{ij+1}^n \tilde{U}_{i+0,5j}^n, \tilde{U}_{i+0,5j}^n < 0; \end{cases} \quad (13)$$

$$(\rho\phi\tilde{V})_{ij+0,5}^n = \begin{cases} \rho_{ij}^n \phi_{ij}^n \tilde{V}_{ij+0,5}^n, \tilde{V}_{ij+0,5}^n \geq 0, \\ \rho_{ij+1}^n \phi_{ij+1}^n \tilde{V}_{ij+0,5}^n, \tilde{V}_{ij+0,5}^n < 0. \end{cases} \quad (14)$$

В (13) и (14) параметр  $\phi$  принимает значения  $\{1, U, V, E\}$ .

*Заключительный этап.* На данном этапе, с учетом промежуточных параметров потока и значений потока через границы ячеек, вычисляются параметры течения в следующий момент времени. Используются разностные схемы:

$$\rho_{ij}^{n+1} = \rho_{ij}^n - \left[ \frac{(\rho\tilde{U})_{i+0,5j}^n - (\rho\tilde{U})_{i-0,5j}^n}{\Delta x} + \frac{j(\rho\tilde{V})_{ij+0,5}^n - (j-1)(\rho\tilde{V})_{ij+0,5}^n}{(j-0,5)\Delta r} \right] \Delta t; \quad (15)$$

$$\psi_{ij}^{n+1} = \psi_{ij}^n \frac{\rho_{ij}^n}{\rho_{ij}^{n+1}} - \left[ \frac{(\rho\psi\tilde{U})_{i+0,5j}^n - (\rho\psi\tilde{U})_{i-0,5j}^n}{\Delta x} + \frac{j(\rho\psi\tilde{V})_{ij+0,5}^n - (j-1)(\rho\psi\tilde{V})_{ij+0,5}^n}{(j-0,5)\Delta r} \right] \frac{\Delta t}{\rho_{ij}^{n+1}}. \quad (16)$$

В (16) параметр  $\psi$  принимает значения  $\{U, V, E\}$ . После нахождения текущих значений скорости и энергии вычисляется текущее значение давления:

$$P_{ij}^{n+1} = (k-1)\rho_{ij}^{n+1} \left[ E_{ij}^{n+1} - \frac{(U_{ij}^{n+1})^2 + (V_{ij}^{n+1})^2}{2} \right]. \quad (17)$$

После нахождения давления можно вычислить скорость движения снаряда в текущий момент времени:

$$(V_{\text{сн}})^{n+1} = (V_{\text{сн}})^n + \pi \frac{\Delta t}{m} \sum_j P_{ij}^{n+1} (\Delta r)^2 [j^2 - (1-j)^2]. \quad (18)$$

На этом вычислительный цикл заканчивается. Расчет продолжается до тех пор, пока снаряд не вылетит из ствола.

#### 4. Результаты

При расчете выстрела с вакуумированием ствола возникает проблема, связанная с тем, что давление в стволе становится очень низким (0,01–0,1 Па). Это означает, что перепад давлений между стволом и КВД составляет 9–10 порядков, что приводит к сильной вычислительной неустойчивости и делает невозможным расчет с умеренными шагами интегрирования по координатам. Поэтому было принято решение провести расчет с более высоким давлением в стволе и проверить, как это повлияет на скорость вылета снаряда. Начальные условия для давления в КВД были приняты равными 100 атм, а начальное давление в стволе варьировалось и принималось равным: 0,1 атм (рис. 1), 0,325 атм (рис. 2), 0,55 атм (рис. 3), 0,725 атм (рис. 4), 1,0 атм (рис. 5). По графикам скорости на рис. 1–5 можно заметить, что при давлении в стволе, равном 0,1 атм, скорость снаряда монотонно возрастает на протяжении всего времени прохождения по стволу. Данный результат, во-первых, показывает, насколько существенным является начальное давление в стволе, а во-вторых, говорит о том, что «вакуумное» давление в расчете можно, с высокой точностью, заменить на 0,1 атм.

Второй задачей исследования был выбор оптимальной геометрии ствола, а именно – его длины. Речь идет о том, что при начальном давлении в стволе, равном атмосферному, скорость снаряда начинает снижаться еще до вылета. Это происходит из-за того, что при атмосферном давлении сопротивление воздуха в стволе существенно препятствует движению снаряда. Поэтому возник вопрос: какой длины

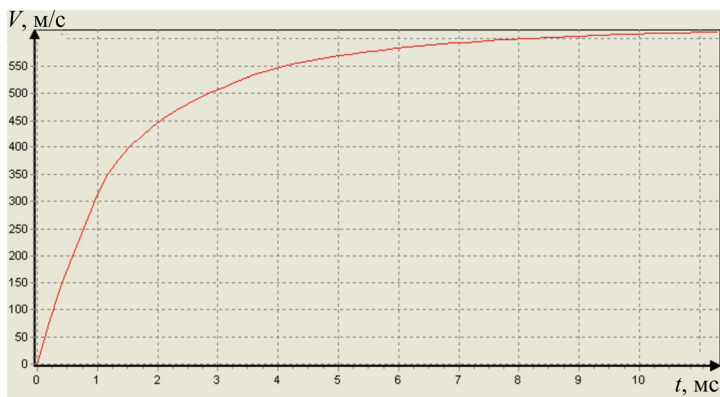


Рис. 1. Зависимость скорости снаряда от времени при давлении в КВД 100 атм и давлении в стволе 0,1 атм

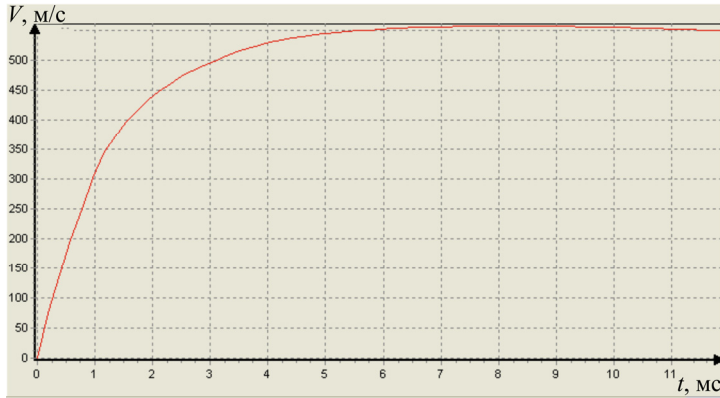


Рис. 2. Зависимость скорости снаряда от времени при давлении в КВД 100 атм и давлении в стволе 0,325 атм

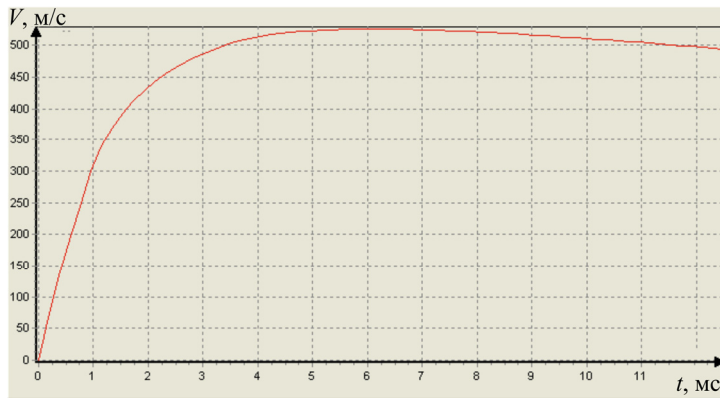


Рис. 3. Зависимость скорости снаряда от времени при давлении в КВД 100 атм и давлении в стволе 0,55 атм

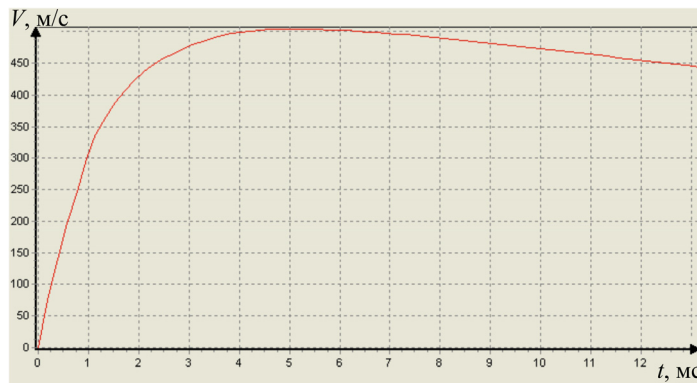


Рис. 4. Зависимость скорости снаряда от времени при давлении в КВД 100 атм и давлении в стволе 0,725 атм

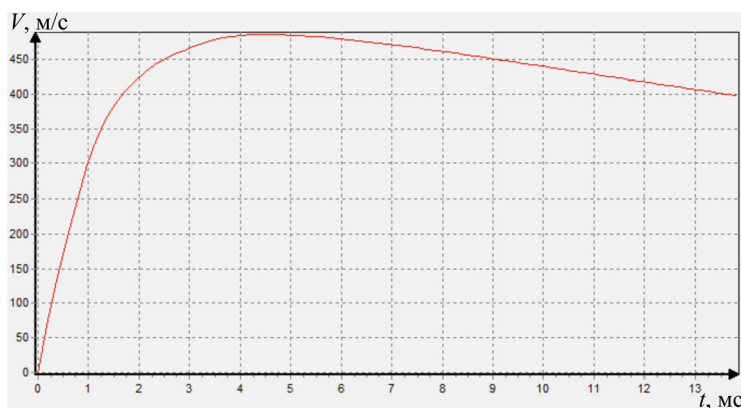


Рис. 5. Зависимость скорости снаряда от времени при давлении в КВД 100 атм и давлении в стволе 1 атм

должен быть ствол, чтобы скорость снаряда не падала в процессе выстрела. Исследование проводилось в диапазоне давлений в КВД от 75 до 150 атм, длина ствола была равной 6 м. Полученные зависимости скорости от времени представлены на рис. 6.

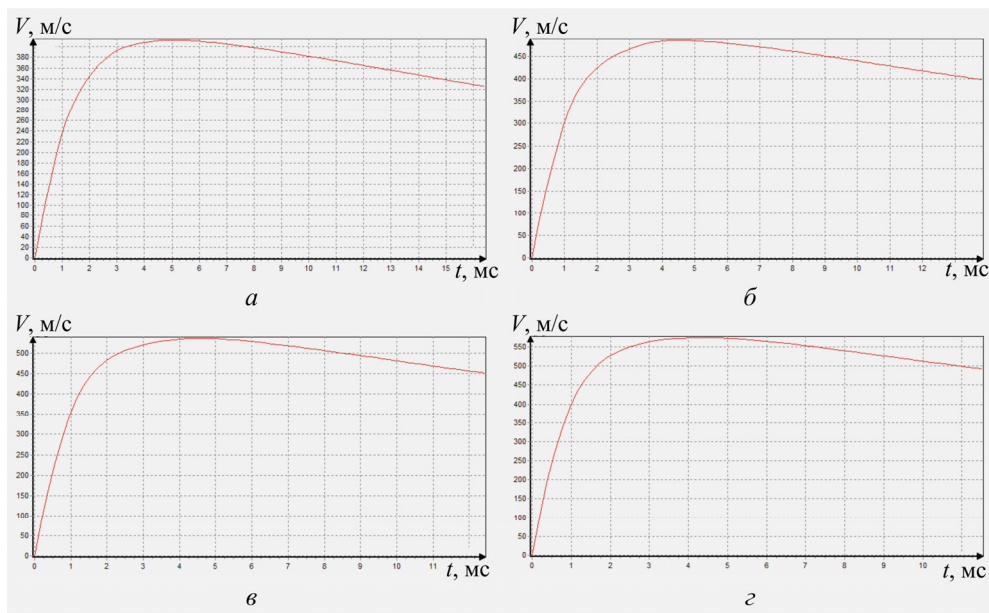


Рис. 6. Зависимости скорости снаряда от времени при давлении в КВД, равном 75 атм (а), 100 атм (б), 125 атм (в) и 150 атм (г). Давление в стволе равно 1 атм



Из рис. 6 видно, что в указанном диапазоне перепадов давлений скорость начинает падать практически в один и тот же момент времени. Проинтегрировав данные зависимости скорости от времени, можно вычислить расстояние, на котором скорость начинает падать. Таким образом, можно вычислить оптимальную длину ствола. При помощи разработанной программы можно также варьировать различные параметры газовой пушки (длину ствола, радиус ствола, длину и массу снаряда, длину КВД и перепад давлений) с целью нахождения оптимальных параметров для конкретных задач.

### **Выводы**

В работе с использованием численного моделирования было исследовано влияние уровня давления в стволе газовой пушки на скорость вылета снаряда. Было показано, что при давлении 0,1 атм и меньше скорость снаряда перестает падать в процессе выстрела. Также при фиксированной длине ствола проведено исследование для выявления его оптимальной геометрии. Было показано, что при определенных параметрах газовой пушки скорость снаряда начинает падать еще в процессе движения по стволу. Поэтому имеет смысл изменить геометрию ствола (сделать его короче).

### **Список литературы**

1. Давыдов Ю.М., Давыдова И.М., Егоров М.Ю. Совершенствование и оптимизация авиационных и ракетных двигателей с учетом нелинейных нестационарных газодинамических эффектов. – М.: НАПН РФ, 2002. – 303 с.
2. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 392 с.

### **References**

1. Davydov Yu.M., Davydova I.M., Egorov M.Iu. Sovershenstvovanie i optimizatsiia aviatsionnykh i raketnykh dvigatelei s uchetom nelineinykh nestatsionarnykh gazodinamicheskikh effektov [Improvement and optimization of aircraft and rocket engines with a view of nonlinear time-dependent gas-dynamic effects]. Moscow: NAPN RF, 2002. 303 p.

2. Belotserkovskii O.M., Davydov Iu.M. Metod krupnykh chastits v gazovoi dinamike [Method of large particles in the gas dynamics]. Moscow: Nauka, 1982. 392 p.

Получено 10.11.2015

### **Об авторах**

**Биланов Руслан Альфредович** (Пермь, Россия) – студент Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ruslan.1991@inbox.ru).

**Егоров Михаил Юрьевич** (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Высшая математика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: egorov-m-j@yandex.ru).

### **About the authors**

**Ruslan A. Bilanov** (Perm, Russian Federation) – Student, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: ruslan.1991@inbox.ru).

**Mikhail Iu. Egorov** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Higher Mathematics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: egorov-m-j@yandex.ru).