

УДК 531

**О.Ю. Сметанников, Г.В. Ильиных**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ФОТОПОЛИМЕРНЫХ ЛИТЬЕВЫХ ПРОТОТИПОВ**

Статья посвящена проблеме устойчивости каркаса литевых прототипов, представляющего собой ячеистую структуру. Также исследована вероятность исключения проблемы растрескивания керамической формы в процессе выжигания прототипа при использовании ячеистой структуры. Найдены критерии сохранения устойчивости в процессе многослойного создания керамической оболочки. Определены момент потери устойчивости в процессе высокотемпературного массоудаления и его влияние на напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции.

**Ключевые слова:** литье по выжигаемым моделям, быстрое прототипирование, стереолитография, ячеистая структура, устойчивость, метод конечных элементов.

**O.Iu. Smetannikov, G.V. Il'inykh**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **THERMOMECHANICS BEHAVIOR RESEARCH OF PHOTOPOLYMER CASTING PROTOTYPES**

The work is aimed at casting prototypes frame stability issue, which is a cell structure. Exclusion possibility of ceramic mold cracking issue using cell structure is researched too. Stability criteria in process of making multilayer shell mold are found. The time of buckling in process of burning off the prototype at high temperatures and its influence on stress-strain state of construction are defined.

**Keywords:** cavityless casting, rapid prototyping, stereolithography, cell structure, stability, finite element method.

### **Введение**

Одной из проблем литья по выжигаемым моделям, основанного на технологии быстрого прототипирования (*Rapid prototyping*), является растрескивание керамической формы. Это связано с высокой степенью отклика материала литьевого прототипа (фотополи-

мерной композиции (ФПК)) на температурное воздействие [1]. Замена сплошного наполнителя на ячеистую структуру (рис. 1) [2] позволяет решить проблему за счет уменьшения количества материала, что также является позитивным фактором с точки зрения экономии.

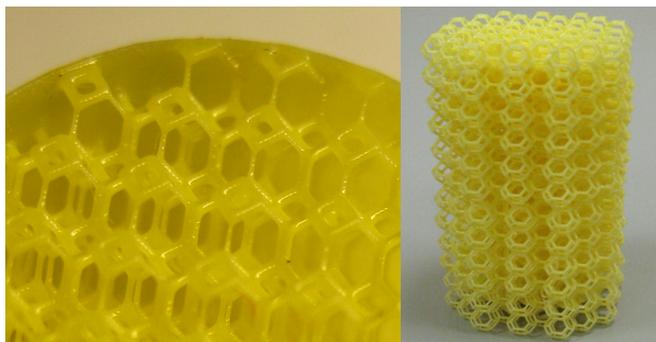


Рис. 1. Ячеистая структура

Цель данной работы заключается в получении сведений о термомеханическом поведении и устойчивости фотополимерных прототипов с внутренней ячеистой структурой. Для этого в конечно-элементном САЕ-пакете ANSYS проведены численные исследования на односвязных конечно-элементных моделях (рис. 2). В качестве ячейки периодичности, лежащей в основе структуры каркаса синтез-модели, была использована ячейка Вигнера-Зейтца.

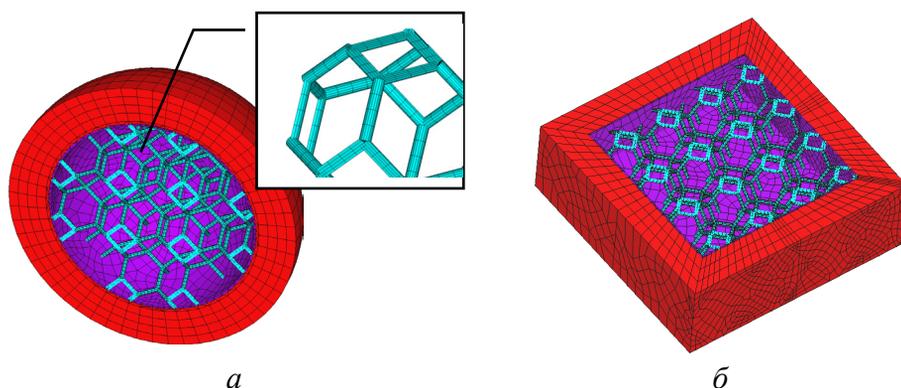


Рис. 2. Конечно-элементная модель литьевого прототипа в разрезе: *а* – в виде сферы (с выделенной ячейкой периодичности); *б* – в виде параллелепипеда

Рассматриваются два этапа процесса создания керамической формы. Первый этап – послойное наращивание формы с усадкой слоев, которая представляет собой угрозу потери устойчивости элементами ячеистой структуры и может привести как к частичному нарушению геометрии прототипа, так и к его «схлопыванию». Второй этап – процесс высокотемпературного массоудаления прототипа, в ходе которого возможно растрескивание формы.

### 1. Общая математическая постановка

Для определения температурных полей решалась нестационарная задача теплопроводности, математическая постановка которой включает следующие уравнения, граничные и начальные условия:

$$\frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = a \nabla^2 T(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in V, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} = -\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} (T(\mathbf{x}, t) - T_e), \quad \mathbf{x} \in S_t, \quad (2)$$

$$T(\mathbf{x}, 0) = T_0, \quad \mathbf{x} \in V, \quad (3)$$

где  $T(\mathbf{x}, t)$  – температура;  $a = \lambda/c\rho$  – коэффициент температуропроводности;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c$  – массовая теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $\bar{\alpha}$  – коэффициент теплоотдачи;  $T_e$  – температура окружающей среды;  $T_0$  – начальная температура для всех точек модели, равная 20 °С.

Результаты решения (1)–(3) используются в расчете НДС конструкции на втором этапе. В рамках упругого приближения система уравнений включает:

$$\operatorname{div} \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in V, \quad (4)$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left( \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) + (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}))^T \right), \quad \mathbf{x} \in V, \quad (5)$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = {}^4\hat{C}(T, \dot{T}) \cdot (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{x}) - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_T(\mathbf{x})), \quad \mathbf{x} \in V, \quad (6)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in S_u, \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in S_{\sigma}, \quad (8)$$

где  $\hat{\sigma}(\mathbf{x})$  – тензор напряжений;  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  – вектор перемещений;  $\hat{\varepsilon}(\mathbf{x})$  – тензор полных деформаций;  ${}^4\hat{C}(T, \dot{T})$  – тензор упругих констант четвертого ранга;  $\hat{\varepsilon}(\mathbf{x}), \hat{\varepsilon}_T(\mathbf{x}) = \alpha \Delta T(\mathbf{x})$  – тензор полных и температурных деформаций соответственно;  $\alpha$  – коэффициент линейного температурного расширения.

В качестве ФПК выступает полимер Envisiontec SI500 (модуль упругости на растяжение в стеклообразном состоянии  $E^g = 2,68$  МПа, температура стеклования  $T_g = 61$  °С, плотность  $\rho = 1,2$  г/см<sup>3</sup> в твердом состоянии [3]). Определяющие соотношения для Envisiontec SI500 [4]:

$$E(T, \dot{T}) = E_1 + E_2 N_L(T, \dot{T}), \quad (9)$$

$$N_L(T, \dot{T}) = \begin{cases} 1 - 0,5e^{\frac{T - T_g(\dot{T})}{\gamma_L}}, & T < T_g; \\ 0,5e^{\frac{-(T - T_g(\dot{T}))}{\gamma_L}}, & T \geq T_g, \end{cases} \quad (10)$$

где  $E_1$  – модуль Юнга в высокоэластическом состоянии;  $E_2 = E^g - E_1$ ;  $N_L(T, \dot{T})$  – степень стеклования;  $\gamma_L$  – параметр, определяющий ширину интервала стеклования. Для описания неразрывного контактного взаимодействия между прототипом и керамической оболочкой в ANSYS используется технология *Bonded contact* («связанный контакт»).

Решение линейной задачи потери устойчивости на обоих этапах заключается в сведении системы (11), построенной с помощью МКЭ, к характеристическому уравнению (12), решением которого является набор собственных значений.

$$\left( [K^0] - [G^0] \right) \{Z^0\} = 0, \quad (11)$$

$$[H] \{Z^0\} = \lambda_m \{Z^0\}, \quad (12)$$

где  $[K^0]$  – матрица жесткости конструкции;  $[G^0]$  – матрица потенциала нагрузки конструкции;  $\{Z^0\}$  – вектор узловых перемещений конструкции,  $[H] = [K^0]^{-1}[G^0]$  – характеристическая матрица;  $\lambda_m = 1/k_{cr}$  – собственные числа (их количество соответствует порядку рассматриваемой системы уравнений);  $k_{cr}$  – коэффициент критической нагрузки.

## 2. Анализ результатов

Первый этап включает ряд расчетов на устойчивость с варьированием параметров модели. С помощью полученного в ANSYS коэффициента критической нагрузки  $k_{cr}$  найден коэффициент запаса устойчивости  $k_{saf}$  для конструкции с текущим набором параметров:

$$k_{saf} = k_{cr} = \varepsilon_{cr}^* / \varepsilon_{sh}^*, \quad (13)$$

где  $\varepsilon_{sh}^*$  – эффективная деформация усадки (единственная нагрузка на данном этапе, определялась численно), нелинейно зависящая от деформации усадки (характеристика материала) и количества нанесенных слоев  $N$  (толщина керамической оболочки неизменна);  $\varepsilon_{cr}^* = k_{cr} \varepsilon_{sh}^*$  – критическое значение деформации усадки, при которой произойдет потеря устойчивости.

При значениях  $k_{saf} \leq 1$  элементы конструкции теряют устойчивость. При значениях  $k_{saf} \gg 1$  существует потенциал для изменения геометрических характеристик прототипа с целью экономии материала.

Наблюдаемая тенденция (рис. 3, а) подтверждает тот факт, что большое количество слоев негативно сказывается на устойчивости конструкции. Увеличение радиуса стержней ячеистой структуры, а равно и коэффициента объемного содержания  $\psi$ , приводит к значительному росту  $k_{saf}$  конструкции (рис. 3, б). Различия геометрии используемых моделей существенно не повлияли на данную зависимость (см. рис. 3, а). Варьирование толщины полимерной оболочки,

масштабов, а также изменение формы (сфера, параллелепипед) при неизменном размере периодической ячейки влияют на коэффициент запаса незначительно.

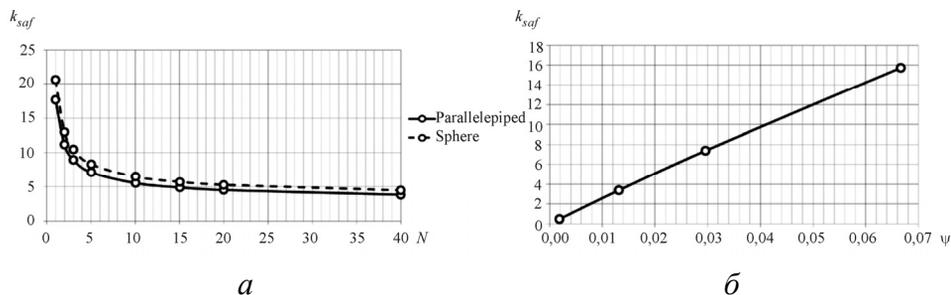


Рис. 3. Зависимость коэффициента запаса: *a* – от количества слоев (сплошная линия – для параллелепипеда, пунктирная – для сферы); *б* – от коэффициента объемного содержания (для сферы)

На втором этапе использование ячеистой структуры (при  $\psi = 0,03$ ) позволяет значительно снизить значения пиковых напряжений (рис. 4). Показано, что найденный момент потери устойчивости (использован итерационный процесс) наступает после пиковых значений по напряжению (рис. 4, *a*). При этом напряжения для конструкции с ячеистой структурой (2 МПа) не превышают предела прочности материала на растяжение.

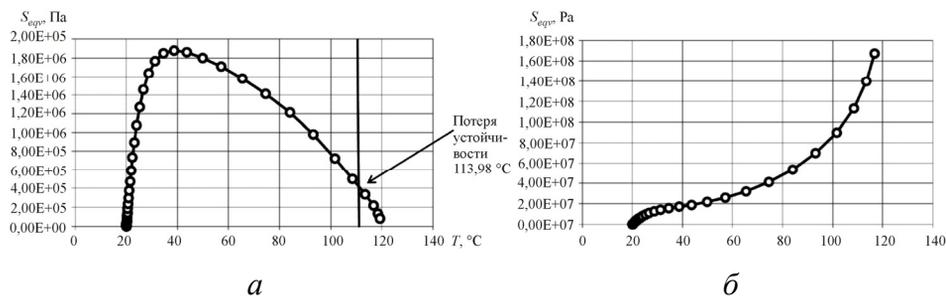


Рис. 4. Температурная зависимость эквивалентных по Мизесу напряжений для прототипа: *a* – с ячеистой структурой; *б* – со сплошным наполнителем

Использование описанных подходов на реальном прототипе позволит оптимизировать количество необходимой ФПК при сохранении устойчивости конструкции.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00553а, 13-08-96038-р\_урал\_а).*

## Библиографический список

1. Морозов В.В. Исследование и разработка технологических режимов изготовления отливок по выжигаемым моделям, полученных методом лазерной стереолитографии: дис. ... канд. техн. наук. – М., 2005. – 161 с.
2. Литейная форма: патент на полезную модель № 114430 РФ / И.В. Самусев, А.М. Ханов, В.А. Дубровский; – 2011141319; Заяв. 13.10.2011; Оpubл. 27.03.2012.
3. Material Safety Data Sheet Photopolymer Industrial Shell: SI 500.
4. Сметанников О.Ю., Самусев И.В. Экспериментальная идентификация параметров определяющих соотношений для фотополимерного композита // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т. 19, № 1. – С. 105–116.

## References

1. Morozov V.V. Issledovanie i razrabotka tekhnologicheskikh rezhimov izgotovleniia otlivok po vyzhigaemym modeliam, poluchennykh metodom lazernoi stereolitografii [Research and development of technological modes of production of cavityless casting models produced by laser stereolithography]. Thesis of Doctor's degree dissertation, Moscow, 2005. 161 p.
2. Samusev I.V., Khanov A.M., Dubrovskii V.A. Liteinaia forma [Mold]. *Patent na poleznuiu model' RF, no. 114430, 2012.*
3. Material Safety Data Sheet Photopolymer Industrial Shell: SI 500.
4. Smetannikov O.Iu., Samusev I.V. Eksperimental'naia identifikatsiia parametrov opredeliaiushchikh sootnoshenii dlia fotopolimernogo kompozita [Experimental identification of stress-strain relations parameters for composite photopolymer]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2013, vol. 19, no. 1, pp. 105-116.

## Об авторах

**Сметанников Олег Юрьевич** – доктор технических наук, доцент кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: sou2009@mail.ru).

**Ильиных Глеб Валентинович** – аспирант кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: igv91@yandex.ru).

### **About the authors**

**Oleg Iu. Smetannikov** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Computational Mathematics and Mechanics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: sou2009@mail.ru).

**Gleb V. Il'inykh** (Perm, Russian Federation) – Postgraduate student, Department of Computational Mathematics and Mechanics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: igv91@yandex.ru).