

Баркалов, С. А. Исследование и оценка неразложимого остатка на степень влияния каждой переменной при факторном анализе / С. А. Баркалов, П. Н. Курочка, Е. А. Серебрякова // Прикладная математика и вопросы управления. – 2024. – № 2. – С. 49–66. DOI 10.15593/2499-9873/2024.2.04

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Баркалов, С.А. Исследование и оценка неразложимого остатка на степень влияния каждой переменной при факторном анализе / С. А. Баркалов, П. Н. Курочка, Е. А. Серебрякова. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2024.2.04 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2024. – № 2. – С. 49–66.



пермский
политех

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ
№ 2, 2024

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2024.2.04

УДК 519.237.7



Исследование и оценка неразложимого остатка на степень влияния каждой переменной при факторном анализе

С.А. Баркалов, П.Н. Курочка, Е.А. Серебрякова

Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 08 июля 2024
Одобрена: 12 июля 2024
Принята к публикации:
12 августа 2024

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

равноценен.

Ключевые слова:

факторный анализ, мультипликативная модель, метод цепных подстановок, индексный метод, неразложимый остаток, двухфакторная модель, многофакторная модель, агрегирование факторов, правило индексного метода факторного анализа, инвариантная константа.

АННОТАЦИЯ

Основная задача факторного анализа – это выявление неявных факторов, объясняющих связи между наблюдаемыми переменными. Это дает возможность получить более полное и точное представление об изучаемых явлениях и процессах, что позволяет установить скрытые закономерности и тенденции, которые далеко не всегда возможно определить при визуальном анализе данных. Эти скрытые переменные могут быть использованы для упрощения данных и понимания основных механизмов, лежащих в основе изучаемого явления.

Количественная оценка влияния каждой переменной на результат с помощью математических методов может быть выполнена с использованием различных подходов и инструментов. Приводится краткий обзор основного инструментария. Выбор конкретного метода зависит от характера данных, целей исследования и доступных ресурсов.

Известно, что основным недостатком факторного анализа является невыполнение переместительного (коммуникативного) закона умножения, что объясняется возникновением неразложимого остатка. Неразложимый остаток объясняется тем, что рассматриваемая модель не полностью учитывает все факторы, влияющие на изучаемое явление, а поэтому вариация признака не будет определяться только рассматриваемыми факторами, то есть останется какая-то часть, не распределенная между факторами. В связи с этим величина влияния факторов на изменение результирующего показателя меняется в зависимости от места, на которое поставлен тот или иной фактор в детерминированной модели. С увеличением числа факторов-сомножителей резко возрастает количество равноправных вариантов расчетов, так как увеличивается число возможных перестановок факторов.

Таким образом, вариантов расчета степени влияния факторов на результирующий показатель достаточно много и выбор способа расчета зависит от целей исследования. При этом следует отметить, что количество вариантов, рассматриваемых возможных перестановок факторов можно уменьшить за счет агрегирования некоторых факторов. Важно только четко обосновать экономический смысл такого агрегированного показателя. Это обстоятельство дает возможность построения процедуры, позволяющей оценить неразложимый остаток.

В статье рассматривается методика оценки неразложимого остатка. Величина неразложимого остатка может быть определена как разность данных, полученных в двух формах расчета, между значениями показателя в мультипликативной модели, где этот показатель стоит на последнем месте, и по другому способу расчета, где этот же фактор поставлен на первое место. Показано, что в ходе проведения факторного анализа имеется инвариантная константа, не зависящая от способа расчета. Приводится также способы уменьшения размерности исходной задачи за счет агрегирования исходных факторов. Важно только четко обосновать экономический смысл такого агрегированного показателя. В статье приводится пример трехфакторной модели производительности труда, когда результирующий показатель будет определяться тремя факторами: фондоотдачей, механовооруженностью рабочих и долей рабочих в общей численности предприятия. За счет объединения первых двух факторов в один произошла редукция задачи к двухфакторной модели производительности труда, зависящей от двух факторов: средней выработки рабочих и доли рабочих в общей численности работников предприятия.

© Баркалов Сергей Алексеевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой управления, декан факультета экономики, менеджмента и инновационных технологий, e-mail: bsa610@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-6183-3004.

Курочка Павел Николаевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры управления, e-mail: kpn55@rambler.ru, ORCID: 0000-0003-4945-9552.

Серебрякова Елена Анатольевна – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры управления, e-mail: sea-parish@mail.ru, ORCID: 0000-0001-5129-246X.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Barkalov S.A., Kurochka P.N., Serebryakova E.A. Research and assessment of the indecomposable remainder in the degree of influence of each variable in factor analysis. *Applied Mathematics and Control Sciences*. 2024, no. 2, pp. 49–66. DOI: 10.15593/2499-9873/2024.2.04

MDPI and ACS Style: Barkalov, S.A.; Kurochka, P.N.; Serebryakova, E.A. Research and assessment of the indecomposable remainder in the degree of influence of each variable in factor analysis. *Appl. Math. Control Sci.* 2024, 2, 49–66. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2024.2.04>

Chicago/Turabian Style: Barkalov, Sergey A., Pavel N. Kurochka, and Elena A. Serebryakova. 2024. “Research and assessment of the indecomposable remainder in the degree of influence of each variable in factor analysis”. *Appl. Math. Control Sci.* no. 2: 49–66. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2024.2.04>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES

№ 2, 2024

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2024.2.04

UDC 519.237.7



Research and assessment of the indecomposable remainder in the degree of influence of each variable in factor analysis

S.A. Barkalov, P.N. Kurochka, E.A. Serebryakova

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 08 July 2024
Approved: 12 July 2024
Accepted for publication:
12 August 2024

Funding

This research received no external funding.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions

equivalent.

Keywords:

factor analysis, multiplicative model, chain substitution method, index method, unresolved remainder, two-factor model, multifactor model, factor aggregation, rule of the index method of factor analysis, invariant constant.

ABSTRACT

The main objective of factor analysis is to identify implicit factors that explain the relationships between observed variables. This makes it possible to obtain a more complete and accurate picture of the phenomena and processes being studied, which allows us to establish hidden patterns and trends that are not always possible to determine with visual data analysis. These hidden variables can be used to simplify the data and understand the main mechanisms underlying the phenomenon being studied.

A quantitative assessment of the influence of each variable on the result using mathematical methods can be performed using various approaches and tools. A brief overview of the main tools is given. The choice of a specific method depends on the nature of the data, the objectives of the study and the available resources.

It is known that the main disadvantage of factor analysis is the failure to fulfill the commutative (communicative) law of multiplication, which is explained by the occurrence of an indecomposable remainder. The indecomposable remainder is explained by the fact that the model under consideration does not fully take into account all the factors influencing the phenomenon under study, and therefore the variation of the feature will not be determined only by the factors under consideration, that is, some part will remain undistributed between the independent variables. Consequently, the degree of influence of a specific feature on the dynamics of the resulting component will depend on its location in the model. It is clear that with an increase in the model dimension, the number of equivalent calculation options will also increase due to an increase in the number of possible alternative versions of the solution. It should be noted that this leads to a variety of possible forms of solving the original problem, and the definition of a specific solution method will be determined by the purpose and objectives of the study. It should be noted that the number of options for the possible permutations of factors under consideration can be reduced by aggregating some factors. It is only important to clearly justify the economic meaning of such an aggregated indicator. This circumstance makes it possible to construct a procedure that allows estimating the indecomposable remainder. The article discusses a methodology for estimating the indecomposable remainder. The value of the indecomposable remainder can be defined as the difference between the data obtained in two calculation forms, between the values of the indicator in the multiplicative model, where this indicator is in last place, and in another calculation method, where the same factor is put in first place. It is shown that in the course of factor analysis there is an invariant constant that does not depend on the calculation method. Methods for reducing the dimensionality of the original problem by aggregating the original factors are also given. It is only important to clearly substantiate the economic meaning of such an aggregated indicator. The article provides an example of a three-factor model of labor productivity, when the result indicator will be determined by three factors: capital productivity, mechanical equipment of workers and the share of workers in the total number of employees of the enterprise. By combining the first two factors into one, the problem was reduced to a two-factor model of labor productivity, depending on two factors: the average output of workers and the share of workers in the total number of employees of the enterprise.

© **Sergey A. Barkalov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Management, Dean of the Faculty of Economics, Management and Innovative Technologies, e-mail: bsa610@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-6183-3004.

Pavel N. Kurochka – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Management, e-mail: kpn55@rambler.ru, ORCID: 0000-0003-4945-9552.

Elena A. Serebryakova – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Management, e-mail: sea-parish@mail.ru, ORCID: 0000-0001-5129-246X.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

В экономических исследованиях важным аспектом является количественная оценка изучаемого явления. То есть требуется определить количественные характеристики рассматриваемого явления. Но это только начальный этап исследования. В дальнейшем необходимо выявить факторы, влияющие на анализируемое явление и количественно определить степень влияния каждого из факторов на результирующий признак. Это помогает выявить основные тенденции развития изучаемого социально-экономического явления и может быть полезно для понимания причинно-следственных связей между переменными и прогнозирования будущих результатов [1, 2].

Комплекс методов, направленный на решение таких задач, получил обобщенное название – факторный анализ. Применение факторного анализа в экономических исследованиях может привести к следующим результатам [3, 4]:

- повышение точности и надежности прогнозов;
- выявление резервов для повышения эффективности деятельности;
- снижение рисков и неопределенности;
- способствует генерации обоснованных управленческих решений;
- позволяет осуществить оценку эффективности деятельности объекта исследования;
- экстраполяции показателей, описывающих изучаемую систему;
- модернизация операционной деятельности;
- диагностика возникающих рисков.

Данный метод является простым и мощным инструментом при исследовании социально-экономических процессов и явлений, а также при социологических, психологических и других исследованиях. Он позволяет получить более полное и точное представление об изучаемых явлениях и процессах, выявить скрытые закономерности и тенденции, которые могут быть не очевидны при визуальном анализе данных.

В ходе проведения исследований используются различные методы, выбор которых зависит от конкретной задачи и набора данных, привлекаемых для решения стоящей перед исследователем задачи.

При этом общая схема исследования с применением методов факторного анализа содержит следующие этапы [5, 6]:

- сбор данных и подготовка их к анализу;
- выбор факторов, которые будут включены в анализ;
- выбор метода факторного анализа;
- проведение факторного анализа и интерпретация результатов;
- использование результатов факторного анализа для принятия решений или прогнозирования.

Теоретический анализ

Количественная оценка влияния каждой переменной на результат с помощью математических методов может быть выполнена с использованием различных подходов и инструментов. Вот некоторые из них [1, 2, 8]:

1. Регрессионный анализ. Этот метод позволяет оценить влияние одной или нескольких независимых переменных на зависимую переменную. Регрессионный анализ может быть линейным или нелинейным в зависимости от характера взаимосвязи между переменными.

2. **Корреляционный анализ.** Данный метод используется для нахождения тесноты связи между переменными, характеризующими изучаемый процесс или явление. Корреляционный анализ может помочь выявить, какие переменные оказывают наибольшее влияние на результат.

3. **Дисперсионный анализ.** Этот метод используется для сравнения средних значений нескольких групп данных. Дисперсионный анализ может помочь определить, какие переменные оказывают существенное влияние на результат.

4. **Анализ временных рядов.** Этот метод используется для анализа данных, собранных в течение времени. Анализ временных рядов может помочь выявить тенденции и закономерности, которые могут влиять на результат.

5. **Метод главных компонент** – используется для выявления скрытых факторов, но он отличается от факторного анализа тем, что он использует математические методы для определения наиболее значимых факторов. Исходные данные представляются в виде матрицы, где строки – это наблюдения, а столбцы – переменные. Затем вычисляется корреляционная матрица, которая показывает степень взаимосвязи между переменными. Далее находится собственный вектор корреляционной матрицы, соответствующий максимальному собственному значению. Этот вектор представляет собой первую главную компоненту, которая объясняет наибольшую долю дисперсии данных.

Процесс повторяется для оставшихся собственных векторов, пока не будет объяснена заданная доля дисперсии.

В результате получается набор главных компонент, которые представляют собой линейные комбинации исходных переменных. Эти компоненты объясняют наибольшую долю дисперсии данных и могут быть использованы для анализа и прогнозирования.

Этот метод широко используется в различных областях, таких как статистика, машинное обучение, анализ данных и другие. Он позволяет упростить анализ данных, выявить скрытые закономерности и сократить размерность данных без потери информации.

Сущность подхода сводится к тому, чтобы найти проекции заданных векторов на подпространство ортогональных векторов, в которых дисперсия будет наибольшей. Система этих векторов называется главными компонентами, и они задают градиент исходных данных.

Применяется во многих областях, например:

- в психологии – для выявления глубинных психологических характеристик личности на основе наблюдаемых признаков;
- в социологии – для анализа общественного мнения и социальных тенденций;
- в экономике – для прогнозирования финансовых показателей и анализа рынка;
- в медицине – для диагностики заболеваний и анализа медицинских данных;
- в технике – для оптимизации параметров технических систем и анализа результатов экспериментов.

Задачи, в которых применяется метод главных компонент:

- снижение размерности данных. Метод главных компонент позволяет уменьшить количество переменных в наборе данных, сохраняя при этом большую часть информации. Это может быть полезно при работе с большими объемами данных или при необходимости упростить анализ;
- выявление скрытых закономерностей. Метод главных компонент может помочь выявить скрытые зависимости между переменными, которые могут быть не очевидны при визуальном анализе. Это может привести к более глубокому пониманию данных и более точным прогнозам;

– визуализация данных. Метод главных компонент можно использовать для создания графиков и диаграмм, которые наглядно показывают основные тенденции в данных. Это может помочь в интерпретации результатов и принятии решений;

– фильтрация шума. Метод главных компонент может использоваться для фильтрации шума в данных, что может улучшить качество анализа и прогнозирования;

– прогнозирование. Метод главных компонент может быть использован для построения моделей прогнозирования на основе исторических данных. Это может быть полезно в различных областях, таких как финансы, экономика и маркетинг.

Применение метода главных компонент для прогнозирования финансовых показателей и анализа рынка может включать следующие шаги:

– сбор данных о финансовых показателях и рыночных условиях, которые вы хотите использовать для прогнозирования. Это могут быть данные о ценах акций, процентных ставках, ВВП, инфляции и других показателях;

– определение модели, которая может описывать взаимосвязь между финансовыми показателями и рыночными условиями. Это может быть линейная, нелинейная, регрессионная или другая модель;

– применение метода главных компонент для уменьшения размерности данных и выявления скрытых закономерностей;

– построение модели прогнозирования на основе полученных данных;

– анализ результатов прогнозирования и определение тенденций и закономерностей на рынке.

Этот метод позволяет получить более точные и надежные результаты, чем другие методы.

6. Метод максимального правдоподобия – это один из статистических методов, который используется при факторном анализе. Он позволяет оценить параметры модели на основе данных и максимизировать вероятность получения именно этих данных при заданных параметрах. Выбирается функция правдоподобия, которая представляет собой вероятность получения наблюдаемых данных при заданных значениях параметров.

Затем параметры модели подбираются таким образом, чтобы функция правдоподобия достигала максимума.

В результате получается оценка параметров модели, которая считается наиболее правдоподобной при данных условиях.

Метод максимального правдоподобия широко используется в различных областях, таких как статистика, эконометрика, машинное обучение и другие. Он позволяет получить более точные и надежные результаты, чем другие методы.

Однако метод максимального правдоподобия требует определенных предположений о распределении данных и может быть сложным для реализации.

Задачи, в которых применяется метод максимального правдоподобия:

- оценка параметров модели, процедура, позволяющая получить оценки параметров модели, которые считаются наиболее правдоподобными при данных условиях, что может быть использовано при построении моделей и прогнозировании;

- при проверке гипотез метод дает возможность проверить правильность предположений о параметрах модели и, как следствие, оценить степень соответствия исходным данным;

- позволяет осуществить выбор модели, которая наилучшим образом описывает данные, что может быть использовано при сравнении различных моделей и выборе наиболее приемлемой;

- может быть использован для анализа временных рядов и прогнозирования будущих значений;

- данный метод применяется также для обработки данных, таких как удаление выбросов или сглаживание, что позволяет выявить тренд явления и тем самым повысить качество анализа и прогнозирования.

7. **Метод Монте-Карло.** Этот метод используется для моделирования случайных событий и оценки их влияния на результат. Метод Монте-Карло может помочь учесть неопределенность и риск при оценке влияния переменных.

Основной недостаток большинства перечисленных методов – необходимость привлечения значительного по объему статистического материала. Исключение, по всей видимости, составляют только методы факторного анализа, которые позволяют решить задачу при достаточно небольших объемах статистического материала.

8. **Факторный анализ** – используется для выявления скрытых факторов, которые могут влиять на результат. Факторный анализ может помочь упростить данные и выявить основные факторы, которые оказывают наибольшее влияние.

Выбор конкретного метода зависит от характера данных, целей исследования и доступных ресурсов.

Данные и методы

Метод цепных подстановок (МЦП), как правило, применяется с целью определения степени влияния отдельных факторов на результирующий показатель путем последовательного вычитания результатов первого шага расчетов из результатов второго и т.д. [2, 9, 10].

В ходе использования данного метода необходимо обеспечить выполнение установленных правил расчета: в первую очередь определяется степень влияния количественных показателей, а потом – качественных. К качественным относятся, например, выработка, производительность труда, цена.

На базе метода цепных подстановок был спроектирован способ исчисления абсолютных разниц, который применяется при факторном анализе в мультипликативных и мультипликативно-аддитивных моделях. В основу этого метода положена все та же идея последовательного вычисления разниц между результирующим показателем при изменении одного фактора в том случае, когда остальные остаются неизменными.

К главным недостаткам этого метода следует отнести невыполнение переместительного (коммуникативного) закона умножения. Так как в этом случае рассматриваются мультипликативные модели, то, оказывается, результат вычислений будет зависеть от того места, на которое поставлен данный фактор в модели. Объяснением этому является появление неразложимого остатка, который описывает влияние неучтенных в модели факторов. Данный остаток присоединяется к члену, который в модели будет стоять на последнем месте [3, 11].

Порядок применения способа [5, 7, 12]:

1. Вычисляют абсолютное изменение результирующего показателя по формуле

$$\Delta y = y_i - y_0,$$

где y_i – значение результирующего показателя за отчетный период, y_0 – значение этого же показателя за базисный период.

2. Находят изменение результирующего показателя за счет каждого фактора:

$$\Delta y_i = \Delta x_i \cdot y_0,$$

где Δx_i – абсолютное изменение i -го фактора.

3. Устанавливают общее изменение результативного показателя:

$$\Delta y = \sum \Delta y_i.$$

Данный способ расчета дает возможность количественно определить степень влияния каждого из факторов, включенных в модель, на вариацию величины результативного показателя.

Вполне понятно, что описанный выше способ дает возможность установить основных участников проекта по вкладу, который они вносят в проект.

Например, можно использовать этот метод для оценки вклада каждого участника проекта в достижение определенных целей или результатов проекта. Это может помочь определить наиболее активных и эффективных участников проекта, а также выявить возможные проблемы или недочеты в работе отдельных участников.

Однако применение метода исчисления абсолютных разниц требует наличия данных о вкладе каждого участника в проект и о результатах проекта. Также необходимо принять во внимание, что этот метод не учитывает взаимодействие между участниками проекта и их взаимное влияние друг на друга.

Рассмотрим более подробно применение данного метода, сущность которого заключается в следующем:

- **во-первых**, согласно условию задачи, выбирается общий индекс результативного показателя и индексы факторов, включенных в модель;
- **во-вторых**, определяется связь между общим индексом результативного показателя и индексами отдельных факторов;
- **в-третьих**, разрабатывается алгоритм, позволяющий определить влияние каждого из факторов на изменение результативного показателя.

Модель

Применение данного подхода удобнее всего рассмотреть на конкретном примере. Допустим, имеется информация о выручке от продаж в торговой точке за два аналогичных периода времени. В качестве факторов, влияющих на объем выручки, принимаются количество проданного товара в натуральном выражении и цена за единицу товара. То есть рассмотрим двухфакторную модель.

Для дальнейшего решения необходимо вычислить общие индексы результативного показателя и факторов, включенных в модель:

Выручка в базисном периоде:

$$B_0 = \sum_{i=1}^n q_0 \cdot p_0; \quad (1)$$

выручка в текущем (отчетном) периоде:

$$B_1 = \sum_{i=1}^n q_1 \cdot p_1; \quad (2)$$

индекс физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^n q_1 p_0}{\sum_{i=1}^n q_0 p_0}; \quad (3)$$

индекс цен по форме Пааше

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_1 q_1}{\sum_{i=1}^n p_0 q_1}; \quad (4)$$

индекс товарооборота или выручки

$$I_{pq} = \frac{\sum_{i=1}^n p_1 q_1}{\sum_{i=1}^n p_0 q_0}; \quad (5)$$

где n – количество товаров или видов продукции; предполагается, что оно будет одинаково и в текущем, и в базисном периодах; если это не так, то надо привести к одинаковому числу за счет введения товаров с нулевым объемом производства.

Суммирование везде ведется по виду товара или продукции.

Для того чтобы выяснить изменение выручки (товарооборота) B за счет изменения объема производства q , необходимо использовать индекс физического объема продукции, который определяется выражением вида (3) и показывает, во сколько раз изменился объем производимой продукции в том случае, если цены остались такие же, как в базисном периоде.

Для того чтобы определить в абсолютных цифрах это изменение, требуется найти разность

$$\Delta B(q) = \sum_{i=1}^n q_1 p_0 - \sum_{i=1}^n q_0 p_0. \quad (6)$$

Полученное выражение можно преобразовать к виду:

$$\Delta B(q) = \sum_{i=1}^n q_1 p_0 - \sum_{i=1}^n q_0 p_0 = \frac{\sum_{i=1}^n q_1 p_0}{\sum_{i=1}^n q_0 p_0} \cdot \sum_{i=1}^n q_0 p_0 - \sum_{i=1}^n q_0 p_0 = I_q \times B_0 - B_0 = (I_q - 1) \cdot B_0. \quad (7)$$

Таким образом, получили, что влияние на выручку B изменения количества проданного или произведенного товара q будет определяться формулой

$$\Delta B(q) = (I_q - 1) \cdot B_0. \quad (8)$$

Теперь определим влияние на выручку B изменения цен p на реализованный или произведенный продукт. Ответ на этот вопрос дает индекс цен в форме Пааше (4). В абсолютном выражении в этом случае нам необходимо вычислить разность между числителем и знаменателем индекса цен Пааше

$$\Delta B(p) = \sum_{i=1}^n q_1 p_1 - \sum_{i=1}^n q_1 p_0 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n q_1 p_1}{\sum_{i=1}^n q_1 p_0} - 1 \right) \cdot \sum_{i=1}^n q_1 p_0 = (I_q \times I_p - I_q) \cdot B_0. \quad (9)$$

Достоинство индексного метода состоит в том, что изменение результативного показателя раскладывается по факторам без остатка. Кроме того, в данном случае степень влияния фактора на результативный признак точно выражается через известные индексы: физического объема и цен, что дает возможность избежать произвола при выборе периодов, к которым следует отнести изучаемые величины. Например, когда мы определяем влияние объема произведенной продукции на выручку, рассматриваем разность числителя и знаменателя индекса, при этом соизмерители относятся к базисному периоду. Это зада-

ется правилами построения общего индекса физического объема продукции. Но это является необязательным. Ведь можно рассматривать и другой период – текущий, то есть рассматривать все данные, приведенные к текущему периоду. Возможно, такая необходимость может возникать, когда речь будет идти об упущенной выгоде.

В целом этому методу свойственен серьезный недостаток – элемент субъективизма. Он заключается в произвольном определении порядка расположения факторов в цепочке сомножителей.

Рассмотренный выше алгоритм соответствует только одному варианту расположения факторов, т.е.

$$B = q \cdot p. \quad (10)$$

С позиций математики равноправным является и другой вариант расположения факторов, т.е.

$$B = p \cdot q. \quad (11)$$

Однако второму варианту расположения факторов соответствуют другой алгоритм и другие результаты расчетов.

1) влияние на выручку изменения цены единицы товара

$$B(p) = (I_p - 1) \cdot B_0. \quad (12)$$

2) влияние на выручку изменения количества проданного товара

$$\Delta B(q) = (I_p \times I_q - I_p) \cdot B_0. \quad (13)$$

Как представлено в выводе, все вычисления проводятся относительно изучаемого параметра B , отнесенного к базисному периоду, то есть все значения выражаются через величину B_0 . Вполне понятно, что это не является стандартной процедурой, и все расчеты можно выполнить относительно изучаемой величины B_1 , отнесенной к текущему периоду. Тогда получим

$$\begin{aligned} \Delta B(q) &= \sum_{i=1}^n q_1 p_1 - \sum_{i=1}^n q_0 p_1 = \sum_{i=1}^n q_1 p_1 \cdot \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n q_0 p_1}{\sum_{i=1}^n q_1 p_1} \right) = \frac{B_1 (I_q - 1)}{I_q}. \\ \Delta B(p) &= \sum_{i=1}^n q_0 p_1 - \sum_{i=1}^n q_0 p_0 = \sum_{i=1}^n q_1 p_1 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^n q_0 p_1}{\sum_{i=1}^n q_1 p_1} - \frac{\sum_{i=1}^n q_0 p_0}{\sum_{i=1}^n q_1 p_1} \right) = \\ &= B_1 \left(\frac{1}{I_q} - \frac{1}{I_q I_p} \right) = \frac{B_1 (I_p - 1)}{I_q I_p}. \end{aligned} \quad (14)$$

Если выполнить расчеты по этим двум алгоритмам по одним и тем же данным, то результаты расчетов влияния факторов по двум вариантам совпадать **не будут**. Причиной несовпадения является «неразложенный остаток».

«Неразложимый остаток» объясняется тем, что рассматриваемая модель не полностью учитывает все факторы, влияющие на изучаемое явление, а поэтому вариация признака не будет определяться только рассматриваемыми факторами, то есть останется какая-то часть, не распределенная между факторами. Вот в первом варианте она «присоединится»

к фактору «изменение цены единицы товара», во втором – к фактору «изменение количества проданного товара».

С увеличением числа факторов-сомножителей резко возрастает количество равноправных вариантов расчетов, так как увеличивается число возможных перестановок факторов. Например, число перестановок из трех по три равно шести, из четырех по четыре – 24, а из пяти по пять – 120.

Для обоснования правильности только одного из многих вариантов экономисты вывели следующее правило индексного метода факторного анализа. Все факторы можно разделить на две группы [4, 13, 14]:

- 1) количественные (первичные, или экстенсивные);
- 2) качественные (вторичные, или интенсивные).

При расстановке факторов в модели исходят из следующего: на первое место ставится количественный фактор, на второе – качественный. В соответствии с этим положением следует признать правильным первый из рассмотренных нами алгоритмов. Вместе с тем необходимо помнить, что данное правило субъективно.

Таким образом, вариантов расчета степени влияния факторов на результирующий показатель достаточно много и выбор способа расчета зависит от целей исследования. При этом следует отметить, что количество вариантов рассматриваемых возможных перестановок факторов можно уменьшить за счет агрегирования некоторых факторов. Важно только четко обосновать экономический смысл такого агрегированного показателя.

В частности, невыполнение в данном случае переместительного (коммуникативного) закона умножения позволяет выделить величину неразложимого остатка Δ .

$$\Delta = (I_q \cdot I_p - I_q) \cdot B_0 - (I_p - 1) \cdot B_0;$$

$$\Delta = (I_p \times I_q - I_p - I_q + 1) \cdot B_0 = (I_{qp} - I_p - I_q + 1) \cdot B_0. \quad (15)$$

Полученные результаты

Пример 1. Рассмотрим структуру выручки предприятия. Данные за базисный и текущий периоды приведены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные к примеру 1

Продукт	Базисный период			Текущий период			Условная стоимость $q_0 p_1$, тыс. руб.	Условная стоимость $q_1 p_0$, тыс. руб.
	объем производства q_0	цена за единицу p_0 , тыс. руб.	стоимость продукции $q_0 p_0$, тыс. руб.	объем производства q_1	цена за единицу, p_1 , тыс. руб.	стоимость продукции $q_1 p_1$, тыс. руб.		
Изделие А	100	5	500	125	5,2	650	520	625
Изделие Б	200	4	800	180	4,3	774	860	720
Изделие В	300	3	900	320	3,4	1088	1020	960
Изделие Г	400	2	800	330	2,5	825	1000	660
Всего			3000			3337	3400	2965

По исходным данным вычисляем индекс физического объема продукции

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^n q_1 p_0}{\sum_{i=1}^n q_0 p_0} = \frac{2965}{3000} = 0,988$$

и индекс цен Пааше

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_1 q_1}{\sum_{i=1}^n p_0 q_1} = \frac{3337}{2965} = 1,125.$$

Проведем расчет по формуле

$$B = q \cdot p.$$

С использованием этих данных находим долю изменения выручки за счет объема произведенной продукции q

$$\Delta B(q) = (I_q - 1) \cdot B_0 = (0,988 - 1) \cdot 3000 = -35,$$

а также за счет изменения цен

$$\Delta B(p) = (I_p \cdot I_q - I_q) \cdot B_0 = (0,988 \cdot 1,125 - 0,988) \cdot 3000 = 372.$$

Общее изменение выручки составит:

$$\Delta B = \Delta B(q) + \Delta B(p) = -35 + 372 = 337.$$

В данной элементарной модели мы учли всего два фактора, а все остальные, неучтенные показатели составили так называемый неразложимый остаток и увеличили долю составляющей, стоящей в модели на последнем месте. В нашем случае это был ценовой компонент.

Для определения величины неразложимого остатка проведем расчет по другой формуле (11).

В этом случае влияние каждого из факторов будет определяться по следующим формулам

$$B(p) = (I_p - 1) \cdot B_0 = (1,125 - 1) \cdot 3000 = 376,39;$$

$$\Delta B(q) = (I_p \cdot I_q - I_p) \cdot B_0 = (1,125 \cdot 0,988 - 1,125) \cdot 3000 = -39,391.$$

Как видно из сравнений результатов расчета по разным методам – они отличаются. Если при первом способе объем производимой продукции давал вклад в объем выручки в размере – 35 тыс. руб. (имело место уменьшение объема производства за рассматриваемый период), то, поставив это фактор на последнее место во втором способе расчета, было получено, что доля увеличилась до – 39,391. Легко определить, что доля неразложимого остатка в данном случае составила – 4,391. То есть правильнее было бы записать компоненты выручки в следующей форме

$$\Delta B = \Delta B(q) + \Delta B(p) + \Delta = -35 + 376,391 - 4,391 = 337.$$

Подсчитаем, какой же вклад каждого из компонентов в общий объем прироста выручки

$$\Delta B(q) = -10,386 \%; \quad \Delta B(p) = 111,689; \quad \Delta = -1,303,$$

что в сумме дает 100 % с учетом округлений.

Теперь проведем расчет относительно B_1 . Для этого используем все ту же формулу

$$B = q \cdot p.$$

$$\Delta B(q) = \frac{B_1(I_q - 1)}{I_q} = \frac{3337 \cdot (0,988 - 1)}{0,988} = -39,391,$$

$$\Delta B(p) = B_1 \left(\frac{1}{I_q} - \frac{1}{I_q I_p} \right) = \frac{B_1 (I_p - 1)}{I_q I_p} = \frac{3337 \cdot (1,125 - 1)}{0,988 \cdot 1,125} = 376,391.$$

$$\Delta B = \Delta B(q) + \Delta B(p) = -39,391 + 376,391 = 337.$$

Если теперь провести вычисления по формуле вида (11), то получим следующие результаты, позволяющие определить величину неразложимого остатка

$$\Delta B(p) = \frac{B_1 (I_p - 1)}{I_p} = \frac{3337 \cdot (1,125 - 1)}{1,125} = 372;$$

$$\Delta B(q) = \frac{B_1 (I_q - 1)}{I_q I_p} = \frac{3337 \cdot (0,988 - 1)}{0,988 \cdot 1,125} = -35.$$

При этом неразложимый остаток по-прежнему – 4,391.

Исходя из рассмотренного примера, можно сформулировать следующие два утверждения.

Утверждение 1. В ходе проведения факторного анализа имеется инвариантная константа, не зависящая от способа расчета, равная разности величин изучаемого результирующего признака в текущем и базисном периодах, то есть общее изменение изучаемого признака за рассматриваемый период под воздействием всех факторов.

Утверждение 2. Величина неразложимого остатка может быть определена как разность данных, полученных в двух формах расчета, между значениями показателя в мультипликативной модели, где этот показатель стоит на последнем месте, и по другому способу расчета, где этот же фактор поставлен на первое место.

Итак, следует сказать, что действительно, нет твердых обоснований того, что необходимо расставлять факторы внутри модели вполне определенным образом, как рекомендуется. Но даже эти рекомендации далеко не всегда можно выполнить. Так как не всегда модель содержит количественные факторы, возможны случаи, когда в модель входят только качественные параметры. Ярким примером этого служит трехфакторная модель производительности труда, когда выработка считается как произведение трех факторных признаков: фондоотдачи, механовооруженности и доли рабочих в общей численности персонала предприятия. То есть мультипликативная модель производительности труда может быть записана в следующем виде [15, 16]

$$w = \frac{Q}{\Phi} \cdot \frac{\bar{\Phi}}{T_p} \cdot \frac{T_p}{T}, \quad (16)$$

где w – средняя выработка, приходящаяся на одного работника или производительность труда; Q – объем произведенной продукции в стоимостном выражении; $\bar{\Phi}$ – среднегодовая стоимость производственных фондов, участвующих в производстве продукции; T_p – среднегодовая численность рабочих; T – среднегодовая численность работников предприятия.

Если обозначить:

$$f = \frac{Q}{\Phi}; \quad \omega = \frac{\bar{\Phi}}{T_p}; \quad d = \frac{T_p}{T}, \quad (17)$$

тогда модель может быть записана в следующем виде

$$w = f \cdot \omega \cdot d. \quad (18)$$

В данном случае все факторы, входящие в модель, качественные, и какой признак ставить на первое место – непонятно. Если рассматривать модель в традиционной постановке, как записано выше, то доля каждого фактора в абсолютном приросте производительности труда составит

$$\begin{aligned}\Delta w(f) &= (I_f - 1) \cdot w_0; \\ \Delta w(\omega) &= (I_f \cdot I_\omega - I_f) \cdot w_0; \\ \Delta w(d) &= (I_f \cdot I_\omega \cdot I_d - I_f \cdot I_\omega) \cdot w_0.\end{aligned}\quad (19)$$

В данном случае доля прироста производительности труда за счет изменения доли рабочих в численности персонала предприятия будет завышенной, так как в ее состав войдет еще и неразложимый остаток, появляющийся за счет того, что в модели учтены не все факторы, влияющие на величину производительности труда. Для того чтобы определить величину этого остатка, изменим способ расчета, поставив на первое место фактор d , а фактор f – на последнее. То есть возьмем модель вида

$$w = d \cdot \omega \cdot f. \quad (20)$$

Тогда абсолютный прирост производительности труда за счет каждого из факторов будет определяться из следующих соотношений:

$$\begin{aligned}\Delta w(d) &= (I_d - 1) \cdot w_0; \\ \Delta w(w) &= (I_d \cdot I_w - I_d) \cdot w_0; \\ \Delta w(f) &= (I_d \cdot I_w \cdot I_f - I_d \cdot I_w) \cdot w_0.\end{aligned}\quad (21)$$

А доля неразложимого остатка будет определяться выражением вида

$$\Delta = (I_d \cdot I_w \cdot I_f - I_d \cdot I_w - I_f + 1) \cdot w_0. \quad (22)$$

Общее изменение средней выработки можно записать в следующем виде

$$\Delta w = \Delta w(f) + \Delta w(\omega) + \Delta w(d) + \Delta. \quad (23)$$

В процессе использования данной модели возникает закономерный вопрос, что в трехфакторной модели меняются местами первый и последний показатели, а второй остается на своем месте. Естественно, возможно и другое представление. Таким образом, однозначность представления соблюдаться не будет. Но это можно исправить, перейдя к двухфакторной модели, где расположение критериев будет однозначным. Это может быть достигнуто за счет агрегирования факторов [16, 17, 18]. Вполне понятно, что для агрегирования необходимо выбирать показатели таким образом, чтобы агрегированный фактор имел некоторое экономическое содержание.

Например, для рассматриваемого случая экономически обоснованным будет являться агрегирование показателя фондоотдачи f и механовооруженности рабочих ω_p , который можно представить как

$$w_p = \frac{Q}{\Phi} \cdot \frac{\bar{\Phi}}{T_p}. \quad (24)$$

Нетрудно заметить, что это будет показатель средней выработки рабочих предприятия.

Таким образом, модель (18) трансформируется к виду

$$w = w_p \cdot d. \quad (25)$$

То есть получили обычную двухфакторную модель производительности труда [19, 20, 21], зависящую от двух факторов: средней выработки рабочих и доли рабочих в общей численности работников предприятия.

В данном случае наиболее целесообразно показатель, стоящий на последнем месте, в исходной модели не подвергать агрегированию, так как именно на него приходится неразложимый остаток, который мы хотели определить. В данном случае это доля рабочих в общей численности персонала предприятия, то есть d .

Рассмотрим пример.

Пример 2. Определить влияние фондоотдачи, механовооруженности рабочих и доли рабочих в общей численности работников на среднюю выработку в целом по предприятию. Данные по периодам приведены в табл. 2.

Таблица 2

Данные для примера 2

Показатель	Период	
	базисный	текущий
Объем подрядных работ в сопоставимых ценах, млн. руб., Q	250	345
Среднегодовая стоимость рабочих машин и механизмов, млн. руб., $\bar{\Phi}$	35	42
Среднесписочная численность рабочих, чел., T_p	75	82
Среднесписочная численность работников, чел., T	86	92
Фондоотдача f	7,143	8,214
Механовооруженность работников ω_p	0,407	0,457
Выработка работников w	2,907	3,75

Находим общие индексы для всех факторов

$$I_f = \frac{Q_1 / \bar{\Phi}_1}{Q_0 / \bar{\Phi}_0} = \frac{345 / 42}{250 / 35} = \frac{8,214}{7,143} = 1,15,$$

$$I_\omega = \frac{\bar{\Phi}_1 / T_p^1}{\bar{\Phi}_0 / T_p^0} = \frac{42 / 82}{35 / 75} = \frac{0,512}{0,467} = 1,096;$$

$$I_d = \frac{T_p^1 / T^1}{T_p^0 / T^0} = \frac{82 / 92}{75 / 86} = \frac{0,891}{0,872} = 1,022.$$

Зная индексы, осуществим вычисление абсолютных значений каждого из факторов согласно модели

$$w = f \cdot \omega \cdot d.$$

Доля f составит

$$\Delta w(f) = (I_f - 1) \cdot w_0 = (1,15 - 1) \cdot 2,907 = 0,436.$$

Доля механовооруженности ω составит

$$\Delta w(\omega) = (I_\omega \cdot I_f - I_f) \cdot w_0 = (1,15 \cdot 1,096 - 1,15) \cdot 2,907 = 0,326.$$

Доля рабочих в общей численности работников предприятия d составит:

$$\begin{aligned}\Delta w(d) &= (I_f \cdot I_\omega \cdot I_d - I_f \cdot I_\omega) \cdot w_0 = \\ &= (1,15 \cdot 1,096 \cdot 1,022 - 1,15 \cdot 1,096) \cdot 2,907 = 0,081.\end{aligned}$$

Для определения неразложимого остатка рассмотрим модель вида

$$w = d \cdot \omega \cdot f.$$

Аналогично вычисляем. В данном случае достаточно будет вычислить только долю d . Доля d составит

$$\Delta w(d) = (I_d - 1) \cdot w_0 = (1,022 - 1) \cdot 2,907 = 0,064,$$

а неразложимый остаток в этом случае составит

$$\Delta = 0,064 - 0,081 = -0,017.$$

Общий прирост результативного признака w составит

$$\Delta w = \Delta w(f) + \Delta w(\omega) + \Delta w(d) + \Delta = 0,436 + 0,326 + 0,064 + 0,017 = 0,843.$$

На этом же примере покажем возможности агрегирования показателей при решении поставленной задачи. В данном случае используем модель вида (25).

$$\begin{aligned}I_{\omega_p} &= I_f \cdot I_\omega = 1,15 \cdot 1,096 = 1,26, \\ I_d &= 1,022.\end{aligned}$$

В этом случае доля механовооруженности рабочих ω_p в общем приросте выработки составит

$$\Delta w(\omega_p) = (I_{\omega_p} - 1) \cdot w_0 = (1,26 - 1) \cdot 2,907 = 0,779,$$

а прирост за счет изменения доли рабочих в составе предприятия

$$\Delta w(d) = (I_{\omega_p} \cdot I_d - I_{\omega_p}) \cdot w_0 = (1,26 \cdot 1,022 - 1,26) \cdot 2,907 = 0,081.$$

Общее изменение выработки за рассматриваемый период составит

$$\Delta w = \Delta w(\omega_p) + \Delta w(d) = 0,762 + 0,081 = 0,843.$$

В данном случае неразложимый остаток Δ включен в член, стоящий на последнем месте, то есть в $\Delta w(d)$. Для выделения этого остатка необходимо решить модель в следующем виде

$$w = d \cdot w_p.$$

В этом случае получим, что доля d составит

$$\Delta w(d) = (I_d - 1) \cdot w_0 = (1,022 - 1) \cdot 2,907 = 0,064;$$

а доля ω_p составит

$$\Delta w(\omega_p) = (I_{\omega_p} \cdot I_d - I_{\omega_p}) \cdot w_0 = (1,26 \cdot 1,022 - 1,26) \cdot 2,907 = 0,779.$$

Неразложимый остаток составит:

$$\Delta = \Delta w(d^1) - \Delta w(d^2) = 0,064 - 0,081 = 0,017.$$

Таким образом, общий результат расчета можно записать:

$$\Delta w = \Delta w(d) + \Delta w(\omega_p) + \Delta = 0,064 + 0,779 + 0,017 = 0,843.$$

Итак, приведенный пример демонстрирует, каким образом возможно оценить неразложимый остаток в ходе факторного анализа.

Заключение

В ходе исследования было выявлено, что представление мультипликативной модели для целей факторного анализа отличается многозначностью. Это объясняется наличием неразложимого остатка, присоединяемого к фактору, стоящему в алгоритме расчета на последнем месте. Таким образом, влияние последнего фактора будет иметь завышенную оценку.

Было установлено, что в ходе проведения факторного анализа имеется инвариантная константа, не зависящая от способа расчета, равная разности величин изучаемого результативного признака в текущем и базисном периодах, то есть общее изменение изучаемого признака за рассматриваемый период под воздействием всех факторов.

В то же время величина неразложимого остатка может быть определена как разность данных, полученных в двух формах расчета, между значениями показателя в мультипликативной модели, где этот показатель стоит на последнем месте, и по другому способу расчета, где этот же фактор поставлен на первое место.

Таким образом, вариантов расчета степени влияния факторов на результирующий показатель достаточно много и выбор способа расчета зависит от целей исследования. При этом следует отметить, что количество вариантов рассматриваемых возможных перестановок факторов можно уменьшить за счет агрегирования некоторых факторов. Это особенно актуально для случая многофакторных моделей. Важно только четко обосновать экономический смысл такого агрегированного показателя.

Список литературы

1. Гмошинский, В.Г. Инженерное прогнозирование технологии строительства / В.Г. Гмошинский. – М.: Стройиздат, 1988. – 296 с.
2. Баркалов, С.А. Построение рейтинговой оценки на основе потоковой модели / С.А. Баркалов, П.Н. Курочка, Е.А. Серебрякова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2023. – Т. 23, № 1. – С. 31–41.
3. Баркалов, С.А. Выбор базовых представителей направления техники нового поколения / С.А. Баркалов, П.Н. Курочка, Е.А. Серебрякова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2023. – Т. 23, № 1. – С. 31–41.
4. Формирование поколений новой техники как задача о покрытии множества / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка, Е.А. Серебрякова // Проблемы управления. – 2023. – № 6. – С. 22–32.
5. Моделирование инновационного развития фирмы / С.А. Баркалов, И.В. Буркова, П.Н. Курочка, Е.А. Серебрякова // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2023. – № 2 (18). – С. 49–64.

6. Курочка, П.Н. Оценка надежности организационных структур произвольного вида, задающихся планарным графом / П.Н. Курочка, В.Г. Тельных // Научный вестник Воронеж. гос. арх.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. – 2011. – № 3 (23). – С. 134–141.
7. Карсунцева, О.В. Производственный потенциал предприятия машиностроения: оценка, динамика, резервы повышения: монография / О.В. Карсунцева. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 211 с.
8. Авдеенко, В.Н. Производственный потенциал промышленного предприятия / В.Н. Авдеенко, В.А. Котлов. – М.: Экономика, 1989. – 240 с.
9. Гунина, И.А. Механизм развития экономического потенциала промышленного предприятия: теория, методы: монография / И.А. Гунина. – Воронеж: Научная книга, 2005. – 238 с.
10. Князев, С.А. Оценка инновационного потенциала предприятия / С.А. Князев // Вестн. Волгogr. гос. ун-та. Сер. 3: Экон. экол. – 2010. – № 1 (16). – С. 27–32.
11. Бабурин, В.Л. Инновационный потенциал регионов России: монография / В.Л. Бабурин, С.П. Земцов. – М.: «КДУ», «Университетская книга», 2017. – 358 с.
12. Герасименко, Е.М. Метод потенциалов для определения заданного потока минимальной стоимости в нечетком динамическом графе / Е.М. Герасименко // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 4 (153). – С. 83–89.
13. Губанов, Д.А., Социальные сети: Модели информационного влияния, управления и противоборства / Д.А. Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили. – М.: Изд-во физматлит, 2010. – 228 с.
14. Жилиякова, Л.Ю. Теория ресурсных сетей / Л.Ю. Жилиякова, О.П. Кузнецов. – М.: РИОР: ИНФРА-М, 2017. – 283 с.
15. Карпенко, А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой / А.П. Карпенко. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 446 с.
16. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами / Д.А. Новиков. – М.: МПСИ, 2005. – 584 с.
17. Белов, М.В. Оптимальное управление жизненными циклами сложных изделий, объектов, систем / М.В. Белов // Проблемы управления. – 2022. – Вып. 1. – С. 19–32.
18. Дранко, О.И. Модель финансового прогнозирования и сценарии внутренних инвестиций / О.И. Дранко // Пробл. управл. – 2007. – Вып. 1. – С. 37–40.
19. Медведев, С.Н. Жадные и адаптивный алгоритмы решения задачи маршрутизации транспортных средств с несколькими центрами с чередованием объектов / С.Н. Медведев // Автоматика и телемеханика. – 2023. – Вып. 3. – С. 139–168.
20. Асатурова, Ю.М. Повышение инновационной активности предприятий в условиях дефицита финансов / Ю.М. Асатурова, Т.Ю. Хватова // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2019. – Т. 12, № 1. – С. 132–145.
21. Жилиякова, Л.Ю. Графовые динамические модели и их свойства / Л.Ю. Жилиякова // Автомат. и телемех. – 2015. – Вып. 8. – С. 115–139.

References

1. Gmoshinskiy V.G. Inzhenernoye prognozirovaniye tekhnologii stroitel'stva. Moscow: Sroyizdat, 1988, 296 p.
2. Barkalov S.A., Kurochka P.N., Serebryakova Ye.A. Postroyeniye reytingovoy otsenki na osnove potokovoy modeli. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2023, vol. 23, no. 1, pp. 31-41.

3. Barkalov S.A., Kurochka P.N., Serebryakova Ye.A. Vybory bazovykh predstaviteley napravleniya tekhniki novogo pokoleniya. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2023, vol. 23, no 1, pp. 31-41.
4. Barkalov S.A., Burkov V.N., Kurochka P.N., Serebryakova Ye.A. Formirovaniye pokoleniy novoy tekhniki kak zadacha o pokrytii mnozhestva. *Control Sciences*, 2023, no. 6. pp. 22-32.
5. Barkalov S.A., Burkova I.V., Kurochka P.N., Serebryakova Ye.A. Modelirovaniye innovatsionnogo razvitiya firmy. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhni-cheskiye nauki*, 2023, no. 2 (18), pp. 49-64.
6. Kurochka P.N. Otsenka nadezhnosti organizatsionnykh struktur proizvod'nogo vi-da, zadayushchikhsya planarnym grafom. *Nauchnyy vestnik Voronezh. gos. arkh.-stroit. un-ta. Stroitel'stvo i arkhitektura*, 2011, no. 3 (23), pp. 134–141.
7. Karsuntseva O.V. Proizvodstvennyy potentsial predpriyatiya mashinostroyeniya: otsenka, dinamika, rezervy povysheniya. Moscow: INFRA-M, 2014, 211 p.
8. Avdeyenko V.N., Kotlov V.A. Proizvodstvennyy potentsial promyshlennogo predpriyatiya. Moscow: Ekonomika, 1989, 240 p.
9. Gunina I.A. Mekhanizm razvitiya ekonomicheskogo potentsiala promyshlennogo predpriyatiya: teoriya, metody. Voronezh: Nauchnaya kniga, 2005, 238 p.
10. Knyazev S. A. Otsenka innovatsionnogo potentsiala predpriyatiya. *Vestn. Volgogr. gos. un-ta. Ser. 3, Ekon. Ekol.* 2010, no. 1 (16), pp. 27-32.
11. Baburin V.L., Zemtsov S.P. Innovatsionnyy potentsial regionov Rossii. Moscow: KDU, Universitetskaya kniga, 2017, 358 p.
12. Gerasimenko Ye.M. Metod potentsialov dlya opredeleniya zadannogo potoka minimal'noy stoimosti v nechetkom dinamicheskom grafe. *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskkiye nauki*, 2014, no. 4 (153), pp. 83-89.
13. Gubanov D.A., Novikov D.A., Chkhartishvili A.G. Sotsial'nyye seti: Modeli informatsionnogo vliyaniya, upravleniya i protivoborstva. Moscow: Izd-vo fizmatlit, 2010, 228 p.
14. Zhilyakova L.YU., Kuznetsov O.P. Teoriya resursnykh setey. Moscow: INFRA-M, 2017, 283 p.
15. Karpenko A.P. Sovremennyye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennyye prirodoy. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Bauman, 2017, 446 p.
16. Novikov D.A. Teoriya upravleniya organizatsionnymi sistemami. Moscow: MPSI, 2005, 584 p.
17. Belov M.V. Optimal'noye upravleniye zhiznennymi tsiklami slozhnykh izdeliy, ob"yektov, sistem. *Control Sciences*, 2022, iss. 1, pp. 19-32.
18. Dranko O.I. Model' finansovogo prognozirovaniya i stsenarii vnutrennikh investitsiy. *Control Sciences*, 2022, iss. 7, pp. 37–40.
19. Medvedev S.N. Zhadnyye i adaptivnyy algoritmy resheniya zadachi marshrutizatsii transportnykh sredstv s neskol'kimi tsentrami s cheredovaniyem ob"yektov. *Autonotion and Remote Control*, 2023, iss. 3. pp. 139–168.
20. Asaturova YU.M., Khvatova T.YU. Povysheniye innovatsionnoy aktivnosti predpriyatiy v usloviyakh defitsita finansov. *Nauchno-tekhnicheskkiye vedomosti SPbGPU. Ekono-micheskkiye nauki*. 2019, vol. 12, no. 1. pp. 132–145.
21. Zhilyakova L.YU. Grafovyie dinamicheskkiye modeli i ikh svoystva, *Autonotion and Remote Control*, 2015, iss. 8, pp. 115–13.