Пунтиков, А. Н. Проблемы в проектном управлении при несовместимости требований в отношении вероятного срока окончания проекта / А. Н. Пунтиков, А. Н. Шиков // Прикладная математика и вопросы управления. – 2024. – № 2. – С. 123–138. DOI 10.15593/2499-9873/2024.2.09

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018
Пунтиков, А. Н. Проблемы в проектном управлении при несовместимости требований в отношении вероятного срока окончания проекта / А. Н. Пунтиков, А. Н. Шиков. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2024.2.09 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2024. – № 2. – С. 123–138.

пермский политех

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ
№ 2, 2024
https://ered.pstu.ru/index.php/amcs

Научная статья
DOI: 10.15593/2499-9873/2024.2.09
УДК 519.7

Проблемы в проектном управлении при несовместимости требований в отношении вероятного срока окончания проекта

А.Н. Пунтиков, А.Н. Шиков

Северо-Западный институт управления – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Санкт-Петербург, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 23 мая 2024
Одобрена: 10 июля 2024
Принята к публикации: 12 августа 2024

Финансирование
Исследование не имело спонсорской поддержки.
Конфликт интересов
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Вклад авторов
равноценен.

Ключевые слова:
проектное управление, модель проекта, неопределенность сроков проекта, требования к проекту.

АННОТАЦИЯ

Исследуется проблема разницы между требованиями к проекту в отношении сроков окончания, а именно повышение эффективности принятия решений в проектном управлении относительно вероятных сроков окончания проекта. На основе математических моделей, без специальных допущений относительно природы проекта показано, что задачи минимизации среднего значения длительности проекта, его наиболее вероятной продолжительности, медианного срока выполнения, а также такого срока, который гарантирует выполнение проекта с заданной вероятностью, не сводимы друг к другу и требуют различных управленческих решений. Сделан вывод, что популярные в проектном управлении математические модели, которые сводят неопределенность в сроках к единственному параметру, неадекватно отражают эту разницу в требованиях и могут быть усовершенствованы, чтобы их практические следствия были прозрачнее для проектных менеджеров, а также, что при принятии решений в рамках управления реальными проектами следует конкретизировать требования заказчика и однозначно определять, какой из сроков для него является ключевым. В результате исследования доказано, что в рамках любого достаточно сложного проекта всегда существуют такие управленческие решения, которые будут оправданы с точки зрения минимизации среднего срока, но приведут к увеличению медианного или наиболее вероятного срока завершения.

© **Пунтиков Арсений Николаевич** – аспирант кафедры бизнес-информатики, e-mail: puntikov-an@ranepa.ru, ORCID: 0009-0000-9785-7737.
Шиков Алексей Николаевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры бизнес-информатики, e-mail: shikov-an@ranepa.ru, ORCID: 0000-0002-9942-0907.

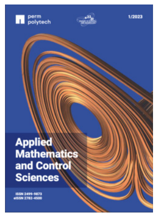
Perm Polytech Style: Puntikov A.N., Shikov A.N. Problems in project management when requirements regarding the likely completion date of the project are incompatible. *Applied Mathematics and Control Sciences.* 2024, no. 2, pp. 123–138. DOI: 10.15593/2499-9873/2024.2.09

MDPI and ACS Style: Puntikov, A.N.; Shikov, A.N. Problems in project management when requirements regarding the likely completion date of the project are incompatible. *Appl. Math. Control Sci.* **2024, 2**, 123–138. https://doi.org/10.15593/2499-9873/2024.2.09

Chicago/Turabian Style: Puntikov, Arseny N., and Aleksey N. Shikov. 2024. "Problems in project management when requirements regarding the likely completion date of the project are incompatible". *Appl. Math. Control Sci.* no. 2: 123–138. https://doi.org/10.15593/2499-9873/2024.2.09

perm polytech

APPLIED MATHEMATICS AND CONTROL SCIENCES
№ 2, 2024
https://ered.pstu.ru/index.php/amcs



Article
DOI: 10.15593/2499-9873/2024.2.09
UDC 519.7

Problems in project management when requirements regarding the likely completion date of the project are incompatible

A.N. Puntikov, A.N. Shikov

North-Western Institute of Management RANEPA, Saint Petersburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 23 May 2024
Approved: 10 July 2024
Accepted for publication: 12 August 2024

Funding
This research received no external funding.
Conflicts of Interest
The authors declare no conflict of interest.
Author Contributions
equivalent.

Keywords:
project management, project model, uncertainty of project deadlines, project requirements.

ABSTRACT

The paper examines the problem of the difference between the project requirements in terms of completion dates. The purpose of the study is to improve the efficiency of decision-making in project management regarding the likely completion dates of the project. Based on mathematical models, without special assumptions about the nature of the project, it is shown that the tasks of minimizing the average duration of the project, its most likely duration, the median completion period, as well as such a period that guarantees the completion of the project with a given probability, are not reducible to each other and require various management decisions. It is concluded that mathematical models popular in project management, which reduce uncertainty in deadlines to a single parameter, inadequately reflect this difference in requirements and can be improved so that their practical consequences are more transparent to project managers, and also that when making decisions within the framework of managing real projects, the customer's requirements should be specified and unambiguously determine which of the deadlines is the key for him. As a result of the research, it is proved that within the framework of any fairly complex project, there are always such management decisions that will be justified in terms of minimizing the average time, but will lead to an increase in the median or most likely completion time.

© **Arseny N. Puntikov** – Ph. D. Student, e-mail:puntikov-an@ranepa.ru, ORCID: 0009-0000-9785-7737.
Aleksey N. Shikov – CSc of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Business Informatics, e-mail: shikov-an@ranepa.ru, ORCID: 0000-0002-9942-0907.

Введение

Основная задача проектного управления – это достижение поставленной цели проекта в рамках установленных бюджета, сроков и качества [1]. Однако такое описание не является корректной постановкой задачи для математического моделирования. Для формализации данной задачи можно удалить из рассмотрения два из трех перечисленных ограничения со ссылкой на «железный треугольник проекта» [1]. Приняв тезис о том, что для любого проекта справедлив вариант, при котором будет сокращено количество времени и увеличится бюджет, но ухудшится качество, и наоборот, при увеличении бюджета или сокращении требований к качеству всегда можно сократить сроки проекта. Существует определенный компромисс между сроком, бюджетом и качеством, и рассматривать задачу проектного управления следует только в аспекте срока или иногда только бюджета.

Такое «удаление» части параметров из рассмотрения само по себе является достаточно грубым упрощением, не во всех проектах в принципе существует возможность изменения сразу всех параметров «железного треугольника». Но даже если подходить к управлению проектом с точки зрения одних только сроков и, соответственно, сводить оценку качества проектного управления к их соблюдению, остается известная доля неопределенности в том, как определить, какие действия руководителя проекта можно считать правильными, то есть удовлетворяющими требованиям к проекту в максимальной степени, а какие нет. Руководитель проекта действует в условиях неопределенности как с точки зрения принципиальной невозможности знать абсолютно все обстоятельства, имеющие значение для проекта, так и с точки зрения неспособности предсказывать случайные события в будущем. А если реальный срок окончания проекта зависит от неопределенных обстоятельств, то он характеризуется не конечной величиной, а неким распределением вероятностей, а значит, и влиять своими действиями менеджер может только на профиль этого распределения, и следует определиться с тем, какие изменения распределения вероятности считать безусловно хорошими для проекта, а какие плохими.

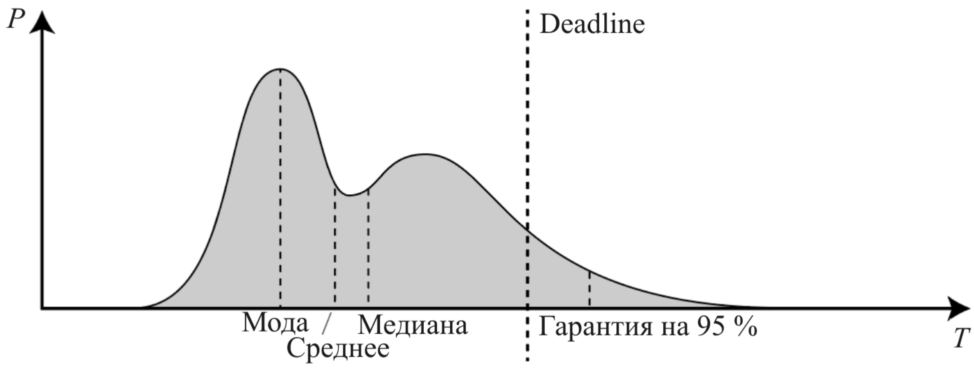


Рис. 1. Типичное распределение вероятности реализации проекта:
T – время по горизонтали, P – плотность вероятности по вертикали

Определение верных действий менеджера проекта – «делать так, чтобы проект был сдан в срок» – математически можно выразить по-разному. С одной стороны, это может означать уменьшение вероятности провалить проект, с другой, уменьшение среднего, максимального или наиболее вероятного срока его выполнения. На рис. 1 приведено типичное распределение вероятности выполнения проекта в определенный срок для проекта с подстраховкой. Это может быть, например, запуск нового продукта со стремительным выходом на новый рынок (левый пик), когда для подстраховки этот же продукт рекламируется по налаженным каналам в пределах существующей клиентской базы (правый пик). Или, например, разработка решения с использованием перспективной, но непроверенной технологии (левый пик), при параллельной работе с использованием не такой мощной, но знакомой технологии (правый пик).

На графике обозначены характерные для проекта точки. Мода – самое вероятное время завершения. Среднее – арифметическое среднее возможного времени завершения. Медиана – точка, в которой накопленная вероятность выполнить проект, достигает 50 %. Гарантия на 95 % – это точка, в которой накопленная вероятность выполнить проект достигает 95 %.

В силу того, что медиана и гарантия на 95 % являются частными случаями сроков, гарантирующих определенную вероятность завершить проект, будем называть все такие сроки «медианными». Взаимное расположение этих точек для различных профилей вероятности может быть практически каким угодно. Только медиана и гарантия на 95 % не могут здесь поменяться местами в силу того, что одно включает другое.

Данные и методы

В проектном управлении обычно речь идет о минимизации какого-то медианного значения, выбор которого зависит от того уровня гарантии, который заказчик посчитает удовлетворительным. На этом основаны механизмы временного стимулирования, которые являются основным механизмом мотивации подрядчиков к тому, чтобы выполнять проекты в срок [2; 3]. Дедлайн для проекта интерпретируется большинством исследователей [4; 5] и практикующих менеджеров в достаточно буквальном смысле. Deadline можно перевести как «мертвая черта» или как событие, после которого наступает «смерть» проекта. Мероприятия по минимизации задержки после пропуска дедлайна либо вообще не учитываются при планировании, либо имеют минимальный приоритет, по сравнению с теми мероприятиями, которые повышают шанс уложиться в срок.

По целому ряду причин как управляющему проектом, так и исследователю, который разрабатывает рекомендации для него или для заказчика, удобнее решать задачу минимизации среднего срока, а не увеличения вероятности уложиться в определенный срок [6–8]. Во-первых, вычисление такого срока, для которого можно при данном распределении вероятности гарантировать выполнение проекта на X %, очевидно, значительно сложнее, чем вычисление, например, среднего времени выполнения проекта для практически любой математической модели. Во-вторых, уровень требований к проектам может существенно варьироваться, в то время как для венчурных проектов достаточно 10 % вероятности успеха, для некоторых мегапроектов, гарантия должна быть на уровне 99,9 %, что делает постановку задачи в терминах медианных сроков зависимой от дополнительного параметра – толерантности проекта к риску. В-третьих, помимо проектного подхода существует операционный подход, с собственными моделями и решениями, которые желательно бы использовать и в проектном подходе. Для операционного подхода характерным является поиск такого решения, которое минимизирует средний срок выполнения проекта.

Все это приводит к тому, что руководители проектов [2; 3; 9; 10] иногда подменяют задачу, которая интересует заказчика, той, которую им удобно решать. Такой подход был бы правомерен только в случае, если бы эти задачи были эквивалентны с точки зрения практических выводов, по аналогии с тем, как эквивалентными оказываются выводы при рассмотрении проекта с точки зрения ограничений по срокам, бюджету или качеству. Исследуем проблему и продемонстрируем, что это не так.

Модель проекта с учетом неопределенности срока окончания

Рассмотрим проект, который заранее разбит на определенные итерации, приближающие его к успешному выполнению. Используем термины «шаг» и «итерация» взаимозаменяемо в том значении, как это принято в Agile и Scrum, в качестве характерной для проекта единицы времени, за которую можно произвести какой-либо имеющий самостоятельную ценность результат [11]. Тогда проект может быть выполнен с определенной вероятностью за одну, две, три или большее количество итераций, значит, каждому шагу можно присвоить некую вероятность того, что, если проект доберется до этой итерации, она станет последней.

На этом этапе никакого упрощения не происходит, любой проект можно разбить на определенные шаги. Раз однозначное распределение вероятности выполнения проекта в тот или иной срок принципиально существует, то существует и единственное распределение вероятностей окончания проекта в пределах отдельной итерации. Исследуем дискретный случай, но все рассуждения будут справедливыми и для непрерывного рассмотрения.

Примем вероятность того, что проект, дошедший до $\boldsymbol{i}$-го шага, не будет выполнен на этом шаге $\boldsymbol{r_i}$ (от risk). Тогда вероятность завершить проект на этом шаге (при условии, что он не был завершен на предыдущих) будет $(\mathbf{1}-\boldsymbol{r_i})$. Функцию $\boldsymbol{r_i}$ можно считать исчерпывающим образом описывающей проект с точки зрения сроков его завершения при любом заданном разбиении на итерации. Как бы сложны и запутаны ни были всевозможные пути его развития, существует некая интегральная функция распределения вероятности окончания проекта за определенный срок, а $\boldsymbol{r_i}$ – это просто дискретное приближение этой функции. Вероятность завершить проект за n шагов $(\boldsymbol{p_n})$ равна произведению вероятности того, что проект завершен будет на шаге n, на вероятность того, что этого не произошло за все $(n–1)$ предыдущих шагов (1):

$$\begin{gathered} p_1 = 1 - r_1 \\ p_2 = (1-r_2)(1-p_1) = (1-r_2)r_1 \\ p_3 = (1-r_3)(1-p_2)(1-p_1) = (1-r_3)r_1 r_2 \\ p_n = (1-r_n)\prod_{i=1}^{n-1} r_i. \end{gathered} \tag{1}$$

Наиболее вероятный шаг окончания проекта (2):

$$\text{mod}: p_{\text{mod}} = \max(p_j) = \max\left((1-r_j)\prod_{i=1}^{j-1} r_i\right). \tag{2}$$

Нельзя отождествлять наиболее вероятный срок окончания проекта и наиболее вероятный шаг, на котором это произойдет. Например, для проектов, в ходе которых в случае неудачи предпринимаются новые попытки с возрастающей частотой, наиболее вероятным сроком окончания будет одна из первых попыток, а наиболее вероятным шагом – один из поздних шагов, в течение которого попытки делаются чаще. Но для большинства проектов принципиальная форма распределения вероятности окончания проекта по мере дробления проекта на все более мелкие итерации меняется мало, поэтому почти всегда наиболее вероятная итерация будет включать наиболее вероятное время окончания проекта, и формула (2) – это выражение для моды.

Для вычисления среднего количества шагов $(\bar{\boldsymbol{n}})$ необходимо сложить накопленную вероятность для проекта оказаться незавершенным на каком-либо шаге $(\boldsymbol{R_n})$. Если бы один и тот же проект можно было выполнить N раз, то в среднем проект завершался через $\boldsymbol{\bar{n}}$ итераций. Итоговое количество итераций (при достаточно больших N) составит $\boldsymbol{N\bar{n}}$, а с другой стороны за эти же N экспериментов N раз будет необходим хотя бы один шаг, еще $\boldsymbol{NR}_1$ раз понадобится второй шаг, и так далее. Для того чтобы проект в рамках шага n все еще не был завершен, необходимо, чтобы он не был завершен независимо на каждом предыдущем и текущем шаге с вероятностью r_i, поэтому:

$$N\bar{n} = N + NR_1 + NR_2 + \ldots \Rightarrow \bar{n} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} R_i; \tag{3}$$

$$R_n = \prod_{i=1}^{n} r_i. \tag{4}$$

Далее получаем выражение для среднего количества итераций:

$$\bar{n} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{i} r_j. \tag{5}$$

Выражение (3) для своего обоснования требует эксперимента, в котором исход каждого запуска проекта случаен, а это в общем случае не так. Если неопределенность в сроке обусловлена не случайными событиями, а неполнотой информации в распоряжении команды проекта, то каждый эксперимент приведет к одному и тому же сроку, сколь бы маловероятен он ни был, исходя из вводных данных. Для того чтобы рассчитать среднее от количества шагов, учитывая неопределенность в сроке исполнения проекта, обусловленную не рисками, а допущениями (в терминологии PRINCE2) [12; 13], следует, применяя байесовский подход, не складывать накопленную вероятность незавершения проекта на всех шагах, а вычислить математическое ожидание количества шагов [14]. Вероятность каждого количества шагов известна из выражения (1), а значит:

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{\infty} i p_i = \sum_{i=1}^{\infty} i\left(1 - r_i\right) \prod_{j=1}^{i-1} r_j; \tag{6}$$

$$\begin{gathered} n = \sum_{i=1}^{\infty} i\left(1 - r_i\right) \prod_{j=1}^{i-1} r_j = \sum_{i=1}^{\infty} i \prod_{j=1}^{i-1} r_j - \sum_{i=1}^{\infty} i \prod_{j=1}^{i} r_j = \\ = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(k+1\right) \prod_{j=1}^{k} r_j - \sum_{i=1}^{\infty} i \prod_{j=1}^{i} r_j = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{i} r_j. \end{gathered} \tag{7}$$

Выражение (5) задает среднее количество итераций в рамках проекта независимо от того, чем обусловлена неопределенность в их количестве. Для вычисления медианного количества итераций или других медианных сроков, необходимо найти накопленную вероятность завершения проекта (вероятность того, что проект завершен за n шагов или меньше). По итогам каждого шага проект будет либо завершен, либо просрочен, поэтому накопленная вероятность завершения проекта вычисляется следующим образом:

$$P_n = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 - R_n = 1 - \prod_{j=1}^{n} r_j. \tag{8}$$

Медианное количество итераций, то есть такое, когда накопленная вероятность того, что проект завершен, достигает 50 %:

$$P_{\text{med}} \gtrsim 0,5 \Rightarrow \prod_{j=1}^{\text{med}} r_j \lesssim 0,5 \Rightarrow \sum_{j=1}^{\text{med}} \ln\left(r_j\right) \lesssim \ln\left(0,5\right). \tag{9}$$

Медианный срок выполнения проекта и медианное количество итераций, необходимых для его завершения, можно отождествлять без всяких оговорок, которые понадобились при получении выражения для моды, поскольку, независимо от способа разбиения проекта на итерации, медианный срок всегда выпадет на медианную итерацию. Для того чтобы избавиться от необходимости каждый раз употреблять громоздкую формулировку «минимальное целое значение med такое, что … меньше либо равно …», договоримся использовать обозначение $\lesssim$. Аналогично количество итераций, гарантирующее завершение с определенной вероятностью X %, находим по формуле

$$P_x \gtrsim \mathrm{X} \Rightarrow \sum_{j=1}^{x} \ln\left(r_j\right) \lesssim \ln\left(1-X\right). \tag{10}$$

Гипотеза заключается в том, что для большинства проектов выбор в качестве индикатора каждой из этих величин приводит к определенным управленческим решениям, а поэтому при анализе и моделировании нельзя отождествлять между собой задачи по их минимизации.

Модель управляющего воздействия на проект

Если проект исчерпывающим образом описывается функцией $\boldsymbol{r_i}$, то управление проектом сводится к преобразованию этой функции. $\boldsymbol{r_i}$ – это вероятность того, что на шаге $\boldsymbol{i}$ проект, который дошел до этого шага, не будет завершен. Минимальное возможное возмущение для такой функции – это изменение для одной конкретной итерации. В общем случае любое решение менеджера приводит к какому-то комплексному преобразованию функции $\boldsymbol{r_i}$, а не к изменению отдельной компоненты. Исследуем вариант проекта, с вероятностью незавершения к итерации *k*, которая может поменяться на $\boldsymbol{\delta_k}$ (11):

$$\begin{cases} r_i^{'} = r_i, \quad i \neq k \\ r_i^{'} = r_i + \delta_k, \quad i = k. \end{cases} \tag{11}$$

И другие показатели завершения проекта будут подвержены изменению (12):

$$\begin{gathered} \overline{n}' = \overline{n} + \delta_n; \\ \text{mod}' = \text{mod} + \delta_{\text{mod}}; \\ \text{med}' = \text{med} + \delta_{\text{med}}; \\ x' = x + \delta_x. \end{gathered} \tag{12}$$

Постараемся найти их взаимосвязь. Изменение среднего, подставляя (5) в (12), получаем (13):

$$\delta_n = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{j=1}^{i} r_j^{'} - \prod_{j=1}^{i} r_j \right). \tag{13}$$

Но первые (*k*–1) членов $\boldsymbol{r_j'}$ и $\boldsymbol{r_j}$ совпадают, поэтому дают нулевой вклад в сумму, а остальные слагаемые совпадают с точностью до множителя $\boldsymbol{r_k}$. Таким образом, из (13) следует, что (14):

$$\delta_n = \prod_{j=1}^{k-1} r_j \left(r_k^{'} - r_k \right) \left(1 + \sum_{i=k+1}^{\infty} \prod_{j=k+1}^{i} r_j \right). \tag{14}$$

Подставляя в (11), (5) и (4) в (14), получаем (15):

$$\delta_n = \frac{\delta_k}{r_k} R_k \overline{n}_{i>k}. \tag{15}$$

Выражение (15) соответствует ожиданиям, потому что при незначительном увеличении риска в управляемой итерации среднее количество итераций, необходимых для выполнения проекта в целом, должно расти и зависеть от вероятности того, что проект в принципе может преодолеть эту итерацию $(\boldsymbol{R_k})$, в зависимости от того, сколько в среднем после этого осталось бы итераций $(\overline{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{i>k}})$. Отметим, что $\overline{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{i>k}}$ не включает не только слагаемые для $\boldsymbol{i} \le \mathbf{k}$, но и соответствующие множители в каждом слагаемом, то есть это не среднее оставшееся количество шагов, а среднее количество шагов, которое понадобилось бы, если бы проект заново начинался с шага k+1.

Результаты

Зафиксируем, как изменяется вероятность того, что отдельные итерации, находящиеся до или после управляемой, станут последними при изменении одной компоненты $\boldsymbol{r_k}$:

$$j < k : \delta_j = \left(1 - r_j\right) \prod_{i=1}^{j-1} r_i - \left(1 - r_j\right) \prod_{i=1}^{j-1} r_i = 0. \tag{16}$$

Вероятности закончить на итерациях до управляемой не изменяются.

$$j = k : \delta_j = \left(1 - r_k - \delta_k\right) \prod_{i=1}^{k-1} r_i - \left(1 - r_k\right) \prod_{i=1}^{k-1} r_i = -\frac{\delta_k}{r_k} R_k. \tag{17}$$

Вероятность закончить на управляемой итерации изменяется пропорционально вероятности того, что проект дойдет до этой итерации и преодолеет ее.

$$j > k : \delta_j = \left(1 - r_j\right) \prod_{i=1}^{j-1} r_i + \delta_k \left(1 - r_j\right) \prod_{i=1, i \ne k}^{j-1} r_i - \left(1 - r_j\right) \prod_{i=1}^{j-1} r_i = \frac{\delta_k}{r_k} \frac{\left(1 - r_j\right)}{r_j} R_j = \frac{\delta_k}{r_k} p_j. \tag{18}$$

Вероятность закончить на какой-либо итерации, следующей за управляемой, изменяется пропорционально вероятности того, что эта итерация станет последней. Из выражения (18) следует, что нельзя, управляя рисками изолированно для одной только итерации, изменить значение моды, находящейся справа от нее, ведь при понижении $\boldsymbol{r_k}$ на управляемой итерации расти быстрее всего будет вероятность стать последней как раз для моды, ведь там $\boldsymbol{p_j}$ итак максимальна, соответственно, максимум при этом не может измениться. А раз нельзя изменить моду, повышая риск, то и, наоборот, нельзя, в силу того что процесс должен быть обратим, то есть, если бы удалось изменить моду справа, путем понижения $\boldsymbol{r_k}$, то можно было бы изменить ее обратно и добиться обратного изменения моды, а ее изменение повышением невозможно.

Таким образом, возможны только два сценария изменения моды при изолированном воздействии на какую-либо итерацию: увеличение вероятности закончить в пределах управляемой итерации до тех пор, пока она не станет модой, либо уменьшение этой вероятности, которое приводит к уменьшению вероятности стать последней итерацией для моды, находящейся справа от управляемой итерации, до тех пор, пока модой не станет какая-то из итераций слева. Оба сценария, конечно же, можно проиграть и в обратном направлении. Характерно, что в этих сценариях одно и то же направление движения моды требует изменения $\boldsymbol{r_j}$ в разных направлениях.

Основной вывод, который приходится сделать из рассмотренной динамики моды, заключается в том, что смена знака чувствительности моды к изменению отдельного параметра $\boldsymbol{r_j}$ в зависимости от его величины – это естественное свойство для любого проекта, и нельзя говорить о наличии простой зависимости между изменением моды и изменением среднего срока окончания проекта. Их взаимосвязь не только не линейна, но даже и не монотонна.

Для иллюстрации сложности динамики моды можно рассмотреть простой пример проекта, разбитого всего на три итерации, который можно закончить в пределах первой итерации с вероятностью 40 % ($\boldsymbol{r_1 = 0{,}6}$), а на последней – безусловно ($\boldsymbol{r_3 = 0}$). Для такого проекта по мере изолированного увеличения значения параметра $\boldsymbol{r_2}$ мода сначала уменьшается, а затем растет. При $\boldsymbol{r_2 < 1/3}$ модой является вторая итерация, на промежутке $\boldsymbol{1/3 < r_2 < 2/3}$ – первая итерация, а при $\boldsymbol{r_2 > 2/3}$ – третья. При этом, естественно, среднее количество итераций растет с увеличением $\boldsymbol{r_2}$ линейно.

Если проект должен завершиться в день X, то, во-первых, добиваться этого следует преимущественно переносом рисков со дня X на предыдущие дни, что приведет к согласованному воздействию на моду в нужном направлении эффектов от обоих описанных сценариев, а, во-вторых, такой индикатор, как средний срок выполнения проекта, при этом теряет какой-либо смысл, потому что значительная часть верных решений будет его увеличивать.

Чтобы вычислить изменение медианы, подставим (9) в (12):

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1,\, j\neq k}^{\mathrm{med}} \ln\left(r_j\right) + ln\left(r_k\right) \lesssim ln\left(0{,}5\right) \\ \sum\limits_{j=1,\, j\neq k}^{\mathrm{med}'} \ln\left(r_j\right) + \ln\left(r_k + \delta_k\right) \lesssim ln\left(0{,}5\right). \end{cases} \tag{19}$$

Можно записать только в случае, если $\boldsymbol{k} < \mathbf{med}$, что логично, ведь если изменяется значение риска для какого-то шага, который происходит после медианного, то медианное значение меняться не должно, поскольку с позиции медианы исходы делятся строго на две категории – «успел» и «опоздал», а размер опоздания безразличен. Складывая эти выражения друг с другом, получаем:

$$2\sum_{j=1,\, j\neq k}^{\mathrm{med}} \ln\left(r_j\right) + \sum_{\mathrm{med}}^{\mathrm{med}'} \ln\left(r_j\right) + \ln\left(r_k + \delta_k\right) + \ln\left(r_k\right) \lesssim 2\ln\left(0{,}5\right). \tag{20}$$

Откуда следует, что:

$$\sum_{j=\mathrm{med}}^{\mathrm{med}'} \ln\left(r_j\right) \lesssim 2\left(\ln\left(0{,}5\right) - \sum_{j=1}^{\mathrm{med}} \ln\left(r_j\right)\right) - \ln\left(1 + \frac{\delta_k}{r_k}\right). \tag{21}$$

Уменьшаемое в правой части (21) – это просто удвоенное отклонение реальной медианы от целого, а поскольку нас интересует динамика изменения медианы в зависимости от малых управляющих воздействий, то мы можем временно пренебречь ее скачкообразным изменением от целого к целому, заменив непрерывной функцией, тогда можно использовать знак равенства между двумя частями (21). Кроме того, при небольших относительных изменениях размера риска логарифм в правой части (21) можно аппроксимировать линейной функцией, а в сумме слева можно вынести член $\mathbf{ln}\left(\boldsymbol{r}_{\mathbf{med}}\right)$, поскольку значение под знаком суммы мало меняется в относительно небольшом диапазоне $(\mathbf{med},\ \mathbf{med}')$. Тогда:

$$\delta_{\text{med}} = -\frac{\delta_k}{r_k \ln\left(r_{\text{med}}\right)}. \tag{22}$$

Медианное значение изменяется пропорционально относительному изменению риска в пределах любой управляемой итерации слева от него, и величина этого изменения зависит только от свойств самой медианной итерации. Следует отметить, что (22) получено без специальных допущений относительно размера итерации до тех пор, пока значение $\boldsymbol{r}_j$ мало меняется в окрестности медианного значения.

Аналогично для изменения количества шагов, гарантирующего любую заданную вероятность окончания проекта, при условии, что изменение касается такого шага, на котором необходимый уровень гарантии еще не достигнут, можно получить:

$$\delta_x = -\frac{\delta_k}{r_k\ \ln\left(r_x\right)}. \tag{23}$$

Из (22), (23) и (15) получаем:

$$\begin{gathered} \delta_n = -R_k \bar{n}_{i>k} \ln\left(r_{\text{med}}\right) \delta_{\text{med}}; \\ \delta_n = -R_k \bar{n}_{i>k} \ln\left(r_x\right) \delta_x. \end{gathered} \tag{24}$$

В ответ на любые изменения в пределах проекта, которые приводят к изменению номера медианного шага, среднее время выполнения проекта пропорционально отклоняется в том же направлении. Величина этого отклонения зависит от характеристик как управляемой, так и медианной итерации. Выражение (24) записано в виде отклика среднего на изменение медианы, а не наоборот, потому что всякое изменение медианы влияет на среднее, но, если управлять итерациями после медианной, то изменение среднего не будет влиять на значение медианы. Один этот факт мог бы уже быть основанием для того, чтобы считать несостоятельным подход, при котором минимизация медианы и среднего значения отождествляются. Но здесь можно было бы возразить, что если задача в отношении проекта ставится в формате «к такому-то сроку необходимо закончить проект с достаточно высокой степенью вероятности», то речь идет о выборе дедлайна для проекта, и заказчик, таким образом, сам же делит проект на две логические части: то, что происходит до достижения заданной вероятности успеха, и то, что происходит после этого. Эта вторая половина заказчику более или менее безразлична. По этой причине, как правило, при разработке проекта никакие мероприятия на период после дедлайна не планируются. Значит, можно говорить, что последствия управленческих решений укладываются в период до дедлайна, поэтому для них выполняется (19), а тогда (24) можно использовать без оговорок в обоих направлениях, и пока еще нельзя считать, что изменения среднего и медианного сроков независимы.

Обсуждение

Задача, связанная с медианным сроком, может быть поставлена либо в виде требования сократить этот срок, либо в виде требования увеличить вероятность в этот срок уложиться. Математическая эквивалентность этих задач для небольших управленческих воздействий очевидна, поэтому мы сфокусируемся на более распространенной формулировке требований к сроку завершения проекта: «гарантировать успех как можно раньше». Как мы уже отмечали, вероятность успеха, которую можно считать достаточной гарантией, зависит от контекста задачи и не допускает пересмотра, поэтому в (24) допустимый риск провала проекта $\boldsymbol{X}$ можно считать фиксированным. Зафиксируем этот параметр в размере 50 % и далее будем говорить об общем случае в терминах обычной медианы.

Что означала бы эквивалентность задач по минимизации медианной и средней продолжительности проекта для менеджера? Это бы означало, что если принятое решение верно с позиции минимизации среднего, то оно так же верно и с позиции минимизации медианного, и наоборот. Значит, если для каких-то проектов существуют решения, которые оправданны с точки зрения изменения среднего значения, но безразличны или вредны с точки зрения медианного значения, или наоборот, то для этих проектов указанные задачи неэквивалентны. Вопрос только в том, насколько обширен класс таких проектов.

Любые манипуляции с проектом можно разделить на безусловно положительные для него, то есть такие, которые без побочных эффектов экономят ресурсы и сроки или улучшают качество, и многофакторные, которые сулят экономию в одних аспектах в ущерб каким-то другим. Для проектного управляющего первые не требуют принятия сложных решений. Тогда можно сосредоточиться на ситуации, когда решение нетривиальное, и в результате оцениваемого воздействия одновременно на каких-то шагах вероятность успеха повышается, а на каких-то понижается. Предположим, оценивается решение, в результате которого изменились вероятности завершения проекта локально на двух шагах $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, причем $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$. При этом:

$$\begin{gathered} r'_a = r_a + \delta_a; \\ r'_b = r_b + \delta_b; \\ \mathrm{med}' = \mathrm{med} + \delta_{\mathrm{med}} + \delta'_{\mathrm{med}}; \\ n' = n + \delta_n + \delta'_n. \end{gathered} \tag{25}$$

Сначала найдем такие решения, которые не изменяют медианного значения:

$$\delta_{\mathrm{med}} + \delta'_{\mathrm{med}} = 0. \tag{26}$$

Подставляя (22) в (26), получим условие на относительные изменения:

$$\frac{\delta_a}{r_a} = -\frac{\delta_b}{r_b}. \tag{27}$$

Важно, что такое влияние на проект не является каким-то экстраординарным. При этом среднее значение количества шагов с учетом (15) изменится так:

$$\delta_n + \delta'_n = R_a \overline{n}_{i>a} \frac{\delta_a}{r_a} + R_b \overline{n}_{i>b} \frac{\delta_b}{r_b}. \tag{28}$$

Подставляя (27) в (28), получим после нескольких преобразований:

$$\delta_n + \delta_n^{'} = \left(R_a\overline{n}_{i>a} - R_b\overline{n}_{i>b}\right)\frac{\delta_a}{r_a} = R_a\left(\overline{n}_{i>a} - \prod_{i=a+1}^{b} r_i\overline{n}_{i>b}\right)\frac{\delta_a}{r_a} =$$
$$= R_a\left(1 + \sum_{i=a+1}^{b-1}\prod_{j=a+1}^{i} r_j\right)\frac{\delta_a}{r_a} = \left(R_a + \sum_{i=a+1}^{b-1}\prod_{j=1}^{i} r_j\right)\frac{\delta_a}{r_a} = \frac{\delta_a}{r_a}\sum_{i=a}^{b-1} R_i. \tag{29}$$

Для любого проекта даже в пределах той его части, которая находится до дедлайна, всегда существуют такие преобразования, которые приводят к изменению среднего, но безразличны с точки зрения медианы. Любые преобразования, которые не изменяют медианного значения, не только могут, но и должны изменять среднюю продолжительность проекта. По построению можно идентифицировать конкретный тип таких решений – это решения, связанные с перемещением рисков (угроз и возможностей в терминологии PRINCE2) между итерациями проекта.

Рассмотрим преобразования, сохраняющие среднее значение:

$$\delta_n + \delta_n^{'} = 0. \tag{30}$$

Из (30) и (15) следует, что:

$$\frac{\delta_b}{r_b} = -\frac{\delta_a}{r_a}\frac{R_a\overline{n}_{i>a}}{R_b\overline{n}_{i>b}}. \tag{31}$$

Для расчета итогового изменения медианного значения подставим (31) в (22) и применим те же преобразования, что понадобились при выводе (29):

$$\delta_{\text{med}} + \delta_{\text{med}}^{'} = -\frac{\delta_a}{r_a \ln\left(r_{\text{med}}\right)} - \frac{\delta_b}{r_b \ln\left(r_{\text{med}}\right)} =$$
$$= \frac{\delta_a}{r_a \ln\left(r_{\text{med}}\right) R_b\overline{n}_{i>b}}\left(R_a\overline{n}_{i>a} - R_b\overline{n}_{i>b}\right) = \frac{\delta_a}{r_a}\frac{\sum_{i=a}^{b-1} R_i}{\ln\left(r_{\text{med}}\right) R_b\overline{n}_{i>b}}. \tag{32}$$

Любое изменение, сохраняющее медианное значение, приводит к изменению среднего, любое изменение, сохраняющее среднее, неизбежно изменяет медиану. Идентификация таких управленческих решений несколько сложнее, поскольку формула (31) содержит помимо естественного требования, чтобы изменения были пропорциональны и противоположны по направлению, также и коэффициент $\boldsymbol{\frac{R_a\overline{n}_{i>a}}{R_b\overline{n}_{i>b}}}$, природа которого не так очевидна. Средняя вероятность преодолеть шаг $\boldsymbol{a}$ $\left(\boldsymbol{R_a}\right)$, умноженная на среднее количество шагов, которое понадобится, если он будет преодолен $\left(\boldsymbol{\overline{n}_{i>a}}\right)$. Это величина, которую можно было бы назвать «математическим ожиданием вклада от потенциального провала на рассматриваемом шаге в среднюю продолжительность». Она, очевидно, убывает, и получается, что для соблюдения равенства (31) необходимо переносить между шагами такие риски, которые сильнее влияют на более поздние итерации, обратно пропорционально вкладу от их потенциального провала в среднюю продолжительность проекта. Таким свойством обладают те «риски», которые в терминологии PRINCE2 называются допущениями.

Если во время исполнения проекта происходит какое-то событие, например, болезнь главного конструктора, то финальный срок сдачи проекта изменится более или менее одинаково, независимо от того, на поздних этапах событие случилось или на ранних. Конечно, чувствительность проекта к тем или иным рисковым событиям меняется по ходу его развития, но при разумном управлении проектом вклад от такого рода рисков в пределах критического пути более или менее одинаков. Если после начала проекта оказывается, что те или иные допущения, положенные в его основу, оказываются неверными, то вклад от такой ошибки в финальный срок оказывается тем больше, чем позднее она была обнаружена. В самом крайнем случае, обнаруженное неверное допущение приводит к тому, что проект нужно начинать сначала, соответственно, задержка, вызванная таким допущением, будет как раз пропорциональна среднему количеству шагов, которые понадобились бы, если бы проект пришлось начинать сейчас $\left(\bar{\boldsymbol{n}}_{i>a}\right)$.

Для любого проекта, даже если искусственно ограничить сферу управления исключительно итерациями до срока его сдачи, все равно оказывается, что существует по меньшей мере два класса мероприятий, которые не могут быть оправданны с позиции только одного из индикаторов – среднего срока или медианного срока выполнения проекта. Это означает, что если менеджер или исследователь будет использовать не тот индикатор, который установлен в качестве целевого заказчиком, то он рискует по меньшей мере упустить ряд правильных решений, и, возможно, будет принимать неверные и контрпродуктивные.

Возможны только два сценария изменения моды при изолированном воздействии на какую-либо итерацию: увеличение вероятности закончить в пределах управляемой итерации до тех пор, пока она не станет модой, либо уменьшение этой вероятности, которое приводит к уменьшению вероятности стать последней итерацией для моды, находящейся справа от управляемой итерации, до тех пор, пока модой не станет какая-то из итераций слева. Оба сценария можно использовать и в обратном направлении. Характерно, что в этих сценариях одно и то же направление движения моды требует изменения $\boldsymbol{r}_j$ в разных направлениях.

Заключение

В рамках исследования было доказано, что в рамках любого достаточно сложного проекта всегда существуют такие управленческие решения, которые будут оправданны с позиции зрения минимизации среднего срока, но приведут к увеличению медианного или наиболее вероятного срока завершения. Значительное число исследований, посвященных проектному управлению, оправдывают [15–19] или базируются на модели [2; 3; 9; 10], в которой неопределенность в сроках выполнения проекта экспоненциально убывает со временем. Такое распределение является следствием математической модели проекта, которая оказывается несостоятельной с учетом проведенного анализа. Экспоненциальное убывание вероятности завершения проекта со временем означает, что провал проекта на каждом шаге (отрезке времени) принимается равновероятным. Такая модель кажется перспективной потому, что позволяет смоделировать все риски в пределах проекта единственным параметром r – риском провала в рамках одного шага. При этом мода, очевидно, оказывается равной единице, а медианный и средний сроки выполнения практически совпадают (33):

$$\begin{gathered} r_i = r; \\ p_n = \left(1-r\right) r^{n-1}; \\ \bar{n} = \frac{1}{1-r}; \\ P_n = 1 - r^n; \\ med = \log_r\left(0,5\right) = \frac{\ln\left(0,5\right)}{\ln\left(r\right)}. \end{gathered} \tag{33}$$

Логарифм в знаменателе выражения для медианы вблизи единицы соответствует в точности как $\frac{1}{1-r}$. Это видно из графика, представленного на рис. 2.

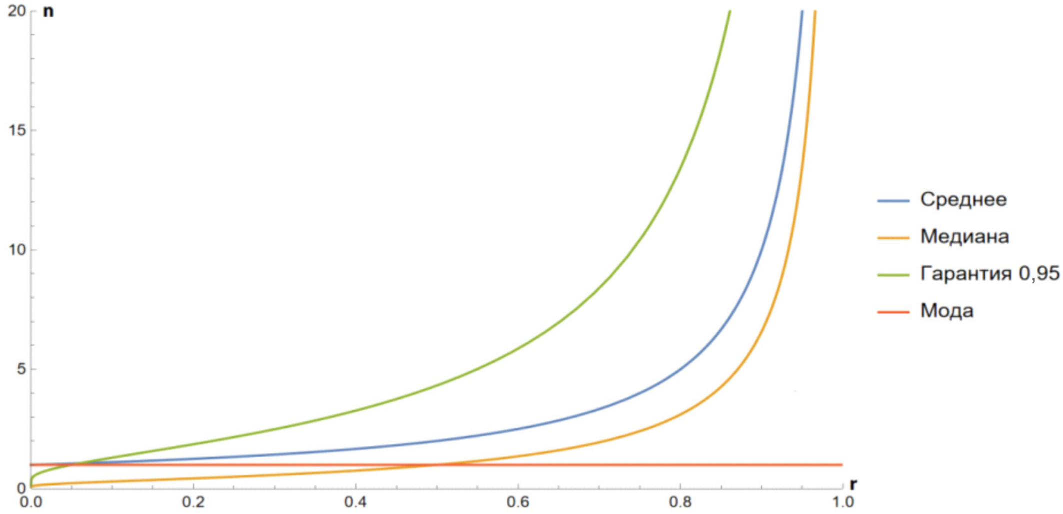


Рис. 2. Медианный и средний сроки завершения проекта

Очевидно, что эта модель не отражает реальную динамику проектов из-за того, что изменения медианного и среднего значения в ней строго пропорциональны друг другу, в реальных проектах, как было показано выше, это не так. Источник такого расхождения с реальностью заключается в том, что в подобной модели инструментарий управления сводится к равномерному изменению вероятности успеха на каждом шаге одновременно, а различная природа медианного и среднего срока проявляется как раз при комплексных разнонаправленных изменениях на различных итерациях. Основанные на неадекватной математической модели выводы и рекомендации для заказчиков приводят к таким требованиям к проектам, которые напрямую не позволяют оценивать те или иные управленческие решения.

Помимо критерия качества математических моделей, приведенные результаты исследования можно использовать для более эффективного управления проектом. С учетом отмеченной разницы в динамике моды, среднего и медианного сроков, при управлении любым проектом при отсутствии явно выраженного указания на то, какой из сроков для проекта является ключевым, следует уточнить эту информацию, иначе принятие решений будет осуществляться при неполной информации, и качество проектного управления пострадает. Это добавляет в арсенал менеджера проекта дополнительный инструмент в виде аргументации, основанной на том, что при равных вложениях одно мероприятие предпочтительнее другого только потому, что оно в большей степени влияет на медианный срок, а попадание в дедлайн для рассматриваемого проекта, по собственному мнению менеджера, важнее, чем средний срок завершения.

Список литературы

1. Institute, P.M. A Guide to the Project Management Body of Knowledge / P.M. Institute. – Seventh edition. – Pennsylvania: Project Management Institute, 2021. – 250 p.

2. Bayiz, M. Coordination and Incentive Contracts in Project Management Under Asymmetric Information / M. Bayiz, C.J. Corbett. – 2005. – 32 p. DOI: 10.2139/ssrn.914227

3. Zhao, J. Incentive modeling analysis in engineering applications and projects with stochastic duration time / J. Zhao, J.F. Su // Advances in Production Engineering & Management. – 2023. – Vol. 18. – P. 486–500. DOI: 10.14743/apem2023.4.487.

4. Du, L. Contingent stimulus in crowdfunding / L. Du, M. Hu, J. Wu // Production and Operations Management. – 2022. – № 9 (31). – P. 3543–3558. DOI: 10.1111/poms.13782

5. Zhang, J. Deadlines in Product Development / J. Zhang // Management Science. – 2016. – № 11 (62). – P. 3310–3326. DOI: 10.1287/mnsc.2015.2300

6. Vose, D. Risk Analysis: A Quantitative Guide / D. Vose; John Wiley & Sons, 2008. – 754 pp.

7. Keller, G. Statistics for Management and Economics / G. Keller. – 10th edition. – Stamford, Conn., USA Australia Brazil Japan Korea Mexico Singapore Spain United Kingdom United States: Cengage Learning. – 2014. – 992 pp.

8. Newbold, P. Statistics for Business and Economics / P. Newbold. – Eighth Edition. – Boston, Mass. Munich: Pearson Education, 2012. – 992 p.

9. Project Management Contracts with Delayed Payments / H. Kwon [et al.]. // Manufacturing & Service Operations Management. – 2010. – Vol. (12). – P. 692–707. DOI: 10.1287/msom.1100.0301

10. Zhao, J. Managing Projects Under Different Payment Schemes / J. Zhao, Y. Mu // Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management The 5th European International Conference on Industrial Engineering and Operations Management. – Rome, Europe: IEOM Society International. – 2022. – P. 1411–1423.

11. Sutherland, J. Scrum: The Art of Doing Twice the Work in Half the Time / J. Sutherland. – Crown Business, 2014. – 384 p.

12. PeopleCert. PRINCE2® 7 Managing Successful Projects / PeopleCert PeopleCert. – 2023. – 347 p.

13. Hillson, D. Managing Risk in Projects / D. Hillson. – London: Routledge, 2017. – 126 p.

14. Bayesian Data Analysis / A. Gelman, J.B. Carlin, H.S. Stern, D.B. Dunson, A. Vehtari, [et al.]. – 3rd edition. – Boca Raton: Chapman and Hall/CRC. – 2013. – 675 p.

15. From Project to Process Management: An Empirically-Based Framework for Analyzing Product Development Time / P. Adler [et al.] // Management Science. – 1995. – Vol. (41). – P. 458–484. DOI: 10.1287/mnsc.41.3.458

16. Boarnet, M. Business Losses, Transportation Damage and the Northridge Earthquake / M. Boarnet // Journal of Transportation and Statistics. – 1998. – Vol. 1. – P. 49–63. DOI: 10.21949/1501575

17. Cohen, I. Multi-Project Scheduling and Control: A Process-Based Comparative Study of the Critical Chain Methodology and Some Alternatives / I. Cohen, A. Mandelbaum, A. Shtub // Project Management Journal. – 2004. – Vol. 35. – P. 39–50. DOI: 10.1177/ 875697280403500206

18. Dean, B.V. Research project cost distributions and budget forecasting / B.V. Dean, S.J. Mantel, L.A. Roepcke // IEEE Transactions on Engineering Management. – 1969. – № 4 (EM-16). – P. 176–189. DOI: 10.1109/TEM.1969.6447077

19. Magott, J. Estimating the mean completion time of PERT networks with exponentially distributed durations of activities / J. Magott, K. Skudlarski // European Journal of Operational Research. – 1993. – Vol. 71, iss. 1. – P. 70–79. DOI: 10.1016/0377-2217(93)90261-K

20. Шиков, А.Н. Алгоритм разбиения проекта на партии при гибких технологиях планирования / А.Н. Шиков, А.Н. Пунтиков // Экономика. Право. Инновации. – 2023. – № 4. – С. 81–91.

References

1. Institute P. M. A Guide to the Project Management Body of Knowledge, Seventh edition, Pennsylvania: Project Management Institute, 2021, 250 p.

2. Bayiz M., Corbett C. J. Coordination and Incentive Contracts in Project Management Under Asymmetric Information, available at: https://doi.org/10.2139/ssrn.914227 (Accessed 23 May 2024).

3. Zhao J., Su J. F. Incentive modeling analysis in engineering applications and projects with stochastic duration time. *Advances in Production Engineering & Management*, 2023, vol. 18, pp. 486–500. DOI 10.14743/apem2023.4.487.

4. Du L., Hu M., Wu J. Contingent stimulus in crowdfunding. *Production and Operations Management*, 2022, no. 9 (31), pp. 3543–3558. DOI: 10.1111/poms.13782.

5. Zhang J. Deadlines in Product Development. *Management Science*, 2016, no. 11 (62), pp. 3310–3326. DOI 10.1287/mnsc.2015.2300.

6. Vose D. Risk Analysis: A Quantitative Guide. John Wiley & Sons, 2008, 754 p.

7. Keller G. Statistics for Management and Economics, Stamford, Conn., USA Australia Brazil Japan Korea Mexico Singapore Spain United Kingdom United States: Cengage Learning, 2014, 992 p.

8. Newbold P. Statistics for Business and Economics, Boston, Mass. Munich: Pearson Education, 2012, 992 p.

9. Kwon H., et al. Project Management Contracts with Delayed Payments. Manufacturing & Service Operations Management, 2010, vol. 12, pp. 692–707. DOI: 10.1287/ msom.1100.0301

10. Zhao J., Mu Y. Managing Projects Under Different Payment Schemes. Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management The 5th European International Conference on Industrial Engineering and Operations Management. Rome, Europe: IEOM Society International, 2022, pp. 1411-1423.

11. Sutherland J. Scrum: The Art of Doing Twice the Work in Half the Time / J. Sutherland, Crown Business, 2014, 384 p.

12. PeopleCert. PRINCE2® 7 Managing Successful Projects, 2023, 347 p.

13. Hillson D. Managing Risk in Projects, London: Routledge, 2017, 126 p.

14. Gelman A., et al. Bayesian Data Analysis, Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2013, 675 p.

15. Adler P. et al. From Project to Process Management: An Empirically-Based Framework for Analyzing Product Development Time. *Management Science*. 1995, vol. 41, pp. 458–484. DOI 10.1287/mnsc.41.3.458

16. Boarnet M. Business Losses, Transportation Damage and the Northridge Earthquake. *Journal of Transportation and Statistics*, 1998, vol. 1, pp. 49–63. DOI 10.21949/1501575.

17. Cohen I., Mandelbaum A., Shtub A. Multi-Project Scheduling and Control: A Process-Based Comparative Study of the Critical Chain Methodology and Some Alternatives. *Project Management Journal*, 2004, vol. 35, pp. 39–50. DOI 10.1177/875697280403500206.

18. Dean B. V., Mantel S. J., Roepcke L. A. Research project cost distributions and budget forecasting. IEEE Transactions on Engineering Management. 1969, no. 4 (EM-16), pp. 176–189. DOI 10.1109/TEM.1969.6447077.

19. Magott J., Skudlarski K. Estimating the mean completion time of PERT networks with exponentially distributed durations of activities. *European Journal of Operational Research*. 1993, vol.71, iss. 1, pp. 70–79. DOI 10.1016/0377-2217(93)90261-K.

20. Shikov A.N., Puntikov A.N. Algoritm razbieniya proekta na partii pri gibkih tekhnologiyah planirovaniya. *Ekonomika. Pravo. Innovacii*, 2023, no. 4, pp. 81–91.