

Култышева, Л. М. О построении простой приближенной математической модели реального нейрона / Л. М. Култышева, С. Ю. Култышев // Прикладная математика и вопросы управления. – 2025. – № 1. – С. 21–34. DOI 10.15593/2499-9873/2025.1.02

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Култышева, Л. М. О построении простой приближенной математической модели реального нейрона / Л. М. Култышева, С. Ю. Култышев. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2025.1.02 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2025. – № 1. – С. 21–34.



**ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ**

№ 1, 2025

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2025.1.02

УДК 517.977



О построении простой приближенной математической модели реального нейрона

Л.М. Култышева, С.Ю. Култышев

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 13 ноября 2024
Одобрена: 14 января 2025
Принята к публикации:
18 апреля 2025

Финансирование

Исследование не имело
спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии
конфликта интересов.

Вклад авторов

равноценен.

Ключевые слова:

мультиполярный ассоциативный
нейрон, химический синапс,
спайк, потенциал действия, поро-
говый принцип, постсинаптиче-
ский потенциал, математиче-
ская модель, алгоритм,
входной и выходной сигнал,
задача идентификации,
искусственная нейронная сеть

АННОТАЦИЯ

Предлагается простой дискретный алгоритм, моделирующий работу мультиполярного ассоциативного нейрона с синапсами, и простая приближенная математическая модель синапса. Коэффициенты моделей находятся путем решения задачи идентификации по результатам измерений входов и выходов блоков, из которых состоит структурная схема нейрона и синапса. Полученные математические модели частично отражают основные свойства реальных нейронов и синапсов. Они могут использоваться для создания искусственных нейронных сетей и систем искусственного интеллекта при математическом моделировании работы мозга человека.

© Култышева Людмила Михайловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика», e-mail: kultysheva.lm@yandex.ru.

Култышев Сергей Юрьевич – нештатный научный сотрудник, e-mail: kultyshhev.su@yandex.ru.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Kultysheva L.M., Kultyshev S.Yu. About construction simple approximate mathematical model of real neuron. *Applied Mathematics and Control Sciences*. 2025, no. 1, pp. 21–34. DOI: 10.15593/2499-9873/2025.1.02

MDPI and ACS Style: Kultysheva, L.M.; Kultyshev, S.Yu. About construction simple approximate mathematical model of real neuron. *Appl. Math. Control Sci.* **2025**, *1*, 21–34. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2025.1.02>

Chicago/Turabian Style: Kultysheva, Liudmila M., and Sergei Yu. Kultyshev. 2025. “About construction simple approximate mathematical model of real neuron”. *Appl. Math. Control Sci.* no. 1: 21–34. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2025.1.02>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES
№ 1, 2025
<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2025.1.02

UDC 517.977



About construction simple approximate mathematical model of real neuron

L.M. Kultysheva, S.Iu. Kultyshev

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 13 November 2024
Approved: 14 January 2025
Accepted for publication:
18 April 2025

Funding

This research received
no external funding.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict
of interest.

Author Contributions

equivalent.

Keywords:

multipolar associative neuron,
chemical synapse, spike, action
potential, threshold principle, post-
synaptic potential, mathematical
model, algorithm, input and output
signal, identification problem,
artificial neural network

ABSTRACT

A simple discrete algorithm is proposed that simulates the operation of a multipolar associative neuron with synapses and simple approximate mathematical model of synapse. The coefficients of the models are found by solving the identification problem by measuring of inputs and outputs of blocks that make up the block diagram of the neuron and synapses. The obtained mathematical models partially reflect the basic properties of real neurons and synapses. They can be used to create artificial intelligence systems for mathematical modeling the human brain.

© **Liudmila M. Kultysheva** – CSc. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Applied Mathematics, e-mail: kultysheva.lm@yandex.ru.

Sergei Iu. Kultyshev – freelancer researcher, e-mail: kultyshev.su@yandex.ru.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Как известно, мозг человека состоит из клеток, основными из которых являются нейроны и синапсы [1–4]. Нейроны – это клетки, которые генерируют и пропускают электрические импульсы (спайки), а синапсы – это клетки, через которые осуществляется связь между нейронами и которые участвуют в процессе генерации и передачи этих импульсов. Передача импульсов происходит по нервным волокнам, которые могут быть для нейрона входными (дендриты) и выходными (аксоны). Нейроны подразделяются на три основных класса – это чувствительные (афферентные), принимающие электрические сигналы от рецепторов зрения, слуха и других чувствительных органов; двигательные (эфферентные), посылающие управляющие сигналы в мышцы, связки, хрящи и другие исполнительные органы; и промежуточные (ассоциативные), принимающие и передающие сигналы нейронов между собой (и друг с другом). В настоящей работе рассматриваются в основном ассоциативные нейроны. Кроме того, в зависимости от числа входов и выходов, нейроны бывают однополярные (у которых только один выход, а входов нет), биполярные (у которых один вход и один выход) и мультиполярные (у которых много входов и один выход).

Наибольший интерес (судя по многочисленным публикациям) представляет собой мультиполярный нейрон с химическими синапсами, анализу которого посвящена эта статья.

Общая структура мультиполярного нейрона с химическими синапсами представлена на рис. 1.

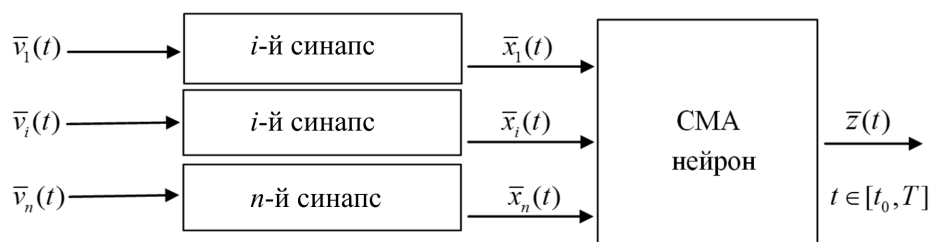


Рис. 1. Общая структура нейрона с синапсами

Здесь $\bar{v}_i(t)$ и $\bar{x}_i(t)$ – входной и выходной сигнал i -го синапса соответственно, $\bar{z}(t)$ – выходной сигнал нейрона, $[t_0, T]$ – отрезок времени существования нейрона, СМА-нейрон – собственно мультиполярный ассоциативный нейрон.

Наглядно вид мультиполярного нейрона с синапсами изображен на рис. 2.

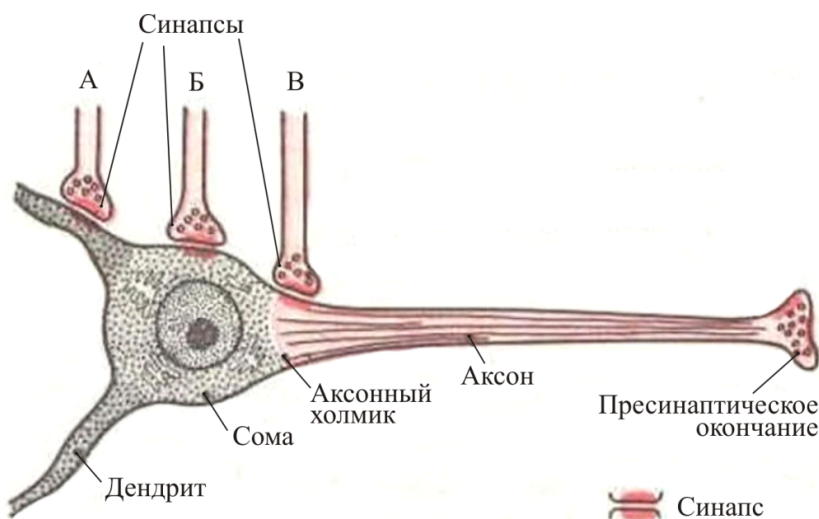


Рис. 2. Внутреннее строение нейрона с синапсами. Изображение создано на основе данных работы [13]. Здесь через А, Б, В обозначены аксоны предшествующих нейронов

Введем обозначения: $v(t) = \bar{v}(t) - z_0$, $x(t) = \bar{x}(t) - z_0$, $z(t) = \bar{z}(t) - z_0$, где z_0 – потенциал покоя.

Сигналы на входах А, Б, В и на выходе нейронного аксона, согласно [14], представляют собой серии импульсов вида, представленного на рис. 3.

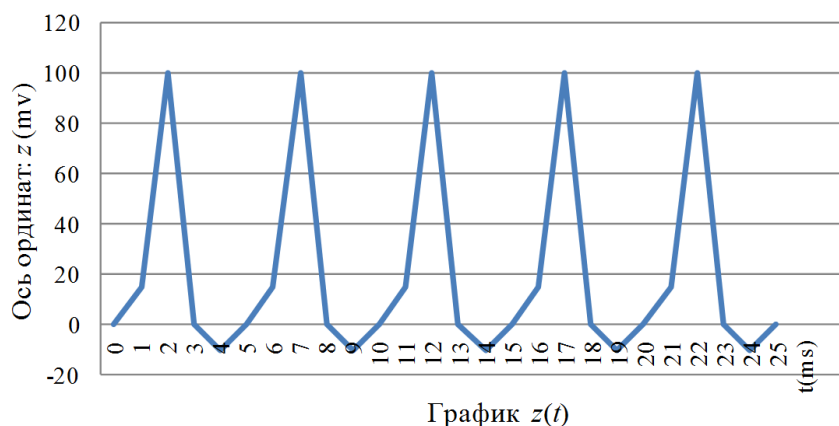


Рис. 3. Выходной сигнал многополярного ассоциативного нейрона

Сигнал на аксонном холмике представляет собой электрический потенциал, образующийся после суммирования постсинаптических потенциалов синапсов А, Б, В, Г. Он, согласно [14], имеет вид, показанный на рис. 4.

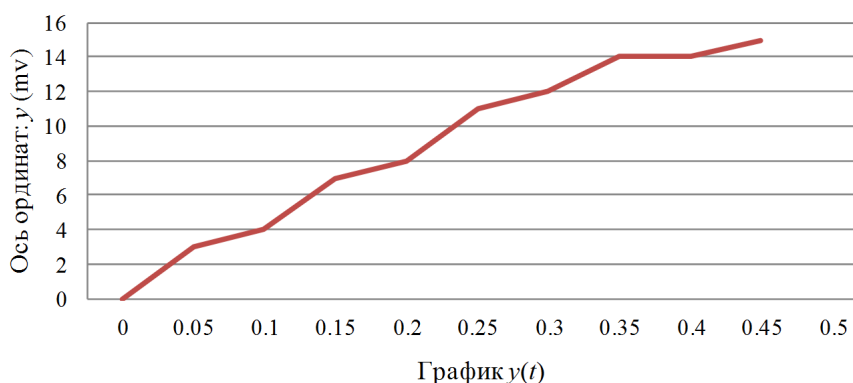


Рис. 4. Постсинаптический потенциал на аксонном холмике

Одиночный импульс выходного сигнала $z(t)$ ассоциативного нейрона, согласно [15], приведен на рис. 5.

На рис. 5 на участке от 0,2 до 4,2 мс изображен спайк. Функцию зависимости этого потенциала от времени, сдвинутую в начало координат и определенную на отрезке времени $[0, \tau]$, где $\tau = 4$ мс, обозначим через $z^*(t)$.

Имея результаты измерений этой функции, нетрудно приближенно построить ее в виде кусочно-линейной, степенной, тригонометрической или какой-нибудь другой полиномиальной аппроксимации с помощью обычных методов интерполяции или МНК.

Соответствующий ему постсинаптический потенциал (выходной сигнал) типичного химического синапса показан на рис. 6.

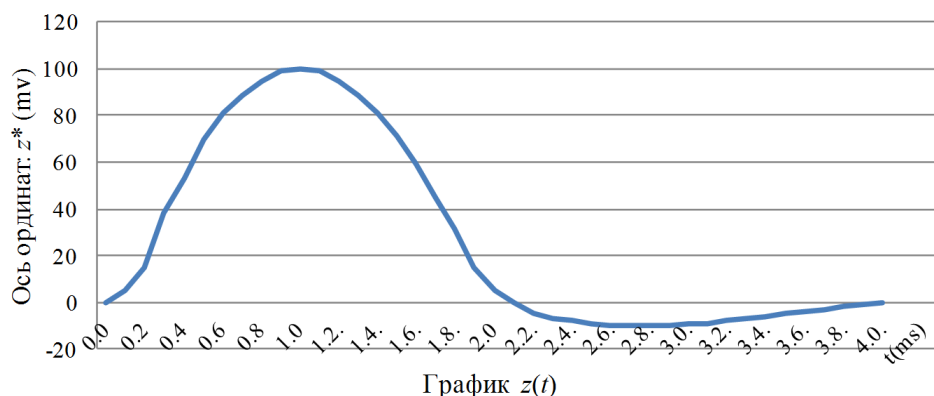


Рис. 5. Выходной импульс типичного СМА нейрона

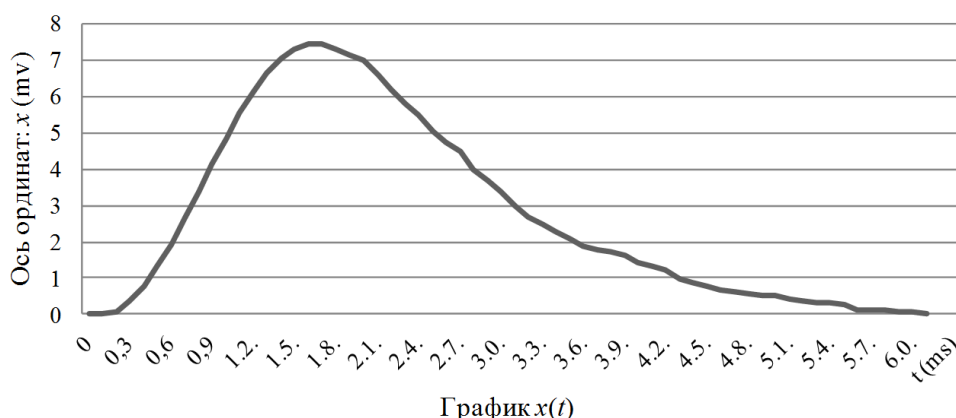


Рис. 6. Выходной сигнал типичного химического возбуждающего синапса*

Приближенную математическую модель i -го синапса можно строить в виде дифференциального уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = a_i x_i(t) + b_i v_i(t - h_i), t \in [t_0 + h_i, T], \\ x_i(t) = 0, t \in [t_0, t_0 + h_i], \end{cases} \quad (1)$$

где $v_i(t) = \bar{v}_i(t) - z_0$, $x_i(t) = \bar{x}_i(t) - z_0$, $z(t) = \bar{z}(t) - z_0$, а z_0 – потенциал покоя. Или, в силу формулы Коши, в виде оператора

$$x_i(t) = \begin{cases} b_i e^{a_i t} \int_{t_0 + h_i}^t e^{-a_i s} v_i(s - h_i) ds, t \in [t_0 + h_i, T], i = \overline{1, n}, \\ 0, t \in [t_0, t_0 + h_i], i = \overline{1, n}, \end{cases}$$

где $v_i \in S[t_0, T]$, $x_i \in S[t_0, T]$; a_i, b_i, h_i – постоянные коэффициенты, значения которых зависят от того, является синапс возбуждающим или тормозящим, а $S[t_0, T]$ – пространство ограниченных на $[t_0, T]$ функций. Возбуждающим считается синапс, выходной сигнал кото-

* Иллюстрация взята из: Передача сигнала в химическом синапсе [Электронный ресурс]. – URL: <https://present5.com image-44.jpg> (дата обращения: 01.11.2024).

рого может привести к возбуждению спайка, а тормозящим – такой, что его выходной сигнал может затормозить это возбуждение.

Замечание 1. Приближенная модель (1) получена нами в результате анализа моделей синапса, представленных в [6].

Математическую модель собственно мультиполярного ассоциативного (СМА) нейрона предлагается строить в виде:

$$z(t) = (Ay)(t), \quad y(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (2)$$

где $A: S[t_0, T] \rightarrow S[t_0, T]$ – непрерывный, ограниченный оператор.

Оператор A должен отражать свойства нейрона и соответствовать результатам измерений входа и выхода, а коэффициенты a_i , b_i , h_i ищутся тоже по результатам измерений входа и выхода путем решения задачи идентификации [7–9].

Структурная схема модели СМА-нейрона (согласно вышесказанному) показана на рис. 7.

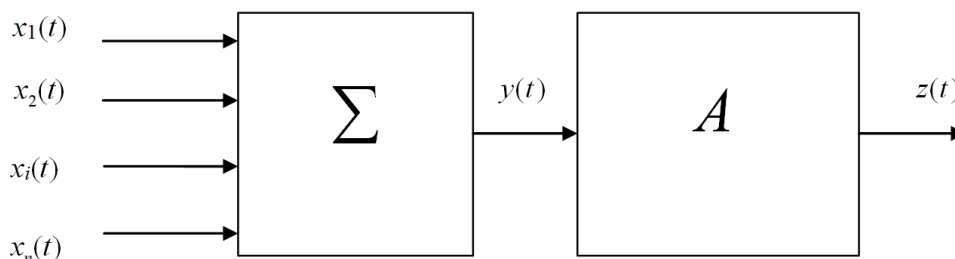


Рис. 7. Структурная схема модели СМА-нейрона

Здесь $y(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t)$ – выходной сигнал блока Σ , а $z(t)$ – выходной сигнал нейрона,

который описывается равенством $z(t) = (Ay)(t)$, где A – упомянутый выше оператор. Для построения оператора A нужно перечислить свойства нейрона, которые должен отражать этот оператор.

Согласно [1–6], основными свойствами нейрона являются следующие:

1) входной сигнал $y(t)$ является суммой выходных сигналов синапсов, и поэтому он может иметь «произвольный» вид (в некоторых амплитудно-частотных границах);

2) пороговый принцип возникновения спайка: если $y(t)$ больше или равно некоторого порогового значения p , то на выходе появляется стандартный импульс $z^*(t)$ (спайк) длительностью τ независимо от того, какое значение принимает $y(t)$ после перехода через порог (см. рис. 3), а если $y(t)$ меньше p , то на выходе спайка нет и выходной потенциал равен $y(t)$ (см. рис. 3);

3) чем больше амплитуда входного сигнала $y(t)$, тем больше частота выходных импульсов;

4) нейрон обладает памятью, то есть выходной сигнал в момент времени t зависит от его предыстории.

Явный вид оператора A вообще говоря неизвестен, но известны некоторые математические модели, которые приближенно определяют его с той или иной степенью точности (адекватности).

Самой простой и широко используемой является модель МакКалока – Питтса [10]:

$$z(t) = f[y(t)], \quad t \in [t_0, T],$$

где f – функция активации, которая в простейшем случае имеет вид

$$f(y) = \begin{cases} 0, & \text{если } y < p, \\ 1, & \text{если } y \geq p, \end{cases} \quad (\text{здесь } p \text{ – величина упомянутого порога возбуждения}).$$

При построении искусственных нейросетей обычно заменяют эту функцию на более гладкую (дифференцируемую), которая аппроксимирует ее, например, на функцию

$$f(y) = \frac{1}{1 + \exp[\lambda(y - p)]}, \quad \lambda = \text{const}, \quad p = \text{const}, \quad \lambda < 0, \text{ или другие [1].}$$

Но модель МакКалока – Питтса не обладает свойствами 2), 3), 4) реального нейрона, поэтому она используется только в искусственных нейросетях (ИНС).

Более «адекватные» модели описаны в [1]. Среди них наиболее подробной и адекватной считается модель Ходжкина – Хаксли, представляющая собой нелинейную систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику потенциала мембраны, с которой отождествляется нейронная клетка. Там же дается описание моделей ФитцХью – Нагумо, Морриса – Лекара и другие, которые являются упрощениями модели Ходжкина – Хаксли.

Кроме того, есть модели динамики мембранного потенциала нейрона в виде системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом [12].

Но для построения оператора A эту систему нужно приближенно решать, что является довольно трудоемкой задачей. Поэтому желательно иметь простую модель типа «вход – выход», для которой оператор A определялся бы достаточно простым алгоритмом и, обладая перечисленными выше свойствами, соответствовал измерениям входа и выхода реального нейрона.

Исходя из свойств 1), 2), 4), можно приближенно определить оператор A следующим способом:

Алгоритм № 1

1. Положить $y(t_0) = 0$, так как это начальное положение.
2. Если $y(t) < p$ при $t \in [t_0, t_1]$, где $t_1: y(t_1) = \dot{p}$, то $z(t) = y(t)$ при $t \in [t_0, t_1]$ и $z(t) = z^*(t - t_1)$ при $t \in [t_1, t_1 + \tau]$.
3. Если $y(t_1 + \tau) \geq p$, то $z(t) = z^*(t - t_1 - \tau)$ при $t \in [t_1 + \tau, t_1 + 2\tau]$.
4. Если $y(t_1 + 2\tau) \geq p$, то $z(t) = z^*(t - t_1 - 2\tau)$ при $t \in [t_1 + 2\tau, t_1 + 3\tau]$, и так далее, пока не будет выполнено неравенство $y(t_1 + m_1\tau) < p$ при некотором m_1 .
5. Если $y(t) < p$ при $t \in [t_1 + m_1\tau, t_2]$, где $t_2: y(t_2) = \dot{p}$, то $z(t) = y(t)$ при $t \in [t_1 + m_1\tau, t_2]$ и $z(t) = z^*(t - t_2)$ при $t \in [t_2, t_2 + \tau]$.

6. Если $y(t_2 + \tau) \geq p$, то $z(t) = z^*(t - t_2 - \tau)$ при $t \in [t_2 + \tau, t_2 + 2\tau]$.

7. Если $y(t_2 + 2\tau) \geq p$, то $z(t) = z^*(t - t_2 - 2\tau)$ при $t \in [t_2 + 2\tau, t_2 + 3\tau]$, и так далее, пока не будет выполнено неравенство $y(t_2 + m_2\tau) < p$ для некоторого m_2 .

8. И так далее, аналогично пунктам 2–7, пока не выполнится неравенство $t > T$, после чего закончить выполнение алгоритма.

Этот алгоритм можно пояснить на иллюстративном примере.

Пример 1. Если входной сигнал $y(t)$ имеет вид, который показан на рис. 8, то выходной сигнал $z(t)$ предлагаемой модели имеет вид, приведенный на рис. 9. При этом функция $z^*(t)$ имеет вид, указанный на рис. 10.

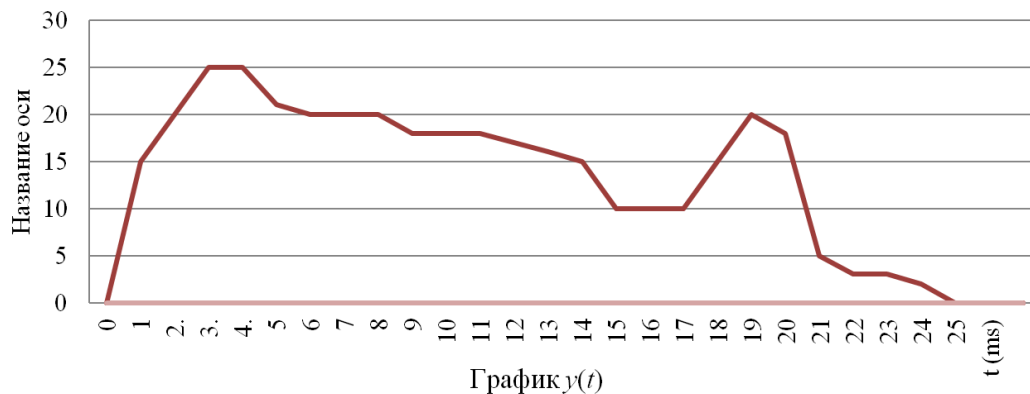


Рис. 8. График $y(t)$ (вход блока А)

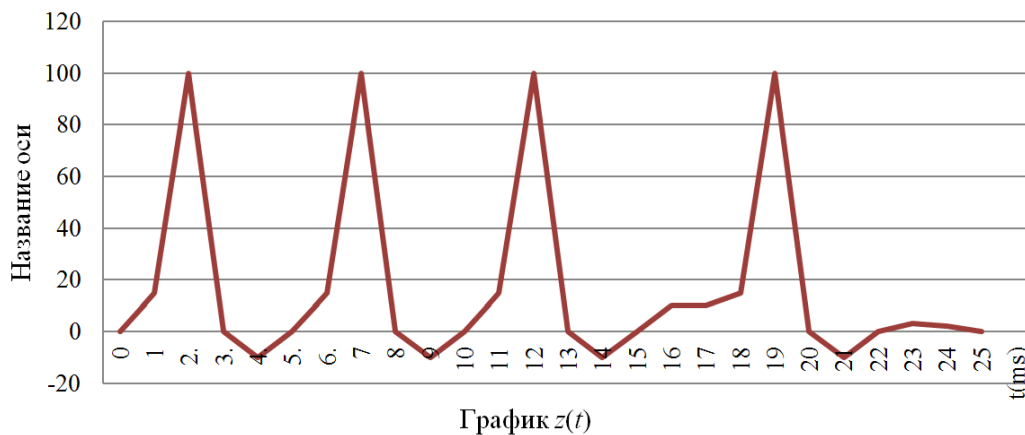


Рис. 9. График $z(t)$ (выход СМА нейрона)

Здесь $z_0 = -70$ (mv), $z_{\max} = +100$ (mv), $z_{\min} = -10$ (mv), $p = +15$ (mv), $\tau = 4$ (ms), (mv – милливольт, ms – миллисекунда).

Реальный выходной сигнал (вообще-то) не имеет разрывов (см. рис. 3), но сигнал на выходе этой модели приближенно отражает его (в крайнем случае его можно подправить, заменив скачок на крутой непрерывный подъем, как это сделано на рис. 9). Кроме этого, на вход нейрона в момент времени t поступает входной сигнал $y(t)$, а выходной сигнал в этот момент зависит от $y(t)$ и от предыстории входного сигнала, т.е. алгоритм (оператор А) должен строиться по этим данным. Причем этот алгоритм должен быть реализуем на компьютере, так как речь идет о математической модели нейрона. Поэтому его имеет смысл строить в дискретном виде, т.е. с дискретным временем. Такой алгоритм может быть описан следующим образом.

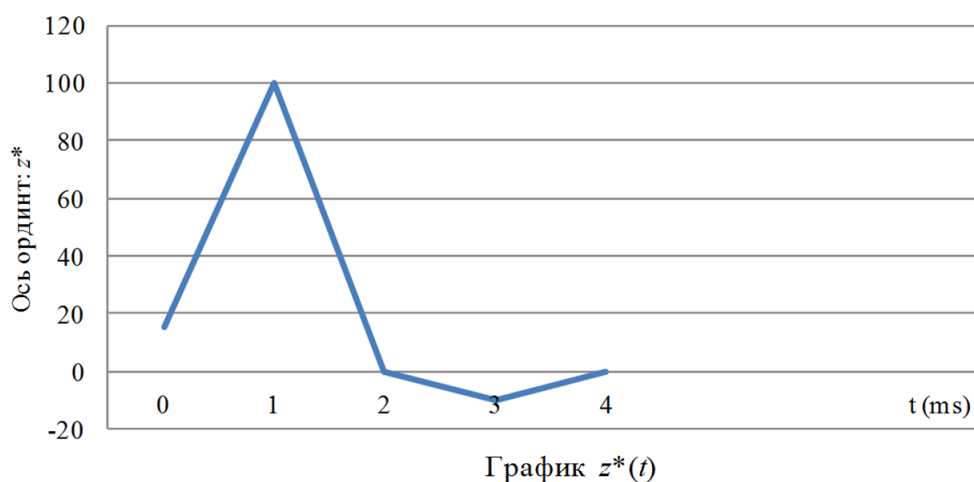


Рис. 10. Примерный график спайка

Алгоритм № 2

1. Положить $y(t_0) = 0, i = 1, t_i = t_0 + i\Delta$.
 2. Проверить неравенство $y(t_i) < p$. Если оно выполняется, то положить $z(t_i) = y(t_i)$, запомнить $z(t_i)$ и перейти к пункту 5, а если не выполняется (т.е. если $y(t_i) \geq p$), то положить $t^* = t_i, z(t_i) = z(t^*) = z^*(0)$, запомнить $z(t_i)$ и перейти к пункту 3.
 3. Положить $i = i_{np} + 1$, где i_{np} — предыдущее значение i , вычислить $t_i = t_0 + i\Delta$ и перейти к пункту 4.
 4. Проверить условие $t_i \in (t^*, t^* + \tau]$. Если оно выполняется, то положить $z(t_i) = z^*(t_i - t^*)$, запомнить $z(t_i)$ и перейти к пункту 3. А если оно не выполняется (т.е. если $t_i > t^* + \tau$), то перейти к пункту 5.
 5. Проверить неравенство $t_i \leq T$. Если оно выполняется, то положить $i = i_{np} + 1, t_i = t_0 + i\Delta$ и перейти к пункту 2. А если $t_i > T$, то перейти к пункту 6.
 6. Прекратить вычисления (конец алгоритма).
- Здесь: $t_i \in [t_0, T]$, а Δ — достаточно малое положительное число (шаг дискретизации), причем t_0, τ и T должны быть кратными числу Δ .

Далее, чтобы построить полную модель нейрона с синапсами, нужно найти параметры модели синапса (1).

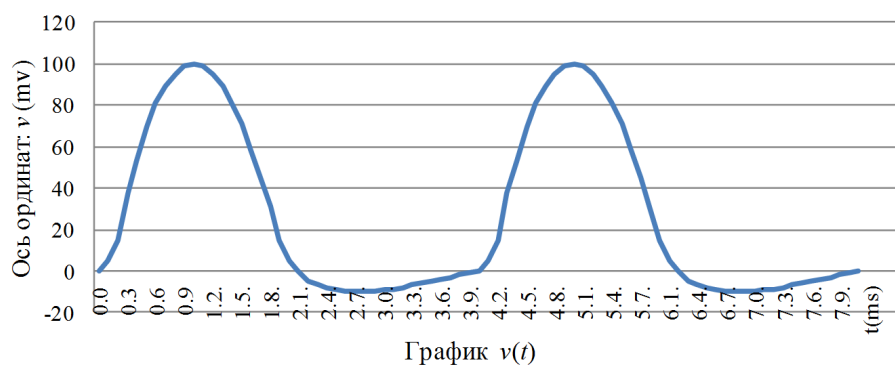
Входным сигналом синапса для СМА-нейрона является выходной сигнал предыдущего (пресинаптического) нейрона, а выходным — постсинаптический потенциал последующего (постсинаптического) нейрона.

Графики входного и выходного сигналов возбуждающего синапса в случае двойного импульса показаны на рис. 11*.

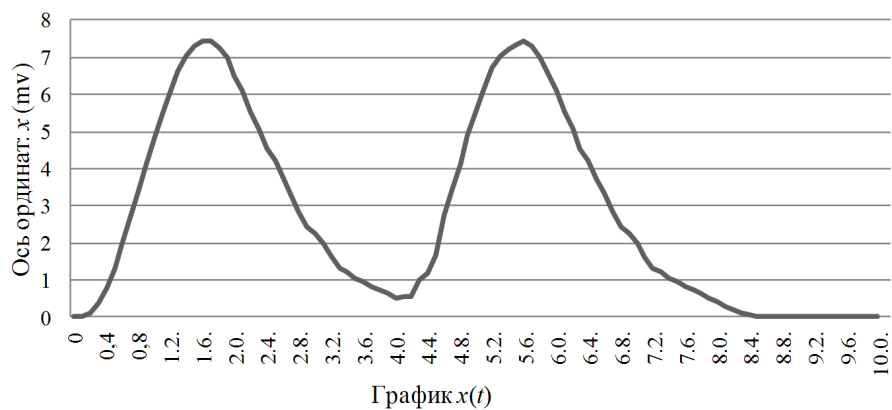
Графики входного и выходного сигналов тормозящего синапса в случае одинарного импульса показаны на рис. 12**.

* Иллюстрация взята из: Механизм генерации возбуждающего постсинаптического потенциала (ВПСП) [Электронный ресурс]. — URL: <https://ct.ppt-online.org/slide-15.jpg> (дата обращения: 01.11.2024).

** Иллюстрация взята из: Механизм генерации тормозного постсинаптического потенциала (ТПСП) [Электронный ресурс]. — URL: <https://ct.ppt-online.org/slide-16.jpg> (дата обращения: 01.11.2024).

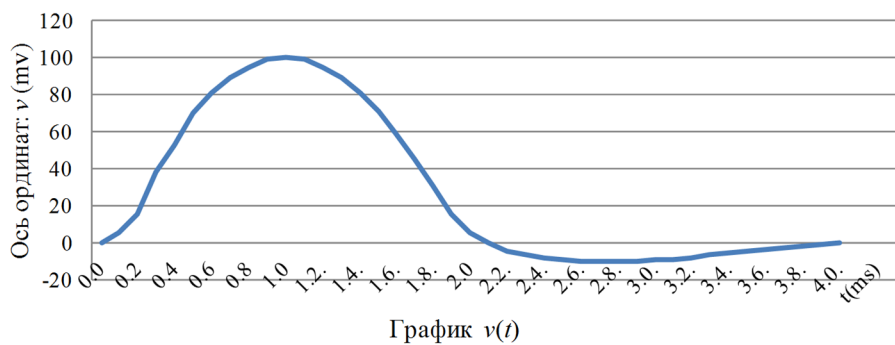


a

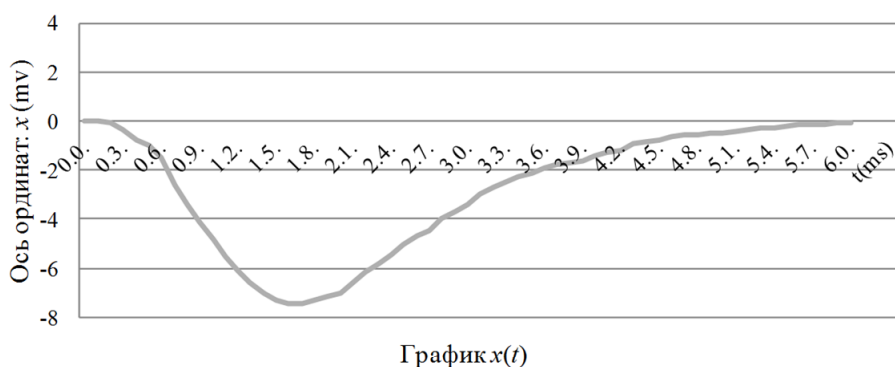


б

Рис. 11. Сигнал возбуждающего химического синапса (двойной импульс):
a – входной; *б* – выходной



a



б

Рис. 12. Сигнал тормозящего химического синапса (одинарный импульс):
a – входной; *б* – выходной

Зная функцию $z^*(t)$, тип синапса (возбуждающий или тормозящий) и имея результаты измерений выходного сигнала синапса, можно найти параметры модели (1), решая задачу идентификации с помощью стандартных методов интерполяции и аппроксимации (например, МНК). Для типичного возбуждающего химического синапса, определяемого моделью

$$\begin{aligned} x(t) &= ax(t) + bv(t-h), t \in [t_0 + h, T], \\ x(t) &= 0, t \in [t_0, t_0 + h], \end{aligned} \quad (3)$$

коэффициенты a , b , h имеют приближенные значения: $a \approx -1,01$, $b \approx 0,17$, $h \approx 0,1$. А для тормозящего синапса при этой же модели: $a \approx -1,01$, $b \approx -0,17$, $h \approx 0,2$.

Эти значения получены при следующих параметрах типичных сигналов $v(t)$ и $x(t)$:

- 1) для возбуждающего синапса: $x_{\max} \approx +10$ (mv), $x_{\min} = 0$ (mv);
- 2) для тормозящего синапса: $x_{\max} = 0$ (mv), $x_{\min} \approx -10$ (mv);
- 3) для предшествующего нейрона: $v_{\max} \approx +100$ (mv), $v_{\min} = -10$ (mv), $z_0 = -70$ (mv), $\tau = 4$ (ms), $p = +15$ (mv).

Если в результате измерений входа и выхода синапса известны значения $v(t_i)$ и $x(t_i)$, где $t_i = t_0 + i\Delta$ – дискретные моменты времени, а Δ – малый шаг дискретизации, то от непрерывной модели (3) можно перейти к приближенной дискретной модели следующим образом. Запишем дифференциальное уравнение в момент t_i , тогда получим

$$\dot{x}(t_i) = ax(t_i) + bv(t_i - h), i = \overline{0, N}.$$

Далее, заменив $\dot{x}(t_i)$ на разностный аналог $\frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta}$ и введя обозначения

$v_i = v(t_i - h)$, $x_i = x(t_i)$, $\dot{x}_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta}$, получим приближенную дискретную модель

$$\dot{x}_i = ax_i + bv_i, i = \overline{0, N} \quad (4)$$

или после элементарных преобразований рекуррентную формулу для этой модели

$$x_{i+1} = x_i + (ax_i + bv_i)\Delta, i = \overline{0, N}, \quad (5)$$

которая является приближенным дискретным аналогом модели (3). Модель (4) позволяет приближенно определить параметры a и b методом наименьших квадратов (МНК). То есть минимизируя сумму квадратов $\sum_{i=0}^N (\dot{x}_i - ax_i - bv_i)^2$, приходим к решению линейной системы алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \langle \tilde{x}, \tilde{x} \rangle a + \langle \tilde{v}, \tilde{x} \rangle b = \langle \dot{\tilde{x}}, \tilde{x} \rangle, \\ \langle \tilde{x}, \tilde{v} \rangle a + \langle \tilde{v}, \tilde{v} \rangle b = \langle \dot{\tilde{x}}, \tilde{v} \rangle \end{cases}$$

относительно искомым a и b , где

$$\langle \tilde{x}, \tilde{x} \rangle = \sum_{i=0}^N x_i^2, \langle \tilde{v}, \tilde{x} \rangle = \sum_{i=0}^N x_i v_i, \langle \dot{\tilde{x}}, \tilde{x} \rangle = \sum_{i=0}^N \dot{x}_i x_i, \langle \tilde{v}, \tilde{v} \rangle = \sum_{i=0}^N v_i^2, \langle \dot{\tilde{x}}, \tilde{v} \rangle = \sum_{i=0}^N \dot{x}_i v_i,$$

$$\tilde{x} = \text{col}\{x_0, \dots, x_N\}, \tilde{v} = \text{col}\{v_0, \dots, v_N\}, \dot{\tilde{x}} = \text{col}\{\dot{x}_0, \dots, \dot{x}_N\}.$$

Здесь t_0 – начальный момент времени возникновения одиночного выходного импульса пресинаптического нейрона, а t_N – момент времени окончания соответствующего выходного импульса синапса (постсинаптического потенциала), (см. рис. 5).

Величина параметра h была определена по графикам (см. рис. 11) – это величина запаздывания сигнала $x(t)$ относительно сигнала $v(t)$. То есть величины a и b являются решением задачи идентификации модели (3) по результатам измерений входного и выходного сигнала синапса [7–9].

Таким образом, для построения предлагаемой математической модели нейрона достаточно найти параметры a_i , b_i , h_i для каждого синапса, решая задачу идентификации модели (3) по результатам измерений его входа и выхода, и построить функцию $z^*(t)$ по результатам измерений выхода СМА-нейрона (см. рис. 5). Предлагаемая приближенная модель нейрона обладает свойствами 1), 2), 4).

Но свойству 3) она удовлетворяет частично (не в полной мере), так как частота импульсов зависит только от того, превосходит амплитуда входного сигнала $y(t)$ величину p или нет. Поэтому эту модель можно использовать как некоторое приближение к реальному нейрону, но она вполне пригодна для построения ИНС, имитирующих функции мозга человека.

Замечание 2. В предлагаемой модели для большей адекватности уравнение $y(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t)$ можно усложнить и заменить на $y(t) = \sum_{i=1}^n c_i x_i(t)$, где c_i – постоянные коэффициенты, которые нужно будет идентифицировать по результатам измерений входов $x_i(t)$ и выхода $y(t)$.

Список литературы

1. Прокин, И.С. Математическое моделирование нейродинамических систем: электронное учебное пособие / И.С. Прокин, А.Ю. Симонов, В.Б. Казанцев. – Нижний Новгород: НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2012. – 41 с.
2. Lapique, M.L. Recherches quantitatives sur l'excitation Electrique des Nerfs Traitee comme une Polarisation / M.L. Lapique // Journal de Physiologie et Pathologie General. – 1907. – Vol. 9. – P. 620–635.
3. Izhikevich, E.M. Dynamical systems in neuroscience: the geometry of excitability and bursting / E.M. Izhikevich. – Cambridge, Massachusetts, London, England: The MIT press. – 2007. – 519 p.
4. Rabinovich, M. Dynamical principles in neuroscience / M. Rabinovich // Reviews of Modern Physics. – 2006. – Vol. 78, № 4. – P. 1213–1265.
5. Hodgkin, A.L. A quantitative description of membrane current and excitation in nerve / A.L. Hodgkin, A.F. Huxley // The Journal of physiology. – 1952. – Vol. 117, № 4. – P. 500–544.

6. Сложные динамические сети [Электронный ресурс] : презентация / Институт прикладной физики Российской Академии наук; В. И. Некоркин, Д.В. Касаткин, А.С. Дмитричев, Д.С. Щапин, О.В. Масленников – https://nonlinearwaves.ipfran.ru/www_2016/materials/Nekorkin1.pdf (дата обращения: 01.11.2024).
7. Култышев, С.Ю. Идентификация математических моделей реальных объектов: теория и приложения / С.Ю. Култышев, Л.М. Култышева. – Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2017. – 330 с.
8. Култышев, С.Ю. Идентификация математической модели при наличии неизмеряемых внешних воздействий на моделируемый объект / С.Ю. Култышев, Л.М. Култышева, М.В. Милюша // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2018. – № 3. – С. 123–142.
9. Култышев, С.Ю. Задача идентификации математической модели при наличии неизмеряемых внешних воздействий на моделируемый объект / С.Ю. Култышев, Л.М. Култышева // Прикладная математика и вопросы управления. – 2020. – № 1. – С. 37–55.
10. McCulloch, W.S. A logical Calculus of ideas immanent in Nervous Activity / W.S. McCulloch, W. Pitts // Bulletin of Mathematical Biophysics. – 1943. – Vol. 5. – P. 115–133.
11. Нейросетевые структуры и технологии. Часть 1. Электрические и математические модели нейронов. НС прямого распространения: учебное пособие для вузов / В. И. Ключокин, Ю. К. Николаенков. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2008. – 63 с.
12. Майоров, В.В. Математическое моделирование нейронной сети на основе уравнений с запаздыванием / В.В. Майоров, И.Ю. Мышкин // Математическое моделирование. – 1990. – № 1. – С. 64–76.
13. Зайцев, В.Г. Биохимия нервной ткани [Электронный ресурс]: презентация слайдов к лекций / ООО «Инфоурок»; В. Г. Зайцев. – 2008 – 77 с. – URL: <https://infourok.ru/biohimiya-nervnoj-tkani-4783509.html> (дата обращения: 01.11.2024).
14. Возбуждение нейрона. Потенциал действия нейрона [Электронный ресурс] / Редакция сайта МедУнивер; под ред. И. Милевски. – URL: https://meduniver.com/Medical/Neurology/potencial_deistvia_neirona.html (дата обращения: 01.11.2024).
15. Дубынин, В.А. Химия мозга: курс видеолекций [Электронный ресурс] / МГУ имени М. В. Ломоносова; В.А. Дубынин. – URL: <https://teach-in.ru/course/brain-chemistry> (дата обращения: 01.11.2024).

References

1. Prokin I.S., Simonov A.Iu., Kazancev V.B. Mathematical modelling of neurodynamic systems. Nizhnyi Novgorod: N.I. Lobachevsky National State University, 2012, 41 p.
2. Lapicque M.L. Recherches quantitative sur l'excitation Electrique des Nerfs Nraitec comme une Polarisation. *Journal de Physiologie et Pathologie General*, 1907, vol. 9, pp. 620-635.
3. Izhikevich E.M. Dynamical systems in neuroscience: the geomenry of excitability and bursting. Cambridge, Massachusetts, London, England: The MIT press, 2007, 519 p.
4. Rabinovich M. Dynamical principles in nruroscience. *Reviews of Modern Physics*, 2006, vol.78, no. 4, pp.1213-1265.
5. Hodgkin A.L., Huxley A.F. A quantative description of membrane current and excitation in nerve. *The Journal of physiology.*- 1952. vol. 117, no. 4, pp. 500-544.

6. Nekorkin V.I. Complex dynamic networks, available at: https://nonlinearwaves.ipfran.ru/www_2016/materials/Nekorkin1.pdf (Accessed 01 November 2024).
7. Kultyshev S.Iu., Kultysheva L.M. Identification of Mathematical Models of Real Objects: Theory and Applications. Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2017, 330 p.
8. Kultyshev S.Iu., Kultysheva L.M., Miliusha M.V. Identification of the Mathematical Model of a Real Object in the Presence of Immeasurable External Action. *Differential Equations and Control Processes*, 2018, no. 3, pp.123-142.
9. Kultyshev S.Iu., Kultysheva L.M. The problem of identification of the mathematical model in the presence of immeasurable external influences on the simulated object. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2020, no. 1, pp. 37-55. DOI: 10.15593/2499-9873/2020.1.03.
10. McCulloch W.S., Pitts W. A logical Calculus of ideas immanent in Nervous Activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 1943, vol. 5, pp. 115-133.
11. Kliukin V.P., Nikolaenkov Iu.K. Neural network structures and technologies. Part 1. Electrical and mathematical models of neurons. Feedforward neural networks. Voronezh: Voronezh State University, 2008, 63 p.
12. Maiorov V.V., Myshkin I.Iu. Mathematical modeling of a neuron net on the basis of the equation with delays. *Mathematic Modeling*, 1990, no.1, pp.64-76.
13. Zaicev V.G. Biochemistry of nervous tissue, available at: <https://infourok.ru/biohimiya-nervnoj-tkani-4783509.html> (Accessed 01 November 2024).
14. Milevski I. Neuron excitation. Action potential of a neuron, available at: https://meduniver.com/Medical/Neurology/potencial_deistvia_neirona.html (Accessed 01 November 2024).
15. Dubynin V.A. Brain chemistry, available at: <https://teach-in.ru/course/brain-chemistry> (Accessed 01 November 2024).