

Воронцов, Г. О. Математические модели для автоматизированного размещения объектов на территории промышленного предприятия / Г. О. Воронцов, А. В. Коваленко // Прикладная математика и вопросы управления. – 2025. – № 1. – С. 84–92. DOI 10.15593/2499-9873/2025.1.06

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Воронцов, Г. О. Математические модели для автоматизированного размещения объектов на территории промышленного предприятия / Г. О. Воронцов, А. В. Коваленко. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2025.1.06 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2025. – № 1. – С. 84–92.



ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 1, 2025

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2025.1.06

УДК 004.021



Математические модели для автоматизированного размещения объектов на территории промышленного предприятия

Г.О. Воронцов, А.В. Коваленко

Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 21 января 2025
Одобрена: 04 февраля 2025
Принята к публикации:
16 апреля 2025

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

равноценен.

Ключевые слова:

математические модели, автоматизация, генеральный план, оптимизация, генерирование, промышленный объект, проектирование, алгоритм, ограничения

АННОТАЦИЯ

Создание генерального плана является ответственным этапом при проектировании промышленного предприятия. На практике для расстановки объектов на плане (зданий, сооружений и т.д.) используется ручной подход, при котором проектировщики самостоятельно размещают объекты. Создание проекта является творческим процессом, а количество вариантов проектирования может быть достаточно большим. Фактически формируются и сравниваются между собой лишь несколько альтернативных вариантов компоновки, из которых в дальнейшем выбирается наилучший. Однако этот выбор нередко основывается на субъективном мнении специалиста и не всегда гарантирует оптимальное решение. Кроме того, оценка вариантов и принятие окончательного решения зависят от квалификации и опыта задействованных инженеров. В связи с этим необходимо автоматизировать этот процесс для создания более качественных проектов за более короткий срок.

Цель данной работы – описать формирование генерального плана с математической точки зрения и создать универсальную математическую модель, подходящую для всех возможных вариантов расположения объектов относительно друг друга.

На основе полученных результатов данной работы в будущих исследованиях можно будет определить оптимальные численные методы для размещения объектов на генеральном плане. Эффективность применения методов оптимизации зависит от точности математических моделей, используемых для описания задачи. Модели должны точно отражать все ключевые аспекты реальной ситуации, чтобы результаты оптимизации были пригодны для практического использования.

© Воронцов Глеб Олегович – аспирант кафедры анализа данных и искусственного интеллекта, e-mail: vorontsovgo95@gmail.com, ORCID 0009-0001-5768-9609.

Коваленко Анна Владимировна – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой анализа данных и искусственного интеллекта, e-mail: savanna-05@mail.ru, ORCID 0000-0002-3991-3953.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Vorontsov G.O., Kovalenko A.V. Mathematical models for automated placement of objects on the territory of an industrial enterprise. *Applied Mathematics and Control Sciences*. 2025, no. 1, pp. 84–92. DOI: 10.15593/2499-9873/2025.1.06

MDPI and ACS Style: Vorontsov, G.O.; Kovalenko, A.V. Mathematical models for automated placement of objects on the territory of an industrial enterprise. *Appl. Math. Control Sci.* **2025**, **1**, 84–92. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2025.1.06>

Chicago/Turabian Style: Vorontsov, Gleb O., and Anna V. Kovalenko. 2025. “Mathematical models for automated placement of objects on the territory of an industrial enterprise”. *Appl. Math. Control Sci.* no. 1: 84–92. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2025.1.06>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES

№ 1, 2025

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2025.1.06

UDC 004.021



Mathematical models for automated placement of objects on the territory of an industrial enterprise

G.O. Vorontsov, A.V. Kovalenko

Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 21 January 2025
Approved: 04 February 2025
Accepted for publication:
16 April 2025

Funding

This research received
no external funding.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict
of interest.

Author Contributions

equivalent.

Keywords:

mathematical models, automation,
master plan, optimization,
generation, industrial facility,
design, algorithm, constraints

ABSTRACT

The creation of a master plan is a crucial stage in the design of an industrial enterprise. In practice, a manual approach is used to arrange objects on the plan (buildings, structures, etc.), in which designers independently place objects. Creating a project is a creative process, and the number of design options can be quite large. In fact, only a few alternative layout options are formed and compared with each other, from which the best one is selected later. However, this choice is often based on the subjective opinion of a specialist, and does not always guarantee an optimal solution. In addition, the evaluation of options and the final decision depend on the qualifications and experience of the engineers involved. In this regard, it is necessary to automate this process in order to create better projects in a shorter period of time.

The purpose of this paper is to describe the creation of a master plan from a mathematical point of view and to create a universal mathematical model suitable for all possible locations of objects relative to each other.

Based on the results of this work, in future studies it will be possible to determine optimal numerical methods for placing objects on the master plan. The effectiveness of optimization methods depends on the accuracy of the mathematical models used to describe the problem. The models must accurately reflect all key aspects of the real situation so that the optimization results are suitable for practical use.

© **Gleb O. Vorontsov** – Ph. D. Student of the Department of Data Analysis and Artificial Intelligence, e-mail: vorontsovgo95@gmail.com, ORCID 0009-0001-5768-9609.

Anna. V. Kovalenko – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Data Analysis and Artificial Intelligence, e-mail: savanna-05@mail.ru, ORCID 0000-0002-3991-3953.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

При проектировании генерального плана одними из основных нормативных документов являются [1–3]. На основе нормативных требований разрабатывается проектная и рабочая документация для строительства будущего завода. Качество планировки предприятия имеет прямое влияние на стоимость его строительства и эксплуатации. Вопрос расположения объектов в производственной системе исследовался в работах [4–8]. На сегодняшний день проблема автоматизированного размещения объектов на территории промышленного предприятия является актуальной.

Компоновка промышленного объекта различается в зависимости от его формы, которая может быть правильной прямоугольной или сложной многоугольной. В том случае, если территория строительства имеет правильную прямоугольную форму, возможно несколько типов планировки: однорядная, многорядная, кольцевая и свободная.

При однорядной компоновке заданное количество прямоугольных сооружений располагается рядом друг с другом, вдоль линии, в соответствии с технологической последовательностью. В этом случае возможны различные формы размещения, такие как прямая, полукруглая или U-образная форма.

При двухрядной компоновке объекты размещаются по обе стороны прямого коридора с целью сокращения затрат на перемещение материалов между объектами.

При свободной планировке отсутствуют ограничения при размещении объектов, при этом можно комбинировать различные типы планировок.

Постановка задачи

Для определения наилучшего варианта расположения объектов на генеральном плане для всех методов оптимизации представлен следующий алгоритм:

- определяются переменные и ограничения, связанные с проектом;
- на основе значений переменных определяются все возможные варианты расположения сооружений на плане, учитывая заданные ограничения;
- определяются критерии оптимальности, по которым будут сравниваться варианты;
- для каждого варианта расположения объектов вычисляются значения критериев оптимальности, и на основе данных критериев определяется наилучший вариант расположения объектов.

В качестве переменных могут выступать площадь и граница проектирования, геометрические параметры объектов, степень огнестойкости и класс конструктивной пожарной опасности зданий, категория установок по пожарной опасности, разновидность материала на складах, тип и способ хранения, а также объем общей вместимости емкостей и резервуаров, связь объектов в зависимости от технологического процесса. Ограничениями могут служить площадь и границы проектирования, функционально-технологическое зонирование территории, нормативные противопожарные расстояния между зданиями и сооружениями, разрывы для размещения автомобильных дорог, технологических эстакад и коммуникаций. Критериями оптимальности могут являться следующие показатели: функциональность предприятия, площадь объекта, коэффициент застройки, то есть отношение площади застроенной территории к площади объекта в ограждении, протяженность эстакад, автомобильных дорог, коммуникаций, ограждений и другие. Несмотря на то что задача является многокритериальной, вышеупомянутые параметры являются зависимыми между собой. Чем меньше технологические связи между объектами,

тем меньшую площадь занимает предприятие, коэффициент застройки становится выше, что, в свою очередь, влечет за собой сокращение протяженности автомобильных дорог, эстакад и коммуникаций.

С математической точки зрения поставленную задачу можно описать следующим образом:

- есть набор объектов $O = \{o_1, o_2, \dots, o_n\}$, которые необходимо разместить на генеральном плане, и каждый объект o_i имеет свою площадь A_i ;
- нормативное противопожарное расстояние между любыми двумя объектами o_i и o_j обозначим как D_{ij} ;
- координаты объектов (x_i, y_i) , (x_j, y_j) приняты как координаты левых нижних углов объектов;
- длина объектов i и j принята как l_i и l_j соответственно, ширина объектов i и j принята как w_i и w_j соответственно;
- есть целевая функция – минимизация площади всего предприятия, которую можно выразить как $\min \sum_{i=1}^n A_i x_i y_i$, где x_i и y_i – координаты объекта o_i на генеральном плане;
- противопожарные расстояния между объектами задаются матрицей $D = [d_{mn}]$, где d_{mn} – минимальное расстояние, которое должно быть между объектами o_i и o_j . Предположим, что минимальное расстояние между объектами o_1 и o_2 должно быть не менее a_1 метров, между объектами o_2 и o_3 не менее a_2 метров, между объектами o_1 и o_3 не менее a_3 метров. Например, $d_{12} = a_1$, $d_{23} = a_2$, $d_{22} = 0$. При $m = n$ d_{mn} принимает значение 0, так как в данном случае d_{mn} является расстоянием объекта до самого себя. Матрицу можно представить в следующем виде:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & a_1 & a_3 & \cdots & a_{m1} \\ a_1 & 0 & a_2 & \cdots & a_{m2} \\ a_3 & a_2 & 0 & \cdots & a_{m3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Таким образом, матрица D позволяет удобно хранить информацию о противопожарных расстояниях между объектами и использовать её в дальнейшем при формулировке ограничений.

Ограничения

Ограничения, связанные с нормативными противопожарными расстояниями, можно выразить следующим образом:

– при расположении объектов в одном створе по оси X (рис. 1, a) ограничение может быть выражено таким образом:

$$x_j - x_i \geq D_{ij}, \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j; \quad (1)$$

– при расположении объектов в одном створе по оси Y (рис. 1, б) ограничение может быть выражено следующим образом:

$$y_j - y_i \geq D_{ij}, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j; \quad (2)$$

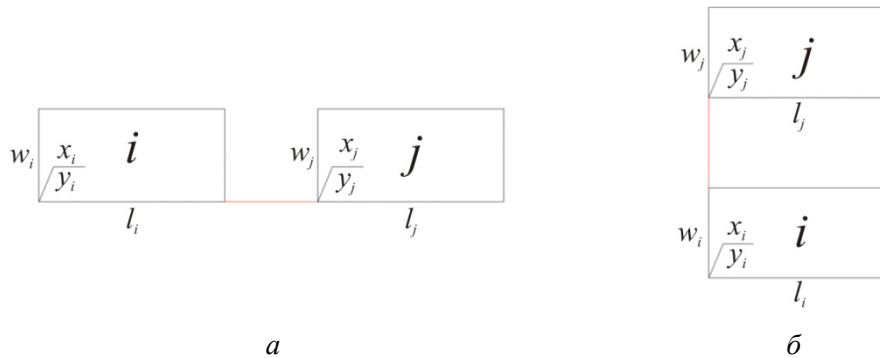


Рис. 1. Расположение объектов в одном створе: а – по оси X ; б – по оси Y

– согласно [1] противопожарное расстояние между зданиями и сооружениями – это минимальное расстояние между их наружными стенами или другими ограждающими конструкциями. В формулах (1) и (2) расстояние между объектами включает в себя длину/ширину объекта i . Чтобы исключить данное несоответствие, переформулируем ограничения:

$$x_j - (x_i + l_i) \geq D_{ij}, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j, \text{ если } x_j \geq x_i + l_i, \quad (3)$$

$$y_j - (y_i + w_i) \geq D_{ij}, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j, \text{ если } y_j \geq y_i + w_i. \quad (4)$$

Условия $x_j \geq x_i + l_i$ и $y_j \geq y_i + w_i$ позволяют определить формулу (3) или (4), которую необходимо использовать в зависимости от ситуации (см. рис. 1);

– при расположении объектов по диагонали (рис. 2) ограничение может быть найдено как Евклидово расстояние:

$$\sqrt{(x_j - (x_i + l_i))^2 + (y_j - (y_i + w_i))^2} \geq D_{ij}, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j; \quad (5)$$

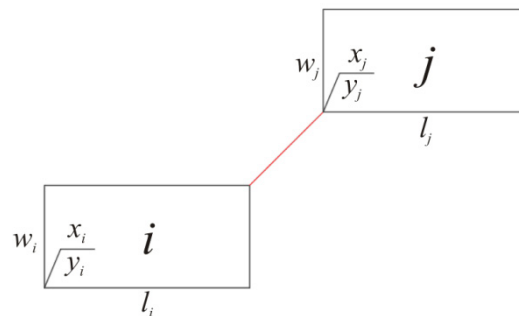


Рис. 2. Расположение объектов по диагонали

– стоит отметить, что при смещении объекта j , а именно его наложении по оси X (рис. 4) или по оси Y , формула (5) не дает правильного результата. В таком случае возможно использовать формулу определения расстояния Чебышева:

$$\max |x_j - (x_i + l_i)|, |y_j - (y_i + w_i)| \geq D_{ij}, \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j; \quad (6)$$

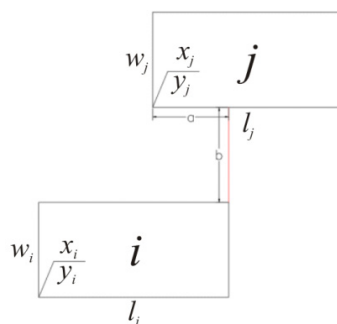


Рис. 3. Расположение объектов при наложении по оси X

– при этом формула (6) может быть применена только в том случае, если $a < b$, в противном случае в формуле (6) функцию $\max$ необходимо заменить на функцию $\min$. Метрики Евклидова расстояния и расстояния Чебышева используются в различных сферах. Они часто применяются в алгоритмах кластеризации, например, могут быть полезны для анализа финансово-экономического состояния предприятия [9–11];

– так как формулы (1)–(6) применимы только в конкретных ситуациях, а значит, с практической точки зрения сложны в использовании, необходимо составить универсальную математическую модель, которая будет способна определять минимальное расстояние между объектами:

$$d_x = \max(x_j - (x_i + l_i), 0), \quad (7)$$

$$d_y = \max(y_j - (y_i + w_i), 0), \quad (8)$$

$$\sqrt{d_x^2 + d_y^2} \geq D_{ij}, \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j. \quad (9)$$

Формула (9) подходит для определения наименьшего расстояния между объектами для всех ранее рассмотренных ситуаций. Тем не менее формулы (7)–(9) возможно использовать только в ситуациях, когда объект i расположен левее или ниже объекта j . Чтобы обойти данную проблему, перезапишем формулы (7), (8) таким образом, чтобы минимальное расстояние между объектами определялось независимо от их расположения (рис. 4):

$$d_x = \max(x_j - (x_i + l_i), 0, x_i - (x_j + l_j)), \quad (10)$$

$$d_y = \max(y_j - (y_i + w_i), 0, y_i - (y_j + w_j)). \quad (11)$$

При таком расчете d_x и d_y формулу (9) можно считать универсальной и подходящей для всех взаимных расположений объектов.

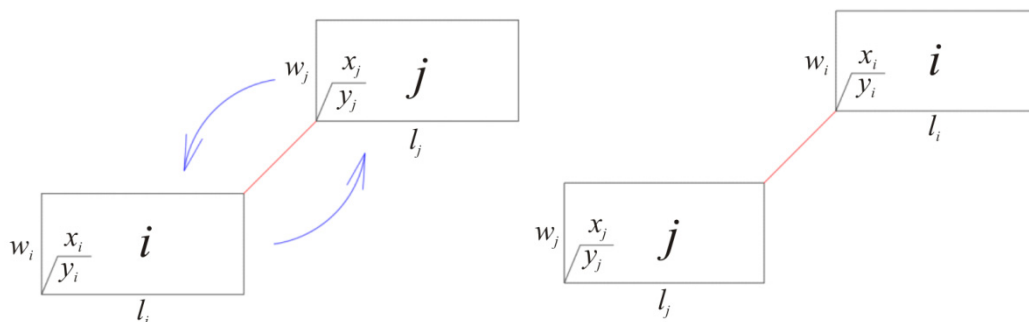


Рис. 4. Изменение расположения объектов относительно друг друга

Согласно [1] к зданиям и сооружениям по всей длине должен быть обеспечен подъезд пожарной техники. В зависимости от класса функциональной опасности и высоты зданий и сооружений определяется количество подъездов, ширина проездов, а также расстояние от подъезда до зданий и сооружений. Обозначим данные требования как минимальное необходимое расстояние между объектами R_{ij} , тогда ограничение можно выразить следующим образом:

$$R_{ij} = r_d + r_i + r_j,$$

где r_d – ширина проезда, r_i – расстояние от подъезда до объекта i , r_j – расстояние от подъезда до объекта j .

На участке между подъездом и объектом может потребоваться устройство коридора коммуникаций. Обозначим расстояние для коридора коммуникаций как r_k . Минимально допустимое расстояние от подъезда до объекта согласно [1] обозначим как $r_{\min}$. Максимально допустимое расстояние от подъезда до объекта согласно [1] обозначим как $r_{\max}$. Расстояние от подъезда до объекта принимается по следующему принципу:

- при $r_k \geq r_{\max}$ принимается значение $r_{\max}$;
- при $r_{\min} < r_k < r_{\max}$ принимается значение r_k ;
- при $r_k \leq r_{\min}$ принимается значение $r_{\min}$.

Необходимо сравнивать значения минимального противопожарного расстояния между объектами D_{ij} и минимального необходимого расстояния между объектами R_{ij} и принимать наибольшее значение:

$$\max(D_{ij}, R_{ij}).$$

Координаты каждого объекта должны быть неотрицательными:

$$x_i \geq 0, y_i \geq 0, \forall i.$$

Объекты не должны выходить за пределы предприятия:

$$x_i + l_i \leq L, y_i + w_i \leq W, \forall i,$$

где L и W – длина и ширина предприятия соответственно.

На каждой позиции может быть размещено не более одного объекта. Если выполняется одно из этих условий, то объекты не пересекаются:

$$x_i + l_i \leq x_j \vee y_i + w_i \leq y_j \vee x_j + l_j \leq x_i \vee y_j + w_j \leq y_i, \forall i \neq j.$$

Заключение

Рассматривается математический подход к описанию процесса проектирования генерального плана промышленных предприятий. Представлены формулы для различных вариантов расположения объектов, на основе которых выведена универсальная математическая модель (9)–(11), позволяющая определять минимальное расстояние между зданиями и сооружениями независимо от их расположения. Данная математическая модель будет использоваться в программных продуктах для проверки генерального плана на соответствие

нормативно-техническим требованиям, а также для размещения новых объектов на генплане. Определены ограничения, которые необходимо учитывать при компоновке предприятия. Для автоматизации генерального плана в дальнейшем необходимо определить наиболее эффективные численные методы, в том числе рассмотреть возможность применения искусственного интеллекта [12].

Список литературы

1. Свод правил: СП4.13130.2013. Системы противопожарной защиты. Ограничение распространения пожара на объектах защиты. Требования к объемно-планировочным и конструктивным решениям. – М.: МЧС России, 2013. – 128 с.
2. Свод правил: СП18.13330.2019. Производственные объекты. Планировочная организация земельного участка (Генеральные планы промышленных предприятий). – М.: ФГБУ «РСТ», 2024. – 54 с.
3. Свод правил: СП37.13330.2012. Промышленный транспорт Актуализированная редакция СНиП 2.05.07-91* (с Изменениями N 1, 2, 3, 4). – М.: Стандартинформ, 2019. – 232 с.
4. Шаронин, К.А. Алгоритмы и комплекс программ построения математической модели компоновки промышленных объектов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / К.А. Шаронин. – Тамбов, 2014. – 120 с.
5. Зуга, И.М. Система автоматизации проектирования схем расположения объектов производственных комплексов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12 / И.М. Зуга. – Владимир, 2012. – 247 с.
6. Kouvelis, P. Unidirectional loop network layout problem in automated manufacturing systems / P. Kouvelis, M.W. Kim // *Operations Research*. – 1992. – Vol. 40. – P. 533–550. – DOI 10.1287/opre.40.3.533
7. Meller, R.D. Optimal facility layout design / R.D. Meller, V. Narayanan, P.H. Vance // *Operations Research Letters*. – 1999. – Vol. 23 (3-5). – P. 117–127. – DOI 10.1016/S0167-6377(98)00024-8
8. Drira, A. Facility layout problems: A survey / A. Drira, H. Pierreval, S. Hajri-Gabouj // *Annual Reviews in Control*. – 2007. – Vol. 31. – P. 255–267. – DOI 10.1016/j.arcontrol.2007.04.001
9. Коваленко, А.В. Многомерный статистический анализ финансово-экономического состояния предприятия / А.В. Коваленко, М.Х. Уртенев, У.А. Узденов // *Экономико-математические методы и модели*. – 2010. – № 3 (99). – С. 209–216.
10. Коваленко, А.В. Математические модели и инструментальные средства комплексной оценки финансово-экономического состояния предприятия: дис. ... канд. экон. наук / А.В. Коваленко; Кубанский государственный аграрный университет им. И.Т. Трубилина. – Краснодар, 2009. – 210 с.
11. Многомерный статистический анализ предприятия: монография / А.В. Коваленко, М.Х. Уртенев, У.А. Узденов. – М.: Academia, 2009. – 240 с.
12. Коваленко, А.В. Оптимизация компоновки завода с помощью алгоритма машинного обучения / А.В. Коваленко, Г.О. Воронцов // *Прикладная математика: современные проблемы математики, информатики и моделирования: мат. V Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых, Краснодар, 11–15 апреля 2023 года*. – Краснодар: ФГБУ «Российское энергетическое агентство» Минэнерго России Краснодарский ЦНТИ – филиал ФГБУ «РЭА» Минэнерго России, 2023. – С. 380–383.

References

1. Body of rules SP4.13130.2013 Systems of fire protection. Restriction of fire spread at object of defense. Requirements to special layout and structural decisions. Moscow. EMERCOM of Russia, 2013, 128 p.
2. Body of rules SP 18.13330.2019. Land planning of industrial facilities. Moscow, Rosstandart, 2024, 54 p.
3. Body of rules SP 37.13330.2012. Industrial transport. Moscow, Standartinform, 2019, 232 p.
4. Sharonin K.A. Algorithms and a set of programs for constructing a mathematical model of the layout of industrial facilities. Ph.D. thesis, Tambov, 2014, 120 p.
5. Zuga I.M. Automation system for designing layouts of production facilities. Ph.D. thesis, Vladimir, 2012, 247 p.
6. Kouvelis P., Kim M.W. Unidirectional loop network layout problem in automated manufacturing systems. *Operations Research*, vol. 40, no. 3, pp. 533-550. DOI 10.1287/opre.40.3.533
7. Meller R.D., Narayanan V., Vance P.H. Optimal facility layout design. *Operations Research Letters*, 1999, vol. 23, no. 3-5, pp. 117-127. DOI 10.1016/S0167-6377(98)00024-8
8. Drira A., Pierreval H., Hajri-Gabouj S., 2007. Facility layout problems: A survey. *Annual Reviews in Control*, vol. 31, no. 2, pp. 255-267. DOI 10.1016/j.arcontrol.2007.04.001
9. Kovalenko A.V., Urtenov M.Kh., Uzdenov U.A. Multidimensional statistical analysis of the financial and economic condition of an enterprise. *Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli*, 2010, no. 3 (99), pp. 209-216.
10. Kovalenko A.V. Mathematical models and tools for a comprehensive assessment of the financial and economic condition of an enterprise. Ph.D. thesis, Krasnodar, 2009, 210 p.
11. Kovalenko A.V., Urtenov M.Kh., Uzdenov U.A. Multidimensional statistical analysis of an enterprise. Moscow, Academia, 2009, 240 p.
12. Kovalenko A.V., Vorontsov G.O. Optimization of plant layout using machine learning algorithm. Proceedings of V All-Russian scientific-practice conference of young scientists Applied mathematics: *actual problems of mathematics, informatics and modeling*, Krasnodar, 11–15 April 2023. Krasnodar, Krasnodar Center of Science-Technica Information – branch of the Russian Energy Agency of the Ministry of Energy of Russian Federation, 2023, pp. 380-383.