DOI: 10.15593/2224-9397/2020.3.11
УДК 681.325; 621.396

Х.Г. Асадов[1], С.Н. Абдуллаева[2], У.Х. Тарвердиева[3]

[1]Научно-исследовательский институт аэрокосмической информатики Национального аэрокосмического агентства, Баку, Азербайджанская Республика
[2]Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Баку, Азербайджанская Республика
[3]Научно-производственный центр «ОЗОН», Баку, Азербайджанская Республика

МЕТОД ЛИНЕАРИЗАЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ГОЛОНОМНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Голономное свойство присуще в основном мехатронным системам, которые способны изменить свою ориентацию в своей координатой системе без изменения своей позиции в пространстве. Ограничительные условия, применяемые в голономных системах, уменьшают их степень свободы. Формально голономное ограничение определяется в виде функции ограничения на пространстве конфигурации системы. В измерительно-информационных системах для решения задач повышения надежности, точности и оптимизации, как отдельных частей, так и всей системы возможно введение избыточности в виде дополнительных голономных связей. **Цель исследования:** разработка метода линеаризационной оптимизации голономных информационно-измерительных и мехатронных систем. **Методы:** для пояснения предлагаемого метода использованы основные положения задачи определения безусловного максимума функционала, характеризуемой в качестве задачи неклассического вариационного исчисления. **Результаты:** изложена критика классического положения теории оптимизации о том, что если система по выбранному критерию достигает минимума, то для оптимизации системы на максимум достаточно взять тот же критерий с отрицательным знаком. Такое положение, будучи логически верным, противоречит задачам, решаемым разработчиками систем, так как разработчик заранее определяет критерий оптимальности разрабатываемой системы, и изменение этого критерия ради требуемого результата недопустимо. Доказано, что если искомая функция голономной связи, на которую наложено интегральное ограничение, обеспечивает минимум (максимум) целевого функционала Лагранжа, то при условии возможности линеаризации интегранта исходного целевого функционала всегда существует функция, инверсная в отношении функции связи, при которой обеспечивается максимум (минимум) того же функционала. Таким образом, задача оптимизации решается не путем замены критерия оптимальности, а путем корректировки внутренних связей в разрабатываемой системе. **Практическая значимость:** результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы при проектировании различных информационно-измерительных и мехатронных систем различного назначения.

Ключевые слова: голономность, оптимизация, мехатронная система, измерительно-информационная система, функционал.

H.H. Asadov[1], S.N. Abdullayev[2], U.H. Tarverdiyeva[3]

[1]National Aerospace Agency, Baku, Azerbaijan Republic
[2]Azerbaijan State University of Oil and Industry
[3]Scientific-industrial Center «OZONE», Baku, Azerbaijan Republic

METHOD OF LINEARIZATIONAL OPTIMIZATION OF HOLONOMIC INFORMATION-MEASURING AND MECHATRONIC SYSTEMS

The holonomic property is mainly held by mechatronic systems which are capable to change orientation in its coordinate system without changing the space position. The limitation conditions, applied on holonomic systems decrease its level of freedom. Formally, the holonomic limitation is determined as link function at the space of system configuration. In measuring-information systems solution of tasks on increase of reliability, accuracy and optimization of both parts of and whole system is possible by adding exorbitance using additional holonomic relations. **Aim of research:** development the method of linearization optimization of holonomic information-measuring and mechatronic systems. **Methods:** in order to explain the suggested method main suggestions of the task on determination of non-conditional maximum of functional characterized as task of non-conditional variation calculation are used. **Results:** the critics of classic rule of optimization theory stating that if the system reaches minimum on chosen criteria, to optimize the same system on maximum it is sufficient to use this criteria by negative sign. This rule being logically true contradict with tasks solved by developer of the system because developer firmly defined the criteria of optimality of constructed system and cannot change it. It is mathematically proved that if the searched function of holonomic relation imposed by integral limitation condition provides minimum (maximum) of Lagrange target functional then if the integrant of target functional could be linearized then always one can find function, Inversed in regard of link function, upon which the maximum (minimum) of the functional is provided. Thus, the optimization task is solved not by substitution of optimality criteria, but by correction of internal relations in developed system. **Practical significance:** results obtained in this work can be used in development of different information – measuring and mechatronic systems of different designations.

Keawords: holonomity, optimization, mechatronic system, information-measuring system, functional.

Введение. Под измерительной информационной системой понимается комплекс, объединяющий объект, систему датчиков и устройство обработки информации [1–3].

Голономной является система, у которой существующие связи между различными ее показателями могут быть отображены геометрически, в виде явной или неявной функции.

Голономные системы широко используются в различных отраслях техники и технологий.

Как отмечено в работе [4], связи, наложенные на показатели системы, могут быть выражены аналитически в виде неравенств или равенств. Связи в виде равенств называют удерживающими, а в виде неравенств – неудерживающими.

Анализ соответствующей технической литературы показывает, что голономное свойство присуще в основном мехатронным системам, которые, как изложено в [5], способны изменить свою ориентацию в своей координатой системе без изменения своей позиции в пространстве. В работе [6] рассмотрены вопросы стабилизации положения голономной механической системы на основе построения нелинейных регуляторов интегрального и интегро-дифференциального типов. Показана необходимость включения в их структуру нелинейных функций для определения условия нелокальной стабилизации. Как отмечается в работе [7, 8], ограничительные условия, применяемые в голономных системах, уменьшают степень свободы системы. Формально голономное ограничение определяется в виде функции ограничения на пространстве конфигурации системы. При этом функция ограничения может изменяться во времени.

В измерительно-информационных системах для решения задач повышения надежности и точности как отдельных частей, так и всей системы возможно введение избыточности в виде дополнительных голономных связей, формирующих некоторую простую задачу (контрольный тест), результат которой заранее известен [9, 10]. При этом высокая степень «перемешивания» основной и контрольной задач указывает на полноту проводимого контроля. Таким образом, введение избыточных переменных, связанных с основными переменными некоторым известным соотношением, позволяет применить к системе некоторые контрольные условия. Согласно [11, 12], развитие электромеханики, микроэлектроники и информационных технологий привело к развитию голономных мехатронных систем, основная функция которых заключается в целенаправленном механическом движении, управляемом сигналом, формируемым путем обработки текущей измерительной информации. При этом актуально создание таких мехатронных систем, в которых возможно уменьшение количества исполнительных устройств и сокращение объема измерительной информации, требуемой для формирования сигнала управления [13–16]. Вышеизложенное подтверждает актуальность задачи разработки новых методов оптимизации голономных информационных и мехатронных систем различного назначения с использованием элементов теории классического и неклассического вариационного исчисления.

2. Предлагаемый метод. Для пояснения предлагаемого метода воспользуемся основными положениями задачи определения условного максимума функционала, характеризуемой в качестве задачи неклассического вариационного исчисления. Указанная задача математически формулируется следующим образом: требуется определить функцию связи (или управления) $y(x)$, обеспечивающей [17]

$$I = \int_0^{x_{\max}} f_0[y(x)]dx \to \text{extr} \tag{1}$$

при условии наличия голономной связи в виде

$$\int_0^{x_{\max}} \varphi[y(x)]dx = C,\ C = \text{const} \tag{2}$$

при

$$y(x) \in V. \tag{3}$$

Отметим, что индекс max везде в настоящей статье обозначает неизменную максимальную величину соответствующего показателя. Для решения задачи (1), (2) используется метод, аналогичный методу неопределенных множителей Лагранжа. Составляется функционал Лагранжа:

$$\begin{gathered} F = \int_0^{x_{\max}} [f_0(y(x)) + \lambda[\varphi(y(x))]]dx = \int_0^{x_{\max}} L[y(x),\lambda]dx = \\ = \max,\ y(x) \in V, \end{gathered} \tag{4}$$

где λ – множитель Лагранжа.

Согласно [17], доказано, что если функция $y^0(x)$ является решением задачи (1), (2), то найдется такое значение λ, при котором $y^0(x)$ обеспечивает безусловный экстремум функционала Лагранжа (4).

Применительно к голономным системам примем следующее упрощающее условие:

$$\int_0^{x_{\max}} \varphi(y^0(x))dx = \int_0^{x_{\max}} y^0(x)dx = C. \tag{5}$$

С учетом выражений (1) и (5) функционал Лагранжа перепишем в следующем виде:

$$F_1 = \int_0^{x_{\max}} f_0[y(x)]dx + \lambda\left[\int_0^{x_{\max}} y(x)dx\right]. \tag{6}$$

Рассмотрим задачу обеспечения конкретного типа экстремума функционала F_1. Согласно классическим рекомендациям, если функционал (1) при решении $y^0(x)$ достигает минимума, то для достижения максимума достаточно исследовать функционал:

$$F_2 = C_1 - \int_0^{x_{\max}} f_0[Y(x)]dx, \tag{7}$$

где $C_1 = \text{const}$.

Однако при этом одна и та же система вряд ли оптимальна как по F_1, так и по F_2. Следовательно, актуально найти такие возможности режима работы системы, когда один и тот же критерий оптимальности позволит решать задачу как на минимум, так и на максимум.

Первую задачу исследования сформулируем следующим образом: следует определить, существует ли функция $y_g(x)$, инверсная к функции $y(x)$, удовлетворяющей условию (5), которая может быть представлена в виде инверсии функции $y^0(x)$, т.е.

$$y_g(x) = C_2 - y^0(x), \tag{8}$$

где $C_2 = \text{const}$

Следующая теорема отвечает на вышеуказанный вопрос.

Теорема 1: в оптимизационных задачах типа (6) в виде задачи Лагранжа применительно к голономным системам функция связи (голономности), являющаяся одновременно решением задачи оптимизации, имеет инверсную функцию в виде (8), также отвечающую условию (5).

Доказательство: с учетом выражений (5) и (8) получим:

$$\int_0^{x_{\max}} \left(C_2 - y^0(x)\right)dx = C. \tag{8}$$

Из (8) получим:

$$C_2 \cdot x_m - \int_0^{x_{\max}} y^0(x)dx = C. \tag{9}$$

Из выражения (9) имеем:

$$C_2 = \frac{C + \int_0^{x_{\max}} y^0(x)dx}{x_m}. \tag{10}$$

С учетом (5) и (10) получим:

$$C_2 = \frac{2\int_0^{x_{\max}} y^0(x)dx}{x_m}. \tag{11}$$

Следовательно, искомая инверсная функция существует и имеет вид:

$$y_g(x) = \frac{2\int_0^{x_{\max}} y^0(x)dx}{x_m} - y^0(x) \tag{12}$$

или

$$y_g(x) = C_3 - y^0(x), \tag{13}$$

где $C_3 = \frac{2C}{x_m}$.

Таким образом, теорему 1 можно считать доказанной. Вторую исследуемую задачу сформулируем следующим образом: следует определить возможность инверсного решения оптимизационной задачи Лагранжа с использованием линеаризированного критерия (функционала) оптимальности применительно к голономных системам в виде (6), при котором в отличие от исходного решения, обеспечивающего минимум (максимум) целевого функционала, достигается его максимум (минимум). На этот вопрос отвечает следующая теорема:

Теорема 2: в оптимизационных задачах типа (6) в виде задачи Лагранжа применительно к голономным системам функция связи (голономности), являющаяся одновременно решением задачи оптимизации, приводящая к минимуму (максимуму) функционала Лагранжа, может быть заменена на инверсную функцию связи, приводящую к максимуму (минимуму) этого функционала в том случае, если указанный функционал может быть линеаризован в отношении искомой функции.

Доказательство: допустим, что решение $y^0(x)$ приводит функционал (6) к минимуму. В этом случае справедлива следующая запись:

$$F_1 = \int_0^{x_{\max}} f_0\left[y^0(x)\right]dx + \lambda\left[\int_0^{x_{\max}} y^0(x)dx\right]. \tag{14}$$

Осуществим замену $y^0(x)$ на функцию $y_g(x)$, определяемую по выражению (13). В этом случае выражение (14) может быть записано как

$$F_{1g} = \int_0^{x_{\max}} f_0\left[C_3 - y^0(x)\right]dx + \lambda\left[\int_0^{x_{\max}} (C_3 - y^0(x))dx\right]. \qquad (15)$$

По условию теоремы 2 f_0 является линейной в отношении $\left[C_3 - y^0(x)\right]$. Следовательно, выражение (15) может быть записано как

$$F_{1g} = \int_0^{x_{\max}} \left[d_1 \cdot C_3 - d_1 \cdot y^0(x)\right]dx - \lambda\left[\int_0^{x_{\max}} (C_3 - y^0(x))dx\right], \qquad (16)$$

где $d_1 = \text{const}$.

Из (16) получим:

$$F_{1g} = d_1 C_3 \cdot x_m - \int_0^{x_{\max}} d_1 \cdot y^0(x)dx - \lambda\left[\int_0^{x_{\max}} (C_3 - y^0(x))dx\right]. \qquad 17)$$

Обозначив $d_1 C_3 x_m = C_4$, выражение (17) перепишем как

$$F_{1g} = C_4 - \int_0^{x_{\max}} d_1 \cdot y^0(x)dx - \lambda\left[\int_0^{x_{axm}} (C_3 - y^0(x))dx\right]. \qquad (18)$$

Таким образом, замена функции связи $y^0(x)$, обеспечивающей минимум (максимум) целевого функционала, на дуальную функцию $y_g(x)$ позволяет решать задачу на максимум (минимум) функционала:

$$F_{1g}' = C_4 - \int_0^{x_{\max}} d_1 \cdot y^0(x)dx \qquad (19)$$

Следовательно, дуальная функция $y_g(x)$ является решением задачи (18) на максимум (минимум).

Таким образом, теорема 2 доказана.

3. Модельное исследование. Рассмотрим некоторую систему атмосферных спектральных измерений в ограниченном интервале длин волн ($0–\lambda_{\text{мах}}$). Считаем, что осуществляются аэрозольные измерения и в интервале ($0–\lambda_{\text{мах}}$), где нет спектральных линий поглощения газов. Отметим, что рассматриваемый здесь пример может иметь прямое военно-прикладное значение, имея в виду случай распространения противником зараженных аэрозолей.

С учетом вышеизложенного о пропускании атмосферы согласно закону Бугера–Бера вычислим по формуле

$$T = \exp[-f(\lambda)], \tag{20}$$

где $f(\lambda)$ – оптическая толщина аэрозоля; λ – длина волны. При единичном входном сигнале из-за малости интервала (0–$\lambda_{\text{мах}}$) сигнал на выходе фотометрического измерителя определим как

$$U_1 = \int_0^{\lambda_{vax}} \exp[-f(\lambda)]d\lambda. \tag{21}$$

Введем на рассмотрение мультипликативный показатель:

$$\gamma_i = \lambda_i \cdot f(\lambda_i), \tag{22}$$

где $i = (\overline{1;n})$.

В (22) λ_i является элементом множества

$$\lambda = \{\lambda_i\}, \tag{23}$$

где

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} + \Delta\lambda = \text{const}, \tag{24}$$

где γ_i можно назвать монохроматическим показателем чистоты атмосферы. Также рассмотрим интегральный полихроматический показатель

$$\gamma_{nn} = \int_0^{\lambda_{\max}} \lambda \cdot f(\lambda)d\lambda. \tag{25}$$

Потребуем выполнения следующего ограничительного условия:

$$\gamma_{nn} = C_5,\ C_5 = \text{const} \tag{26}$$

С учетом выражений (21), (22) и (26) составим функционал Лагранжа:

$$F_1 = \int_0^{\lambda_{\max}} \exp[-f(\lambda)]d\lambda + \gamma\left[\int_0^{\lambda_{\max}} \lambda \cdot f(\lambda)d\lambda\right], \tag{27}$$

где γ – множитель Лагранжа.

Таким образом, следует определить такую оптимальную функцию $f(\lambda)$, при которой F_1 достигает экстремума. Согласно [17–20], решение $f(\lambda)_{\text{opt}}$, приводящее F_1 к экстремуму, должно удовлетворять условию:

$$\frac{d\{\exp[-f(\lambda)] + \gamma \cdot [\lambda \cdot f(\lambda)]\}}{df(\lambda)} = 0. \tag{28}$$

Из (28) получим:

$$-\exp\left[-f(\lambda)\right]+\gamma\cdot\lambda=0. \qquad (29)$$

Из (29) находим:

$$f(\lambda)=\ln\frac{1}{\gamma\cdot\lambda}. \qquad (30)$$

Из выражений (26) и (30) получим:

$$\int_0^{\lambda_{\max}}\lambda\cdot\ln\frac{1}{\gamma}\frac{d\lambda}{\lambda}=C_5. \qquad (31)$$

Из (31) находим:

$$-\left[\int_0^{\lambda_{\max}}\lambda\cdot(\ln\gamma)d\lambda+\int_0^{\lambda_{\max}}\lambda(\ln\lambda)d\lambda\right]=-C. \qquad (32)$$

Из (32) имеем:

$$\ln\gamma=\frac{-(C+\int_0^{\lambda_{\max}}\lambda(\ln\lambda)d\lambda)}{\int_0^{\lambda_m}\lambda d\lambda}, \qquad (33)$$

$$\gamma=\exp\left[-(\frac{C+\int_0^{\lambda_{\max}}\lambda\cdot(\ln\lambda)d\lambda}{\int_0^{\lambda_{axm}}\lambda d\lambda})\right]=\gamma_0. \qquad (34)$$

С учетом (29) и (34) получаем:

$$f(\lambda)=\ln\frac{1}{\gamma_0\cdot\lambda}. \qquad (35)$$

Очевидно, что при решении (35) целевой функционал (27) достигает минимума, так как вторая производная интегранта в (27) по $f(x)$ является положительной величиной.

В соответствии с условием теоремы 2 покажем, что инверсное решение

$$f_1(\lambda)=A-f(\lambda),\ \text{где}\ A=\mathrm{const}, \qquad (36)$$

привело бы целевой функционал к максимуму.

При малых значениях $f(\lambda)$ может быть представлен в линеаризованном виде, т.е.

$$\exp[-f(\lambda)] \approx 1 - f(\lambda). \tag{37}$$

Целевой функционал (27) перепишем как

$$F_2 = \int_0^{\lambda_{\max}} (1 - f(\lambda))d\lambda + \gamma\left[\int_0^{\lambda_{\max}} \lambda \cdot f(\lambda)d\lambda\right]. \tag{38}$$

Таким образом, следует показать, что решение

$$f_1(\lambda) = A - f(\lambda) \tag{39}$$

является оптимальным и приводит целевой функционал к максимальному значению.

Имеем:

$$\begin{aligned} F_2 &= \int_0^{\lambda_m} [1 - A + f(\lambda)]d\lambda + \gamma\left[\int_0^{\lambda_m} (A - f(\lambda))d\lambda\right] = \\ &= \lambda_m - A\lambda_m + \int_0^{\lambda_m} f(\lambda)d\lambda + \gamma\frac{A \cdot \lambda_m^2}{2} - \gamma \cdot \int_0^{\lambda_m} \lambda \cdot f(\lambda)d\lambda = \lambda_m - \\ &- A \cdot \lambda_m + \gamma\frac{A \cdot \lambda_m^2}{2} + \int_0^{\lambda_m} f(\lambda)d\lambda - \gamma\left[\int_0^{\lambda_m} \lambda \cdot f(\lambda)d\lambda\right]. \end{aligned} \tag{40}$$

Из (40) получаем:

$$F_2 = C_2 - F_1, \tag{41}$$

где $C_2 = \lambda_m + A\left(\frac{\gamma \cdot \lambda_m^2}{2}\right)$.

Таким образом, инверсное решение (36) оптимизирует систему по целевому функционалу (41) и, следовательно, функционал F_2 при решении (36) достигает максимума.

Выводы. Свойство голономности различных информационных и мехатронных систем позволяет осуществить оптимизацию этих систем, приводя задачу оптимизации к виду задачи Лагранжа, где оптимизируемый функционал является суммой целевого интегрального функционала и интеграла функции голономной связи, умноженной на множитель Лагранжа. Показано, что если искомая функция голономной связи, на которую наложено интегральное ограничение, обеспечивает минимум (максимум) целевого функционала, то всегда существует такая функция, дуальная к исходной функции связи, при которой обеспечивается максимум (минимум) того же функционала.

Библиографический список

1. Карандеев К.Б. Измерительные информационные системы и автоматика // Вестник АН СССР. – 1961. – № 10.

2. Новоселов О.И., Фомин А.Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. – М.: Машиностроение, 1980. – 280 с.

3. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

4. Лавинский Д.В., Морачковский О.К. Информационные технологии в аналитической механике / Харьков. политехн. ин-т. – Харьков, 2007. – 122 с.

5. Дерябин М.В., Козлов В.В. К теории систем с односторонними связями // Прикладная математика и механика. – 1995. – Т. 59. – Вып. 4. – С. 531–539.

6. Кутергин В.А. О построении и преобразовании моделей движения механической системы // Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление: электрон. журнал. – 2009. – № 4. – С. 28–38.

7. Андреев А.С., Перегудова О.А. Нелинейные регуляторы в задачах управления механическими системами // Автоматизация процессов управления. – 2017. – № 4(50). – С. 43–47.

8. Фрадков А.Л. Кибернетическая Физика: Принципы и примеры. – СПб.: Наука, 2003. – 208 с.

9. Филькин Н.М. Математическое моделирование динамики механических систем с неголономными связями с помощью уравнения Лагранжа второго рода // Успехи современного естествознания. – 2005. – № 2. – С. 24–25.

10. Ильясов Б.Г., Кабальнов Ю.С. Исследование устойчивости однотипных многосвязных систем автоматического управления с голономными связями между подсистемами // Автоматика и телемеханика. – 1995. – Вып. 8. – С. 82–90.

11. Kaczmarek W. Rychlik P. Design of mobile holonomic robot with wireless inertial measurement control system // Mechanic NR. – 2017. – Vol. 7. DOI: https://doi.org/10/17814/mechanic.2017.7.96

12. The control of holonomic system / T. Liptak, M. Kelemen, A. Gmiterko, I. Virgala, D. Hroncova // International Scientific Journal about Mechantronics. – 2016. – Vol. 1. – Iss. 2. – P. 15–20.

13. Бритов Г.С., Игнатьев М.Б. Избыточность в сложных измерительных информационных системах // Автометрия. – 1965. – № 5.

14. Красинская Э.М., Красинский А.Я. Об устойчивости и стабилизации равновесия механических систем с избыточными координатами // Наука и образование. – 3 марта 2013. DOI: 10.7463/0313.0541146

15. Pin F.G., Killough S.M. Omnidirectional holonomic platforms. – URL: https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/_Public/25/066/25066957.pdf

16. Микросистемы ориентации / В.Я. Распопов, В.В. Матвеев, А.П. Шведов, М.Г. Погорелов, М.Б. Рябцев, Р.В. Алалуев, А.В. Ладонкин, В.М. Глаголев. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/mikrosistemy-orientatsii

17. Михайлов А.В. Конспект лекций по дисциплинам «Оптимизации управления». «Оптимальное управление технологическими объектами»: учеб. пособие. – М: Изд. комплекс МГУПП, 2009. – С. 92.

18. Эльцгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1974. – 492 с.

19. Асадов Х.Г. Синтез одного подкласса ИИС по принципу уменьшения размерности // Измерительная техника. – 2001. – № 3. – С. 14–16.

20. Асадов Х.Г. О синтезе одного подкласса ИИС по принципу уменьшения размерности // Измерительная техника. – 2002. – № 4. – С. 17–21.

References

1. Karandeev K.B. Izmeritel'nye informatsionnye sistemy i avtomatika [Measuring information systems and automation]. *Vestnik Akademii nauk SSSR*, 1961, no. 10.

2. Novoselov O.I., Fomin A.F. Osnovy teorii i rascheta informatsionno-izmeritel'nykh sistem [Basics of theory and calculation of information-measuring systems]. Moscow: Mashinostroenie, 1980, 280 p.

3. Novitskii P.V., Zograf I.A. Otsenka pogreshnostei rezul'tatov izmerenii [Estimation of errors of measuring results]. Leningrad: Energoatomizdat, 1985, 248 p.

4. Lavinskii D.V., Morachkovskii O.K. Informatsionnye tekhnologii v analiticheskoi mekhanike [Information technologies in analytical mechanics]. Khar'kov: Khar'kovskii politekhnicheskii institut, 2007, 122 p.

5. Deriabin M.V., Kozlov V.V. K teorii sistem s odnostoronnimi sviaziami [About theory of systems with one sided relations]. *Prikladnaia matematika i mekhanika*, 1995, vol. 59, iss. 4, pp. 531-539.

6. Kutergin V.A. O postroenii i preobrazovanii modelei dvizheniia mekhanicheskoi sistemy [About construction and transformation of models of mechanical systems movement]. *Ustoichivoe innovatsionnoe razvitie: proektirovanie i upravlenie: elektronnyi zhurnal*, 2009, no. 4, pp. 28-38.

7. Andreev A.S., Peregudova O.A. Nelineinye reguliatory v zadachakh upravleniia mekhanicheskimi sistemami [Non-linear regulators in tasks of control of mechanical systems]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia*, 2017, no. 4(50), pp. 43-47.

8. Fradkov A.L. Kiberneticheskaia Fizika: Printsipy i primery [Cybernetical Physics: Priciples and examples]. Saint Petersburg: Nauka, 2003, 208 p.

9. Fil'kin N.M. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki mekhanicheskikh sistem s negolonomnymi sviaziami s pomoshch'iu uravneniia Lagranzha vtorogo roda [Mathematical simulation of dynamics of mechanical systems with non-holonomic relations by help of second type Lagrange equation]. *Uspekhi sovremennogo estestvoznaniia*, 2005, no. 2, pp. 24-25.

10. Il'iasov B.G., Kabal'nov Iu.S. Issledovanie ustoichivosti odnotipnykh mnogosviaznykh sistem avtomaticheskogo upravleniia s golonomnymi sviaziami mezhdu podsistemami [Research of stability of same type multi-related systems of automatic control with holonomic relations between subsystems]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1995, iss. 8, pp. 82-90.

11. Kaczmarek W. Rychlik P. Design of mobile holonomic robot with wireless inertial measurement control system. *Mechanic NR*, 2017, vol. 7. DOI: https://doi.org/10/17814/mechanic.2017.7.96

12. Liptak T., Kelemen M., Gmiterko A., Virgala I., Hroncova D. The control of holonomic system. *International Scientific Journal about Mechantronics*, 2016, vol. 1, iss. 2, pp. 15-20.

13. Britov G.S., Ignat'ev M.B. Izbytochnost' v slozhnykh izmeritel'nykh informatsionnykh sistemakh [Exorbitance in complex measuring information systems]. *Avtometriia*, 1965, no. 5.

14. Krasinskaia E.M., Krasinskii A.Ia. Ob ustoichivosti i stabilizatsii ravnovesiia mekhanicheskikh sistem s izbytochnymi koordinatami [On stability and stabilization of equilibrium of mechanical systems with exorbitant coordinates]. *Nauka i obrazovanie*, 3 March 2013. DOI: 10.7463/0313.0541146

15. Pin F.G., Killough S.M. Omnidirectional holonomic platforms, available at: https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/_Public/25/066/25066957.pdf

16. Raspopov V.Ia., Matveev V.V., Shvedov A.P., Pogorelov M.G., Riabtsev M.B., Alaluev R.V., Ladonkin A.V., Glagolev V.M. Mikrosistemy orientatsii [Microsystems orientation], available at: https://cyberleninka.ru/article/n/mikrosistemy-orientatsii

17. Mikhailov A.V. Konspekt lektsii po distsiplinam “Optimizatsii upravleniia”. “Optimal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob"ektami” [Synopsis of lectures on disciplines “Optimization of control”, “Optimum control of technological objects”]. Moscow: Moskovskii gosudarstvennyi universitet pishchevykh proizvodstv, 2009, 92 p.

18. El'tsgol'ts L.E. Differentsial'nye uravneniia i variatsionnoe ischislenie [Differential equations and variational calculations]. Moscow: Nauka, 1974, 492 p.

19. Asadov Kh.G. Sintez odnogo podklassa IIS po printsipu umen'sheniia razmernosti [Synthesis of one subclass of measuring-information systems on principle of dimension decrease]. *Izmeritel'naia tekhnika*, 2001, no. 3, pp. 14-16.

20. Asadov Kh.G. O sinteze odnogo podklassa IIS po printsipu umen'sheniia razmernosti [On synthesis of one subclass of measuring-information systems on principle of dimension decrease]. *Izmeritel'naia tekhnika*, 2002, no. 4, pp. 17-21.

Сведения об авторах

Асадов Хикмет Гамид оглы (Баку, Азербайджанская Республика) – доктор технических наук, профессор, иностранный член Академии инженерных наук им. академика А.М. Прохорова, начальник отдела Национального аэрокосмического агентства, Научно-исследовательского института аэрокосмической информатики (AZ1145, Баку, ул. С.С. Ахундова, 9, e-mail: asadzade@rambler.ru).

Абдуллаева Севиндж Новруз гызы (Баку, Азербайджанская Республика) – кандидат технических наук, доцент Азербайджанского государственного университета нефти и промышленности (AZ1010, Баку, пр. Азадлыг, 20, e-mail: abdullayevasn@mail.ru).

Тарвердиева Ульвия Хикмет гызы (Баку, Азербайджанская Республика) – инженер Научно-производственного центра «ОЗОН» (AZ1133, Баку, ул. 20 Января 7, e-mail: tarverul@mail.ru).

About the authors

Asadov Hikmat Hamid oglu (Baku, Azerbaijan Republic) is a Doctor of Technical Sciences, Professor, foreign member of Academy of Engineering Sciences named after academician A.M. Prokhorov, Head of Department, National Aerospace Agency, Research Institute of Aerospace Informatics (AZ1145, Baku, 9, S.S. Akhundov str., e-mail: asadzade@rambler.ru).

Abdullayeva Sevindj Novruz gizi (Baku, Azerbaijan Republic) is a Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, Azerbaijan State University of Oil and Industry (AZ1010, Baku, Azadlig ave., 20, e-mail: abdullayevasn@mail.ru).

Tarverdiyeva Ulviya Hikmat gizi (Baku, Azerbaijan Republic) is an Engineer, Scientific-Industrial Center “OZONE” (AZ1133, Baku, 20 January str., 7, e-mail: tarverul@mail.ru).

Получено 17.08.2020