

DOI: 10.15593/2224-9397/2020.2.12

УДК 519.876.2

**Н.В. Смирнов**

Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия

**ДИСКРЕТНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ  
БИООЧИСТКИ ВОДЫ В АЭРОТЕНКЕ**

Увеличение антропогенной нагрузки на природные источники воды обуславливает необходимость повышения эффективности очистки сточных вод. Проведение необходимого количества натурных экспериментов чрезмерно трудозатратно и может негативно отразиться на окружающей среде, поэтому важным этапом исследования биологической очистки сточных вод является математическое моделирование этого процесса. На очистных сооружениях можно обеспечить постоянные значения скоростей подачи активного ила и сточных вод в течение суток. Такая возможность адекватна для очистных сооружений, которые имеют отстойники-усреднители.

**Цель исследования:** разработка метода нахождения дискретного оптимального управления и модификация компартментальной математической модели процесса биологической очистки сточных вод. **Результаты:** модифицированы дифференциальные уравнения динамики общей концентрации микроорганизмов активного ила и концентрации кислорода. Добавлено уравнение для нахождения объемной скорости подачи кислорода. Предложен метод нахождения дискретного оптимального управления, который состоит в выборе количества включенных воздухоподовок и количества включенных иловых насосов с целью минимизации затрат на осуществление процесса биологической очистки при поддержании допустимых значений выходных концентраций загрязнителей. Комплекс программ для численного моделирования разработан на языке программирования Python. Результаты компьютерного моделирования и значения выходных модельных концентраций показывают адекватность разработанной модели процессу биоочистки сточных вод. В работе также приведен пример расчета оптимального управления по экспериментальным данным, полученным на канализационных очистных сооружениях г. Петрозаводска.

**Практическая значимость:** предложенные модификация математической модели и метод нахождения управления позволяют решать задачи прогнозирования и оптимального управления процессом биологической очистки сточных вод.

**Ключевые слова:** биологическая очистка сточных вод, оптимальное управление, численное моделирование, аэрация, окисление, нитрификация.

**N.V. Smirnov**

Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russian Federation

## **DISCRETE OPTIMAL CONTROL OF BIOLOGICAL WASTEWATER TREATMENT PROCESS IN ACTIVATED SLUDGE TANK**

The increase in anthropogenic load on natural water sources necessitates increasing the efficiency of wastewater treatment. The required number of natural experiments performance is excessively labor-intensive and can negatively affect the environment. Mathematical modeling is one main element in the biological wastewater treatment process study. A treatment plants technologist can provide constant values of the feed rates of activated sludge and wastewater during the day. This possibility is adequate for treatment plants that have the system of balancing tanks. **Purpose:** The development of a method for finding discrete optimal control and modification of the biological wastewater treatment process compartmental mathematical model. **Results:** I develop the modification of compartmental mathematical model with a variable structure for wastewater biological treatment process. Modifications appeared in the differential equations of the activated sludge microorganisms total concentration dynamics and oxygen concentration dynamics. The oxygen supply volumetric rate equation is in the model now. The discrete optimal control task is minimizing the biological wastewater treatment process costs while maintaining the output model concentrations of pollutants within acceptable limits. I propose the method for finding optimal control and develop the software package for numerical modeling in Python. The method consists in choosing the number of blowers turned on and the number of activated sludge pumps turned on. The computer modeling results and the model concentrations output values show the adequacy of the developed model to the process of biological wastewater treatment. There is the example of calculating of optimal control by experimental data obtained at the wastewater treatment plant in Petrozavodsk in the article. **Practical relevance:** The proposed mathematical model modification and the method for finding control allow to solve the forecasting and optimal control task for the biological wastewater treatment process.

**Keywords:** biological wastewater treatment, optimal control, numerical modeling, aeration, oxidation, nitrification.

**Введение.** В конце 1980-х группой исследователей была разработана математическая модель процесса биологической очистки сточных вод ASM1 [1]. Эта модель определила направление большого количества исследований, которые особенно актуальны в последние годы [2–18]. Удаление органических и азотсодержащих соединений определило главный вектор развития методов математического моделирования процессов биоочистки сточных вод.

Для моделирования динамики концентраций в воде можно использовать различные методы. В работе [2] применены нейронные сети для прогнозирования значений концентраций аммония, органики, растворенного кислорода и уровня pH в речной воде. Основным инструментом для моделирования динамических систем являются системы дифференциальных уравнений.

Описание различных методов удаления аммония приведено в обзорной статье [3]. Результаты применения мембранных фильтров в процессе биоочистки приведены в [4, 5]. В работе [6] сравнивается эффективность процесса биоочистки в зависимости от типа поверхностей в аэротенке, на которых закрепляется активный ил. В [6] применили модель процесса биоочистки для предприятия, в сточных водах которого обнаружена большая концентрация аммония.

При моделировании процесса биоочистки необходимо учитывать технологические характеристики очистных сооружений, допустимые режимы подачи кислорода, сточных вод и пр. Предложенные математические модели, как правило, могут быть применены для описания процесса биоочистки в аэротенках-смесителях или аэротенках-вытеснителях. В работах [19–20] предложена динамическая система для моделирования процесса биоочистки в аэротенке, в котором выделяют зоны нитрификации и денитрификации. Для описания процесса биоочистки в коридорного типа аэротенках с распределенной подачей сточных вод авторы предложили три математические модели [21–23]. Поскольку в [21] значения модельных концентраций находятся в каждый момент времени в каждом компартменте, а скорость подачи сточных вод является кусочно-постоянной, то задача нахождения оптимального управления вызывает непреодолимые вычислительные трудности. Выделение концентраций гетеротрофных и автотрофных микроорганизмов в общей биомассе, предложенное в работе [23], затруднено в допустимое время. Модификация и дальнейшее развитие математической модели из работы [22] предложены в этой статье.

Поддержание концентраций загрязнителей в очищенных сточных водах в допустимых границах имеет первостепенную важность в процессе очистки сточных вод, для этого в модели вводится управление и находится его оптимальное значение [7, 8, 10, 20, 24, 25]. В работе [9] сравниваются стоимости реализации нескольких сценариев удаления соединений фосфора из воды. В статье поставлена задача оптимального управления в смысле минимизации расходов при поддержании выходных концентраций органического загрязнителя и аммония в допустимых границах, предложен метод нахождения оптимального управления.

**1. Материалы и методы.** Отбор проб проводился на аэротенке (рис. 1) канализационных очистных сооружений (КОС) г. Петрозаводска. Аэротенк местами отбора проб условно разделяется на компар-

тменты  $C_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ . Для очистки сточных вод от растворенных в ней субстратов (загрязнителей) используется активный ил, который подается в начало первого коридора аэротенка и движется вдоль его оси. В регенераторе аэротенка микроорганизмы активного ила окисляют абсорбированный ими субстрат. В определенных точках аэротенка в иловую смесь входят сточные воды, в которых выделяются два типа субстрата: аммоний и легко биоразлагаемый органический субстрат. Нахождение концентрации каждого органического вещества невозможно в допустимые временные сроки, поэтому в качестве значения концентрации органики используется значение БПК<sub>ПОЛН</sub> (полное биохимическое потребление кислорода). Для обеспечения процессов окисления на дне аэротенка установлены подающие воздух плети диспергаторов.

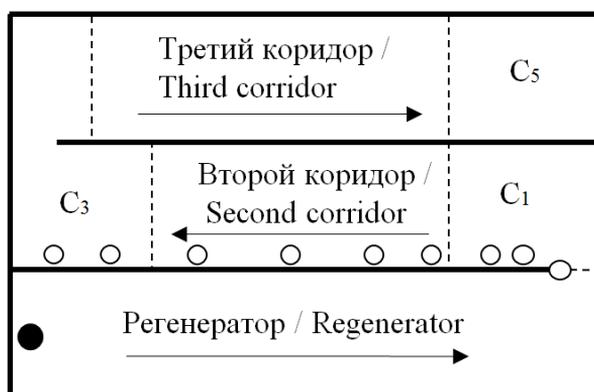


Рис. 1. Аэротенк коридорного типа: ● – место вхождения иловой смеси, ○ – место вхождения сточных вод, → – направление движения иловой смеси, ---- – граница компартмента,  $C_i$  ( $i=1, 3, 5$ ) – компартменты

У технолога КОС г. Петрозаводска были получены значения предельно допустимых концентраций (ПДК) загрязнителей, разрешенных к сбросу в Онежское озеро в очищенных сточных водах, для органических веществ и аммония соответственно:

- $S_1 = 6,98 \text{ г БПК}_{\text{ПОЛН}} / \text{м}^3$ ,
- $S_2 = 1,35 \text{ г NH}_4^+ / \text{м}^3$ .

Нормативы платы за сброс загрязняющих веществ в поверхностные и подземные водные объекты, в том числе через централизованные системы водоотведения приведены, в Постановлении правительства РФ [26].

Дифференциальные уравнения является стандартным средством для математического моделирования биохимических процессов. В работе для описания процессов биоочистки использована система нелинейных дифференциальных уравнений с переменной структурой.

**2. Математическая модель.** Для описания динамики модельных концентраций в аэротенке была разработана модификация (1–8) компартментальной математической модели [23]. В уравнениях (3, 6) расход активного ила заменен на его входную концентрацию активного ила. В уравнениях (4, 7) для упрощения записи не включена пороговая функция. Добавлено уравнение для нахождения значения управляющего параметра – удельной скорости подачи кислорода. При нахождении значения БПК<sub>ПОЛН</sub> учитывается расход кислорода на окисление и того субстрата, который не будет окислен в аэротенке, что обуславливает возможность уменьшения концентрации  $S_s$  только до порогового значения  $S_s^*$ . К моменту входа иловой смеси в компартмент  $C_4$  концентрация растворенной органики достигает значения  $S_s^*$ , в результате для описания модельных концентраций в компартментах  $C_1 - C_3$  предназначены уравнения (1–4), а для компартментов  $C_4, C_5$  – уравнения (2, 5, 6, 7):

$$\dot{S}_s = Q(S_s^{in} - S_s) - \frac{\mu_s}{Y_s} f(S_s, K_s) f(S_o, K_{o,H}) f_1(S_s) X, \quad (1)$$

$$\dot{S}_{NH} = Q(S_{NH}^{in} - S_{NH}) - \frac{\mu_{NH}}{Y_{NH}} f(S_{NH}, K_{NH}) f(S_o, K_{o,A}) f_2(S_s, S_{NH}) X, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{X} = Q(X^{in} - X) + & (\mu_s f(S_s, K_s) f(S_o, K_{o,H}) f_1(S_s) + \\ & + \mu_{NH} f(S_{NH}, K_{NH}) f(S_o, K_{o,A}) f_2(S_s, S_{NH}) - b) X, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_o = Q(S_o^{in} - S_o) + u - & \left( v + \left( \frac{1 - Y_s}{Y_s} \mu_s f(S_s, K_s) f(S_o, K_{o,H}) f_1(S_s) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{4,57 - Y_{NH}}{Y_{NH}} \mu_{NH} f(S_{NH}, K_{NH}) f(S_o, K_{o,A}) f_2(S_s, S_{NH}) + \beta_o \right) X \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\dot{S}_s = Q(S_s^{in} - S_s) - f_1(S_s) X, \quad (5)$$

$$\dot{X} = Q(X^{in} - X) + (\beta + \mu_{NH} f(S_{NH}, K_{NH}) f(S_o, K_{o,A}) f_2(S_s, S_{NH}) - b) X, \quad (6)$$

$$\dot{S}_O = Q(S_O^{in} - S_O) + u - \left( v + \left( \frac{4,57 - Y_{NH}}{Y_{NH}} \mu_{NH} f(S_{NH}, K_{NH}) f(S_O, K_{O,A}) f_2(S_S, S_{NH}) + \beta_O \right) X \right), \quad (7)$$

$$u = \frac{K_{von} \cdot v_{von} \cdot K_{disp,k} \cdot pr_{O_2} \cdot \rho_{O_2}}{V_j \cdot K_{tank} \cdot K_{disp}}, \quad (8)$$

$$f(S, K) = \frac{S}{S + K},$$

$$f_1(S_S) = \frac{1}{1 + e^{\alpha \left( \frac{S_S^* + \delta}{S_S} - 1 \right)}},$$

$$f_2(S_S, S_{NH}) = \frac{S_{NH} / (S_S - S_S^* - \delta)}{K_\alpha + S_{NH} / (S_S - S_S^* - \delta)},$$

где входные и выходные из компартментов концентрации соответственно:  $X^{in}$ ,  $X$  – активный ил,  $S_O^{in}$ ,  $S_O$  – кислород,  $S_{NH}^{in}$ ,  $S_{NH}$  – аммоний,  $S_S^{in}$ ,  $S_S$  – легко биоразложимый органический субстрат, модельные параметры:  $Q$  – суммарный расход активного ила сточных вод,  $S_S^*$  – пороговое значение  $S_S$ ,  $\delta$  и  $\alpha$  – достаточно малая и большая величины,  $K_\alpha$  – параметр, характеризующий замедление процессов нитрификации,  $b$  – скорость распада микроорганизмов,  $\beta$  и  $\beta_O$  – удельные скорость роста активного ила и расход кислорода при окислении трудно биоразложимого субстрата,  $u$  – удельная скорость подачи кислорода,  $v$  – удельная скорость выхода в атмосферу кислорода через поверхность воды, для описания процессов окисления субстратов с концентрацией  $S_S$  и  $S_{NH}$  в модель соответственно введены параметры:  $K_S$  и  $K_{NH}$  – коэффициенты полунасыщения субстратами,  $K_{O,H}$  и  $K_{O,A}$  – коэффициенты полунасыщения кислородом соответственно гетеротрофных и автотрофных микроорганизмов,  $Y_S$  и  $Y_{NH}$  – коэффициенты перехода субстратов в биомассу активного ила,  $\mu_S$  и  $\mu_{NH}$  – максимумы скорости увеличения концентрации  $X$  за счет окисления соответствующих субстратов,  $V_j$  – объем  $j$ -го компартмента,  $K_{tank}$  – количество

аэротенков,  $K_{\text{disp}}$  и  $K_{\text{disp},k}$  – соответственно общее количество плетей диспергаторов в аэротенке и в его  $k$ -м коридоре,  $K_{\text{von}}$  – количество воздуходувок в аэротенке,  $v_{\text{von}}$  – объемная скорость подачи воздуха одной воздуходувкой,  $\rho_{\text{O}_2}$  – плотность воздуха,  $pr_{\text{O}_2}$  – доля кислорода в объеме воздуха.

В общей биомассе активного ила выделяются две группы микроорганизмов: автотрофные и гетеротрофные. Гетеротрофные микроорганизмы окисляют органический субстрат и подавляют в конкуренции за кислород автотрофные микроорганизмы, которые, в свою очередь, окисляют аммоний. Это обуславливает значительное замедление окисления аммония и активизацию этого процесса по мере удаления органического субстрата. Введенные в математическую модель (1–8) пороговые функции  $f_1$  и  $f_2$  обеспечивают возможность моделирования конкуренции микроорганизмов за кислород и переключения процессов окисления с органики на аммоний. Выделение концентраций гетеротрофных и автотрофных микроорганизмов в иловой смеси затруднено, поэтому в модели (1–8) учтена динамика общей концентрации микроорганизмов.

При проведении компьютерного моделирования необходимо учесть, что значение  $S_S^{\text{in}}$  на входе в первый компартмент аэротенка может оказаться меньше значения  $S_S^*$ , в этом случае в качестве  $S^*$  нужно использовать значение  $S_S^{\text{in}} - \delta$ . При моделировании процесса биоочистки на КОС г. Петрозаводска было использовано значение  $S_S^* = 3 \text{ г/м}^3$ .

Из расширенного множества допустимых значений параметров [27] методом сканирования были найдены приближенные их значения. Найденные значения были уточнены с помощью методов теории чувствительности [28–30]. Значения параметров  $\delta = 10^{-2}$  и  $\alpha = 10^4$  выбраны так, чтобы обеспечить наибольшую эффективность численных расчетов и адекватность модели реальному процессу биоочистки.

Время является эквивалентом расстояния, на которое переместилась иловая смесь вдоль оси по коридору аэротенка. На графиках динамики модельных концентраций субстратов (рис. 2 и 3) на оси абсцисс отмечено время, прошедшее с момента входа иловой смеси

в первый компартмент аэротенка. После резкого увеличения концентрации субстратов, которое вызвано входом сточных вод в иловую смесь (рис. 1–3), наблюдается уменьшение их концентрации вследствие окисления субстратов. Из рис. 2 видно, что концентрация органического субстрата уменьшилась до значения  $S^*$ .

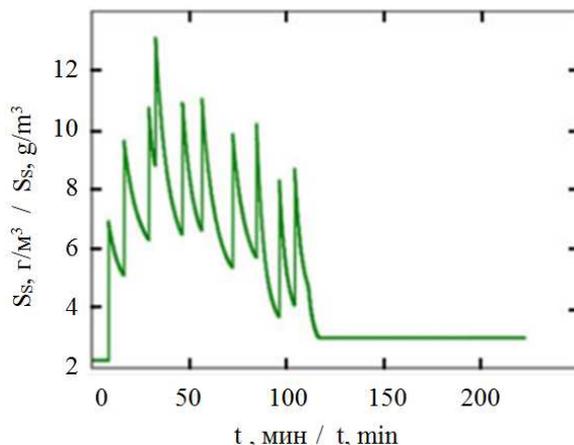


Рис. 2. Динамика модельной концентрации легко биоразложимого органического субстрата

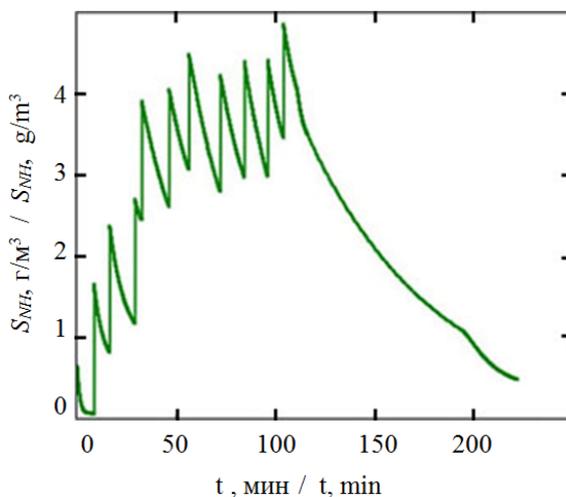


Рис. 3. Динамика модельной концентрации аммония

**3. Задача оптимального управления.** В предложенной ранее модели [21] значения модельных концентраций находятся в каждый момент времени в каждом компартменте, а скорость подачи сточных вод

может изменяться в течение суток. Нахождение оптимального управления для этой модели затруднено в силу вычислительной сложности. В модели (1–8) описывается динамика концентраций в объеме иловой смеси по мере перемещения вдоль оси аэротенка, скорости подачи сточных вод и активного ила являются константами в течение суток, что позволяет решить задачу оптимального управления процессом биоочистки.

Значение  $X^{in}$  в первом компартменте аэротенка определяется объемной скоростью подачи активного ила  $u_{il}$ . Наибольшее значение  $u_{il}$  ( $u_{il}^{max}$ , м<sup>3</sup> ила/час) соответствует наибольшему расходу электроэнергии иловыми насосами  $u_{el1}^{max}$  (кВт/ч). Режиму расхода активного ила сопоставим число  $u_{il}^{mode} \in [0; 1]$ , где 1 соответствует наибольшему расходу активного ила, тогда расход активного ила и мощность иловых насосов соответственно находятся по формулам:

$$u_{il} = u_{il}^{mode} \cdot u_{il}^{max}, \quad u_{el,1} = u_{il}^{mode} \cdot u_{el1}^{max}.$$

Объемная скорость подачи воздуха  $u_{aer}^{min}$  (м<sup>3</sup>/ч) одной воздуходувкой, которая потребляет  $u_{el2}^{min}$  (кВт/ч),  $u_{aer}^{mode} \in N$  – количество включенных воздуходувок. Расход кислорода и суммарная мощность включенных воздуходувок находятся по формулам:

$$u_{aer} = u_{aer}^{mode} \cdot u_{aer}^{min}, \quad u_{el2} = u_{aer}^{mode} \cdot u_{el2}^{min}.$$

Пусть  $\rho$  – цена 1 кВт электроэнергии. Для нахождения суточных расходов КОС на подачу активного ила и воздуха соответственно предложены функционалы:

$$I_1 = 24 \cdot u_{il}^{mode} \cdot u_{el1}^{max} \cdot \rho, \quad I_2 = 24 \cdot u_{aer}^{mode} \cdot u_{el2}^{min} \cdot \rho,$$

а также функционалы для нахождения выплат за сброс легко биоразложимого органического субстрата и аммония соответственно:

$$I_3 = 24 \left( \begin{array}{l} \min \left( \frac{S_S^{out}}{10^6} \cdot q_{sv}, UN_S^* \right) UN_{S, hour} + \\ + \max \left( \frac{S_S^{out}}{10^6} \cdot q_{sv} - UN_S^*, 0 \right) CC_{S, hour} \end{array} \right) \text{руб/сут},$$

$$I_4 = 24 \left( \begin{array}{l} \min \left( \frac{S_{NH}^{out}}{10^6} \cdot q_{sv}, UN_{NH}^* \right) UN_{NH, hour} + \\ + \max \left( \frac{S_{NH}^{out}}{10^6} \cdot q_{sv} - UN_{NH}^*, 0 \right) CC_{NH, hour} \end{array} \right) \text{руб/сут,}$$

где  $UN_m^*$ ,  $m \in \{S, NH\}$  и  $CC_m^*$  – сумма выплат за сброс загрязняющих веществ в природные водные объекты в установленных нормативах и сверх этих норм соответственно,  $S_S^{out}$ ,  $S_{NH}^{out}$  – значение концентрации легко биоразложимых органических веществ и аммония на выходе из аэротенка соответственно,  $q_{sv}$  – часовой расход сточных вод,

Время, за которое иловая смесь проходит от входа во второй коридор (рис. 1) до выхода из аэротенка, обозначим  $\bar{T}$ , тогда задача оптимизации расходов очистных сооружений следующая:

$$I = \sum_{i=1}^4 I_i \rightarrow \min, \quad (9)$$

с ограничениями:

$$S_{NH}(\bar{T}) \leq S_1, \quad (10)$$

$$\xi(\bar{T}) \leq S_2, \quad (11)$$

при этом управляющими параметрами являются  $u_{il}$  и  $u$ , значения которых регулируются путем выбора значений  $u_{il}^{mode}$  и  $u_{aer}^{mode}$ .

В таблице приведены значения функционала  $I$  за сутки работы одного аэротенка КОС г. Петрозаводска и выходные модельные концентрации при различных режимах работы воздуходувок и иловых насосов. Режимы, при которых иловые насосы работают меньше чем на половину максимальной мощности, обеспечивают ухудшение качества очистки воды, поэтому они не рассмотрены. Таким образом, для нахождения оптимального управления достаточно произвести расчеты с каждым из дискретного множества наборов допустимых значений управляющих параметров и минимизировать функционал (9) при выполнении ограничений (10, 11). По данным таблицы нетрудно выбрать оптимальные значения управляющих параметров.

Результаты моделирования при различных значениях управляющих параметров

$u_{il}^{mode}$	$u_{aer}^{mode}$	$S_S^{out}$	$S_{NH}^{out}$	$X^{out}$	$S_O^{out}$	$I$ (руб/сут)/
0,500	1	3,00	10,29	2878,88	0,01	10056,03
0,625	1	3,18	9,35	2294,24	0,02	10969,42
0,750	1	4,03	8,84	2404,88	0,02	11905,61
0,875	1	4,79	8,35	2501,62	0,01	12842,63
1,00	1	5,38	7,94	2578,89	0,01	13783,09
0,500	2	3,00	0,48	3016,1	2,92	15849,78
0,625	2	3,00	0,60	3085,93	1,89	16810,95
0,750	2	3,00	0,73	3145,82	1,38	17772,21
0,875	2	3,00	0,83	3197,7	1,12	18733,29
1,00	2	3,00	0,91	3238,84	0,99	19694,05
0,500	3	3,00	0,23	3015,06	15,37	21847,28
0,625	3	3,00	0,24	3085,08	12,82	22807,38
0,750	3	3,00	0,26	3145,11	10,92	23767,54
0,875	3	3,00	0,28	3197,12	9,49	24727,73
1,00	3	3,00	3,00	3238,35	8,49	25687,92
0,500	4	3,00	0,23	3014,7	23,12	27847,31
0,625	4	3,00	0,24	3084,78	22,12	28807,39
0,750	4	3,00	0,25	3144,87	20,71	29767,51
0,875	4	3,00	0,27	3196,92	18,47	30727,66
1,00	4	3,00	0,28	3238,17	16,82	31687,81
Оптимальное управление / Optimal control:						
0,500	2	3,00	0,48	3016,1	2,92	15849,78

**Выводы.** Рассмотрен процесс биологической очистки сточных вод в аэротенках с распределенной подачей сточных вод. Предложенная модификация математической модели процесса биоочистки позволяет прогнозировать модельные концентрации по всей длине аэротенка и на выходе из него.

В работе поставлена задача оптимального управления процессом биологической очистки сточных вод и разработан метод нахождения дискретного оптимального управления. Применение полученных результатов позволяет оптимизировать расходы на обеспечение процесса биоочистки сточных вод при поддержании необходимой степени очистки.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 18-01-00249а.*

### **Библиографический список**

1. Activated Sludge Model No. 1. Scientific and Technical Report No. 1. London: IAWPRC / M. Henze, W. Gujer, R. Marais, T. Matsuo [et al.]. – 1987. – URL: [https://www.researchgate.net/publication/243624144\\_Activated\\_Sludge\\_Model\\_No\\_1](https://www.researchgate.net/publication/243624144_Activated_Sludge_Model_No_1) (дата обращения: 01.05.2020).
2. A software sensor model based on hybrid fuzzy neural network for rapid estimation water quality in Guangzhou section of Pearl River, China / C. Zhou, C. Zhang, D. Tian [et al.] // *Journal of Environmental Science and Health*. – 2018. – P. 91–98. DOI: <https://doi.org/10.1080/10934529.2017.1369815>
3. Karri R.R., Sahu J.N., Chimmiri V. Critical review of abatement of ammonia from wastewater // *Journal of Molecular Liquids*. – 2018. – Vol. 261. – P. 21–31. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2018.03.120>
4. Understanding the performance of an AnMBR treating urban wastewater and food waste via model simulation and characterization of the microbial population dynamics / F. Durán, R. Barat, J. Ferrer [et al.] // *Process Biochemistry*. – 2018. – Vol 67. – P. 139–146. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procbio.2018.02.010>
5. Mathematical modeling on the nitrogen removal inside the membrane-aeratedbiofilm dominated by ammonia-oxidizing archaea (AOA): Effects of temperature, aeration pressure and COD/N ratio / M. Li, C. Du, J. Liu [et al.] // *Chemical Engineering Journal*. – 2018. – Vol. 338. – P. 680–687. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.01.040>
6. Performance of nitrogen removal in attached growth reactors with different carriers / H. Le, N. Jantararat, A. Nakaruk [et al.] // *Journal of Water Reuse and Desalination*. – 2018. – P. 331–339. DOI: <https://doi.org/10.2166/wrd.2017.182>
7. Elawwad A. Optimized biological nitrogen removal of high-strength ammonium wastewater by activated sludge modeling // *Journal of Water Reuse and Desalination*. – 2018. – P. 393–403. DOI: <https://doi.org/10.2166/wrd.2017.200>
8. Sediment minimization in canals: An optimal control approach / L.J. Alvarez-Vázquez, A. Martínez, C. Rodríguez, M.E. Vázquez-Méndez // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2018. – Vol. 149. – P. 109–122. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2018.02.007>
9. Cost effectiveness of phosphorus removal processes in municipal wastewater treatment / R. Bashar, K. Gungor, K.G. Karthikeyan, P. Barak //

Chemosphere. – 2018. – Vol. 197. – P. 280–290. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2017.12.169>

10. Optimization of methane-dependent oxygenic denitrification in sequencing batch reactors by insights into the microbial interactions / Z. He, J. Feng, Z. Wei [et al.] // *Science of the Total Environment*. – 2018. – Vol. 643. – P. 623–631. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.06.238>

11. Spatial-temporal dynamics of organics and nitrogen removal in surface flow constructed wetlands for secondary effluent treatment under cold temperature / H. Wu, W. Ma, Q. Kong, H. Liu // *Chemical Engineering Journal*. – 2018. – Vol. 350. – P. 445–452. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.06.004>

12. Mathematical modeling of simultaneous carbon-nitrogen-sulfur removal from industrial wastewater / X.-J. Xua, C. Chen, X. Zhou [et al.] // *Journal of Hazardous Materials*. – 2017. – Vol. 321. – P. 371–381. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2016.08.074>

13. Numerical solution of a multi-class model for batch settling in water resource recovery facilities / R. Bürger, S. Diehl, P.A. Vanrolleghem [et al.] // *Applied Mathematical Modelling*. – 2017. – Vol. 49. – P. 415–436. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.05.014>

14. Mathematical simulating the process of aerobic granular sludge treating high carbon and nitrogen concentration wastewater / J. Zhao, J. Huang, M. Guan [et al.] // *Chemical Engineering Journal*. – 2016. – Vol. 306. – P. 676–684. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2016.07.098>

15. Mathematical modeling of autotrophic denitrification (AD) process with sulphide as electron donor / G. Xu, F. Yin, S. Chen [et al.] // *Water Research*. – 2016. – Vol. 91. – P. 225–234. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.01.011>

16. Simsek H. Mathematical modeling of wastewater-derived biodegradable dissolved organic nitrogen // *Environmental Technology*. – 2016. – P. 2879–2889. DOI: <https://doi.org/10.1080/09593330.2016.1167964>

17. Gotovtsev A.V. Evaluating BOD and the coefficient of oxidation rate: monitoring, direct and inverse problems, formulas, calculations and tables // *Water Resources*. – 2016. – Vol. 43, no. 6. – P. 885–898. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0097807816050067>

18. Savenko V.S. A Semiempirical mathematical model of the secondary pollution of water bodies by soluble iron and manganese forms // *Water Resources*. – 2016. – Vol. 43, no. 6. – P. 862–872. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0097807816060063>

19. Грудяева Е.К., Душин С.Е., Кузьмин Н.Н. Динамические модели управляемых биохимических процессов очистки сточных вод // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2015. – Т. 58. – № 9. – С. 732–737. DOI: <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2015-58-9-732-737>

20. Грудяева Е.К., Душин С.Е. Логико-динамическое управление биохимическими процессами очистки сточных вод // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 7(168). – С. 208–219.

21. Смирнов Н.В., Новиков П.И. Компьютерное моделирование процесса биоочистки с кусочно-постоянным часовым расходом сточных вод // Вестник Пермского национального политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2017. – № 24. – С. 134–149.

22. Кириллов А.Н., Смирнов Н.В. Компьютерное моделирование и управление процессом биологической очистки сточных вод в аэротенке // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2018. – № 26. – С. 142–157.

23. Кириллов А.Н., Рейсс Т.В., Смирнов Н.В. Математическое моделирование процессов нитрификации и окисления органических веществ в проточной биосистеме // Ученые записки Петрозавод. гос. ун-та. Сер. Естественные и технические науки. – 2013. – № 4(133). – С. 105–109.

24. Grigorieva E.V., Bondarenko N.V., Khailov E.N. Time optimal control problem for the waste water biotreatment model // Journal of Dynamical and Control Systems. – 2015. – Vol. 21. – P. 3–24. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10883-014-9214-y>

25. Villez K., Vanrolleghem P.A., Corominas L. Optimal flow sensor placement on wastewater treatment plants // Water Research. – 2016. – Vol. 101. – P. 75–83. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.05.068>

26. О нормативах платы за выбросы в атмосферный воздух загрязняющих веществ стационарными и передвижными источниками, сбросы загрязняющих веществ в поверхностные и подземные водные объекты, в том числе через централизованные системы водоотведения, размещение отходов производства и потребления: Постановление Правительства РФ № 344 от 12 июня 2003 г. – М., 2003. – URL: <http://legalacts.ru/doc/postanovlenie-pravitelstva-rf-ot-12062003-n-344> (дата обращения: 01.05.2020).

27. A nonlinear observer for an activated sludge wastewater treatment process / B. Boulkroune, M. Darouach, M. Zasadzinski, S. Gille // American control conference. – 2009. – P. 1027–1033. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2009.5160499>

28. Practical identifiability of ASM2d parameters – systematic selection and tuning of parameter subsets / R. Brun, M. Kühni, H. Siegrist, W. Gujer, P. Reichert // Water Research. – 2002. – 36. – P. 4113–4127. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0043-1354\(02\)00104-5](https://doi.org/10.1016/S0043-1354(02)00104-5)

29. Chai Q. Modeling, estimation and control of biological wastewater treatment plants. Doctoral theses at NTNU 2008:108 at HiT. – Porsgrunn, 2008.

30. Кириллов А.Н., Смирнов Н.В. Параметрическая идентификация математической модели процесса биологической очистки в аэротенке // Труды Карельского науч. центра Рос. акад. наук. Сер. Математическое моделирование и информационные технологии. – 2014. – № 4. – С. 67–74.

### References

1. Henze M., Gujer W., Marais R., Matsuo T. et al. Activated Sludge Model No. 1. Scientific and Technical Report No. 1. London: IAWPRC, 1987, available at: [https://www.researchgate.net/publication/243624144\\_Activated\\_Sludge\\_Model\\_No\\_1](https://www.researchgate.net/publication/243624144_Activated_Sludge_Model_No_1) (accessed 01 May 2020).

2. Zhou C., Zhang C., Tian D. et al. A software sensor model based on hybrid fuzzy neural network for rapid estimation water quality in Guangzhou section of Pearl River, China. *Journal of Environmental Science and Health*, 2018, pp. 91-98. DOI: <https://doi.org/10.1080/10934529.2017.1369815>

3. Karri R.R., Sahu J.N., Chimmiri V. Critical review of abatement of ammonia from wastewater. *Journal of Molecular Liquids*, 2018, vol. 261, pp. 21-31. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2018.03.120>

4. Durán F., Barat R., Ferrer J. et al. Understanding the performance of an AnMBR treating urban wastewater and food waste via model simulation and characterization of the microbial population dynamics. *Process Biochemistry*, 2018, vol. 67, pp. 139-146. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procbio.2018.02.010>.

5. Li M., Du C., Liu J. et al. Mathematical modeling on the nitrogen removal inside the membrane-aerated biofilm dominated by ammonia-oxidizing archaea (AOA): Effects of temperature, aeration pressure and

COD/N ratio. *Chemical Engineering Journal*, 2018, vol. 338, pp. 680-687. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.01.040>

6. Le H., Jantarat N., Nakaruk A. et al. Performance of nitrogen removal in attached growth reactors with different carriers. *Journal of Water Reuse and Desalination*, 2018, pp. 331-339. DOI: <https://doi.org/10.2166/wrd.2017.182>

7. Elawwad A. Optimized biological nitrogen removal of high-strength ammonium wastewater by activated sludge modeling. *Journal of Water Reuse and Desalination*, 2018, pp. 393-403. DOI: <https://doi.org/10.2166/wrd.2017.200>

8. Alvarez-Vázquez L.J., Martínez A., Rodríguez C., Vázquez-Méndez M.E. Sediment minimization in canals: An optimal control approach. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2018, vol. 149, pp. 109-122. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2018.02.007>

9. Bashar R., Gungor K., Karthikeyan K.G., Barak P. Cost effectiveness of phosphorus removal processes in municipal wastewater treatment. *Chemosphere*, 2018, vol. 197, pp. 280-290. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2017.12.169>

10. He Z., Feng J., Wei Z. et al. Optimization of methane-dependent oxygenic denitrification in sequencing batch reactors by insights into the microbial interactions. *Science of the Total Environment*, 2018, vol. 643, pp. 623-631. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.06.238>

11. Wu H., Ma W., Kong Q., Liu H. Spatial-temporal dynamics of organics and nitrogen removal in surface flow constructed wetlands for secondary effluent treatment under cold temperature. *Chemical Engineering Journal*, 2018, vol. 350, pp. 445-452. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2018.06.004>

12. Xua X.-J., Chen C., Zhou X. et al. Mathematical modeling of simultaneous carbon-nitrogen-sulfur removal from industrial wastewater. *Journal of Hazardous Materials*, 2017, vol. 321, pp. 371-381. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2016.08.074>

13. Bürger R., Diehl S., Vanrolleghem P.A. et al. Numerical solution of a multi-class model for batch settling in water resource recovery facilities. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, Vol. 49, pp. 415-436. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.05.014>

14. Zhao J., Huang J., Guan M. et al. Mathematical simulating the process of aerobic granular sludge treating high carbon and nitrogen concentration wastewater. *Chemical Engineering Journal*, 2016, vol. 306, p. 676-684. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cej.2016.07.098>

15. Xu G., Yin F., Chen S. et al. Mathematical modeling of autotrophic denitrification (AD) process with sulphide as electron donor. *Water Research*, 2016, vol. 91, pp. 225-234. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.01.011>

16. Simsek H. Mathematical modeling of wastewater-derived biodegradable dissolved organic nitrogen. *Environmental Technology*, 2016, pp. 2879-2889. DOI: <https://doi.org/10.1080/09593330.2016.1167964>

17. Gotovtsev A.V. Evaluating BOD and the coefficient of oxidation rate: monitoring, direct and inverse problems, formulas, calculations and tables. *Water Resources*, 2016, vol. 43, no. 6, pp. 885-898. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0097807816050067>

18. Savenko V.S. A Semiempirical mathematical model of the secondary pollution of water bodies by soluble iron and manganese forms. *Water Resources*, 2016, vol. 43, no. 6, pp. 862-872. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0097807816060063>

19. Grudiaeva E.K., Dushin S.E., Kuz'min N.N. Dinamicheskie modeli upravliaemykh biokhimicheskikh protsessov ochistki stochnykh vod [Dynamic models of controlled biochemical wastewater treatment processes]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2015, vol. 58, no. 9, pp. 732-737. DOI: <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2015-58-9-732-737>

20. Grudiaeva E.K., Dushin S.E. Logiko-dinamicheskoe upravlenie biokhimicheskimi protsessami ochistki stochnykh vod [Logical-dynamic control of biochemical processes of wastewater treatment]. *Izvestiia Iuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2015, no. 7(168), pp. 208-219.

21. Smirnov N.V., Novikov P.I. Komp'yuternoe modelirovanie protsessa bioochistki s kusochno-postoiannym chasovym raskhodom stochnykh vod [Computer simulation of the process of bio-purification with a piecewise constant hourly flow of wastewater]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotehnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniia*, 2017, no. 24, pp. 134-149.

22. Kirillov A.N., Smirnov N.V. Komp'yuternoe modelirovanie i upravlenie protsessom biologicheskoi ochistki stochnykh vod v aerotenke [Computer modeling and control of the biological wastewater treatment process in the aerotank]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotehnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniia*, 2018, no. 26, pp. 142-157.

23. Kirillov A.N., Reiss T.V., Smirnov N.V. Matematicheskoe modelirovanie protsessov nitrifikatsii i okisleniia organicheskikh veshchestv v protochnoi biosisteme [Mathematical modeling of the processes of nitrification and oxidation of organic substances in a flow-through biosystem]. *Uchenye zapiski Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, 2013, no. 4(133), pp. 105-109.

24. Grigorieva E.V., Bondarenko N.V., Khailov E.N. Time optimal control problem for the waste water biotreatment model. *Journal of Dynamical and Control Systems*, 2015, vol. 21, pp. 3-24. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10883-014-9214-y>

25. Villez K., Vanrolleghem P.A., Corominas L. Optimal flow sensor placement on wastewater treatment plants. *Water Research*, 2016, vol. 101, pp. 75-83. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.05.068>

26. O normativakh platy za vybrosy v atmosferyni vozdukh zagriazniaiushchikh veshchestv statsionarnymi i peredvizhnymi istochnikami, sbrosy zagriazniaiushchikh veshchestv v poverkhnostnye i podzemnye vodnye ob"ekty, v tom chisle cherez tsentralizovannye sistemy vodootvedeniia, razmeshchenie otkhodov proizvodstva i potrebleniia: Postanovlenie Pravitel'stva RF № 344 ot 12 iiunia 2003 goda [On the standards of payment for emissions of pollutants into the atmospheric air by stationary and mobile sources, discharges of pollutants into surface and ground water bodies, including through centralized drainage systems, disposal of production and consumption waste: Resolution of the Government of the Russian Federation No. 344 of June 12, 2003] Moscow, 2003, available at: <http://legalacts.ru/doc/postanovlenie-pravitelstva-rf-ot-12062003-n-344> (accessed 01 May 2020).

27. Boulkroune B., Darouach M., Zasadzinski M., Gille S. A non-linear observer for an activated sludge wastewater treatment process. *American control conference*, 2009, pp. 1027-1033. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2009.5160499>

28. Brun R., Kühni M., Siegrist H., Gujer W., Reichert P. Practical identifiability of ASM2d parameters - systematic selection and tuning of parameter subsets. *Water Research*, 2002, 36, pp. 4113-4127. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0043-1354\(02\)00104-5](https://doi.org/10.1016/S0043-1354(02)00104-5)

29. Chai Q. Modeling, estimation and control of biological wastewater treatment plants. Doctoral theses at NTNU 2008:108 at HiT. Porsgrunn, 2008.

30. Kirillov A.N., Smirnov N.V. Parametricheskaia identifikatsiia matematicheskoi modeli protsessa biologicheskoi ochistki v aerotenke [Parametric identification of mathematical model of biological treatment process in aeration tank]. *Trudy Karel'skogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk. Matematicheskoe modelirovanie i informatsionnye tekhnologii*, 2014, no. 4, pp. 67-74.

### Сведения об авторе

**Смирнов Николай Васильевич** (Петрозаводск, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория вероятностей и анализ данных» Петрозаводского государственного университета (185910, Республика Карелия, Петрозаводск, пр. Ленина, 33, e-mail: nvsmirnov87@gmail.com).

### About the author

**Smirnov Nikolai Vasilyevich** (Petrozavodsk, Russian Federation) is a Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor Department of Probability Theory and Data Analysis Petrozavodsk State University (185910, Petrozavodsk, 33, Lenina ave., e-mail: nvsmirnov87@gmail.com).

Получено 06.04.2020