

УДК 621.313

С.А. Ганджа¹, Д.С. Аминов¹, Б.И. Косимов¹, Р.Р. Ниматов²¹Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия²Комсомольский-на-Амуре государственный университет,
Комсомольск-на-Амуре, Россия

РАЗРАБОТКА ИНЖЕНЕРНОЙ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ СИСТЕМ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Интенсивное развитие систем с постоянными магнитами требует совершенствования методов их расчета. В настоящее время создать электромеханические устройства с высокими массоэнергетическими показателями невозможно без точных методов расчета полей и оптимизационных расчетов. При этом возникает следующее техническое противоречие. Точные электромагнитные расчеты требуют значительных вычислительных ресурсов и применения сложных программ, таких как Ansys, Cosmos, а методы оптимизации нуждаются в большом количестве циклов вычислений при выборе наилучших параметров. Включить тяжеловесные программы в оптимизационные циклы, несмотря на их точность, не представляется возможным из-за неприемлемого времени вычисления. Разрешить это противоречие можно только в одном случае: необходимо создать простую, но точную модель расчета магнитной системы, которую можно было бы использовать для оптимизации. В статье предлагается решение данной проблемы, а именно методика, основанная на методе конечных элементов. Но для реализации этого метода используется заранее выбранное ограниченное количество элементов, обеспечивающих требуемую точность. **Это новый подход в решении подобных задач.** Таким образом, получен простой с точки зрения реализации, но приемлемый по точности расчета основных электромагнитных параметров метод. Он прошел апробацию для моделей оптимизации с большим числом циклов при проектировании систем с постоянными магнитами и показал очень хорошие результаты по времени счета и точности. Метод применялся при проектировании магнитных систем генераторов ветроэнергетических установок, вентильных двигателей для запорной аппаратуры, генераторов для дизель-электрических установок источников бесперебойного питания. Этот подход можно рекомендовать для решения других подобных задач: тепловых, вентиляционных, гидравлических, динамики напряжений.

Ключевые слова: магнитное поле, магнитный поток, индукция, метод конечных элементов, векторный магнитный потенциал, оптимальное проектирование.

S.A. Gandzha¹, D.S. Aminov¹, B.I. Kosimov¹, R.R. Nimatov²

¹South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

²Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia

DEVELOPMENT OF ENGINEERING METHODS OF CALCULATION MAGNETIC SYSTEMS WITH PERMANENT MAGNETS ON THE BASIS OF THE FINITE ELEMENT METHOD

Intensive development of systems with permanent magnets requires improvement of their calculation methods. At present, it is impossible to create Electromechanical devices with high mass-energy indicators without accurate methods of field calculation and optimization calculations. Thus there is the following technical contradiction. Accurate electromagnetic calculations require significant computational resources and the use of complex programs such as Ansys, Cosmos, and optimization methods require a large number of calculation cycles when choosing the best parameters. It is not possible to include heavy-weight programs in optimization cycles, despite their accuracy, because of the unacceptable calculation time. This contradiction can be solved in only one case: it is necessary to create a simple but accurate model for the calculation of the magnetic system, which could be used for optimization. The article offers a solution to this problem. A technique based on the finite element method is proposed, but a pre-selected limited number of elements providing the required accuracy is used to implement this method. **This is a new approach to solving such problems.** Thus, the method is simple in terms of implementation, but acceptable in terms of accuracy of calculation of the basic electromagnetic parameters. It has been tested for optimization models with a large number of cycles in the design of permanent magnet systems and has shown very good results in counting time and accuracy. The method used in the design of magnetic systems of generators of wind power installations, gate motors, shutoff devices, generators for diesel-electric installations of uninterruptible power supplies. This approach can be recommended for solving other similar problems: thermal, ventilation, hydraulic, dynamics of stress.

Keywords: magnetic field, magnetic flux, induction, finite element method, vector magnetic potential, optimal design.

Электроприводы на базе вентильных электрических машин с высококоэрцитивными постоянными магнитами постоянно совершенствуются. Эта тенденция объясняется развитием оборонных систем, дальнейшим освоением космоса, появлением интеллектуальных приводов в гражданской сфере. Создание новых, доступных по цене магнитных материалов, развитие силовой электроники ускоряют этот процесс. При этом требуются постоянное увеличение удельных энергетических показателей, повышение надежности, снижение себестоимости разрабатываемых изделий. Эти задачи невозможно решить без выбора оптимальной геометрии магнитной системы вентильной машины по заранее определенному экспертом показателю качества. В зависимости от назначения привода это может быть минимальный вес, минимальный объем, максимальный коэффициент полезного действия, минимальная масса

активных материалов (меди и постоянных магнитов), максимальное быстроедействие. Следует отметить, что все современные методы оптимального проектирования основаны на большом количестве итерационных циклов [1]. В зависимости от выбранного метода оптимизации и сложности математической модели, описывающей электромагнитные процессы в электрической машине, число циклов перебора независимых переменных может достигать десятков и сотен тысяч. Даже мощные вычислительные комплексы очень часто не могут в разумный временной интервал рассчитать оптимальную геометрию при таком числе анализируемых вариантов. По этой причине невозможно использовать точные, но тяжеловесные программы электромагнитного анализа, такие как Ansys, Cosmos, Nastran и другие. Кафедра теоретических основ электротехники ЮУрГУ с этой проблемой столкнулась много лет назад при разработке электроприводов для специальной техники. Все эти годы делались неоднократные попытки разработать простую, но приемлемую по точности методику расчета магнитных систем с высококоэрцитивными магнитами. Применялись методы: по кривым возврата, граничной коллокации, планирования эксперимента и другие [2–6]. Все эти попытки приводили к удовлетворительному решению конкретных узких задач, но при включении этих методов в оптимизационный цикл получался, как правило, отрицательный результат.

Из-за погрешности расчета блок-оптимизатор часто выбирал нереальные для практики размеры. Например, из-за погрешности расчета потока рассеяния с боковой грани магнита программа оптимизации часто выбирала высоту магнита из материала неодим-железо-бор более 300 мм. Такие магниты на практике не изготавливают из-за невозможности их качественного промагничивания. Следует отметить, что точность расчета параметров магнитной системы очень важна, так как эти параметры в основном определяют энергетику системы (потери, тепловое состояние, КПД).

Таким образом, задача разработки простой, но достаточно точной инженерной методики расчета систем с постоянными магнитами до сих пор остается острой и актуальной. Анализ литературы [2, 3] и практика оптимизации магнитоэлектрических систем на кафедре теоретических основ электротехники позволяют утверждать, что решение данной задачи представляет научную новизну. В данной статье предпринята попытка решения этой проблемы.

Постановка задачи. Магнитную систему практически всех электротехнических изделий можно привести в виду, представленному на рис. 1.

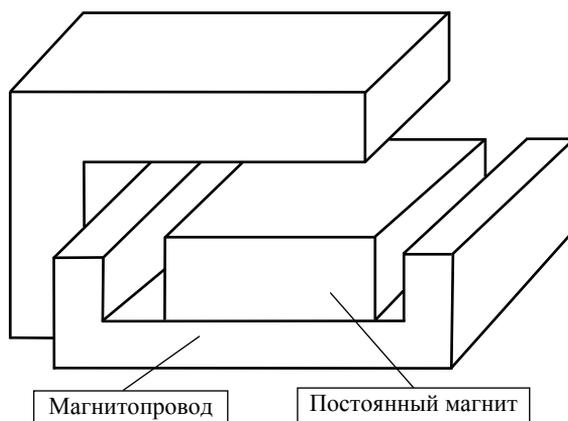


Рис. 1. Расчетная модель магнитной системы

Данная модель учитывает все особенности магнитного состояния системы: потоки в нейтральном сечении, потоки рассеяния, рабочий поток. Даже электрическую машину со сложной геометрией зубцовой зоны можно в первом приближении привести к указанной расчетной схеме. Это можно объяснить тем, что основное сопротивление магнитному потоку для ненасыщенных и слабо насыщенных магнитных систем представляет воздушный зазор.

Если идти по пути дальнейшего упрощения, то можно перейти от объема к плоской задаче, которая представлена на рис. 2.

На рис. 2 показаны следующие размеры: hm – высота магнита; bm – ширина магнита; hj – толщина магнитопровода; δ – расстояние между торцевой гранью магнита и магнитопроводом; δ – воздушный зазор.

Как было отмечено выше, наиболее надежным и проверенным на практике методом расчета магнитных систем является метод конечных элементов [4–10]. Но применение данного метода содержит следующее противоречие: использование большого количества элементов повышает точность расчета, но делает применение этого метода громоздким и неприемлемым для формирования системы уравнений вручную при создании инженерной методики. С другой стороны, малое количество элементов недопустимо огрубляют задачу и не позволяют получить требуемую для практики точность.

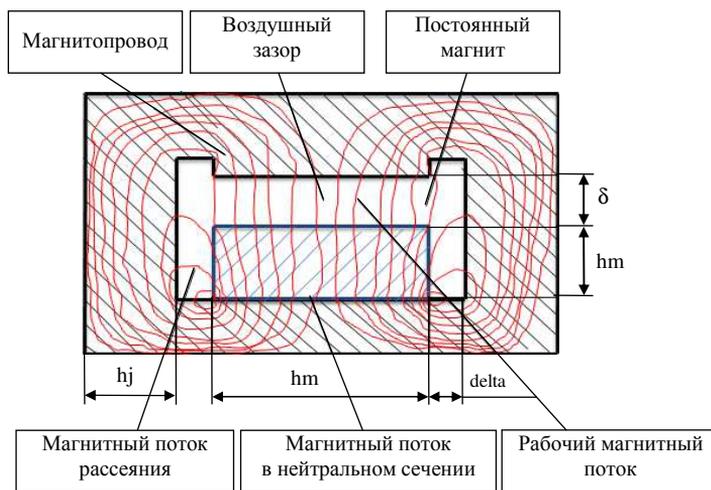


Рис. 2. Плоский вариант расчетной задачи

Для решения поставленной задачи было принято простое, но достаточно эффективное решение. Путем нескольких тестовых вычислений для достаточно большого количества разнообразных магнитных систем было выбрано количество элементов, обеспечивающих требуемую точность расчета и позволяющих сформировать систему уравнений вручную. Эти уравнения были первоначально заложены и проверены в программе Mathcad, а затем переведены на программный язык высокого уровня Delphi для проведения оптимизационных расчетов различных магнитных систем. Для указанных программ были сформированы инженерные методики расчета для учебного процесса и научных исследований.

Использование метода конечных элементов для построения математической модели. Метод конечных элементов для расчета магнитных полей основан на аппроксимации векторного магнитного потенциала дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей, называемых конечными элементами (КЭ). Плоскопараллельные краевые задачи используют декартову систему координат. Внутри каждого элемента векторный магнитный потенциал можно представить в виде интерполяционного полинома первой степени (рис. 3).

Примем нумерацию узлов в элементе i, j, k против часовой стрелки. Узловые значения потенциала обозначим через A_i, A_j, A_k , а координаты узлов соответственно $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j), (X_k, Y_k)$. Подстановка в интерполяционный полином приводит к системе уравнений:

$$\begin{aligned} A_i &= \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 Y_i, \\ A_j &= \alpha_1 + \alpha_2 X_j + \alpha_3 Y_j, \\ A_k &= \alpha_1 + \alpha_2 X_k + \alpha_3 Y_k. \end{aligned}$$

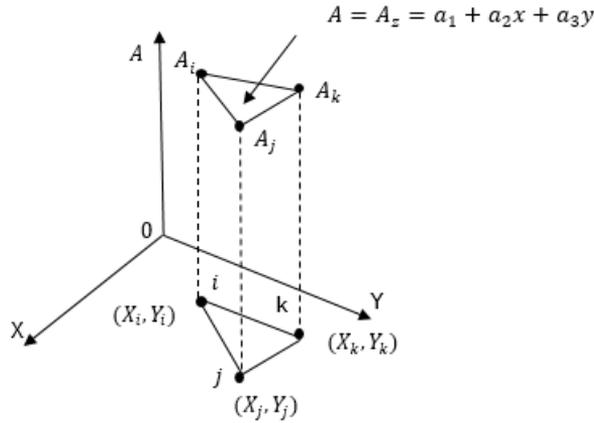


Рис. 3. Представление векторного магнитного потенциала для одного элемента

В результате решения системы уравнений можно определить коэффициенты:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2S_a} [(X_j Y_k - X_k Y_j) A_i + (X_k Y_i - X_i Y_k) A_j + (X_i Y_j - X_j Y_i) A_k], \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2S_a} [(Y_j - Y_k) A_i + (Y_k - Y_i) A_j + (Y_i - Y_j) A_k], \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2S_a} [(X_k - X_j) A_i + (X_i - X_k) A_j + (X_j - X_i) A_k]. \end{aligned}$$

Площадь элемента S_a можно определить из матричного соотношения:

$$S_a = 0,5 \begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix}.$$

Подставляя значения коэффициентов в интерполяционный полином, можно записать выражение для функции векторного магнитного потенциала через три функции формы, по одной для каждого узла:

$$A = N_i A_i + N_j A_j + N_k A_k.$$

Для каждого узла функция формы выглядит следующим образом:

$$N_i = \frac{1}{2S_a} (a_i + b_i x + c_i y),$$

где $a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$, $b_i = Y_j - Y_k$, $c_i = X_k - X_j$;

$$N_j = \frac{1}{2S_a} (a_j + b_j x + c_j y),$$

где $a_j = X_k Y_i - X_i Y_k$, $b_j = Y_k - Y_i$, $c_j = X_i - X_k$;

$$N_k = \frac{1}{2S_a} (a_k + b_k x + c_k y),$$

где $a_k = X_i Y_j - X_j Y_i$, $b_k = Y_i - Y_j$, $c_k = X_j - X_i$.

Решение краевой задачи теории поля методом конечных элементов производится на основе вариационного исчисления. С вариационной точки зрения решение дифференциального уравнения в частных производных с заданными граничными условиями эквивалентно нахождению минимума энергетического функционала:

$$F = \int_S \left(\int_0^{B_x} \frac{1}{\mu} B_x dB_x + \int_0^{B_y} \frac{1}{\mu} B_y dB_y \right) dS - \int_S A J dS,$$

где $B_x = \frac{\partial A}{\partial y}$, $B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}$ – составляющие вектора магнитной индукции поля, распределенного в области S по осям X и Y .

Записав условие минимума функционала, являющегося функцией значений A_i, A_j, A_k на каждом конечном элементе, получим систему алгебраических уравнений для определения значений векторного потенциала в узлах треугольников, которыми покрывается расчетная область:

$$\frac{\partial F^{(\alpha)}}{\partial A_i} = \frac{1}{4\mu S_a} [(c_i^2 + b_i^2)A_i + (c_i c_j + b_i b_j)A_j + (c_i c_k + b_i b_k)A_k] - j \frac{S_a}{2} = 0,$$

$$\frac{\partial F^{(\alpha)}}{\partial A_j} = \frac{1}{4\mu S_a} [(c_i c_j + b_i b_j)A_i + (c_j^2 + b_j^2)A_j + (c_j c_k + b_j b_k)A_k] - j \frac{S_a}{2} = 0,$$

$$\frac{\partial F^{(\alpha)}}{\partial A_k} = \frac{1}{4\mu S_a} [(c_i c_k + b_i b_k)A_i + (c_j c_k + b_j b_k)A_j + (c_k^2 + b_k^2)A_k] - j \frac{S_a}{2} = 0.$$

На основе полученных уравнений для каждого конечного элемента (треугольника) образуется система алгебраических уравнений, решение которой дает значения векторного магнитного потенциала A в вершинах треугольников (рис. 4).

На первом этапе построения модели были определены координаты узлов через варьируемые параметры геометрии системы. Таким образом, при изменении размеров магнитной системы изменялись только размеры элементов, количество элементов и узлов при этом оставалось

заданным (60 элементов, 42 узла). Далее были заданы размеры матрицы жесткости (20,20) и линейного вектора свободных членов (20), которые на начальном этапе были обнулены. Затем был составлен алгоритм для определения элементов локальной матрицы жесткости. По этому алгоритму были определены элементы всех локальных матриц жесткости. Элементы глобальной матрицы жесткости были получены путем сложения значений локальных элементов. Намагниченность постоянного магнита была учтена плотностью тока элементов 15, 25 и 35, которая рассчитывалась через коэрцитивную силу магнитного материала и высоту магнита. В общей сложности при формировании локальных матриц и глобальной матрицы необходимо было сформировать вручную 483 уравнения. Столь объемная задача оказалась не очень сложной, поскольку линейные алгебраические уравнения достаточно просты и однотипны. Для решения системы уравнений был использован метод Гаусса, который в виде стандартной процедуры заложен в Mathcad и Delphi.

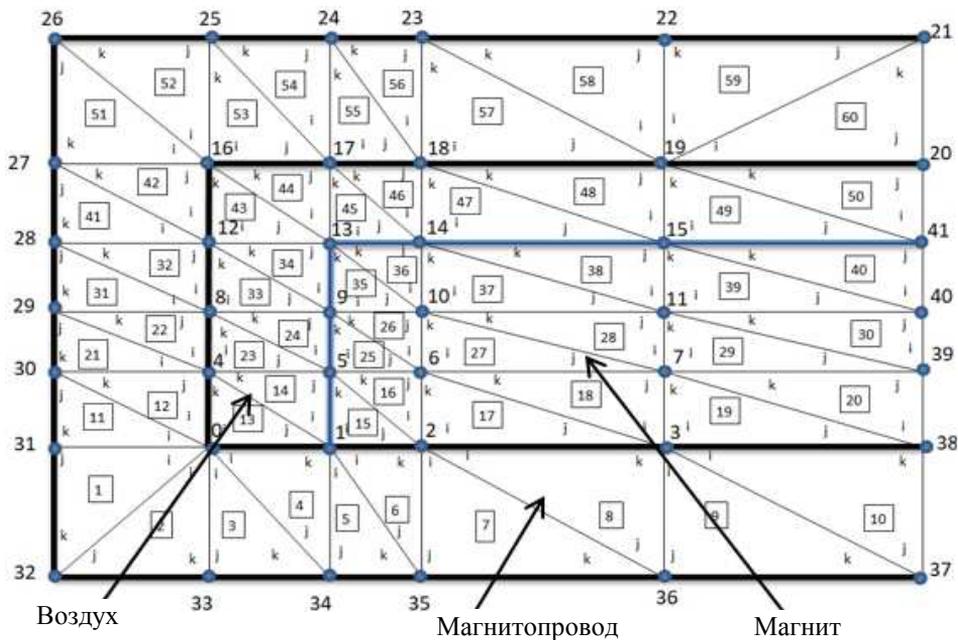


Рис. 4. Разбиение магнитной системы на конечные элементы

Фрагмент реализации инженерной методики в программе Mathcad представлен ниже. Показаны вычисления для наиболее характерного для 15-го элемента, так как он содержит материал постоянного магнита.

Элемент 15

Магнитная проницаемость элемента:

$$\mu_i := \mu_{tag} := 1,236 \times 10^{-6}.$$

Нумерация узлов 15-го элемента:

$$\mu_{yi} := 1, \mu_{yj} := 2, \mu_{yk} := 5.$$

Обнуление локальной матрицы:

$$aa := 0.$$

Координаты узлов элемента:

$$X_i := x_{\mu_{yi}} Y_i := y_{\mu_{yi}},$$

$$X_j := x_{\mu_{yj}} Y_j := y_{\mu_{yj}},$$

$$X_k := x_{\mu_{yk}} Y_k := y_{\mu_{yk}},$$

Площадь элемента

$$S := 0.5 \begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix},$$

Коэффициенты для вычисления локальной матрицы жесткости

$$C_i := X_k - X_j B_i := Y_j - Y_k,$$

$$C_j := X_i - X_k B_j := Y_k - Y_i,$$

$$C_k := X_j - X_i B_k := Y_i - Y_j.$$

Определение элементов локальной матрицы жесткости

$$aa_{\mu_{yi}. \mu_{yi}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_i^2 + B_i^2),$$

$$aa_{\mu_{yj}. \mu_{yi}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_i \cdot C_j + B_i \cdot B_j),$$

$$aa_{\mu_{yi}. \mu_{yk}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_i \cdot C_k + B_i \cdot B_k),$$

$$aa_{\mu_{yj}. \mu_{yi}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_i \cdot C_j + B_i \cdot B_j),$$

$$aa_{\mu_{yj}. \mu_{yj}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_j^2 + B_j^2),$$

$$aa_{\mu_{yj}. \mu_{yk}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_j \cdot C_k + B_j \cdot B_k),$$

$$aa_{\mu_{yk}. \mu_{yi}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_i \cdot C_k + B_i \cdot B_k),$$

$$aa_{\mu_{yk}. \mu_{yj}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_j \cdot C_k + B_i \cdot B_k),$$

$$aa_{\mu_{yk}. \mu_{yk}} := \frac{1}{4\mu_i \cdot S} \cdot (C_k^2 + B_k^2).$$

Формирование вектора свободных членов

$$b_{nyi} := \frac{Hc \cdot hm}{9} b_{nyj} := \frac{Hc \cdot hm}{9} b_{nyk} := \frac{Hc \cdot hm}{9}.$$

Сложение элементов локальной матрицы жесткости с элементами глобальной матрицы жесткости:

$$a := a + aa.$$

После формирования глобальной матрицы жесткости и глобального вектора свободных членов система уравнений составлена и может быть решена относительно магнитных потенциалов в узлах элементов:

$$A := a^{-1} \cdot b.$$

Через значения магнитных потенциалов в узлах элементов можно определить все характеристики магнитной системы.

Средняя индукция в воздушном зазоре:

$$B_{\text{delta}} := \frac{A_{17}}{0,5bm}.$$

Средняя индукция на поверхности магнита:

$$B_{\text{mag}} := \frac{A_{13}}{0,5bm}.$$

Средняя индукция в нейтральном сечении магнита:

$$B_{\text{nmag}} := \frac{A_1}{0,5bm}.$$

Магнитный поток:

$$F_{\text{mag}} := A_{13}.$$

Для проверки точности расчета разработанной инженерной методики она сравнивалась с решением задач копий в программе AnsysElectronicsDesktop, которая осуществляет автоматическую разбивку области расчета на несколько тысяч элементов.

В качестве одного из вариантов тестирования была выбрана магнитная система со следующими параметрами:

– воздушный зазор, м	0,01;
– толщина магнита, м	0,01;
– ширина магнита, м	0,04;
– толщина магнитопровода, м	0,02;
– расстояние между боковой гранью магнита и магнитопроводом (для потоков рассеяния), м	0,005;
– остаточная индукция магнитного материала, Тл	1,1;
– коэрцитивная сила магнитного материала, А/м	890 000.

На рис. 5. представлены результаты сравнительного анализа расчета основных параметров в программе Mathcad и в программе AnsysElectronicsDesktop.

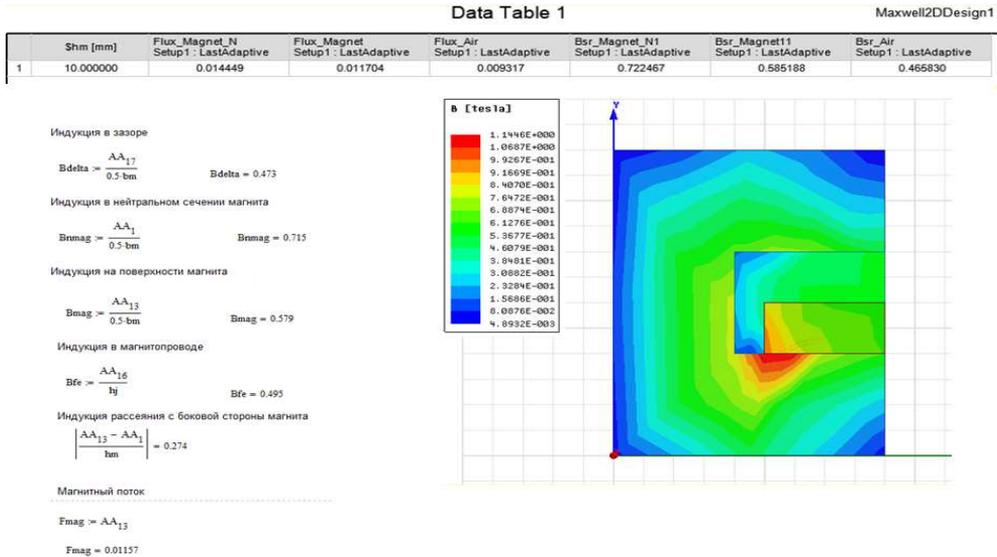


Рис. 5. Результаты решения задачи копии в программе AnsysElectronicsDesktop

Погрешность по определению средней индукции в воздушном зазоре составила 1,5 %, что является очень хорошим результатом для инженерных расчетов. Следует отметить, что время решения всех тестовых задач составило доли секунды в отличие от работы программы AnsysElectronicsDesktop, которая занимала около 2 минут.

Анализ результатов. Данная расчетная модель была использована для расчета магнитных систем в программах оптимизации вентиляционных машин комбинированного возбуждения, в расчетах вентиляционных магнитоэлектрических машин радиальных и тангенциальных систем возбуждения, при расчете магнитоэлектрических генераторов для ветроэнергетических установок [11–22]. Для блока-оптимизатора применялся метод покоординатного спуска в сочетании с методом Фибоначчи. Известно, что метод покоординатного спуска содержит очень большое число циклов, которое резко возрастает при увеличении числа варьируемых переменных [1]. При решении названных оптимизационных задач использовалось до 5 циклично изменяемых параметров. Время оптимизационных расчетов при этом не превысило 30–40 с.

Предлагаемая методика использования достаточно сложного метода конечных элементов, но при небольшом, заранее определенном с точки зрения требуемой точности, фиксированном числе узлов и самих элементов, представляет собой новый подход к решению задач данного типа. Его можно рекомендовать для решения других подобных задач, для которых используется метод конечных элементов.

Выводы. В основу разработанной инженерной методики расчета магнитной системы положен проверенный на практике метод конечных элементов. Существенное упрощение модели позволило сократить затраты на решение задачи. Модель можно использовать в качестве основы для проведения оптимизационных расчетов с большим количеством циклов по перебору независимых элементов. При этом точность определения основных параметров магнитной системы получилась довольно высокой и составляет около 1,5 %. Методика реализована и апробирована в программах Mathcad и Delphi. Данная расчетная модель успешно применялась для оптимизации широкого круга вентильных электрических машин с магнитоэлектрическим возбуждением.

Таким образом, поставленная задача разработки простой, но точной методики расчета магнитных систем с постоянными магнитами, которую можно использовать для оптимизации с большим циклом итераций, достигнута. *Этот новый подход может быть использован для решения подобных задач из других сфер научной деятельности: гидродинамики, аэродинамики, теплодинамики, динамики напряжений.*

Работа выполнялась в Южно-Уральском государственном университете при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №14-19-00327). Авторы благодарят администрацию университета, предоставившую возможность реализации данного проекта.

Библиографический список

1. Геминтерн В.И., Каган Б.М. Методы оптимального проектирования. – М.: Энергия, 1980.
2. Gandzha S., Kiessh I., Aminov D. Development of an engineering technique for calculating magnet systems with permanent magnets // International Conference on Industrial Engineering; 15–18 May 2018, Moscow. – Moscow, 2018.
3. Балагуров В.А., Галтеев Ф.Ф., Ларионов А.Н. Электрические машины с постоянными магнитами. – М.: Энергия, 1964. – 480 с.

4. Вольдек А.И. Исследование магнитного поля в воздушном зазоре явнополюсных синхронных машин методом гармонических проводимостей // *Электричество*. – 1966. – № 7. – С. 46–52.

5. Daryl L. Logan. A first course in the finite element method. Cengage Learning. – 2011.

6. Reddy J.N. An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). – McGraw-Hill, 2006.

7. Hinton Ernest, Irons Bruce. Least squares smoothing of experimental data using finite elements // *Strain*. – July 19684. – P. 24–27. DOI: 10.1111/j.1475-1305.1968.tb01368.x

8. Gard Paulsen, Håkon With Andersen, John Petter Collett, Iver Tangen Stensrud. Building Trust. The history of DNV 1864–2014. Lysaker, Norway: Dinamo Forlag A/S. – 2014. – P. 121, 436.

9. Strang Gilbert, Fix George. An Analysis of The Finite Element Method. – Prentice Hall, 1973.

10. Bathe K.J. Finite Element Procedures. – Cambridge, MA: Klaus-Jürgen Bathe, 2006.

11. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals (Sixth ed.). – Butterworth-Heinemann, 2005.

12. Gandzha S.A. Modelling of Permanent Magnet Direct Current Motor with Electromagnetic Reduction // *Collection of papers of Software Users Sixth Conference CAD_FEMGmbH*; 20–21 April 2006. – Moscow, 2006. – P. 358–360.

13. Gandzha S.A., Erlisheva A.V. Starter-generator for autonomous source of energy supply // *Вестник Южно-Урал. гос. ун-та. Сер. Энергетика*. – 2005. – Вып. 6, № 9. – P. 84–86.

14. Gandzha S.A. The application of synchronous induction generator for windmill // *ELMASH-2009. Электроэнергетика и электротехника. Проблемы и перспективы: тр. симп.* – М., 2009. – Т. 1. – С. 168–170.

15. Gandzha S.A., Halstead R.L. Optimal design of brushless axial gap electric machines for low power windmills // *Design World (engineering solution for product manufactures)*. – 2012. – № 1. – URL: www.designworldonline.com

16. Gandzha S.A., Kiessh I.E. Application brushless machines with combine excitation for a small and medium power windmills // *Procedia Engineering*. – December 2015. – 129. – P. 191–194.

17. Gandzha S.A., Kiessh I.E. Variable speed power // *Procedia Engineering*. – December 2015. – 129. – P. 731–735.

18. Gandzha S.A., Sogrin A.I., Kiessh I.E. The Comparative Analysis of Permanent Magnet Electric Machines with Integer and Fractional Number of Slots per Pole and Phase // *Procedia Engineering*. – December 2015. – 129. – P. 408–414.

19. Application of digital twins technology for the analysis of brushless electric machines with axial magnetic flux / S.A. Gandzha, D.S. Aminov, I.E. Kiessh, B.I. Kosimov // *Digital industry: state and prospects of development 2018: International scientific conference*. – 2018.

20. Gandzha S.A., Aminov D.S., Kosimov B.I. Design of Brushless Electric Machine with Axial Magnetic Flux Based on the Use of Nomograms // *International Ural Conference on Green Energy (UralCon)*. – 2018. – P. 282–287.

21. Ганджа С.А., Мартьянов А.С. Методика инженерного расчета синхронных генераторов с аксиальным магнитным потоком // *Вестник Южно-Урал. гос. ун-та. Сер. Энергетика*. – 2013. – Т. 13. – № 2. – С. 85–87.

22. Ганджа С.А., Мартьянов А.С. Определение оптимальных габаритных размеров для вентильных машин с аксиальным магнитным потоком (ВМАП) // *Вестник Южно-Урал. гос. ун-та. Сер. Энергетика*. – 2013. – Т. 13. – № 2. – С. 88–90.

References

1. Gemintern V.I., Kagan B.M. *Metody optimal'nogo proektirovaniia* [Methods of optimal design]. Moscow: Energiia, 1980.

2. Gandzha S., Kiessh I., Aminov D. Development of an engineering technique for calculating magnet systems with permanent magnets. *International Conference on Industrial Engineering*, 15-18 May 2018. Moscow, 2018.

3. Balagurov V.A., Galteev F.F., Larionov A.N. *Elektricheskie mashiny s postoiannymi magnitami* [Electric machines with permanent magnets]. Moscow: Energiia, 1964. 480 p.

4. Vol'dek A.I. *Issledovanie magnitnogo polia v vozdushnom zazore iavnopoliusnykh sinkhronnykh mashin metodom garmonicheskikh provodimostei* [Study of the magnetic field in the air gap of polar-pole

synchronous machines by the method of harmonic conductivities]. *Elektrichestvo*, 1966, no. 7, pp. 46-52.

5. Daryl L. Logan. A first course in the finite element method. Cengage Learning, 2011.

6. Reddy J.N. An Introduction to the Finite Element Method (Third ed.). McGraw-Hill, 2006.

7. Hinton Ernest, Irons Bruce. Least squares smoothing of experimental data using finite elements. *Strain*. July 1968, pp. 24-27. DOI: 10.1111/j.1475-1305.1968.tb01368.x

8. Gard Paulsen, Håkon With Andersen, John Petter Collett, Iver Tangen Stensrud. Building Trust. The history of DNV 1864-2014. Lysaker, Norway: Dinamo Forlag A/S, 2014, pp. 121, 436.

9. *Strang Gilbert, Fix George*. An Analysis of The Finite Element Method. Prentice Hall, 1973.

10. Bathe, K.J. Finite Element Procedures. Cambridge, MA: Klaus-Jürgen Bathe, 2006.

11. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.* The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals (Sixth ed.). Butterworth-Heinemann, 2005.

12. Gandzha S.A. Modelling of Permanent Magnet Direct Current Motor with Electromagnetic Reduction. *Collection of papers of Software Users Sixth Conference CAD_FEM GmbH*, 20-21 April 2006. Moscow, 2006, pp. 358-360.

13. Gandzha S.A., Erlisheva A.V. Starter-generator for autonomous source of energy supply. *Vestnik Iuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Energetika*, 2005, iss. 6, no. 9, pp. 84-86.

14. Gandzha S.A. The application of synchronous induction generator for windmill. *ELMASH-2009. Elektroenergetika i elektrotehnika. Problemy i perspektivy. Trudy simpoziuma*. Moscow, 2009, vol. 1, pp. 168-170.

15. Gandzha S.A., Halstead R.L. Optimal design of brushless axial gap electric machines for low power windmills. *Design World (engineering solution for product manufactures)*, 2012, no. 1, available at: www.designworldonline.com

16. Gandzha S.A., Kiessh I.E. Application brushless machines with combine excitation for a small and medium power windmills. *Procedia Engineering*. December 2015, vol. 129, pp. 191-194.

17. Gandzha S.A., Kiessh I.E. Variable speed power. *Procedia Engineering*. December 2015, vol. 129, pp. 731-735.

18. Gandzha S.A., Sogrin A.I., Kiessh I.E. The Comparative Analysis of Permanent Magnet Electric Machines with Integer and Fractional Number of Slots per Pole and Phase // *Procedia Engineering*. December 2015, vol. 129, pp. 408-414.

19. Gandzha S.A., Aminov D.S., Kiessh I.E., Kosimov B.I. Application of digital twins technology for the analysis of brushless electric machines with axial magnetic flux. *Digital industry: state and prospects of development 2018: International scientific conference*.

20. Gandzha S.A., Aminov D.S., Kosimov B.I. Design of Brushless Electric Machine with Axial Magnetic Flux Based on the Use of Nomograms. *International Ural Conference on Green Energy (UralCon)*, 2018, pp. 282-287.

21. Gandzha S.A., Mart'ianov A.S. Metodika inzhenerного rascheta sinkhronnykh generatorov s aksial'nym magnitnym potokom [The technique of engineering calculation of synchronous generators with an axial magnetic flux]. *Vestnik Iuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Energetika*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 85-87.

22. Gandzha S.A., Mart'ianov A.S. Opredelenie optimal'nykh gabaritnykh razmerov dlia ventil'nykh mashin s aksial'nym magnitnym potokom (VMAP) [Determination of the optimal dimensions for barrier machines with axial magnetic flux (VMAP)]. *Vestnik Iuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Energetika*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 88-90.

Сведения об авторах

Ганджа Сергей Анатольевич (Челябинск, Россия) – доктор технических наук, заведующий кафедрой «Теоретические основы электротехники» Южно-Уральского государственного университета (454080, Челябинск, пр. Ленина 76, e-mail: gandja_sa@mail.ru).

Аминов Дилшод Саидович (Челябинск, Россия) – аспирант кафедры «Теоретические основы электротехники» Южно-Уральского государственного университета (454080, Челябинск, пр. Ленина 76, e-mail: dilshod-aminov-93@mail.ru).

Косимов Бахтиёр Исмагуллоевич – аспирант кафедры «Теоретические основы электротехники» Южно-Уральского государственного университета (454080, Челябинск, пр. Ленина 76, e-mail: kosimov.energy@mail.ru).

Ниматов Рустам Рамазонович (Комсомольск-на-амуре, Россия) – аспирант кафедры «Промышленная электроника» Комсомольского-на-амуре государственного университета (681013, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина 27, e-mail: rustam0592@mail.ru).

About the authors

Gandzha Sergey Anatolyevich (Chelyabinsk, Russian Federation) is a Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Theoretical Fundamentals of Electrotechnology of South Ural State University (454080, Chelyabinsk, 76, Lenina ave., e-mail: gandja_sa@mail.ru).

Aminov Dilshod Saidovich (Chelyabinsk, Russian Federation) is a Graduate Student of Department of Theoretical Fundamentals of Electrotechnology of South Ural State University (454080, Chelyabinsk, 76, Lenina ave., e-mail: dilshod-aminov-93@mail.ru).

Kasimov Bakhtiyor Ismatulloevich (Chelyabinsk, Russian Federation) is a Graduate Student of Department of Theoretical Fundamentals of Electrotechnology of South Ural State University (454080, Chelyabinsk, 76, Lenina ave., e-mail: kosimov.energy@mail.ru).

Nimatov Rustam Ramazanovich (Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation) is a Graduate Student of the Department of Industrial electronics of Komsomolsk-on-Amur State University (681013, Komsomolsk-on-Amur, 27, Lenina ave., e-mail: rustam0592@mail.ru).

Получено 17.01.2019