

УДК 621.315

**Н.М. Труфанова, Е.Ю. Навалихина, М.В. Марковский**Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ  
ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ  
КАБЕЛЬНОМ КАНАЛЕ**

Дано решение нестационарной двумерной задачи процессов тепло-массопереноса для кабельных линий, проложенных в прямоугольном кабельном канале в воздушном пространстве в условиях естественной конвекции. Поставленная задача решена с помощью метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS Fluent. Проведена верификация предложенной математической модели путем сходимости численного метода. Исследованы влияния теплофизических свойств изоляции, а также влияние расположения кабелей в кабельных каналах на время работы кабельных линий. Получены температурные поля и поля скоростей в кабельном канале в зависимости от расположения кабельных линий.

**Ключевые слова:** кабельный канал, тепло-массоперенос, токовая нагрузка, нестационарный режим, математическая модель, верификация, теплофизические свойства, ламинарное течение воздуха, приближение Буссинеска.

**N.M. Trufanova, E.Yu. Navalikhina, M.V. Markovskiy**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

**MATHEMATICAL MODELING OF UNSTEADY HEAT AND MASS  
TRANSFER IN RECTANGULAR CABLE CHANNELS**

In this paper, two-dimensional problem was solved transient heat and mass transfer processes for cable lines laid in a rectangular duct in the airspace under natural convection. The problem is solved using the finite element method in the software package ANSYS Fluent. The verification of the proposed mathematical model by the convergence of the numerical method. Investigated the influence of thermal insulation properties, as well as the influence of the location of cables in cable ducts for the duration of cable lines. The temperature field and velocity field in the duct depending on the location of cable lines.

**Keywords:** cable channel, heat and mass transfer, current load, transient mode, mathematical model, verification, thermo physical properties, laminar air flow, Boussinesq approximation.

В настоящее время наблюдается тенденция роста случаев применения кабельных линий с изоляцией из сшитого полиэтилена при прокладке электрических сетей всех классов напряжения. Зачастую единственной альтернативой передачи больших мощностей электрической

энергии в стесненных городских условиях являются линии в подземном канале.

Часто использование внутреннего пространства кабельных сооружений не эффективно [1]. В данной работе рассматривается проблема максимального заполнения кабельного канала кабельными линиями при допустимых нагрузках и в режимах перегрузки. Поскольку долговечность и работоспособность кабельных линий определяются температурным режимом при эксплуатации [2], то необходимо исследование процессов тепломассопереноса в кабельном канале при различных условиях прокладки и различных режимах работы.

Для выбора наиболее рациональной прокладки кабельных линий в работе разработана двумерная нестационарная математическая модель процессов тепломассопереноса в кабельном канале.

Геометрические размеры кабельного канала, и расположение кабелей показаны на рис. 1. Вокруг кабельного канала – земля, внутри кабельного канала циркулирует воздух.

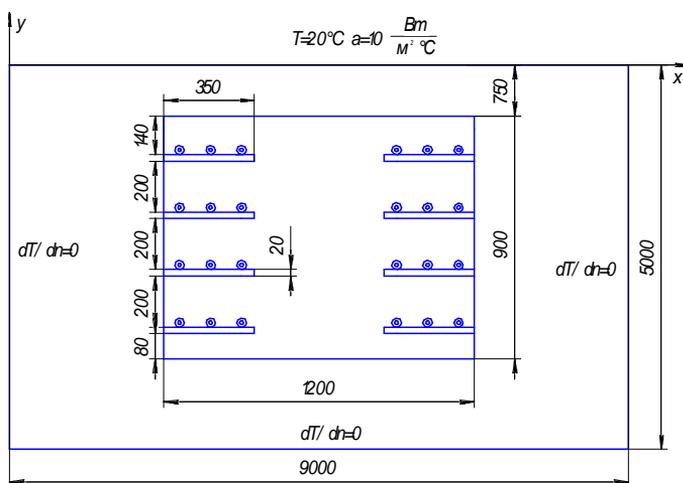


Рис. 1. Геометрические размеры и граничные условия кабельного канала

Кабельная линия состоит из 3 кабелей марки ПвПг 1x150/35-20. Наружный диаметр составляет 36 мм, а диаметр токопроводящей жилы – 14 мм. Расстояние между силовыми кабелями составляет 70 мм.

При решении задач учитывались естественная конвекция воздуха в кабельном канале, лучистый теплообмен, гравитационная составляющая для описания конвективного тепломассопереноса.

Математическая модель движения и теплоперенос воздуха основываются на законах сохранения массы, количества движения и энергии [3–5].

Были сделаны следующие допущения: движение воздушного потока в ламинарном режиме, теплофизические характеристики используемых материалов не зависят от температуры, сложная конструкция изоляции, оболочки и других конструктивных элементов кабеля заменена однородным монолитом из сшитого полиэтилена с усредненными свойствами [6, 7].

С учетом сделанных допущений система дифференциальных уравнений в двухмерной нестационарной постановке, описывающих процессы теплопереноса в кабельном канале при ламинарном режиме движения воздуха, имеет следующий вид [8]:

– уравнение движения:

$$\frac{\partial U_x}{\partial \tau} + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial U_x}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_y}{\partial \tau} + U_x \frac{\partial U_y}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_y}{\partial y} = \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{g\beta(T-T_0)}{\rho}, \end{aligned} \quad (2)$$

– уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + U_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + U_y \frac{\partial \rho}{\partial y} = \rho \left( \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right), \quad (3)$$

– уравнение энергии для воздуха:

$$\rho c \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + U_x \frac{\partial t}{\partial x} + U_y \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda \frac{\partial t}{\partial y}, \quad (4)$$

– уравнение теплопроводности для кабельных линий:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + q_v = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad (5)$$

– уравнение теплопроводности для массива земли:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad (6)$$

– плотность воздуха зависит от температуры по закону Буссинеска [9]:

$$\rho(T) = \rho_0[1 - \beta(t - t_0)], \quad (7)$$

где  $x, y$  – декартовы координаты;  $U_x, U_y$  – компоненты вектора скорости воздуха в канале;  $t$  – температура, °С;  $P$  – отклонения давления воздуха от гироскопического;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho, \mu$  – плотность и вязкость воздуха;  $\rho_0$  – плотность воздуха при  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $q_v$  – мощность внутреннего источника тепла;  $\beta$  – температурный коэффициент плотности воздуха;  $\lambda$  – теплопроводность материалов.

Система дифференциальных уравнений (1)–(7) замыкается следующими граничными условиями:

- для скоростей ставится граничное условие на поверхности стенки канала и кабелей непроникаемости и прилипания;
- на поверхности земли задано граничное условие третьего рода по температуре, коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  на поверхности земли равен  $10 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{°C})$ , а температура окружающей среды  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ;
- на остальных границах в массиве земли заданы адиабатические условия теплообмена;
- на границах контакта разнородных сред задавались граничные условия четвертого рода и условия сопряжения температур.

Конвективный теплообмен между кабелями и стенками полиэтиленовой трубы дополняется энергией излучения между сегментами поверхностей, являющимися границами областей. Воздух трактуется как прозрачная среда, не поглощающая тепловое излучение, а граничные поверхности, участвующие в теплообмене, как серые поверхности [10].

Расчет суммарной плотности радиационного потока на поверхностях выполняется матричным методом. Плотность эффективного излучения сегмента поверхности определяется по формуле

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) F_{i-j} J_j, \quad (8)$$

где  $J_i$  – излучение сегмента  $j$ ,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $F_{i-j}$  – угловой коэффициент от поверхности  $i$  к поверхности  $j$ ;  $\varepsilon_i$  – степень черноты поверхности  $i$ ;  $T_i$  – температура  $i$ -го сегмента поверхности, К;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана, равная  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{K}^4)$ .

Суммарная плотность радиационного потока на любом сегменте поверхности  $i$  вычисляется по следующей формуле:

$$q_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 - \epsilon_i \sum_j^N F_{i-j} J_j. \quad (9)$$

Плотность радиационного потока рассчитывается по уравнению (9) с помощью итерационной процедуры, используя значения  $J_i$ , полученные из системы уравнений (8), и линеаризованные члены  $T_i^4$ , ограничиваясь первыми двумя членами его разложения в ряд Тейлора относительно  $T_i^4$ :

$$T_i^4 = 4(T_i|^{k})^3 T_i|^{k+1} - 3(T_i|^{k})^4, \quad (10)$$

где  $T_i|^{k}$  – температура сегмента поверхности из предыдущей итерации  $k$ .

Поставленная задача (1)–(10) решалась численно методом конечных элементов в среде инженерных расчетов Fluent. Сходимость решения задачи приведена на рис. 2, где представлено изменение температуры на поверхности кабелей в зависимости от числа узлов и от числа итераций.

Из рис. 2 очевидно, что для получения достоверных результатов можно ограничиться 200 000 узлов.

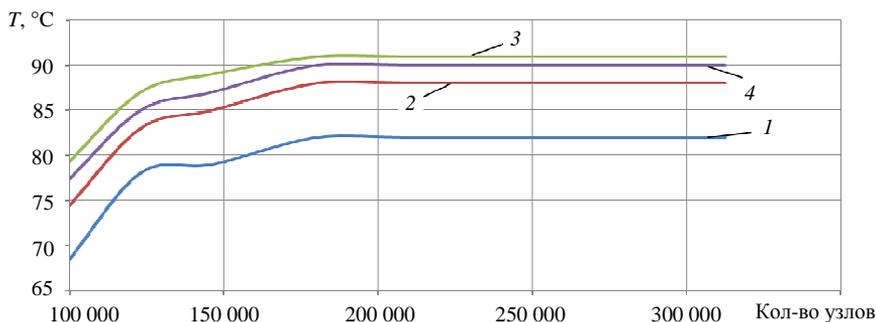


Рис. 2. Зависимость максимальной температуры изоляции от разбиения на конечные элементы: 1 – первая кабельная линия сверху; 2 – вторая кабельная линия; 3 – третья кабельная линия; 4 – четвертая кабельная линия

Также для оптимизации модели был произведен анализ сходимости решения при изменении количества итераций. В результате анализа было выяснено, что необходимое минимальное количество равно 2000 итераций.

Исходя из проделанных исследований температурного поля в зависимости от числа разбиения и количество итераций, можно сделать вывод, что разработанная математическая модель достаточно адекватно описывает тепловые процессы, происходящие в кабельных линиях и в кабельном подземном канале.

Влияние зависимости теплофизических свойств изоляции от температуры на тепломассоперенос в прямоугольном кабельном канале и, в частности, на кривые нагрева представлено на рис. 3.

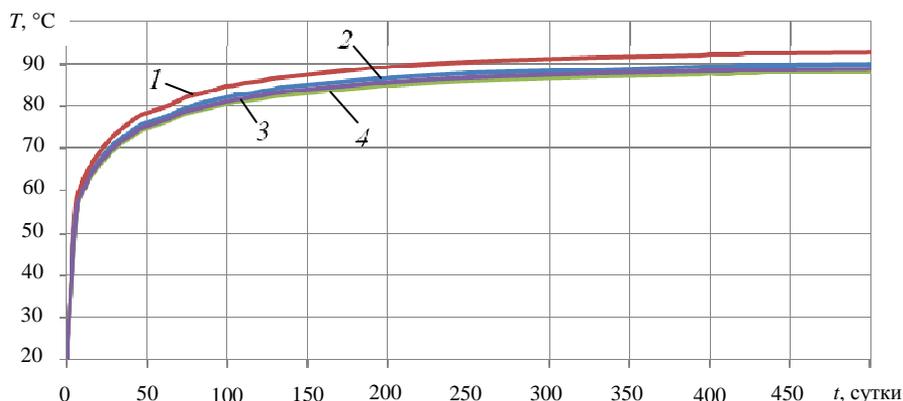


Рис. 3. График нагрева кабельных линий в зависимости от теплофизических свойств изоляции и от температуры: 1 – теплоемкость изоляции зависит от температуры; 2 – теплофизические свойства изоляции не зависят от температуры; 3 – теплофизические свойства изоляции зависят от температуры; 4 – теплопроводность изоляции зависит от температуры

Из анализа рис. 3 видно, что происходит незначительное снижение максимальной температуры изоляции (на  $1^\circ\text{C}$ ) при учете зависимости теплофизических свойств изоляции от температуры. Исходя из этого, решение задачи сводится к более простой постановке с учетом допущения о постоянстве теплофизических свойств изоляции.

С практической точки зрения важно определение времени работы кабельных линий без превышения допустимых (рабочих) температур по изоляции в зависимости от заполнения кабельного канала.

В результате решения поставленной задачи были получены температурные поля и поля скоростей движения воздуха для кабельного канала с исходными размерами и восемью кабельными линиями (рис. 4, а) с шестнадцатью кабельными линиями (рис. 4, б) и канала меньшего размера (высота канала меньше исходной в 1,5 раза), но восемью кабельными линиями (рис. 4, в).

Видно, что при уплотнении кабельного канала за счет добавленных кабельных линий (рис. 4, б) происходит увеличение максимальной температуры до 121 °С. Таким образом, дополнительное введение кабельных линий при той же токовой нагрузке недопустимо. Уменьшение размеров кабельного канала (рис. 4, в) с сохранением прежнего числа кабельных линий (рис. 4, а) и при увеличении плотности расположения кабелей не приводит к увеличению температуры изоляции.

Также из анализа рис. 4, а–в видно, что в более жестких температурных условиях оказываются центральные силовые кабели. Это связано с более худшим отводом тепловой энергии в пространство из-за влияния кабельных линий друг на друга.

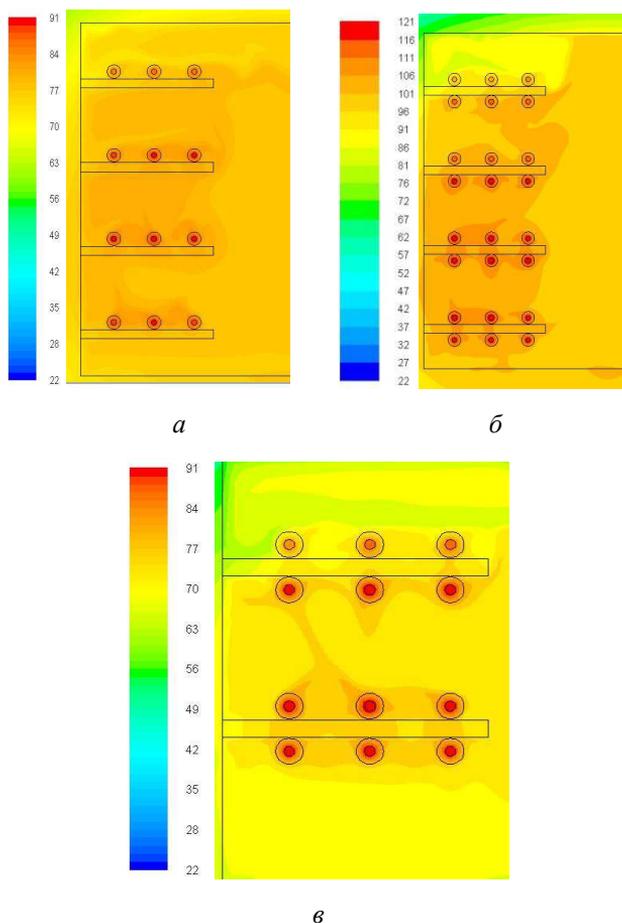


Рис. 4. Температурное поле внутри кабельного канала: а – при изначальном распределении кабельных линий; б – при двойном увеличении кабельных линий; в – при неизменном количестве кабельных линии в уменьшенном канале

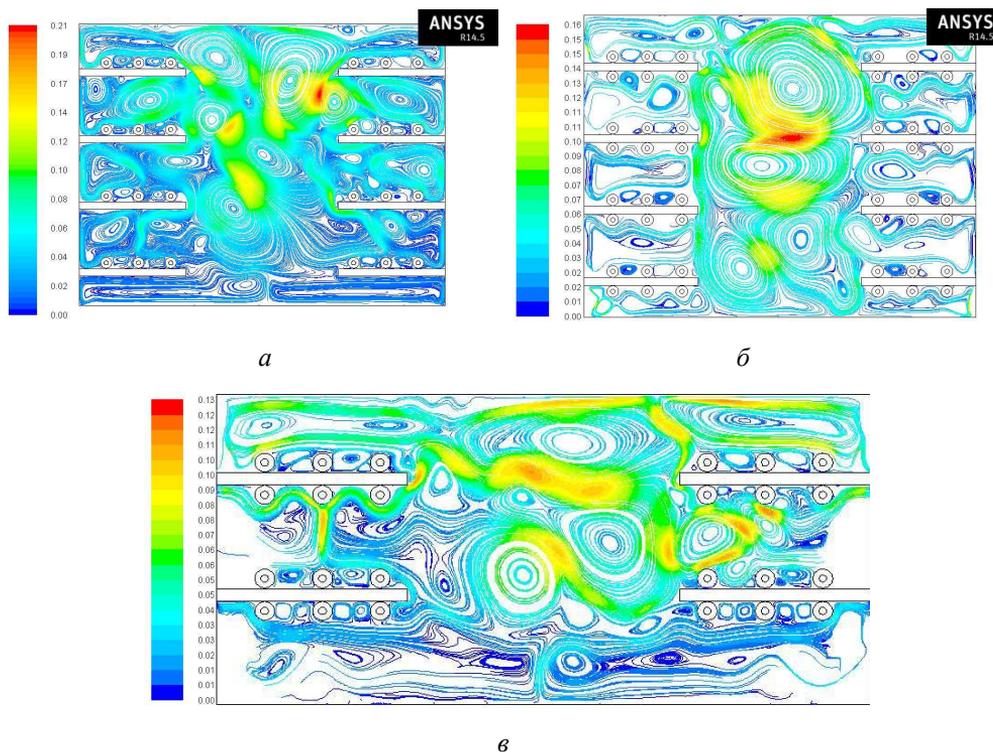


Рис. 5. Поля скоростей движения воздуха: *а* – при изначальном распределении кабельных линий; *б* – при двойном увеличении кабельных линий; *в* – при неизменном количестве кабельных линии в уменьшенном канале

На рис. 5, *а–в* представлены поля скоростей воздушного потока в кабельном канале в зависимости от расположения кабельных линий. Общая картина движения воздуха в рассматриваемых каналах (см. рис. 5) практически не меняется. Движение воздуха представляет собой замкнутые циркуляционные потоки.

Результаты численного расчета позволили получить распределения максимальной температуры на поверхности кабельных линий от времени (рис. 6).

Из рис. 6 видно, что время прогрева уменьшенного в размерах кабельного канала с прежним числом кабельных линий практически не отличается от исходного. Продолжительность работы кабельного канала с двойным количеством кабельных линии до достижения предельной рабочей температуры изоляции кабеля может работать 22,5 суток, в то время как для двух других каналов срок работы кабельного канала не ограничен.

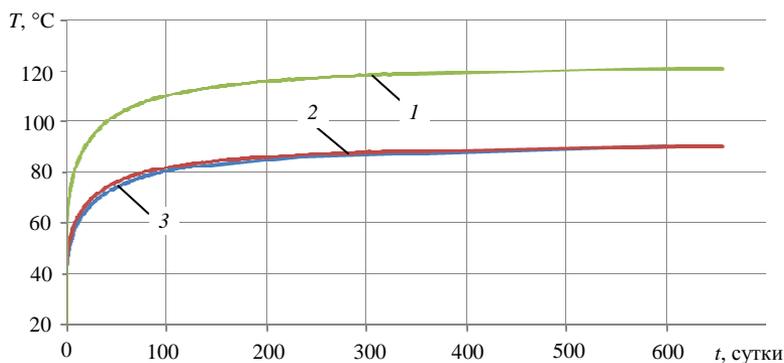


Рис. 6. График прогрева кабельных линий в зависимости от заполнения кабельного канала: 1 – при изначальном распределении (восемь кабельных линий); 2 – при шестнадцати кабельных линиях; 3 – при восьми кабельных линиях в уменьшенном канале

По полученным результатам были сделаны следующие выводы:

- использование кабельного канала с увеличенным числом кабельных линий возможно, если уменьшить токовую нагрузку;
- использование канала меньших габаритов при неизменном количестве кабельных линий не изменяет максимальной температуры изоляции и может быть применено на практике с целью уменьшения себестоимости прокладки.

На практике достаточно часто возникают ситуации, когда работающая кабельная линия переходит в режим повышенной нагрузки. В этом случае важно знать время работы кабельных линий в ненормальном режиме до достижения предельных значений температур на изоляции кабелей.

С этой целью был рассмотрен нестационарный процесс теплопереноса в прямоугольном кабельном канале при длительно работающей кабельной линии с максимально допустимым током и последующим повышением нагрузки. В результате исследования было выявлено, что если линия будет работать при максимальной доступной токовой нагрузке, то дальнейшее увеличение мощности приведет к перегреву изоляции. Поэтому значение токовой нагрузки изначально было уменьшено на 2 %. В результате расчетов получено, что максимальная температура изоляции равна 86 °C. Ток при перегрузке задавался на 20 % больше, чем максимально допустимый.

Полученный результат представлен на рис. 7.

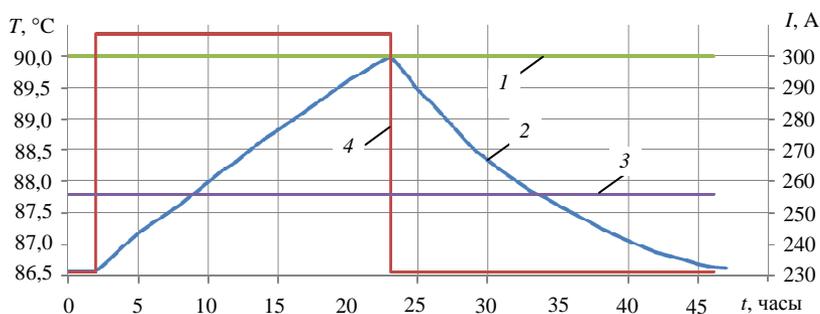


Рис. 7. График работы кабельной линии: 1 – максимальная температура изоляции в номинальном режиме; 2 – максимальная температура изоляции в условиях перегрузки; 3 – номинальная токовая нагрузка; 4 – характер токовой нагрузки в режиме перегрузки

Полученный режим работы кабельной линии (рис. 7) позволяет кратковременно поддерживать повышенную токовую нагрузки до 23 часов без перегрева изоляции, затем необходимо уменьшить мощность до максимально допустимой во избежание перегрева изоляции.

### Библиографический список

1. Илюшин Н.И. Снижение затрат при капитальном строительстве кабельных сооружений // *Кабель-news*. – 2014. – № 1. – С. 34–35.
2. Зевин М.Б., Трифонов А.Н. Производство и распределение электрической энергии. – М.: Высшая школа, 1984. – 239 с.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 848 с.
4. Седов Л.И. Механика сплошной среды: в 2 т. Т. 1. – М.: Наука, 1983. – 528 с.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды: в 2 т. Т. 2. – М.: Наука, 1984. – 560 с.
6. Yang Liu. Coupled conduction-convection problem for an underground duct containing eight insulated cables // *International Journal of Computational Engineering Science*. – 2000. – Vol. 1. – No. 2. – P. 187–206.
7. Труфанова Н.М., Навалихина Е.Ю. Управление токовой нагрузкой линий в кабельном канале с учетом сложного теплообмена // *Известия Самар. науч. центра РАН*. – 2012. – Т. 12. – № 4(5) – С. 1318–1321.

8. Навалихина Е.Ю. Численное исследование нестационарного режима работы кабельных линий, проложенных в подземном канале // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – № 3. – С. 38–41.

9. Liu C.Y., Mueller W.K., Landis F. Natural convection heat transfer in long horizontal cylindrical annuli // *Developments in Heat Transfer*. – 1962. – 976 p.

10. Крейт Ф., Блейк У. Основы теплопередачи. – М.: Мир, 1983. – 512 с.

### References

1. Iliushin N.I. Snizhenie zatrat pri kapital'nom stroitel'stve kabel'nykh sooruzhenii [Reduce costs by capital construction of cable structures]. *Kabel – news*, 2014, no. 1, pp. 34-35.

2. Zevin M.B., Trifonov A.N. Proizvodstvo i raspredelenie elektricheskoi energii [Production and distribution of electricity]. Moscow, Vysshaya shkola., 1984, 239 P.

3. Loitsyansky L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza (Fluid Mechanics), Moscow, Nauka, 1973, 848 P.

4. Sedov L.I. Mekhanika sploshnoi sredy (Continuum Mechanics). vol. 1, Moscow, Nauka, 1983, 528 P.

5. Sedov L.I. Mekhanika sploshnoi sredy (Continuum Mechanics), vol. 2, Moscow, Nauka, 1984, 560 P.

6. Yang Liu. Coupled conduction-convection problem for an underground duct containing eight insulated cables. *International Journal of Computational Engineering Science*, 2000, vol. 1, no. 2, pp. 187-206.

7. Trufanova N.M., Navalikhina E.Iu. Upravlenie tokovoi nagruzkoj linii v kabel'nom kanale s uchetom slozhnogo teploobmena [Management current load lines in the cable channel, given the complex heat]. *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi Akademii Nauk*, 2012, vol. 12, no 4(5), pp. 1318-1321.

8. Navalikhina E.Iu. Chislennoe issledovanie nestatsionarnogo rezhima raboty kabel'nykh linii, prolozhennykh v podzemnom kanale [Numerical study of unsteady mode cable lines laid in the underground channel]. *Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzh'ia*, 2013, no.3, pp. 38-41.

9. Liu C.Y., Mueller W.K., Landis F. Natural convection heat transfer in long horizontal cylindrical annuli. *Developments in Heat Transfer*, 1962. 976 P.

10. Kreit F., Bleik U. Osnovy teploperedachi [Fundamentals of Heat Transfer]. Moscow, Mir, 1983. 512 P.

### **Сведения об авторах**

**Труфанова Наталия Михайловна** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой конструирования и технологии в электротехнике Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ktei@pstu.ru).

**Навалихина Екатерина Юрьевна** (Пермь, Россия) – аспирант кафедры конструирования и технологии в электротехнике Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ekaterinanavalikhina@yandex.ru).

**Марковский Максим Вячеславович** (Пермь, Россия) – студент Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ktei@pstu.ru).

### **About the authors**

**Trufanova Natalia Mikhailovna** (Perm, Russian Federation) – Doctor of technical sciences, professor, head of the department of design and technologies in electrical engineering of Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: ktei@pstu.ru).

**Navalikhina Ekaterina Yurevna** (Perm, Russian Federation) – graduate student of the department of design and technologies in electrical engineering of Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: ekaterinanavalikhina@yandex.ru).

**Markovskiy Maxim Vyacheslavovich** (Perm, Russian Federation) – student of the Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: ktei@pstu.ru).

Получено 12.09.2014