

**В.В. Черняев**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШНЕКА НА ПРОЦЕССЫ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА**

*Представлена математическая модель, описывающая процессы теплопереноса в каналах шнеков с неклассической геометрией. Приводится сравнение рабочих характеристик шнека экструдера ME-90 со шнеком Бара и классическим шнеком.*

При производстве изделий из пластических масс наиболее распространен метод экструзии. В настоящее время наряду с простыми однозаходными экструдерами все чаще применяются экструдеры, шнеки которых снабжены дополнительным (барьерным) гребнем.

В каналах традиционных шнеков эффективность плавления снижается, так как пленка расплава у поверхности корпуса вносит существенное сопротивление теплопереносу от корпуса к твердой фазе. Кроме того, в таких шнеках наиболее вероятно разрушение пробки полимера в конце зоны плавления, что отрицательно сказывается на стабильности рабочих характеристик.

Эффективный путь «выдавливания» расплава и механической стабилизации твердой пробки – введение в зоне плавления вспомогательного гребня, который делит исходный канал на два: «канал твердой фазы», содержащий твердую пробку, где протекает процесс плавления, и «канал расплава», служащий только для транспортирования расплава. При такой конструкции увеличивается разогрев материала, проходящего над барьерным гребнем, и повышается однородность расплава полимера. Зазор над барьерным гребнем в 5–6 раз больше зазора над основным гребнем, что обеспечивает относительно малое сопротивление для потока расплавленного полимера, переносимого из канала твердой фазы в канал расплава [1, 2].

Все многообразие барьерных шнеков условно можно свести к двум самым общим типам:

- шнеку Майлифера (рис. 1, *а*);
- шнеку Бара (рис. 1, *б*).

В данной работе построена математическая модель процессов плавления в канале экструдера «МЕ-90», используемого в условиях реального производства на ОАО «Камский кабель». Канал этого шнека является комбинацией вышеперечисленных шнеков (рис. 2). Кроме того, произведено сравнение рабочих характеристик шнека «МЕ-90» с классическим шнеком и шнеком Бара.

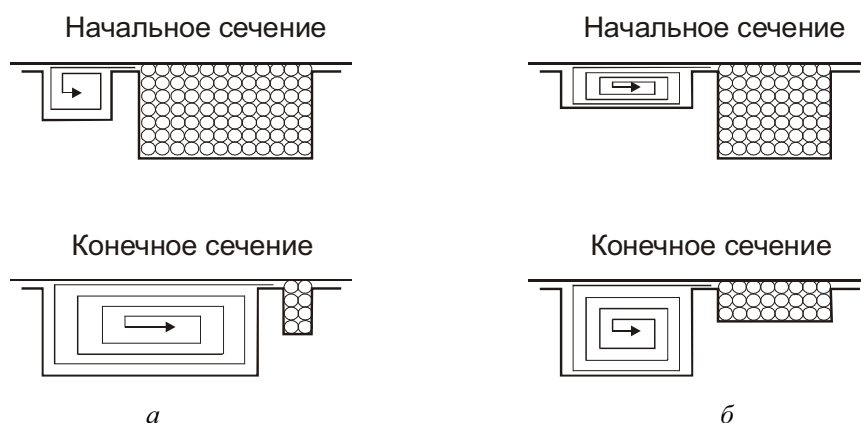


Рис. 1. Основные типы барьерных шнеков:  
*а* – Майлифера, *б* – Бара



Рис. 2. Поперечное сечение канала шнека «МЕ-90»

При создании математической модели основывались на следующих физических закономерностях и упрощающих предположениях:

- винтовой канат разворачивается на плоскость, и используется принцип обращенного движения;
- диффузия тепла вдоль канала не учитывается;
- упругими процессами в расплаве полимера пренебрегаем;
- течение в зазоре между основным гребнем винта и поверхностью корпуса не рассматривается;

– поскольку длина канала значительно больше высоты и ширины, а его геометрия по длине изменяется очень плавно, то градиентами составляющих скоростей  $V_x, V_y, V_z$  в направлении оси  $z$  пренебрегаем.

Для расплава полимера, как несжимаемой жидкости, система дифференциальных уравнений в декартовых координатах для стационарного течения с учетом того, что силы трения за счет высокой вязкости полимера во много раз превышают массовые силы, будет иметь следующий вид:

– в твердой фазе

$$C_s \rho_s V_p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где  $\rho_s, C_s, \lambda_s$  – соответственно плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности твердого полимера;  $V_p$  – скорость пробки гранул;

– в расплаве полимера:

– уравнение сплошности:

$$\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

– уравнения движения:

$$\rho_m \left( \bar{V}_x \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_\varnothing \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_\varnothing \left( \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial x} \right) \right), \quad (3)$$

$$\rho_m \left( \bar{V}_x \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_\varnothing \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_\varnothing \left( \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial x} \right) \right), \quad (4)$$

$$\rho_m \left( \bar{V}_x \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_\varnothing \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_\varnothing \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial y} \right), \quad (5)$$

– уравнение энергии:

$$\rho_m C_m \left( \bar{V}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \bar{V}_x \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_m \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_m \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) + \mu_\varnothing F, \quad (6)$$

где  $\rho_m, C_m, \lambda_m$  – соответственно плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности расплава полимера;  $V_x, V_y, V_z$  – компоненты

скорости движения расплава полимера;  $T$  – температура;  $P$  – давление;  $F$  – функция диссипации;  $\mu_{\text{э}}$  – эффективная вязкость, являющаяся функцией скорости сдвига и температуры и определяющаяся степенным законом:

$$\mu_{\text{э}} = \mu_0 \exp(-\beta(T - T_0)) \left( \frac{I_2}{2} \right)^{\frac{(n-1)}{2}}. \quad (7)$$

В формуле (7)  $I_2$  – второй инвариант тензора скоростей деформации;  $\mu_0$  – вязкость при  $I_2/2 = 1$  и  $T = T_0$  (начальная вязкость);  $\beta$  – температурный коэффициент вязкости;  $n$  – показатель аномалии вязкости, характеризующий степень отклонения вязкости жидкости от ньютоновской.

Граничные условия по температуре на внутренней поверхности корпуса задаются формулой

$$T = T(z), \quad (8)$$

а на поверхности шнека

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (9)$$

где  $T(z)$  – заданное изменение температуры корпуса по длине (рис. 3),  $n$  – нормаль к поверхности шнека. Граница раздела фаз определялась изотермой, соответствующей некоторой средней (в интервале фазовых превращений) температуре плавления.

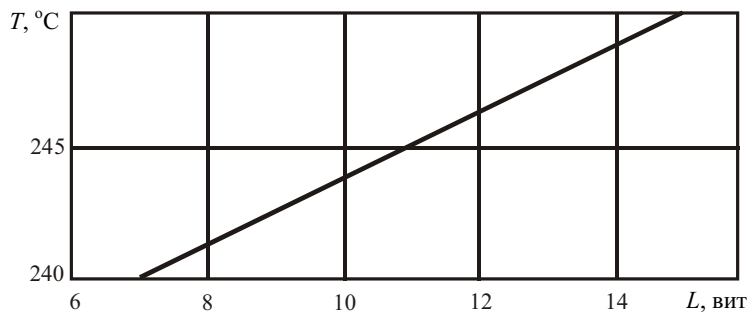


Рис. 3. Изменение температуры корпуса по длине канала

Граничные условия для составляющих скоростей на стенках канала и барьерном гребне задаются, исходя из условия прилипания и непроницаемости:

$$V_{z|_{y=H}} = V_o \cos(\theta), \quad V_{x|_{y=H}} = V_o \sin(\theta), \quad V_{y|_{y=H}} = 0;$$

$$V_{x|_{r,ш}} = 0, V_{y|_{r,ш}} = 0, V_{z|_{r,ш}} = 0; \quad (10)$$

$$V_{z|_{y=y_s(x)}} = V_p;$$

где  $V_o$  – окружная скорость шнека,  $V_p$  – скорость пробки полимера, г. ш – граница шнека,  $H$  – высота канала шнека,  $\theta$  – угол навивки шнека.

Для того чтобы система определяющих уравнений была полной, необходимо дополнить ее условием постоянства массового расхода  $G_o$ , которое должно выполняться в любом поперечном сечении по длине канала:

$$G_o = \int_0^W \int_0^H \rho(x, y) V_z dx dy = \text{const}. \quad (11)$$

Полученная система уравнений решалась методом конечных разностей [3]. Технологические характеристики в зонах загрузки и задержки плавления в канале экструдера рассчитывались с помощью программы для классического шнека с использованием сетки  $13 \times 17$ . При появлении барьерного гребня в зоне плавления поле температур переносилось на сетку  $34 \times 20$ . Расчет проводился одновременно для каналов расплава и твердой фазы. Распределение температуры внутри барьерного гребня вычислялось по линейному закону.

В том случае, когда гребень упирался в пробку полимера, считалось, что пробка деформируется и перераспределяется в канале твердой фазы. С учетом этого производился пересчет формы пробки с сохранением площади поперечного сечения (что соответствует условию постоянства расхода).

В ходе исследования оказалось, что при заданном технологическом режиме в канале твердой фазы будет образовываться собственный бассейн расплава, что приведет к значительному отличию процесса плавления от модели, предложенной в [1], где считалось, что расплавленный материал просто перетекает из канала расплава в канал твердой фазы. Данная модель позволила обнаружить существование циркуляционного течения между двумя каналами, которое вызывает дополнительный разогрев материала. Поскольку температура расплава значительно выше, чем температура нагретой верхней стенки (см. рис. 3, 5), можно сделать вывод: скорость плавления определяется не только процессом теплопереноса от разогретого корпуса, но и наличием разогретого бассейна расплава в канале твердой фазы.

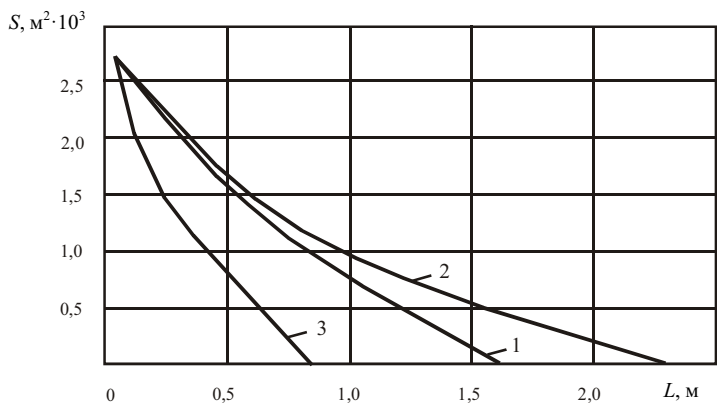


Рис. 4. Изменение площади пробки по длине канала:  
 1 – классический шнек, 2 – ME90, 3 – шнек Бара

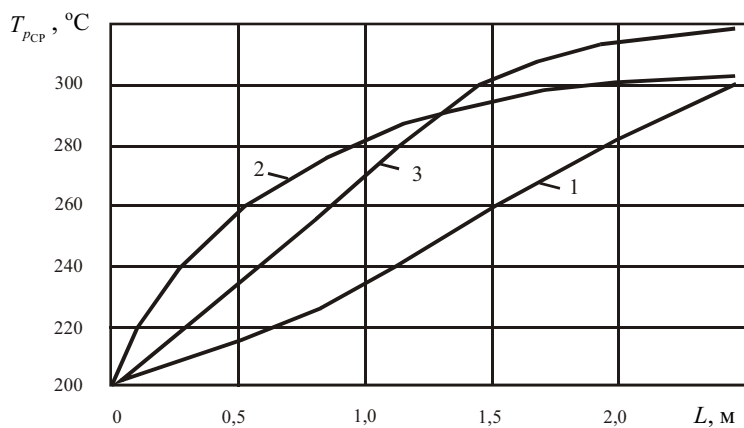


Рис. 5. Средняя температура расплава по длине канала:  
 1 – классический шнек, 2 – ME90, 3 – шнек Бара

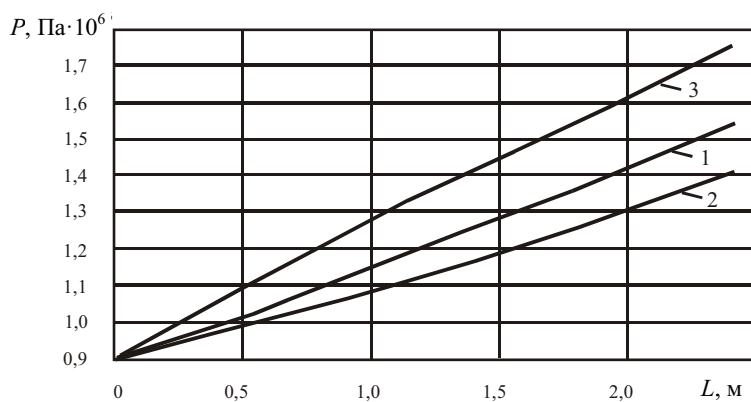


Рис. 6. Распределение давления по длине канала:  
 1 – классический шнек, 2 – ME90, 3 – шнек Бара

Расчеты показали, что наиболее эффективным с точки зрения скорости плавления является шнек Бара (рис. 4, 6), где барьерный гребень служит дополнительным источником нагрева материала и площадь поверхности раздела фаз достаточно велика.

Наиболее низкие характеристики плавления наблюдались у шнека «МЕ-90», в котором вследствие снижения ширины канала твердой фазы площадь контакта «твердая пробка–расплав» уменьшалась, что снижало скорость плавления из-за уменьшения количества тепла, поступающего в пробку.

Таким образом, проведенный анализ показал, что введение барьерного гребня вызывает дополнительную диссипацию энергии над гребнем, ускоряя тем самым процесс плавления и снижая длину зоны плавления, и что хорошо спроектированные барьерные шнеки способны превзойти классический шнек по скорости плавления и по способности нагнетать давление.

С другой стороны, неудачно подобранная геометрия (см. рис. 6) приводит к развитию меньшего давления на выходе и к большей длине зоны плавления.

В отличие от предыдущих моделей [4–7], в которых предполагалось, что расплав полимера только перетекает из канала твердой фазы в канал расплава, пространственная модель позволила обнаружить значительную циркуляцию расплава полимера между этими каналами.

Поэтому можно сделать вывод, что во многих случаях процесс плавления в барьерных шнеках определяется не теплотой, подводимой от разогретого корпуса, а теплотой, подводимой от бассейна расплава.

### **Библиографический список**

1. Performanse Study of Barrier Screws in the Transition Zone // Pol. Eng. and Science. – 1988. – № 5.
2. Mathematical modeling of melting of polymers in barrier - screw extruders // Pol. Eng. and Science. – 1983. – № 2.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1987.
4. Субботин Е.В., Черняев В.В. Исследование влияния геометрии шнека на процесс плавления // Вестник ПГТУ. Электротехника,

информационные технологии, системы управления. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – № 3.

5. Щербинин А.Г., Труфанова Н.М., Янков В.И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего экструдера. Сообщение 1: Математическая модель тепломассопереноса полимера в канале экструдера // Пластические массы. – 2005. – № 5. – С. 43–45.

6. Щербинин А.Г., Труфанова Н.М., Янков В.И. Пространственная математическая модель одночервячного пластицирующего экструдера. Сообщение 3: Проверка адекватности модели // Пластические массы. – 2005. – № 5. – С. 43–45.

7. Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Изотермическое течение аномально-вязких жидкостей в винтовых уплотнениях с продольной циркуляцией // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2006. – № 6. – С. 3–5.

Получено 06.09.2012