УДК 519.687.5:004.451.44

М.В. Кавалеров, Н.Н. Матушкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ПОЛУЧЕНИЯ УСЛОВИЯ ДОПУСТИМОСТИ СТАНДАРТНОГО ОГРАНИЧЕНИЯ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ПРИМЕРОВ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Рассмотрены особенности применения алгоритма получения условия допустимости стандартного ограничения реального времени для ряда примеров линейных интервальных ограничений реального времени. Этот алгоритм формирует условие допустимости стандартного ограничения для заданного исходного линейного интервального ограничения, и он является одной из двух основных частей алгоритма, преобразующего любое линейное интервальное ограничение в допустимое стандартное ограничение реального времени. Приведенные примеры важны для исследования возможностей эффективной программной реализации указанного алгоритма в составе инструментальных средств, обеспечивающих планирование задач реального времени.

На однопроцессорном вычислительном устройстве может выполняться несколько задач реального времени (РВ). Каждой задаче соответствует свое ограничение РВ, которое накладывается на характеристики процесса выполнения этой задачи. Тогда проблема планирования задач РВ состоит в том, чтобы разделить процессорное время между этими задачами, обеспечив гарантированное соблюдение ограничений жесткого РВ и требуемый уровень качества по критериям мягкого РВ.

Основные классические методы планирования задач РВ основаны на простой модели, в которой периодические задачи РВ имеют стандартные ограничения (СО) в виде смещения, периода и крайнего срока [1, 2]. Но получаемое СО несет в себе излишнюю жесткость за счет такого упрощенного подхода [3, 4, 5]. Например, ограничение на строгую периодичность опроса датчика в ряде случаев может быть существенным образом ослаблено без особого ущерба для качества управления. А это, в свою очередь, ведет к более эффективному использованию вычислительного устройства (можно больше задач выполнить на нем). Поэтому большое значение приобретают исследования, связанные с расширением классической модели ограничений РВ и выходом за пределы класса СО, то есть с переходом к нестандартным ограничениям реального времени.

В работе [6] с учетом ряда допущений дано определение обобщенного нестандартного ограничения. В классе таких ограничений был выделен более узкий класс линейных интервальных ограничений (ЛИО), для которого становится возможным разрабатывать универсальные и достаточно эффективные алгоритмы планирования. Так, в работах [7, 8] были предложены решения, позволяющие осуществлять планирование задач РВ для класса ЛИО. Этот класс является расширением класса СО и позволяет реализовать более свободное распределение выполнения задач по шкале времени (в отличие от жесткой привязки в случае СО).

В частности, в работе [7] предложен алгоритм, преобразующий заданное исходное ограничение из класса ЛИО в допустимое СО или сообщающий о невозможности такого преобразования. В данном случае СО называется допустимым, если его соблюдение гарантирует соблюдение исходного ЛИО. Предложенный алгоритм состоит из этапов: 1) получение достаточного условия допустимости СО (в дальнейшем для краткости указание на достаточность опускается); 2) выбор допустимого СО либо сообщение о невозможности такого выбора. Данные этапы реализованы на основе соответствующих алгоритмов.

Предлагается более подробно рассмотреть алгоритм получения условия допустимости СО, что важно для эффективной программной реализации данного алгоритма в составе инструментальных средств, обеспечивающих планирование задач РВ. С этой целью будет реализован пошаговый разбор выполнения этого алгоритма для примеров ограничений из класса ЛИО. При этом сначала вводятся модель планирования и определение ЛИО, а также воспроизводится указанный алгоритм из работы [7].

Модель планирования

Планирование выполняется для одного процессора. Есть множество из n задач жесткого РВ $\{\tau_1, ..., \tau_n\}$. Каждая задача τ_i формирует запросы. Каждый v-й запрос, обозначаемый $\tau_{i,v}$, формируется в момент времени $r_{i,v}$. Для любой периодической задачи τ_i при $\forall v \geq 1$

всегда выполняется соотношение $r_{i,v} = O_i + (v - 1)T_i$, где O_i – начальное смещение; T_i – период. Задача τ_i может иметь СО в виде условия $f_{i,v} \le r_{i,v} + D_i$, где $f_{i,v}$ – время завершения выполнения $\tau_{i,v}$; D_i – крайний срок τ_i. СО периодической задачи τ_i удобнее представлять в виде условия

$$\begin{cases} s_{i,v} \ge O_i^* + (v-1)T_i^*, \\ f_{i,v} \le O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i, \end{cases} \tag{1}$$

где $s_{i,v}$ – время начала выполнения $\tau_{i,v}$; O_i^*, T_i^* – параметры СО, и $O_i^* \ge 0$, $T_i^* > 0$. Здесь и далее предполагается, что условие, задающее ограничение РВ, должно соблюдаться при $\forall v \ge 1$. В случае СО периодической задачи предполагается установка параметров O_i, T_i согласно очевидным соотношениям $O_i = O_i^*$, $T_i = T_i^*$. При выполнении $\tau_{i,v}$ кроме $s_{i,v}$, $f_{i,v}$ можно выделить еще два значимых момента времени $x_{i,v}$, $y_{i,v}$, при этом $s_{i,v} \le x_{i,v} < y_{i,v} \le f_{i,v}$. Например, в момент $x_{i,v}$ происходит получение информации, а в момент $y_{i,v}$ – формирование управляющего воздействия. Тогда с $\tau_{i,v}$ связано 4 момента времени: $s_{i,v}$, $x_{i,v}$, $y_{i,v}$, $f_{i,v}$, и существует 6 различных компонентов $\tau_{i,v}$ с соответствующими длительностями. Для каждого компонента определяется нижняя и верхняя оценка длительности его выполнения. Поэтому считается, что известны 12 оценок: Csx_i^{Lo}, Csx_i^{Up}, Csy_i^{Lo}, Csy_i^{Up}, Csf_i^{Lo}, Csf_i^{Up}, Cxy_i^{Lo}, Cxy_i^{Up}, Cxf_i^{Lo}, Cxf_i^{Up}, Cyf_i^{Lo}, Cyf_i^{Up}, где Csx_i^{Lo}, Csx_i^{Up} – нижняя и верхняя оценки длины интервала $[s_{i,v}, x_{i,v}]$ по $\forall v \ge 1$ при отсутствии прерываний $\tau_{i,v}$; другие оценки определяются аналогично. Преимущества разделения запроса на подобные компоненты указаны в работе [9].

Класс линейных интервальных ограничений

Линейное интервальное ограничение (ЛИО) для задачи τ_i, обозначаемое Ξ_i, – это ограничение, представимое при $\forall v \ge 1$ в виде условия

$$\begin{cases} x_{i,v} \ge x_{i,v}^{\min} = \max(x_{i,v,1}^{\min}, \dots, x_{i,v,w1}^{\min}), \\ x_{i,v} \le x_{i,v}^{\max} = \min(x_{i,v,1}^{\max}, \dots, x_{i,v,w2}^{\max}), \\ y_{i,v} \ge y_{i,v}^{\min} = \max(y_{i,v,1}^{\min}, \dots, y_{i,v,w3}^{\min}), \\ y_{i,v} \le y_{i,v}^{\max} = \min(y_{i,v,1}^{\max}, \dots, y_{i,v,w4}^{\max}), \\ xy_{i,v} \ge xy_{i,v}^{\min} = \max(xy_{i,v,1}^{\min}, \dots, xy_{i,v,w5}^{\min}), \\ xy_{i,v} \le xy_{i,v}^{\max} = \min(xy_{i,v,1}^{\max}, \dots, xy_{i,v,w6}^{\max}), \end{cases} \tag{2}$$

где $xy_{i,v}$ – длина интервала $[x_{i,v}, y_{i,v}]$; $x_{i,v}^{\min}$, $x_{i,v}^{\max}$, $y_{i,v}^{\min}$, $y_{i,v}^{\max}$, $xy_{i,v}^{\min}$, $xy_{i,v}^{\max}$ – минимальные и максимальные значения интервалов допустимых значений $x_{i,v}$, $y_{i,v}$, $xy_{i,v}$ соответственно; $w1$, ..., $w6$ задают число вариантов; $x_{i,v,w}^{\min}$, $x_{i,v,w}^{\max}$, $y_{i,v,w}^{\min}$, $y_{i,v,w}^{\max}$, $xy_{i,v,w}^{\min}$, $xy_{i,v,w}^{\max}$ обозначают w-й вариант соответствующих значений, и каждый из вариантов – это или $-\infty$ (может быть только после «≥»), или ∞ (может быть только после "≤"), или выражение, представимое в виде

$$\sum_{k=1}^{k_\alpha^{\max}} \alpha_k x_{i,v-k} + \sum_{k=1}^{k_\beta^{\max}} \beta_k y_{i,v-k} + \gamma v + \delta, \qquad (3)$$

где $k_\alpha^{\max}$, $k_\beta^{\max}$ – целые неотрицательные значения; α_k при $\forall k \in [1, k_\alpha^{\max}]$, β_k при $\forall k \in [1, k_\beta^{\max}]$, γ, δ – константы, заданные для данного варианта; при этом все $x_{i,v-k}$, $y_{i,v-k}$ для $v - k \le 0$, встречающиеся в выражениях вида (3), являются константами, заданными для данного Ξ_i.

Множество всех возможных ЛИО формирует одноименный класс.

Алгоритм получения условия допустимости

Здесь для удобства читателя приводится алгоритм 1 из работы [7].

Алгоритм 1. **Получение условия допустимости СО для любого ЛИО.**

Шаг 1. В условие (2) данного ЛИО Ξ_i вместо $x_{i,v}$ в 1-м и 2-м неравенствах, $y_{i,v}$ в 3-м и 4-м неравенствах, $xy_{i,v}$ в 5-м и 6-м неравенствах соответственно подставляются следующие выражения:

$$O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo},\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo},$$
$$O_i^* + (v-1)T_i^* + Csy_i^{Lo},\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cyf_i^{Lo},\ Cxy_i^{Lo},$$
$$D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo}.$$

Каждое полученное неравенство заменяется эквивалентной совокупностью неравенств, имеющих в правой части только один компонент из соответствующего оператора max или min согласно принципу: неравенство $\alpha \ge \max(\beta_1, ..., \beta_w)$ заменяется неравенствами $\alpha \ge \beta_1$, ..., $\alpha \ge \beta_w$, а неравенство $\alpha \le \min(\beta_1, ..., \beta_w)$ заменяется неравенствами $\alpha \le \beta_1$, ..., $\alpha \le \beta_w$. Затем удаляются неравенства, правая часть которых представляет собой $-\infty$ или ∞.

Шаг 2. Переменная v^* делается равной такому минимальному значению v среди $\forall v \ge 1$, при котором в составе выражений вида (3) всех неравенств значения $x_{i,v-k}$, $y_{i,v-k}$ для $v - k < 1$ не используются или умножаются на 0.

Шаг 3. Устанавливается $z = 1$, где z – вспомогательная переменная.

Шаг 4. В каждом из неравенств совокупности, полученной в результате шага 1, у каждого значения $x_{i,v-k}$, $y_{i,v-k}$ в составе выражений вида (3) правой части неравенства индекс $v - k$ заменяется числом $z - k$. Все значения $x_{i,z-k}$, $y_{i,z-k}$ при $z - k \le 0$ известны заранее согласно определению ЛИО. Поэтому вместо них подставляются соответствующие значения. В каждом неравенстве, полученном в результате шага 1, каждое $x_{i,z-k}$, $y_{i,z-k}$ при $z - k > 0$ из правой части неравенства заменяется своей нижней или верхней оценкой. Выбор в пользу нижней или верхней оценки делается так, чтобы неравенство, полученное после подстановки оценки, было достаточным условием выполнения исходного неравенства. В качестве нижней и верхней оценки $x_{i,z-k}$ соответственно применяются выражения

$$O_i^* + (v - k - 1)T_i^* + Csx_i^{Lo},\ O_i^* + (v - k - 1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo}.$$

В качестве нижней и верхней оценки $y_{i,z-k}$ соответственно применяются выражения

$$O_i^* + (v - k - 1)T_i^* + Csy_i^{Lo} \text{ и } O_i^* + (v - k - 1)T_i^* + D_i - Cyf_i^{Lo}.$$

Шаг 5. Вместо переменной v в каждом из неравенств совокупности, полученной на предыдущем шаге, подставляется значение z.

Шаг 6. Если $z < v^*$, то устанавливается $z = z + 1$ и делается переход к шагу 4.

Шаг 7. Каждое неравенство совокупности, полученной в результате шага 4 для $z = v^*$, за счет перегруппировки слагаемых преобразуется к виду $\varphi_1 v + \varphi_2 \ge 0$, где φ_1, φ_2 – компоненты, которые не зависят от v. Затем каждое такое неравенство заменяется неравенством $\varphi_1 \ge 0$.

Шаг 8. Формируется условие допустимости в виде системы неравенств на основе объединения совокупностей неравенств, полученных в результате всех выполнений шага 5, а также совокупности неравенств, полученной в результате шага 7. Алгоритм завершается.

Примеры исходных линейных интервальных ограничений

К классу ЛИО относится ограничение задачи контура управления (ЗКУ), определяемое условием

$$\begin{cases} T_i^{xx\min} \le x_{i,v} - x_{i,v-1} \le T_i^{xx\max}, \\ y_{i,v} - x_{i,v} \le T_i^{xy\max}, \end{cases} \tag{4}$$

где $T_i^{xx\,\min}$, $T_i^{xx\,\max}$, $T_i^{xy\,\max}$ – константы; при этом заранее устанавливается значение $x_{i,0}$. Это ограничение является обобщением ограничения, определенного в п. 5.2 работы [10], при условии, что измерение и управляющее воздействие осуществляются одной задачей. Обобщение состоит в использовании $x_{i,v}$, $y_{i,v}$ вместо $s_{i,v}$, $f_{i,v}$, естественно, после перехода к обозначениям, применяемым здесь.

В ограничении ЗКУ (4) также можно добавить условие, ограничивающее $x_{i,v} - x_{i,v-m_i}$, где m_i – константа, и $m_i > 1$. Тогда ограничение на $x_{i,v} - x_{i,v-1}$ может быть ослаблено за счет надлежащего подбора допустимого диапазона для $x_{i,v} - x_{i,v-m_i}$, что ограничит интервал между соседними моментами $x_{i,v}$, усредненный по m_i интервалам. Такое уточнение способствует повышению эффективности планирования. Полученное ограничение будет называться ограничением задачи контура управления с усреднением интервала (ЗКУУИ), при этом оно принадлежит классу ЛИО и задается условием

$$\begin{cases} T_i^{xx\,\min} \le x_{i,v} - x_{i,v-1} \le T_i^{xx\,\max}, \\ T_i^{mxx\,\min} \le (x_{i,v} - x_{i,v-m_i}) / m_i \le T_i^{mxx\,\max}, \\ y_{i,v} - x_{i,v} \le T_i^{xy\,\max}, \end{cases} \tag{5}$$

где $T_i^{xx\,\min}$, $T_i^{xx\,\max}$, $T_i^{xy\,\max}$, $T_i^{mxx\,\min}$, $T_i^{mxx\,\max}$ – константы; при этом заранее устанавливаются значения $x_{i,-m_i+1}, \ldots, x_{i,-1}, x_{i,0}$.

Получение условия допустимости СО для ограничения ЗКУ

Ограничение ЗКУ (4), будучи ЛИО, представимо в виде (2), т.е. в виде условия

$$\begin{cases} x_{i,v} \ge x_{i,v}^{\min} = x_{i,v-1} + T_i^{xx\,\min}, \\ x_{i,v} \le x_{i,v}^{\max} = x_{i,v-1} + T_i^{xx\,\max}, \\ y_{i,v} \ge y_{i,v}^{\min} = -\infty, \\ y_{i,v} \le y_{i,v}^{\max} = \infty, \\ xy_{i,v} \ge xy_{i,v}^{\min} = -\infty, \\ xy_{i,v} \le xy_{i,v}^{\max} = T_i^{xy\,\max}. \end{cases} \tag{6}$$

В результате шага 1 алгоритма 1 на основе (6) формируется условие

$$\begin{cases} O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq x_{i,v-1} + T_i^{xx\min} \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq x_{i,v-1} + T_i^{xx\max} \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\max} \end{cases}$$

В правых частях неравенств в качестве $x_{i,v-k}$, $y_{i,v-k}$ используется только $x_{i,v-1}$, поэтому в результате шага 2 устанавливается $v^* = 2$.

При $z = 1$ в результате шага 4 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq x_{i,0} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq x_{i,0} + T_i^{xx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\max}. \end{cases}$$

При $z = 1$ в результате шага 5 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + Csx_i^{Lo} \geq x_{i,0} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq x_{i,0} + T_i^{xx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\max}. \end{cases} \tag{7}$$

При $z = v^* = 2$ по итогам шага 4 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq O_i^* + (v-2)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq O_i^* + (v-2)T_i^* + Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\max}. \end{cases}$$

При $z = v^* = 2$ по итогам шага 5 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\min}, \\ T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\max}. \end{cases} \tag{8}$$

Шаги 4 и 5 будут выполнены только по 2 раза, так как v^*=2.

В результате шага 7 формируется совокупность неравенств, каждое из которых – это неравенство 0≥0, очевидно, всегда выполняемое. Поэтому в ходе выполнения шага 8 данная совокупность может не учитываться.

В результате шага 8 происходит объединение совокупностей неравенств (7), (8), что приводит к формированию системы неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + Csx_i^{Lo} \geq x_{i,0} + T_i^{xx\,\min}, \\ O_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq x_{i,0} + T_i^{xx\,\max}, \\ T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\,\min}, \\ T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\,\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\,\max}, \end{cases} \tag{9}$$

которая и будет условием допустимости СО для ограничения ЗКУ (4).

Получение условия допустимости СО для ограничения ЗКУУИ

Ограничение ЗКУУИ (5), будучи ЛИО, представимо в виде (2), т.е. в виде условия

$$\begin{cases} x_{i,v} \geq x_{i,v}^{\min} = \max(x_{i,v-1} + T_i^{xx\,\min},\ x_{i,v-m_i} + m_i T_i^{mxx\,\min}), \\ x_{i,v} \leq x_{i,v}^{\max} = \min(x_{i,v-1} + T_i^{xx\,\max},\ x_{i,v-m_i} + m_i T_i^{mxx\,\max}), \\ y_{i,v} \geq y_{i,v}^{\min} = -\infty, \\ y_{i,v} \leq y_{i,v}^{\max} = \infty, \\ xy_{i,v} \geq xy_{i,v}^{\min} = -\infty, \\ xy_{i,v} \leq xy_{i,v}^{\max} = T_i^{xy\,\max}. \end{cases} \tag{10}$$

В результате шага 1 алгоритма 1 на основе (10) формируется условие

$$\begin{cases} O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq x_{i,v-1} + T_i^{xx\,\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \geq x_{i,v-m_i} + m_i T_i^{mxx\,\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq x_{i,v-1} + T_i^{xx\,\max}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \leq x_{i,v-m_i} + m_i T_i^{mxx\,\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \leq T_i^{xy\,\max}. \end{cases}$$

В правых частях неравенств в качестве $x_{i,v-k}$, $y_{i,v-k}$ используются только $x_{i,v-1}$ и $x_{i,v-m_i}$, поэтому в результате шага 2 устанавливается $v^*=m_i+1$.

При z = 1 в результате шага 4 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge x_{i,0} + T_i^{xx\min} \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge x_{i,-m_i+1} + m_i T_i^{mxx\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le x_{i,0} + T_i^{xx\max}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le x_{i,-m_i+1} + m_i T_i^{mxx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \le T_i^{xy\max}. \end{cases}$$

При $z = 1$ в результате шага 5 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + Csx_i^{Lo} \ge x_{i,0} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + Csx_i^{Lo} \ge x_{i,-m_i+1} + m_i T_i^{mxx\min}, \\ O_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le x_{i,0} + T_i^{xx\max}, \\ O_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le x_{i,-m_i+1} + m_i T_i^{mxx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \le T_i^{xy\max}. \end{cases} \qquad (11)$$

Нетрудно убедиться, что при каждом z от 2 до m_i в результате шага 5 формируется совокупность неравенств вида

$$\begin{cases} T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + (z-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge x_{i,-m_i+z} + m_i T_i^{mxx\min}, \\ T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\max}, \\ O_i^* + (z-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le x_{i,-m_i+z} + m_i T_i^{mxx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \le T_i^{xy\max}, \end{cases} \qquad (12)$$

где $x_{i,-m_i+z}$ при $\forall z \in [2, m_i]$ – это константы в составе ограничения ЗКУУИ (5).

При $z = v^* = m_i + 1$ после шага 4 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge O_i^* + (v-2)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge O_i^* + (v-m_i-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} + m_i T_i^{mxx\min}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le O_i^* + (v-2)T_i^* + Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\max}, \\ O_i^* + (v-1)T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le O_i^* + (v-m_i-1)T_i^* + Csx_i^{Lo} + m_i T_i^{mxx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \le T_i^{xy\max}. \end{cases}$$

При $z=v^*=m_i+1$ после шага 5 формируется совокупность неравенств

$$\begin{cases} T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\min}, \\ m_i T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge D_i - Cxf_i^{Lo} + m_i T_i^{mxx\min}, \\ T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\max}, \\ m_i T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le Csx_i^{Lo} + m_i T_i^{mxx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \le T_i^{xy\max}. \end{cases} \quad (13)$$

Шаг 4 и шаг 5 будут выполнены m_i+1 раз, так как $v^*=m_i+1$.

В результате шага 7 формируется совокупность неравенств, каждое из которых – это неравенство $0 \ge 0$, очевидно, всегда выполняемое. Поэтому в ходе выполнения шага 8 данная совокупность может не учитываться.

По итогам шага 8 происходит объединение совокупностей неравенств (11), (13) и всех совокупностей неравенств вида (12) для $\forall z\in[2, m_i]$. При этом для краткости записи результата схожие неравенства объединяются с помощью min и max. Поэтому можно считать, что в результате шага 8 формируется система неравенств

$$\begin{cases} O_i^* + Csx_i^{Lo} \ge x_{i,0} + T_i^{xx\min}, \\ O_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le x_{i,0} + T_i^{xx\max}, \\ O_i^* + Csx_i^{Lo} \ge \max\limits_{\forall z\in[1,m_i]} (x_{i,-m_i+z} - (z-1)T_i^*) + m_i T_i^{mxx\min}, \\ O_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le \min\limits_{\forall z\in[1,m_i]} (x_{i,-m_i+z} - (z-1)T_i^*) + m_i T_i^{mxx\max}, \\ T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge D_i - Cxf_i^{Lo} + T_i^{xx\min}, \\ m_i T_i^* + Csx_i^{Lo} \ge D_i - Cxf_i^{Lo} + m_i T_i^{mxx\min}, \\ T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le Csx_i^{Lo} + T_i^{xx\max}, \\ m_i T_i^* + D_i - Cxf_i^{Lo} \le Csx_i^{Lo} + m_i T_i^{mxx\max}, \\ D_i - Cyf_i^{Lo} - Csx_i^{Lo} \le T_i^{xy\max}, \end{cases} \quad (14)$$

которая и будет условием допустимости СО для ограничения ЗКУУИ (5).

Заключение

В статье подробно рассмотрены особенности применения алгоритма 1 из работы [7] для двух примеров ЛИО. Этот алгоритм формирует условие допустимости СО для заданного ЛИО, и он является одной из двух составных частей алгоритма, преобразующего исходное ЛИО в допустимое СО. В результате разбора примеров получены условия допустимости (9), (14) для примеров ЛИО (4), (5) соответственно. Рассмотренные примеры важны для исследования возможностей эффективной программной реализации указанного алгоритма в составе инструментальных средств, обеспечивающих планирование задач РВ.

Библиографический список

1. Buttazzo G. Hard Real-Time Computing Systems. – Springer. 2011. – 521 p.
2. Sha L., Abdelzaher T., Årzén K.E., Cervin A., Baker T., Burns A., Buttazzo G., Caccamo M., Lehoczky J., Mok A.K. Real-Time Scheduling Theory: A Historical Perspective // Real-Time Systems. – 2004. – 28. – P. 101–155.
3. Velasco M., Marti P., Bini E. Control-driven Tasks: Modeling and Analysis // IEEE Real-Time Systems Symposium. – 2008. – P. 280–290.
4. Improving quality-of-control using flexible timing constraints: metric and scheduling / P. Marti, J.M. Fuertes, G. Fohler, K. Ramamritham // IEEE Real-Time Systems Symposium. – 2002. – P. 91–100.
5. Fohler G. Dynamic Timing Constraints – Relaxing Over-constraining Specifications of Real-Time Systems // Proceedings of Work-in-Progress Session, 18th IEEE Real-Time Systems Symposium. – 1997. – P. 27–30.
6. Кавалеров М.В., Матушкин Н.Н. Применение обобщенных нестандартных ограничений реального времени в условиях планирования с фиксированными приоритетами // Информационные технологии моделирования и управления. – 2005. – № 6(24). – С. 842–848.
7. Кавалеров М.В. Преобразование линейных интервальных ограничений реального времени в стандартные ограничения // Системы управления и информационные технологии. – 2006. – №4(26). – С. 228–233.
8. Кавалеров М.В., Матушкин Н.Н. Планирование задач в системах автоматизации и управления при линейных интервальных ограничениях реального времени // Проблемы управления. – 2008. – №1.
9. Gerber R., Hong S. Semantics-Based Compiler Transformations for Enhanced Schedulability // Proceedings of 14th IEEE Real-Time Systems Symposium. – 1993. – P. 232–242.
10. Marti P., Fohler G., Ramamritham K., Fuertes J. M. Jitter Compensation for Real-Time Control Systems // Proceedings of 22nd IEEE Real-Time Systems Symposium. 2001. – P. 39–48.

Получено 06.09.2012