

**Е.А. Мамбетова, Н.М. Труфанова**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И СТЕПЕНИ ВУЛКАНИЗАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ВУЛКАНИЗАЦИИ ТИПИЧНЫХ КАБЕЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ**

*Разработана двумерная математическая модель процессов теплообмена в условиях полимеризации при производстве кабеля с резиновой изоляцией. Проведено численное моделирование температурных полей кабельных изделий в условиях вулканизации при учете основных значимых факторов.*

Наложение изоляции кабелей производится, как правило, методом экструзии за один проход через специальные вулканизационные печи с их полимеризацией в беспаровой среде (сухим методом) при температуре 453...473 К, что обеспечивает отсутствие влаги и газовых включений в изоляционном покрытии.

Вулканизация – процесс энергозатратный. Для выбора оптимальных по энергозатратам и качеству изделия технологических параметров необходимо моделирование теплового состояния изделия в процессе его полимеризации. Тепловой режим изделия должен быть таким, чтобы вулканизация завершилась по всей толщине изоляционного слоя. Кроме того, интенсивность нагрева должна быть такой, чтобы температура поверхности изоляционного слоя не превышала температуру начала термического разложения материала.

При повышении температуры до определенного уровня (обычно 140–160 °С) введенные в резиновую смесь вулканизирующие агенты вступают в реакцию с молекулами каучука и происходит образование сшитой структуры полимера. Физико-механические свойства резин существенно зависят от времени процесса вулканизации.

При повышении температуры физико-механические процессы, происходящие в веществе, обычно протекают быстрее. Установлено, что скорость вулканизации существенно зависит от температуры,

причем при увеличении температуры по закону арифметической прогрессии время вулканизации уменьшается примерно по закону геометрической прогрессии.

Во время процесса вулканизации резиновая смесь получает тепло от теплоносящей среды, в качестве которой могут быть горячий воздух, водяной пар, глицерин, расплавленный металл и пр.

Вулканизация кабельных изделий чаще всего производится в вулканизационных котлах или в агрегатах непрерывной вулканизации. В первом случае провода или кабели намотаны на барабаны или уложены в специальные тарелки с тальком, во втором – изделие проходит через длинную вулканизационную трубу.

В процессе вулканизации наружные слои изоляции нагреваются быстрее, внутренние – медленнее, а поскольку процесс вулканизации сильно зависит от температуры, то и вулканизованы они будут в разной степени.

Целью данной работы являлось численное моделирование температурных полей кабельных изделий в условиях вулканизации при учете основных значимых факторов. На рис. 1. показано поперечное сечение кабеля в печи.

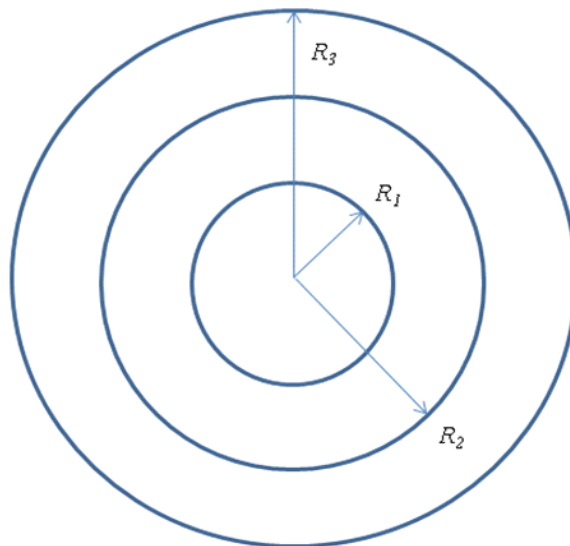


Рис. 1. Поперечное сечение кабеля в печи:  $R_1$  – радиус жилы;  $R_2$  – радиус изоляции;  $R_3$  – радиус свода печи

Построение математической модели основывается на законах сохранения [1].

В работе были сделаны следующие допущения:

1. Решение задачи осуществлялось в цилиндрической системе координат. Не учитывалась форма свода печи, так как диаметр кабельного изделия намного меньше диаметра вулканизационной камеры. Начало координат совпадает с осью симметрии системы «металл–изолятор».

2. Все слои изоляции рассматриваются как один с эффективными теплофизическими характеристиками.

3. Не учитывалась при постановке задачи также и возможная неидеальность контакта между металлом жилы и слоем изоляционного материала, следовательно, изоляционный материал представляет собой размягченный полуфабрикат, который плотно прилегает к поверхности металла.

4. Возможный эффект интенсификации конвективного теплообмена не рассматривался. Значение коэффициента теплоотдачи от нагретого газа к поверхности изолятора принималось адекватным условиям свободной конвекции.

5. Диффузия тепла вдоль кабеля не учитывалась.

6. Коэффициенты теплопроводности металла (меди) и резины не зависят от температуры.

7. Энергия активации не изменяется в пределах рассматриваемых температур.

Кабель состоит из двух слоев: внутреннего – меди и наружного – резины, имеет правильную цилиндрическую форму и не ограничен по длине. Изделие с начальной температурой  $T_0$  нагревается при существенно более высокой температуре в печи  $T_B$  [2].

#### Постановка задачи

С учетом сделанных допущений система дифференциальных уравнений, описывающих процесс теплопередачи, и соответствующие начальные и граничные условия имеют вид [2],[3]:

$$c_n \cdot \rho_n V_0 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_n \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} \right) + Q_n w_n, \quad (1)$$

$$c_n \cdot \rho_n V_0 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_n \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} \right) + Q_n w_n, \quad (2)$$

$$w_n = \rho_2 \frac{d\varphi}{dt}; \frac{d\varphi}{dt} = (1-\varphi)k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right). \quad (3)$$

Начальные условия:

$$t = 0, \quad T_1(r, 0) = T_2(r, 0) = T_0, \quad \varphi_0 = 0.$$

Граничные условия:

$$r = 0, \quad \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0 \quad r = r_1, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad T_1 = T_2,$$

$$r = r_2, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = \alpha(T_B - T_2) + \sigma \varepsilon_{\text{пр}}(T_B^4 - T_2^4),$$

$$T_1 = T_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}; \quad T_B = 227 \text{ }^\circ\text{C},$$

где  $E$  – энергия активации химической реакции,  $E = 66$  кДж/моль;  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $R = 8,31$  Дж/(моль·К);  $\alpha$  – коэффициент теплообмена с окружающей средой,  $\alpha = 1$  Вт/(м<sup>2</sup>К);  $\varepsilon_{\text{пр}}$  – приведенная степень черноты,  $\varepsilon_{\text{пр}} = 0,5$ ;  $c_{\text{и}}$  – теплоемкость изоляции,  $c_{\text{и}} = 1380$  Дж/кг·°С;  $w_{\text{п}}$  – степень полимеризации;  $\lambda_{\text{и}}$  – теплопроводность изоляции,  $\lambda_{\text{и}} = 0,16$  Вт/м·°С;  $c_{\text{п}}$  – теплоемкость жилы,  $c_{\text{п}} = 385$  Дж/кг·°С;  $\rho_{\text{п}}$  – плотность жилы,  $\rho_{\text{п}} = 8700$  Кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_{\text{п}}$  – теплопроводность жилы,  $\lambda_{\text{п}} = 400$  Вт/м·°С;  $V_0$  – скорость движения жил и изоляции,  $V_0 = 0,08$  м/с.

Система нелинейных дифференциальных уравнений теплопроводности и кинетики для двухслойного цилиндра «медь – резина» (1)–(3) с нелинейными граничными условиями на поверхности раздела сред решена методом конечных разностей. Разностные аналоги исходных дифференциальных уравнений решены методом итераций с применением явной разностной схемы.

### Результаты

Для оценки сходимости численного метода был произведен расчет поставленной задачи при различных шагах по времени (рис. 2) и координате. Изменение шага по времени в диапазоне  $10^6$ – $16 \cdot 10^5$  с не влияло на полученные результаты. Таким образом, был выбран шаг по времени  $7,5 \cdot 10^{-4}$  с и шаг по координате  $4,5 \cdot 10^{-4}$  м.

В работе было исследовано влияние значения коэффициента теплообмена с окружающей средой на температурное поле.

Из рис. 3 видно, что при увеличении коэффициента теплообмена с окружающей средой в 100 раз температура на поверхности изоляции на выходе из печи увеличится на 3,5 %. Таким образом, можно сказать, что значение варьируемого параметра не влияет на исследуемые параметры.

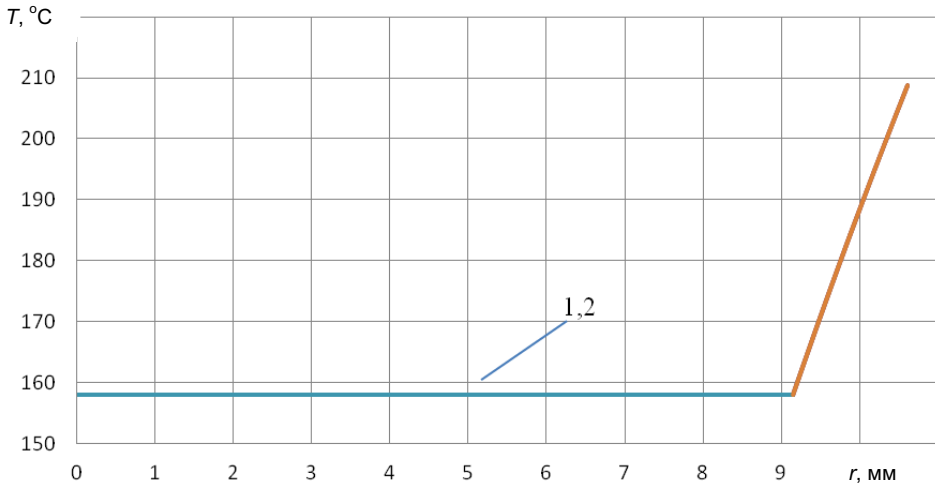


Рис. 2. Распределение температуры по радиусу кабеля при  $t = 1200$  с, при различных значениях шага по времени: 1 –  $m = 10^6$  с; 2 –  $m = 16 \cdot 10^5$  с

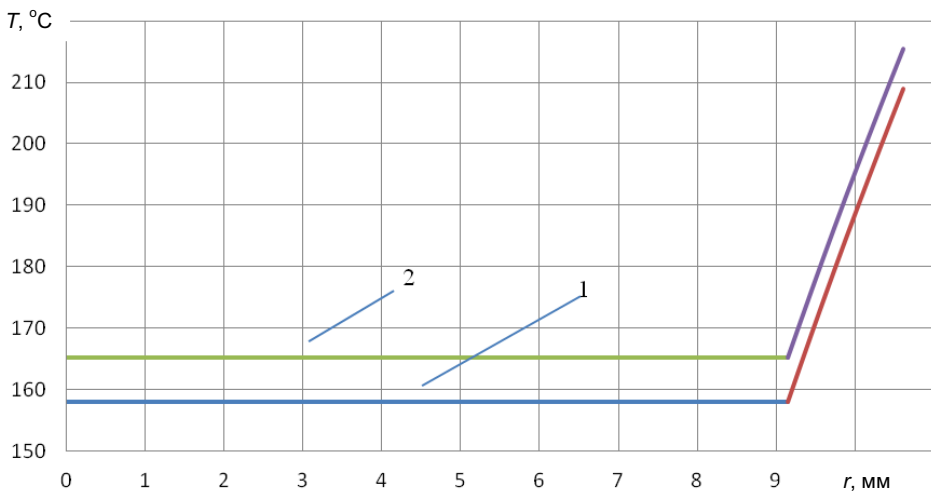


Рис. 3. Распределение температуры по радиусу кабеля при  $t = 1200$  с, при различных значениях коэффициента теплообмена с окружающей средой: 1 –  $\alpha = 1$  Вт/(м<sup>2</sup>К); 2 –  $\alpha = 100$  Вт/(м<sup>2</sup>К)

На рис. 4 представлено изменение степени полимеризации на поверхности кабеля во времени при различных значениях энергии активации химической реакции. Чем меньше энергия активации химической реакции, тем меньше промежуток времени, за который материал на поверхности изделия полностью вулканизируется.

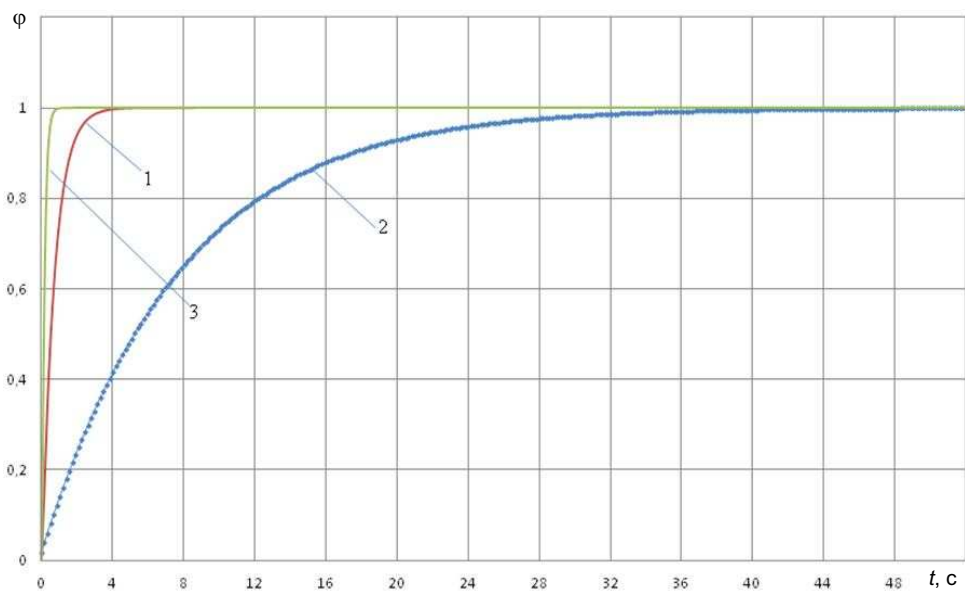


Рис. 4. Распределение степени полимеризации на поверхности кабеля по времени при различных значениях энергии активации химической реакции:  
 1 –  $E = 66$  кДж/моль; 2 –  $E = 75$  кДж/моль; 3 –  $E = 60$  кДж/моль

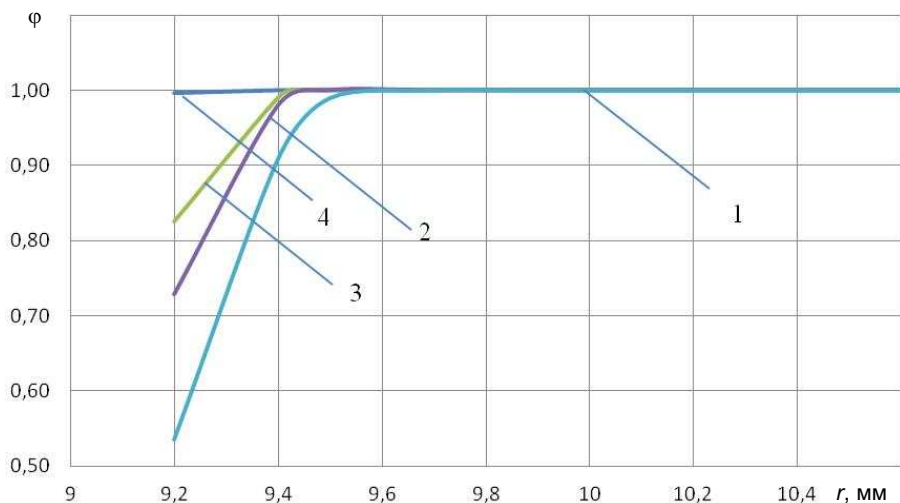


Рис. 5. Распределение степени вулканизации по радиусу кабеля на выходе из печи при различных значениях времени вулканизации:  
 1 –  $t = 437$  с; 2 –  $t = 600$  с; 3 –  $t = 700$  с; 4 –  $t = 1200$  с

При наложении резиновой изоляции с точки зрения технологического процесса необходимо знать время, за которое материал

изоляция полностью вулканизируется. В работе была исследована степень полимеризации кабельного изделия в целом и определено время, за которое материал изоляции (резина) полностью вулканизируется. На рис. 5 представлены кривые полимеризации по радиусу изоляции. Видно, что при времени  $t = 1200$  с слой изоляции на выходе из печи имеет степень вулканизации, равную единице.

### **Заключение**

1. Проведено математическое моделирование температурных полей и степени вулканизации кабельных изделий при их вулканизации.

2. Решена задача теплопроводности процесса вулканизации кабельного изделия, имеющего форму двухслойного цилиндра, в условиях сложного теплообмена с учетом эффекта полимеризации.

3. Показано, что в процессе вулканизации кабельных изделий необходимо учитывать их реальную конфигурацию, теплообмен с внешней средой за счет конвекции, изменение степени полимеризации, теплофизические характеристики материалов жилы и изоляции. Тепловой эффект процесса полимеризации на температуру кабельного изделия не влияет.

4. Адекватность разработанной математической модели подтверждена удовлетворительным сравнением результатов расчета с данными, полученными другими авторами [4].

### **Библиографический список:**

1. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 848 с.

2. Зиннатуллин Р.Р., Труфанова Н.М. Численное моделирование технологических напряжений при изготовлении пластмассовой изоляции провода // Вычислительная механика сплошных сред = Computational Continuum Mechanics. – 2009. – Т. 2, № 1. – С. 38–53.

3. Хань Баочжун. Моделирование свойств сшитого полиэтилена: автореф. ... канд. техн. наук. – М., 2005.

4. Кузнецов Г.В., Иванова Е.В. Математическое моделирование температурных полей в процессе вулканизации типичных кабельных изделий // Известия Томского политехнического. – Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та. – 2010. – Т. 316, № 4: Энергетика. – С. 38–41

Получено 05.09.2012