

УДК 553.982.2

Статья / Article

© ПНИПУ / PNRPU, 2016

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАБОЙНОГО ДАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МНОГОМЕРНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ (НА ПРИМЕРЕ ПЛАСТА ТЛ-ББ ЮРЧУКСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ)

И.А. Черных

ООО «ЛУКОЙЛ-ПЕРМЬ» (614990, Россия, г. Пермь, ул. Ленина, 62)

## DETERMINATION OF BOTTOMHOLE PRESSURE BY USING MULTIVARIATE STATISTICAL MODELS (ON EXAMPLE OF FORMATION TL-BB YURCHUKSKOIE FIELD)

I.A. Chernykh

LLC LUKOIL-PERM (62 Lenina st., Perm, 614990, Russian Federation)

Получена / Received: 06.10.2016. Принята / Accepted: 15.10.2016. Опубликовано / Published: 02.12.2016

### Ключевые слова:

показатели эксплуатации скважин, забойное давление, механизированные скважины, необорудованные глубинными измерительными системами, методика определения забойного давления, статистический анализ, факторы, влияющие на величину забойного давления, корреляция, пошаговый линейный дискриминантный анализ, линейная дискриминантная функция, многомерная математическая модель, разнонаправленность влияния факторов, регрессионный анализ, множественная регрессия, работоспособность модели.

### Key words:

well operation indicators, bottomhole pressure, mechanized wells, unequipped depth measuring systems, method of determining bottomhole pressure, statistical analysis, factors affecting the value of bottomhole pressure; correlation, stepwise linear discriminant analysis, linear discriminant function, multidimensional mathematical model, different directions of influence factors, regression analysis, multiple regression, models functionality.

Проблема определения забойных давлений в механизированных добывающих скважинах, не оборудованных глубинными измерительными системами, является актуальной для многих нефтяных месторождений Пермского края. На практике, при отсутствии специальных приборов под скважинным насосом, забойное давление определяют путем пересчета динамического уровня. При таком подходе основную сложность представляет расчет плотности газожидкостной смеси, достоверность которого бывает низкой из-за влияния многочисленных осложняющих факторов. В настоящей работе предложен принципиально другой подход к определению забойного давления, рассмотренный на примере одной из добывающих скважин, оснащенных высокоточной глубинной измерительной системой, эксплуатирующей тульско-бобринскую залежь Юрчукского месторождения. В качестве исходных данных приняты результаты непосредственного измерения забойного давления, а также ряд других показателей ее эксплуатации (дебиты нефти и жидкости, обводненность, динамический уровень, глубина спуска насоса под динамический уровень, давление на устье в затрубном пространстве). Выполненный на первом этапе анализ данных позволил сделать вывод, что забойное давление в период наблюдения изменялось, причем разнонаправленно: сначала постепенно снижалось, затем – увеличивалось. В этой связи исследование влияния показателей эксплуатации на величину забойного давления проведено для трех случаев: для всего периода наблюдений, а также отдельно для периодов его снижения и увеличения. Статистический анализ средних значений и плотностей распределений позволил выделить параметры, оказывающее влияние на величину забойного давления, и установить, что влияние это разнонаправленно. На заключительном этапе построены многомерные статистические модели, учитывающие разнонаправленное влияние показателей эксплуатации на забойное давление. Проверка «работоспособности» разработанных моделей выполнена на примере трех других скважин этого же объекта разработки. Она подтвердила целесообразность использования разработанных моделей для определения величин забойного давления по известным значениям показателей эксплуатации скважин и всего предложенного подхода в целом.

The problem of determining BHP in production wells not equipped with depth measuring systems, it is relevant for many of the oil fields of Perm Krai. In practice, the absence of special devices for downhole pump bottomhole pressure is determined by converting the dynamic level. With this approach, the main difficulty is the calculation of the density of the gas-liquid mixture, the accuracy of which is low due to the influence of numerous complicating factors. In this paper the fundamentally different approach to the definition of bottomhole pressure, considered on one of the well equipped with high-precision depth measurement system, of TL-Bb layer of Yurchukskoe field. The initial data are direct measurements of downhole pressure, as well as a number of other indicators of its operation (flow rates of oil and liquid, water content, dynamic level, the pump depth below the dynamic level, the pressure of the annulus). The first stage analysis of the data led to the conclusion that the bottomhole pressure during the observation period varied, with different directions: the first is gradually reduced, then - increased. In this regard, the study of influence of operating parameters on the value of BHP held for three cases: for the entire period of observation, as well as separately for the period of its decline and the increase. Statistical analysis of the averages and distribution densities possible to identify the parameters that influence the bottomhole pressure, and found that the effect is mixed. At the final stage the multidimensional statistical models that take into account the effect of multidirectional operating indicators BHP have been built. "Functionality" verification of developed models was made on the example of three other wells of the same development object. This verification confirmed the feasibility of using developed models for determining the values of bottomhole pressure from known values of indicators for well operation and all the proposed approach in general.

Черных Ирина Александровна – начальник отдела геофизических и гидродинамических исследований (моб. тел.: +007 919 483 84 30, e-mail: [irina.chernykh@lp.lukoil.com](mailto:irina.chernykh@lp.lukoil.com)).

Irina A. Chernykh – Head of the Department of Geophysical and Hydrodynamic Studies (mob. tel.: +007 919 483 84 30, e-mail: [irina.chernykh@lp.lukoil.com](mailto:irina.chernykh@lp.lukoil.com)).

## Введение

Забойное давление является важнейшим параметром, характеризующим технологический режим работы каждой конкретной скважины. И в этой связи контроль за величиной забойного давления является основой мониторинга эксплуатации скважин [1–4].

С целью качественного контроля за эксплуатацией скважин добывающий фонд нефтяных месторождений ООО «ЛУКОЙЛ-ПЕРМЬ» оснащается различного рода глубинными измерительными системами. Так, на рассматриваемой в настоящей работе тульско-бобриковской залежи Юрчукского месторождения примерно 30% скважин добывающего фонда оснащены такими системами. В остальных скважинах значение забойного давления определяется путем пересчета величины непосредственно измеряемого динамического уровня [5–12]. При этом важнейшую роль играет соответствие выбранной для пересчета методики реальным геолого-физическим условиям. На сегодняшний день в ООО «ЛУКОЙЛ-ПЕРМЬ» применяется ряд методик, позволяющих определять забойное давление. В них используются модели течения флюида в скважине, не учитывающие всех процессов, возникающих в стволе скважины при перемещении по нему многофазной жидкости. Аналогичные выводы получены авторами в работе [13].

В этой связи актуальной представляется разработка принципиально другой методики, основанной на математической обработке накопленных для каждого объекта данных и создании многомерных статистических моделей [14–16].

С целью разработки такой методики в данной работе использованы промысловые данные по скважинам, оснащенным глубинными измерительными системами, в которых многократно выполнены непосредственные замеры давлений на приеме насоса. Эти замеры гораздо точнее пересчитываются в забойные, приведенные к поверхности водонефтяного контакта, нежели динамический уровень [17]. Из общего перечня промысловых данных выбраны те параметры, которые, вероятно, оказывают влияние на забойное давление:

- глубина динамического уровня  $H_d$ ;
- обводненность  $B$ ;
- дебит жидкости  $Q_j$ ;
- дебит нефти  $Q_n$ ;
- глубина погружения скважинного насоса под динамический уровень  $H_{погр}$ ;
- температура  $T$ ;
- давление на устье скважины  $P_y$ .

## Исследование влияния параметров работы скважин на величину забойного давления

Исследование влияния параметров эксплуатации на величину забойного давления выполнено на примере скважины 882, характеризующейся максимальным количеством измерений ( $n = 98$ ) за период с 16 декабря 2011 г. по 17 июля 2015 г. Изменение забойного давления  $P_{заб}$  за время  $t$  отражено на рис. 1.

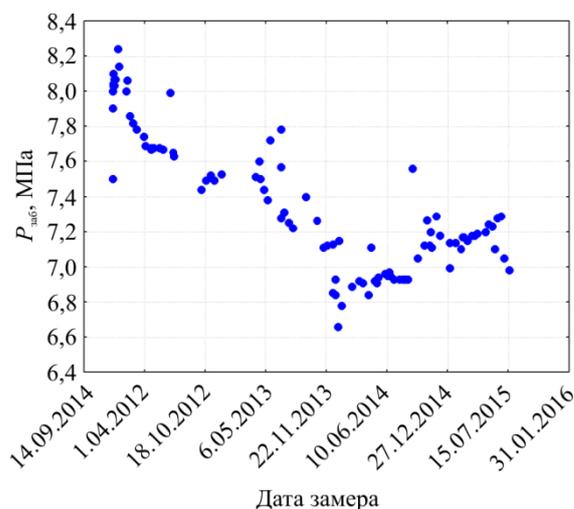


Рис. 1. Изменение значений  $P_{заб}$  во времени

Видно, что в период с 16 декабря 2011 г. по 30 ноября 2013 г. происходит достаточно закономерное снижение значений  $P_{заб}$ , далее – его закономерное повышение, но с меньшей интенсивностью. Исследуем изменение значений  $P_{заб}$  и других показателей за весь период анализа – выборка 1; за время, когда значения давления снижаются, – выборка 2; за время, когда значения  $P_{заб}$  повышаются, – выборка 3. Средние значения вышеприведенных показателей для вариантов 2 и 3 представлены в табл. 1.

Для оценки различий в средних значениях показателей вычислим значение критерия  $t$  по следующей формуле:

$$t_p = \frac{|X_1 - X_2|}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \left( \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right)}}, \quad (1)$$

где  $X_1$ ,  $X_2$  – соответственно средние значения показателей в выборках 2 и 3;  $S_1^2$ ,  $S_2^2$  – дисперсии показателей в этих выборках. Различие в средних значениях считается статистически значимым, если  $t_p > t_\alpha$ . Значения  $t_\alpha$  определяются в зависимости от количества сравниваемых данных и уровня значимости ( $\alpha = 0,05$ ). Из табл. 1 видно,

что средние значения статистически различаются по  $P_{\text{заб}}$ ,  $V$ ,  $Q_{\text{ж}}$ ,  $Q_{\text{н}}$ ,  $T$ ,  $P_{\text{у}}$ .

Таблица 1  
Сравнение статистических характеристик показателей

| Показатель                           | Средние значения |             | Статистические оценки*      |                             |
|--------------------------------------|------------------|-------------|-----------------------------|-----------------------------|
|                                      | выборка 2        | выборка 3   | критерий Стьюдента $t_p$    | критерий Пирсона $\chi^2$   |
| $P_{\text{заб}}$ , МПа               | 7,6±0,3          | 7,1±0,1     | $\frac{10,64453}{0,000000}$ | $\frac{74,88653}{0,000000}$ |
| $H_{\text{д}}$ , м                   | 827,3±146,1      | 835,8±175,1 | $\frac{-0,26233}{0,793631}$ | $\frac{1,179766}{0,554392}$ |
| $V$ , %                              | 6,3±5,2          | 3,2±1,5     | $\frac{3,95906}{0,000144}$  | $\frac{14,59630}{0,000679}$ |
| $Q_{\text{ж}}$ , м <sup>3</sup> /сут | 23,5±2,5         | 26,0±0,7    | $\frac{-6,91203}{0,000000}$ | $\frac{42,73306}{0,000000}$ |
| $Q_{\text{н}}$ , т/сут               | 18,3±2,3         | 20,8±0,4    | $\frac{-7,51304}{0,000000}$ | $\frac{48,06495}{0,000000}$ |
| $H_{\text{погр}}$ , м                | 727,7±146,1      | 719,2±175,1 | $\frac{-0,26233}{0,793631}$ | $\frac{1,179766}{0,554392}$ |
| $T$ , °К                             | 293,8±0,5        | 294,1±0,1   | $\frac{-4,32005}{0,000038}$ | $\frac{17,00090}{0,000203}$ |
| $P_{\text{у}}$ , МПа                 | 2,3±1,4          | 1,7±0,8     | $\frac{2,38870}{0,018864}$  | $\frac{6,731925}{0,034529}$ |
| $P(Z)$ , отн. ед.                    | 0,672±0,328      | 0,182±0,088 | $\frac{9,992116}{0,000000}$ | $\frac{58,21086}{0,000000}$ |

Примечание: \* в числителе – значение критерия; в знаменателе – уровень значимости  $\alpha$ .

Для более глубокого статистического анализа изучаемых показателей исследуем их распределения. Оптимальные величины интервалов значений показателей вычисляются по формуле Стерджесса:

$$\Delta X = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3,32 \cdot \lg N}, \quad (2)$$

где  $X_{\max}$ ,  $X_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения показателя;  $N$  – количество данных.

В каждом интервале определяются частоты

$$P(X) = \frac{N_k}{N_q}, \quad (3)$$

где  $P(X)$  – частота в  $k$ -м интервале для группы ( $q = 2$ , соответствует второй выборке);  $N_k$  – число случаев содержания показателя  $P(X)$  в  $k$ -м интервале;  $N_q$  – объем выборки для выборок 2 и 3. При сравнении плотностей распределений показателей в изучаемых выборках применялась статистика Пирсона ( $\chi^2$ ), использовалась формула

$$\chi^2 = N_1 N_2 \sum_{i=1}^e \frac{1}{M_1 + M_2} \left( \frac{M_1}{N_1} - \frac{M_2}{N_2} \right)^2, \quad (4)$$

где  $N_1$ ,  $N_2$  – соответственно количество значений показателей в данных выборках 2 и 3;  $M_1$ ,  $M_2$  – количество значений, попавших в заданный интервал, соответственно для двух изучаемых выборок;  $e$  – количество интервалов. Значения критерия  $\chi^2$  приведены в табл. 1. По этому критерию статистически отличаются следующие показатели:  $P_{\text{заб}}$ ,  $V$ ,  $Q_{\text{ж}}$ ,  $Q_{\text{н}}$ ,  $T$ ,  $P_{\text{у}}$ .

### Исследование влияния параметров работы скважин на величину забойного давления с учетом его изменения во времени

Количественную оценку изменения значений  $P_{\text{заб}}$  во времени для трех ранее описанных выборок произведем с помощью вычисления коэффициента корреляции  $r$  (табл. 2).

Видно, что за весь период  $t$  анализа (выборка 1) наблюдается статистически значимая обратная корреляция с  $P_{\text{заб}}$  ( $r = -0,76$ ), для выборки 2 эта корреляция несколько усиливается ( $r = -0,87$ ), для третьей корреляция остается статистически значимой, но уже прямой ( $r = 0,65$ ). В предположении того, что и другие изучаемые показатели могут изменяться во времени, по этим выборкам были вычислены значения  $r$ . Анализ показал, что подобные корреляции по направлению имеются у  $V$  и  $P_{\text{у}}$ . Для  $V$  корреляция по всем данным обратная ( $r = -0,31$ ), корреляции по выборкам 2 и 3 равны соответственно  $-0,17$  и  $0,83$ . Для  $P_{\text{у}}$  общая корреляция также обратная при  $r = -0,36$ ; корреляции по выборкам 2 и 3 равны соответственно  $-0,27$  и  $0,44$ . Вышеприведенные данные показывают, что в изучаемом временном диапазоне происходит значительная перестройка работы данной скважины. Для того чтобы убедиться, что перестройка не является случайным процессом, выдвинем следующую гипотезу: выделенные временные диапазоны работы скважины статистически отличаются по комплексу показателей. Для этого применим пошаговый линейный дискриминантный анализ. Возможности его использования для решения аналогичных задач приведены в работах [18–20]. Для разработки моделей разделения на варианты 2, 3 использовалась вся изучаемая выборка. Критерий  $P_{\text{заб}}$  при разделении данных на варианты 2, 3 не применялся. Возможность построения линейной дискриминантной функции (ЛДФ) сводится к следующему. Если обозначить через  $X_{ij}$  значения показателей с номером  $i$  в точке наблюдения и с номером  $j$  для второй выборки, то в результате может

Таблица 2

## Корреляционная матрица

|            | $P_{заб}$                     | $t$                                   | $H_{д}$                          | $B$                                 | $Q_{ж}$                               | $Q_{н}$                               | $H_{погр}$                             | $T$                                | $P_{y}$                              |
|------------|-------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|------------------------------------|--------------------------------------|
| $P_{заб}$  | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$ | $\frac{-0,76^*}{-0,87^*}$<br>$0,65^*$ | $\frac{0,01}{0,20}$<br>$-0,01$   | $\frac{0,37^*}{0,10}$<br>$0,48^*$   | $\frac{-0,69^*}{-0,62^*}$<br>$0,54^*$ | $\frac{-0,69^*}{-0,53^*}$<br>$0,33^*$ | $\frac{-0,00}{-0,20}$<br>$0,01$        | $\frac{-0,47^*}{-0,33}$<br>$0,13$  | $\frac{-0,29^*}{0,27}$<br>$-0,18$    |
| $t$        |                               | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$         | $\frac{-0,10}{-0,40}$<br>$-0,20$ | $\frac{-0,31^*}{-0,17}$<br>$0,83^*$ | $\frac{0,77^*}{0,76^*}$<br>$0,80^*$   | $\frac{0,74^*}{0,68^*}$<br>$0,39^*$   | $\frac{0,10}{0,40}$<br>$0,20$          | $\frac{0,38^*}{0,05}$<br>$0,20$    | $\frac{-0,36^*}{-0,27}$<br>$0,44$    |
| $H_{д}$    |                               |                                       | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$    | $\frac{0,05}{0,15}$<br>$-0,14$      | $\frac{-0,24^*}{-0,39}$<br>$-0,39^*$  | $\frac{-0,22^*}{-0,38}$<br>$-0,39$    | $\frac{-0,99^*}{-0,99^*}$<br>$-0,99^*$ | $\frac{0,15}{0,18}$<br>$0,22$      | $\frac{0,33^*}{0,28}$<br>$0,49$      |
| $B$        |                               |                                       |                                  | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$       | $\frac{-0,31^*}{-0,17}$<br>$0,61^*$   | $\frac{-0,64^*}{-0,60}$<br>$0,04$     | $\frac{-0,01}{-0,11}$<br>$0,10$        | $\frac{-0,26}{-0,15}$<br>$0,19$    | $\frac{-0,02}{-0,08}$<br>$-0,41^*$   |
| $Q_{ж}$    |                               |                                       |                                  |                                     | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$         | $\frac{0,92^*}{0,89^*}$<br>$0,81^*$   | $\frac{-0,24^*}{0,40^*}$<br>$0,41^*$   | $\frac{0,30^*}{0,10}$<br>$-0,10$   | $\frac{-0,21^*}{-0,09}$<br>$-0,52^*$ |
| $Q_{н}$    |                               |                                       |                                  |                                     |                                       | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$         | $\frac{0,24^*}{0,41^*}$<br>$0,40^*$    | $\frac{0,34^*}{0,15}$<br>$-0,27^*$ | $\frac{-0,19}{-0,03}$<br>$-0,36^*$   |
| $H_{погр}$ |                               |                                       |                                  |                                     |                                       |                                       | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$          | $\frac{-0,15}{-0,18}$<br>$-0,16$   | $\frac{-0,33^*}{-0,28^*}$<br>$-0,49$ |
| $T$        |                               |                                       |                                  |                                     |                                       |                                       |  | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$      | $\frac{0,01}{0,12}$<br>$0,00$        |
| $P_{y}$    |                               |                                       |                                  |                                     |                                       |                                       |  |                                    | $\frac{1,00}{1,00}$<br>$1,00$        |

Примечание: числитель – выборка 1; средняя строка – выборка 2; нижняя строка – выборка 3; \* – значимые корреляционные связи.

быть получена матрица  $W_1$  порядка  $m$  и  $n_1$  результатов наблюдений над этой выборкой:

$$W_1 = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n_1} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mn_1} \end{bmatrix}.$$

Обозначим через  $X_{ij}^1$  значения коэффициентов при переменных с номером  $i$  в точке с номером  $j$  из третьей выборки, получим матрицу  $W_2$  порядка  $m \times n_2$ :

$$W_2 = \begin{bmatrix} X_{11}^1 & X_{12}^1 & \dots & X_{1n_2}^1 \\ X_{21}^1 & X_{22}^1 & \dots & X_{2n_2}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{m1}^1 & X_{m2}^1 & \dots & X_{mn_2}^1 \end{bmatrix},$$

где  $m$  – число показателей;  $n_1, n_2$  – объем выборок.

Для построения ЛДФ составляются матрицы центрированных сумм квадратов и смешанных произведений, по ним вычисляется выборочная матрица. Далее для определения коэффициентов

линейной дискриминантной функции находится обратная выборочная ковариационная матрица – матрица  $C$ . Затем вычисляют граничное значение дискриминантных функций ( $R_0$ ), которое делит выборку на два подмножества. Надежность классификации вычисляют с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ . В результате реализации данного метода получена следующая линейная дискриминантная функция:

$$Z = 0,525Q_{н} + 0,933T - 0,327P_{y} - 0,002H_{погр} - 282,200 \quad (5)$$

при  $R = 0,679$ ,  $\chi^2 = 58,21$ ,  $p = 0,000$ .

Среднее значение  $Z$  для варианта 2 равно  $-0,898$ , для варианта 3 –  $0,935$ . По данной функции были вычислены значения вероятности принадлежности к данным вариантам 2 –  $P(Z)$ . Соотношение между  $Z$  и  $P(Z)$  приведено на рис. 2.

Видно, что при увеличении значений  $Z$  величина  $P(Z)$  закономерно снижается. Среднее значение  $P(Z)$  для выборки 2 равно  $(0,672 \pm 0,328)$ ; для выборки 3  $(-0,182 \pm 0,088)$ . Отметим, что по данной функции верное распознавание составило 80 %, при этом все данные по варианту 3 распознаются верно. Оценку сравнений средних значений  $P(Z)$  и плотностей распределений

выборки 2 и 3 выполним по критериям  $t$  и  $\chi^2$  (см. табл. 1).

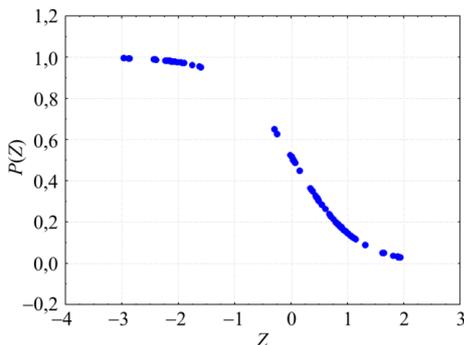


Рис. 2. Зависимость  $P(Z)$  от  $Z$

Выполненный статистический анализ средних значений и плотностей распределений показал, что  $P(Z)$ , вычисленное по значениям  $Q_n$ ,  $T$ ,  $P_y$ ,  $H_{\text{погр}}$ , статистически различается. Здесь необходимо отметить, что влияние изучаемых показателей в ряде случаев даже разнонаправленно (см. табл. 2). Данный факт подтверждает сложность протекающих в скважине процессов при многофазной фильтрации и обуславливает необходимость разработки специального подхода к определению забойного давления, учитывающего разнонаправленность влияния многих факторов.

#### Разработка многомерных моделей для определения забойного давления

Для учета многообразия различных, в ряде случаев разнонаправленных, влияний изучаемых показателей на  $P_{\text{заб}}$  построим несколько вариантов многомерных моделей с помощью регрессионного анализа. Расчет регрессионных коэффициентов в разрабатываемой модели выполним при помощи метода наименьших квадратов. Под регрессионным анализом понимается статистический метод исследования зависимостей между зависимой переменной  $Y$  и одной или несколькими независимыми переменными  $X_1, X_2, X_p$ . Зависимый признак в регрессионном анализе называется результирующим, независимый – факторным. Обычно на зависимую переменную действуют сразу несколько факторов. Совокупное влияние всех независимых факторов на зависимую переменную учитывается благодаря множественной регрессии.

В общем случае множественную регрессию оценивают параметры линейного уравнения вида

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_pX_p.$$

В данном уравнении регрессионные коэффициенты ( $b$ -коэффициенты) представляют независимые вклады каждой независимой переменной в предсказание зависимой переменной. Линия регрессии выражает наилучшее предсказание зависимой переменной  $Y$  по независимым переменным  $X$ . В нашем случае в качестве зависимого признака выступает  $P_{\text{заб}}$ , а в качестве независимых факторов – значения  $H_{\text{дб}}$ ,  $B$ ,  $Q_{\text{ж}}$ ,  $Q_n$ ,  $H_{\text{погр}}$ ,  $T$ ,  $P_y$ .

Для решения задачи регрессионного анализа методом наименьших квадратов вводится понятие функции невязки:

$$\sigma(\bar{b}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M (Y_k - \hat{Y}_k)^2. \quad (6)$$

Условие минимума функции невязки:

$$\left\{ \begin{array}{l} d\sigma(b) = 0 \\ i = 0 \dots N \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^M y_i = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_j x_{i,j} + b_0 M, \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,k} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_j x_{i,j} x_{i,k} + M b_0 \sum_{i=1}^M x_{i,k}, \\ k = 1 \dots N. \end{array} \right. \quad (7)$$

Полученная система является системой  $(N + 1)$  линейных уравнений с  $(N + 1)$  неизвестными  $b_0 \dots b_N$ .

Если представить свободные члены левой части уравнений матрицей

$$B = \left\{ \begin{array}{c} \sum_{i=1}^M y_i \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,1} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,N} \end{array} \right\},$$

а коэффициенты при неизвестных в правой части матрицей

$$A = \left\{ \begin{array}{cccc} M & \sum_{i=1}^M x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} \\ \sum_{i=1}^M x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,1} x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} x_{i,1} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} x_{i,1} \\ \sum_{i=1}^M x_{i,2} & \sum_{i=1}^M x_{i,1} x_{i,2} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} x_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} x_{i,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^M x_{i,N} & \sum_{i=1}^M x_{i,1} x_{i,N} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} x_{i,N} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} x_{i,N} \end{array} \right\},$$

то получаем матричное уравнение  $A \times X = B$ , которое легко решается методом Гаусса. Полученная матрица содержит коэффициенты уравнения линии регрессии:

$$X = \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_N \end{Bmatrix}.$$

Построение многомерных моделей произведем по трем выборкам. Первоначально построим многомерную модель по скважине 882 с использованием 50 % данных (вариант 1). Данные сформированы в обучающую выборку следующим образом: первыми используются значения данных от 16.12.2011 г. ( $n = 1$ ); данные, полученные 17.12.2011 г. ( $n = 2$ ), в построении многомерной модели не применяются. Они берутся при определении «работоспособности» построенной модели. Таким образом, по данным, имеющим нечетный номер, будут построены модели, а по данным, имеющим четный номер, будет определена их «работоспособность». В результате будет получена первая многомерная модель и выполнена оценка ее «работоспособности». При сопоставлении значений  $P_{заб}$  и значений, полученных по построенной модели  $P_{забм}^1$ , находим варианты 1 и 2. Модель, построенная с выполнением данного условия, имеет следующий вид:

$$P_{забм}^1 = 71,594 - 1,67465 Q_{ж} - 0,22745T + 0,04276P_y + 0,44088B + 2,13748 Q_{н} + 0,00016 H_{погр} \quad (8)$$

при  $R = 0,862$ ,  $p < 0,0000$ .

По данной модели были вычислены значения  $P_{забм}^1$ , которые использованы при сравнении со значениями  $P_{заб}$  по вариантам 1, 2 (рис. 3).

Далее была построена модель с учетом классов, выделенных с помощью метода ЛДФ (без учета деления скважин на две четные и нечетные выборки). По этим данным была построена модель, имеющая следующий вид:

$$P_{забм}^2 = 66,186 - 0,07541 Q_{ж} - 0,19377 T + 0,06005P_y \quad (9)$$

при  $R = 0,722$ ,  $p < 0,0000$ .

С помощью данной формулы вычислены значения по варианту 3 (см. рис. 3). Далее по этой модели были вычислены значения  $P_{забм}^2$  для экзаменационной выборки. Сопоставление  $P_{заб}$  с  $P_{забм}^2$  для экзаменационной выборки приведено на рис. 3 (вариант 4).

Далее была построена модель с учетом классов, выделенных с помощью метода ЛДФ, и с учетом деления скважин на два класса по четности и нечетности выборок (вариант 5). С учетом этих ограничений была построена модель, имеющая следующий вид:

$$P_{забм}^3 = 3,736 + 0,208301Q_{ж} + 0,000192H_{д} - 0,108676Q_{н} \quad (10)$$

при  $R = 0,799$ ,  $p < 0,00000$ .

Затем по этой модели были вычислены значения  $P_{забм}^3$  для экзаменационной выборки. Сопоставление  $P_{заб}$  с  $P_{забм}^3$  для экзаменационной выборки приведено на рис. 3 (вариант 6).

По данным моделям были определены значения  $P_{забм}^2$  и  $P_{забм}^3$  и выполнено сопоставление со значениями  $P_{заб}$  путем построения полей корреляции между ними (см. рис. 3).

Далее выполнена проверка работоспособности трех построенных моделей для других скважин этого же объекта разработки (скважины 206, 209 и 216) в двух вариантах. В первом случае для расчетов используется 1-я модель без учета деления с помощью ЛДФ (вариант 7), во втором случае расчеты выполнены с учетом деления на классы по ЛДФ по моделям 2 и 3 (вариант 8). Здесь для экзамена использовались только те данные, у которых значение  $P_{заб}$  находилось в диапазоне 6,6–8,2 МПа. Это вызвано тем, что оценивается работоспособность построенных моделей только в интервале интерполяции. Выполним анализ созданных корреляционных полей. Корреляционное поле, построенное по данным обучающей выборки (вариант 1), даже на визуальном уровне состоит из двух подполей. Аналогичное поле наблюдается по данным экзаменационной выборки. Это свидетельствует о том, что данные достаточно близки. Корреляционное поле, построенное с учетом деления на классы с помощью ЛДФ (вариант 3), показывает, что визуального деления на классы уже не видно. Аналогичное поле наблюдается по данным экзаменационной выборки (вариант 4). В случае, когда в обучении используются не только значения  $P_{забм}$ , вычисленные по моделям 2, 3, но и данные по обучению и экзамену и выполняется их сравнение с  $P_{заб}$  (вариант 5, 6), то наблюдается разделение их на зоны (см. рис. 3). Для варианта 5 корреляционное поле располагается в верхнем правом углу графика, для варианта 6 – в нижнем левом углу. При этом необходимо отметить, что для варианта 5  $r = 0,77$ , а для варианта 6 – 0,65. Эти связи статистически значимы. Выполним проверку работоспособности построенных моделей для данных скважин 206,

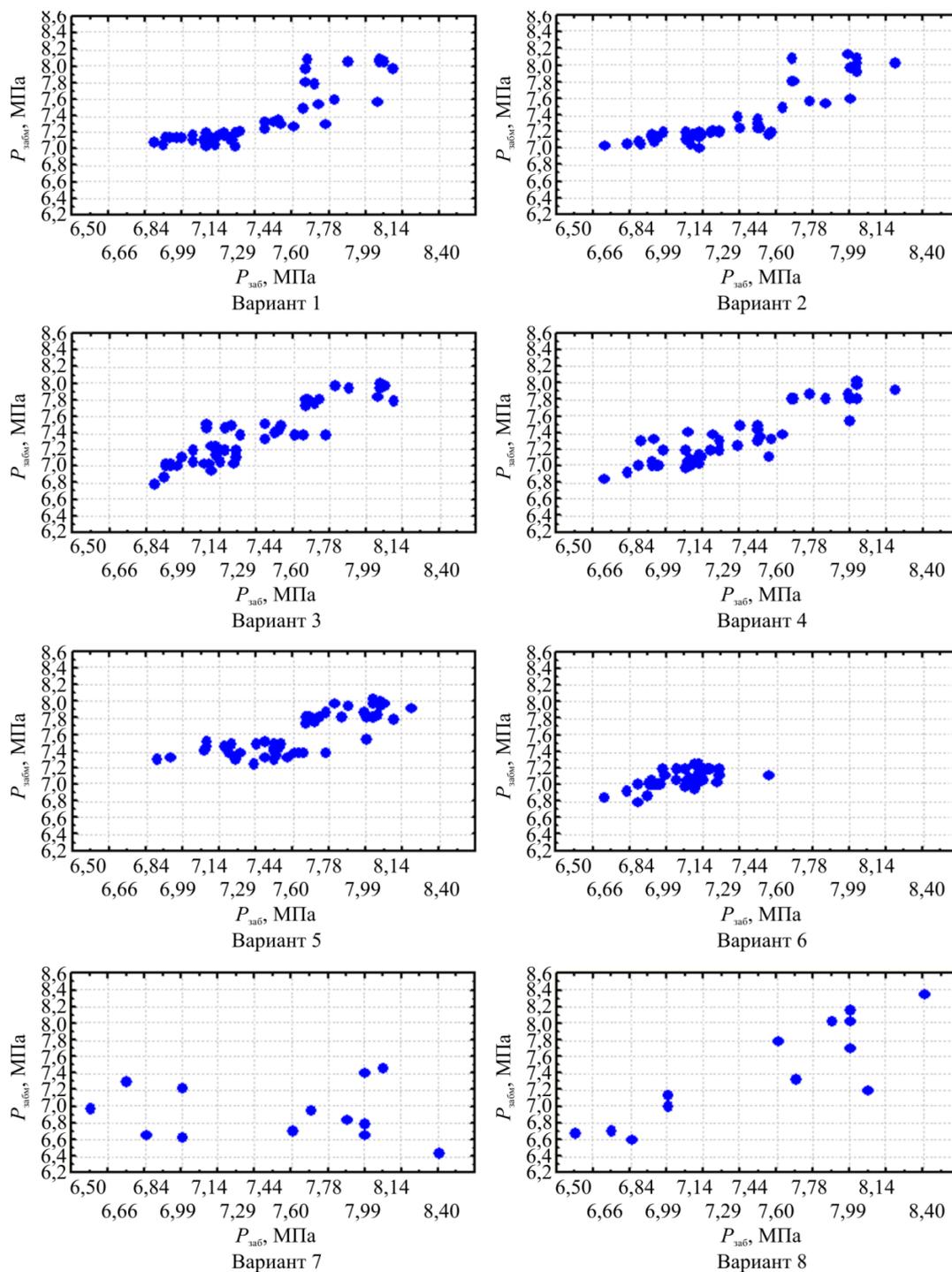


Рис. 3. Поля корреляции между  $P_{заб}$  и  $P_{забм}$

209 и 216 (варианты 7, 8). В случае, когда используем модель 1, связи между  $P_{заб}$  и  $P_{забм}$  не наблюдается ( $r = -0,12$ ). При построении модели с использованием ЛДФ и вычислении значений  $P_{забм}$  по моделям 2 и 3 связь между  $P_{заб}$  и  $P_{забм}$  является прямой и статистически значимой ( $r = 0,87$ ). Таким образом, можно констатировать, что использование изменения значений  $P_{заб}$  во времени позволяет более точно прогнозировать значения  $P_{забм}$  по косвенным признакам.

## Выводы

По результатам выполненных исследований можно сделать следующие основные выводы:

1. Забойное давление в механизированных скважинах, не оборудованных глубинными измерительными системами, определяется пересчетом динамического уровня по известным методикам со значительными неточностями.

2. Математическая обработка промысловых данных (забойное давление, дебиты нефти и жидкости, обводненность и др.) по одной из скважин Юрчукского месторождения, где были проведены непосредственные измерения, позволила разработать методику построения многомерных моделей, которая может быть исполь-

зована и на других месторождениях для определения забойного давления по известным значениям других показателей эксплуатации скважин.

3. Достоверность получаемых результатов с использованием построенных многомерных моделей проверена на примере трех других скважин данного объекта разработки.

### Список литературы

1. Лекомцев А.В., Мордвинов В.А., Турбаков М.С. Эксплуатация добывающих скважин электроцентробежными насосами на нефтяных месторождениях Верхнего Прикамья // Нефтяное хозяйство. – 2010. – № 10. – С. 144–145.
2. Лекомцев А.В., Мордвинов В.А., Турбаков М.С. Оценка забойных давлений в добывающих скважинах Шершневого месторождения // Нефтяное хозяйство. – 2011. – № 10. – С. 30–31.
3. Муравьев И.М., Халиков Г.А., Юрин И.Я. Приведение давлений, замеренных на глубинах выше глубины давления насыщения, к забойным условиям // Нефтяное хозяйство. – 1960. – № 8. – С. 26–29.
4. Carvalho P.M., Podio A.L., Sepehrnoori K. An electrical submersible jet pump for gassy oil wells // Journal of Petroleum Technology. – 1999. – May. – P. 34–35. DOI: 10.2118/0599-0034-JPT.
5. Временное методическое руководство по расчету режимов скважин, эксплуатируемых глубинными насосами (ЭЦН и ШГН). – Уфа: БашНИПИнефть, 1976. – 114 с.
6. Грон В.Г., Мищенко И.Т. Определение забойного давления в добывающих скважинах, оборудованных установками погружного насоса: учеб. пособие. – М.: Изд-во ГАНГ, 1993. – 128 с.
7. Мищенко И.Т. Расчеты при добыче нефти и газа. – М.: Нефть и газ, 2008. – 295 с.
8. Лекомцев А.В., Мордвинов В.А. К оценке забойных давлений при эксплуатации скважин электроцентробежными насосами // Научные исследования и инновации. – 2011. – Т. 5, № 4. – С. 29–32.
9. Дроздов А.Н. Технология и техника добычи нефти погружными насосами в осложненных условиях: учеб. пособие для вузов. – М.: Изд-во РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2008. – 616 с.
10. Lea J.F., Minissale J.D. Beam pumps surpass ESP efficiency // Oil and Gas Journal. – 1992. – May 18. – P. 72.
11. McCoy J.N., Podio A.L., Huddleston K.L. Acoustic determination of producing bottomhole pressure // SPE Formation Evaluation. – 1985. – August. – P. 617–621. DOI: 10.2118/14254-PA.
12. Podio A.L., McCoy J.N., Becker D. Integrated well performance and analysis // SPE Computer Applications. – 1992. – June. – P. 43–48. DOI: 10.2118/24060-PA.
13. Лекомцев А.В., Мордвинов В.А. Определение давления у приема электроцентробежных насосов по данным исследований скважин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2012. – № 4. – С. 84–90.
14. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Высшая школа, 1972. – 368 с.
15. Дементьев Л.Ф. Статистические методы обработки и анализа промыслово-геологических данных. – М.: Недра, 1966. – 206 с.
16. Многомерный анализ данных методами прикладной статистики / С.С. Барковский, В.М. Захаров, А.М. Лукашов, А.Р. Нурутдинова, С.В. Шалагин. – Казань, 2010. – 126 с.
17. Davaatseren B., Golovko A.K., Tuya M. A study of the ozonolysis and mechanochemical treatment on the properties of the high paraffinic Tamsagbulag Oil (Mongolia) // Scientific reports of MAS. – Ulan-bator, 2006. – Vol. 182, № 4. – P. 59–68.
18. Путилов И.С., Галкин В.И. Применение вероятностного статистического анализа для изучения фациальной зональности турне-фаменского карбонатного комплекса Сибирского месторождения // Нефтяное хозяйство. – 2007. – № 9. – С. 112–114.
19. Путилов И.С. Разработка технологий комплексного изучения геологического строения и размещения месторождений нефти и газа. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – 285 с.
20. Галкин В.И., Козлова И.А. Разработка вероятностно-статистических регионально-зональных моделей прогноза нефтегазоносности по данным геохимических исследований верхнедевонских карбонатных отложений // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2016. – № 6. – С. 40–45.

### References

1. Lekomtsev A.V., Mordvinov V.A., Turbakov M.S. Ekspluatatsiia dobyvaiushchikh skvazhin elektrotsentrobezhnyimi nasosami na neftnykh mestorozhdeniiakh Verkhnego Prikam'ia [Submersible pumps operation in wells at oilfields in Verkhnee Prikamje]. *Neftianoe khoziaistvo*, 2010, no.10, pp.144-145.
2. Lekomtsev A.V., Mordvinov V.A., Turbakov M.S. Otsenka zaboinykh davlenii v dobyvaiushchikh skvazhinakh Shershnevskogo mestorozhdeniia [Estimation of bottom-hole pressure in producing wells of Shershnevskoe oilfield]. *Neftianoe khoziaistvo*, 2011, no.10, pp.30-31.
3. Murav'ev I.M., Khalikov G.A., Iurin I.Ia. Privedenie davlenii, zamerennykh na glubinakh vyshe glubiny davleniia nasyshcheniia, k zaboinym usloviiam [Bringing pressures measured at depths above the saturation pressure's depths to downhole conditions]. *Neftianoe khoziaistvo*, 1960, no.8, pp.26-29.

4. Carvalho P.M., Podio A.L., Sepehrnoori K. An electrical submersible jet pump for gassy oil wells. *Journal of Petroleum Technology*, 1999, may, p.34-35. DOI: 10.2118/0599-0034-JPT.
5. Vremennoe metodicheskoe rukovodstvo po raschetu rezhimov skvazhin, ekspluatiruemyykh glubinnymi nasosami (ETsN i ShGN) [Temporary methodological guidance on the modes calculation in wells exploited with borehole pumps (ESP and SRP)]. Ufa: BashNIPineft', 1976, 114 p.
6. Gron V.G., Mishchenko I.T. Opredelenie zaboinogo davleniia v dobyvaiushchikh skvazhinakh, oborudovannykh ustanovkami pogruzhnogo nasosa [Determination of the bottomhole pressure in production wells equipped with submersible pump units]: ucheb. posobie. Moscow: Izd-vo GANG, 1993, 128 p.
7. Mishchenko I.T. Raschety pri dobyche nefiti i gaza [Calculations during oil and gas production]. Moscow: Neft' i gaz, 2008, 295 p.
8. Lekomtsev A.V., Mordvinov V.A. K otsenke zaboinykh davlenii pri ekspluatatsii skvazhin elektrosentrobezhnyimi nasosami [On estimation of bottomhole pressures in wells operation with electric centrifugal pumps]. *Nauchnye issledovaniia i innovatsii*, 2011, vol.5, no.4, pp.29-32.
9. Drozdov A.N. Tekhnologiya i tekhnika dobychi nefiti pogruzhnyimi nasosami v oslozhnennykh usloviakh [Technology and technics of oil production using submersible pumps under complicated conditions]: ucheb. posobie dlia vuzov. Moscow: RGU nefiti i gaza im. I.M. Gubkina, 2008, 616 p.
10. Lea J.F., Minissale J.D. Beam pumps surpass ESP efficiency. *Oil and Gas Journal*, 1992, May 18, p.72.
11. McCoy J.N., Podio A.L., Huddleston K.L. Acoustic determination of producing bottomhole pressure. *SPE Formation Evaluation*, 1985, august, p.617-621. DOI: 10.2118/14254-PA.
12. Podio A.L., McCoy J.N., Becker D. Integrated well performance and analysis. *SPE Computer Applications*, 1992, June, p.43-48. DOI: 10.2118/24060-PA.
13. Lekomtsev A.V., Mordvinov V.A. Opredelenie davleniia u priema elektrosentrobezhnykh nasosov po dannym issledovaniu skvazhin [Determination of pressure in receiving electrical pumps according to the data of the researched well]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Geologiya. Neftgazovoe i gornoe delo*, 2012, no.4, pp.84-90.
14. Gmurman V.E. Teoriia veroiatnostei i matematicheskaia statistika [Theory of probability and mathematical statistics]: ucheb. posobie dlia vuzov. 4 izd., ispr. i dop. Moscow: Vysshiaia shkola, 1972, 368 p.
15. Dement'ev L.F. Statisticheskie metody obrabotki i analiza promyslovo-geologicheskikh dannykh [Statistical methods for processing and analysis of the field and geological data]. Moscow: Nedra, 1966, 206 p.
16. Barkovskii S.S., Zakharov V.M., Lukashov A.M., Nurutdinova A.R., Shalagin S.V. Mnogomernyi analiz dannykh metodami prikladnoi statistiki [Multivariate data analysis by methods of applied statistics]. Kazan', 2010, 126 p.
17. Davaatseren B., Golovko A.K., Tuya M. A study of the ozonolysis and mechanochemical treatment on the properties of the high paraffinic Tamsagbulag Oil (Mongolia). *Scientific reports of MAS*. Ulan-bator, 2006, vol.182, no.4, pp.59-68.
18. Putilov I.S., Galkin V.I. Primenenie veroiatnostnogo statisticheskogo analiza dlia izucheniia fatsial'noi zonal'nosti turne-famenskogo karbonatnogo kompleksa Sibirskogo mestorozhdeniia [The results of statistical analysis for study fades characterization of T-Fm stage of Sibirskoe oilfield]. *Neftianoe khoziaistvo*, 2007, no.9, pp.112-114.
19. Putilov I.S. Razrabotka tekhnologii kompleksnogo izucheniia geologicheskogo stroeniia i razmeshcheniia mestorozhdenii nefiti i gaza [Development of technologies for a comprehensive study of the geological structure and location of oil and gas fields]. Perm': Izd-vo Perm. nats. issled. politekhn. un-ta, 2014, 285 p.
20. Galkin V.I., Kozlova I.A. Razrabotka veroiatnostno-statisticheskikh regional'no-zonal'nykh modelei prognoza neftegazonosnosti po dannym geokhimicheskikh issledovaniu verkhnedevonskikh karbonatnykh otlozhenii [Development of probabilistic-statistical regional-zoning models of oil and gas potential prediction based on the data of geochemical studies of the Upper Devonian carbonate deposits]. *Geologiya, geofizika i razrabotka neftiannykh i gazovykh mestorozhdenii*, 2016, no.6, pp.40-45.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Черных И.А. Определение забойного давления с помощью многомерных статистических моделей (на примере пласта ТЛ-ББ Юрчукского месторождения) // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2016. – Т.15, №21. – С.320–328. DOI: 10.15593/2224-9923/2016.21.3

Please cite this article in English as:

Chernykh I.A. Determination of bottomhole pressure by using multivariate statistical models (on example of formation TL-BB Yurchukskoie field). *Bulletin of PNRPU. Geology. Oil & Gas Engineering & Mining*, 2016, vol.15, no.21, pp. 320–328. DOI: 10.15593/2224-9923/2016.21.3