$$\Delta Q_{н.у} = \pm\Delta Q_{ж.у} \pm \Delta Q_{в.у},$$

где $\Delta Q_{ж.у}$, $\Delta Q_{в.у}$ - изменение (увеличение или уменьшение) отбора жидкости и воды по участку за ПДЭ;

$$\Delta Q_{в.у} = \pm\Delta Q_{ж.у} - \Delta Q_{н.у}.$$

14. Увеличение за счет ТТМ подвижных запасов нефти, вовлеченных в разработку скважинами участка, определяется по результатам экстраполяции характеристик вытеснения или формальных кривых для действующих добывающих скважин участка, например, характеристики вытеснения в координатах «накопленная добыча нефти – отношение текущего отбора воды к текущему отбору жидкости».

15. Уменьшение обводненности нефти, добываемой по участку залежи за ПДЭ,

$$K_в = a_{уч} / a,$$

где $a_{уч}$, a – обводненность нефти, добываемой по участку за учетный период и за ПДЭ,

$$a_{уч} = \frac{\Delta Q_{в.уч}}{\Delta Q_{ж.уч}}, \qquad a = \frac{Q_{в.ф} - Q_{в.уч}}{Q_{ж.ф} - Q_{ж.уч}};$$

$\Delta Q_{в.уч}$, $\Delta Q_{ж.уч}$ - отборы воды и жидкости за учетный период, т;

$Q_{в.уч.}$, $Q_{в.ф}$ и $Q_{ж.уч}$, $Q_{ж.ф}$ – накопленные отборы воды и жидкости к концу учетного периода и ПДЭ, т.

Список литературы

1. Шевко Н.А., Мордвинов В.А., Гудков Е.П. К оценке некоторых технико-экономических показателей при добыче нефти//Актуальные проблемы геологии нефти и газа: Материалы регион. научно-практ. конф. Ухта, 1999. С.282-284.

2. Методы увеличения нефтеотдачи пластов при заводнении/ Т.А.Бурдынь, А.Т.Горбунов, Л.В.Лютин и др. М.: Недра, 1983.

Получено 24.01.2000

УДК 622.831.312+51.001.57

Ю. В. Соколкин, И. Н. Щапова

Пермский государственный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОЛЯНЫХ ПОРОД ВОКРУГ ПОЛОСТЕЙ НЕФТЕХРАНИЛИЩ

Построена математическая модель необратимого деформирования соляных пород с учетом эволюции систем дефектов. Макроскопические уравнения состояния, полученные в рамках термодинамики необратимых процессов, описывают взаимодействие и взаимовлияние процессов релаксации напряжений и эволюции систем дефектов и позволяют

исследовать развитие процессов поврежденности вокруг подземных хранилищ в ходе решения краевой задачи.

Создание и использование подземных емкостей для хранения ряда продуктов, в том числе и нефтеперерабатывающей отрасли, в соляном породном массиве обладает рядом преимуществ по сравнению с другими вариантами: большая мощность соляной залежи; высокая технологичность проведения горных работ; высокая природная газо- и водонепроницаемость массива; отсутствие трещиноватости и возможность залечивания (затекания) техногенных дефектов. В связи с этим особую актуальность приобретает построение уравнений состояния, позволяющих прогнозировать поведение соляных пород при эксплуатации подземных хранилищ.

Модельное описание особенностей деформирования соляных пород требует учета процессов зарождения и развития микроскопических дефектов и их влияния на изменение напряженно-деформированного состояния. Это предполагает дополнение набора переменных (напряжений, деформаций) параметрами, характеризующими такие дефекты. Заметим, что в силу неодноосности напряженного состояния в приконтурном породном массиве, обусловленном перераспределением горного давления, и существенного различия прочностных свойств соляных пород при сжатии и растяжении основными носителями разрушения являются дефекты двух типов: микротрещины и микросдвиги.

На микроскопическом уровне зародыши трещин, образуемых путем микросдвига, связывают с достижением в плоскости скольжения критической плотности дислокаций, а по механизму микроотрыва - с достижением в элементе объема, претерпевшего предельную пластическую деформацию, критической плотности дисклинаций.

Местами наиболее вероятного трещинообразования (и появления трещины моды I) являются локальные области с растягивающими главными напряжениями, возникающими вследствие перераспределения напряжений в породном массиве при ведении горных работ.

Микросдвиги зарождаются в областях при превышении главным сдвиговым напряжением сил сцепления. Пространственная ориентация сдвиговых процессов определяется соотношением (и знаками) горизонтальных и вертикальных составляющих напряжений. Эти процессы чувствительны не только к уровню нагрузок, но и к продолжительности их действия. Локализация микросдвигов в определенных областях может приводить к локальной потере устойчивости выработки и к формированию сдвиговой макротрещины (трещины моды II).

Но и на стадии, предшествующей образованию макроскопической трещины, эволюция системы микросдвигов является одним из основных факторов, обусловливающих необратимое деформирование соляного породного массива в связи со спецификой напряженно-деформированного состояния - возможностью реализации значительных величин главных сдвиговых усилий.

Таким образом, наличие двух типов микродефектов (и двух соответствующих мод разрушения) и различие механизмов макроскопического проявления эволюции систем этих дефектов предполагает введение двух параметров, характеризующих эти структурные несовершенства. Необходимость анализа деформационных процессов требует использования параметров определенной тензорности, а именно тензора второго ранга. В качестве макроскопического параметра, характеризующего объемную концентрацию и преимущественную ориентацию микротрещин, используется симметричный тензор p_{ik}, который определяется усреднением в рамках статистической термодинамики по ансамблю микротрещин нормального отрыва, каждая из которых имеет объем η и ориентацию ν, $\eta_{ik} = \eta \nu_i \nu_k$ [1,2]:

$$p_{ik} = n <\eta_{ik}>, \tag{1}$$

где n - количество трещин в объеме усреднения, $< >$ означает усреднение.

Для описания микросдвигов, характеризующих девиаторную часть деформации, необходимо использование симметричного бесследового тензора второго ранга $s_{ik} = <\gamma_{ik}>$, определяемого с использованием аналогичной процедуры усреднения для «микроскопической» величины

$$\gamma_{ik} = 3/2 \cdot \gamma \cdot (\nu_i \nu_k - 1/3\ \delta_{ik}), \tag{2}$$

характеризующей единичный дефект - микросдвиг. Здесь γ - величина микроскопического сдвига; ν_i - компонента единичного вектора в направлении сдвига. Очевидно, что $Tr\ \gamma_{ik}=0$.

Таким образом, для описания макроскопического проявления сдвиговой деформации используется тензор

$$s_{ik} = m <\gamma_{ik}>, \tag{3}$$

где m - объемная концентрация микросдвигов.

Исследование макроскопического реологического поведения среды с дефектами вокруг полостей нефтехранилищ предполагает изучение особенностей эволюции ансамбля микродефектов.

Моделирование необратимого деформирования соляного породного массива с учетом эволюции ансамбля дефектов проводится на основании термодинамики необратимых процессов.

Последовательная макроскопическая схема описания неравновесного процесса (т.е. схема термодинамики необратимого процесса) построена на двух фундаментальных законах: первом законе термодинамики (или законе сохранения энергии) и втором законе термодинамики (или законе энтропии).

Предполагается, что свойства исследуемой системы являются непрерывными функциями пространственных координат и времени. В связи с этим рассматривается локальная формулировка закона сохранения энергии. Так как локальные плотности импульса и массы могут изменяться во времени, необходимо записать также локальные формулировки законов сохранения импульса и массы.

Необходимо заметить, что макроскопические законы сохранения вещества, импульса и энергии являются с микроскопической точки зрения следствиями механических законов, определяющих движение частиц рассматриваемой системы.

Чтобы можно было применить методы термодинамики необратимых процессов и уравнение Гиббса, нами принято, что процессы протекают не слишком интенсивно.

Таким образом, запишем уравнения, выражающие баланс массы, закон сохранения количества движения, баланс энергии и баланс энтропии, в единой форме, относящейся к локальным изменениям в каждом элементарном объеме.

Обозначим через Z любую экстенсивную функцию состояния (масса, энергия, энтропия и т.п.). Общей формой уравнения баланса величины Z для элементарного объема будет [3, 4]

$$\frac{\partial Z_v}{\partial t} = -div \ J_z + q(Z), \tag{4}$$

где Z_v - плотность Z;

J_z - плотность потока Z в соответствующей точке;

$div \ J_z$ - дивергенция J_z (плотность источника Z), т. е. количество Z, протекающего наружу из элемента объема через единичную площадку поверхности раздела в единицу времени;

$q(Z)$ - локальное производство Z, которое представляет собой количество Z, образованное внутри единичного элемента объема за единицу времени;

оператор $\partial/\partial t$ означает производную по времени в фиксированной точке.

Соотношение (4) является общим уравнением для локального баланса величины Z. Оно показывает, что скорость увеличения плотности Z в каждом элементе объема равна локальному производству Z за вычетом дивергенции потока Z. Такая формулировка удобна тем, что все законы сохранения выражаются единым образом, т. е. если Z является величиной, для которой справедлив закон сохранения, например общей массой или общей энергией, то из уравнения выпадает член $q(Z)$.

Так, закон сохранения общей массы имеет вид

$$q(Z) = 0$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -div(\rho v), \tag{5}$$

где ρ - общая плотность,

v - скорость центра масс.

Уравнение (5) является локальным балансом общей массы и известно как условие неразрывности потока. Оно отражает тот факт, что полная масса в элементе объема системы может измениться только в том случае, когда вещество втекает в элемент объема или вытекает из него.

Применяя оператор полной производной

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \ grad , \tag{6}$$

который определяет производную по времени какой-либо величины для наблюдателя, движущегося со скоростью v, из уравнения (5) с учетом соотношений

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \ grad\rho , \tag{7}$$

$$div(\rho v) = v\, grad\rho + \rho\, div\, v\,, \tag{8}$$

получаем баланс общей массы

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\, div\, v = 0\,. \tag{9}$$

Заметим, что для произвольной локальной величины a справедливо уравнение

$$\rho \frac{da}{dt} = \frac{\partial a\rho}{\partial t} + div(a\rho v)\ , \tag{10}$$

которое является следствием уравнения сохранения массы (5) и соотношения (6).

Уравнение движения системы в тензорных обозначениях записывается в виде

$$\rho \frac{dv}{dt} = -divP + \sum_k \rho_k F_k\,, \tag{11}$$

где dv/dt - ускорение центра масс, представляющее собой сумму локального ускорения в фиксированной точке и ускорения, вызванного перемещением центра масс в пространстве;

P - симметричный тензор давлений (или напряжений);

F_k - внешняя сила, действующая на единицу массы элемента κ.

Используя уравнение (10), можно записать уравнение движения (11) в виде

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} = -div(\rho vv + P) + \sum_k \rho_k F_k\,, \tag{12}$$

где vv - упорядоченное (диадное) произведение ($vv = v_i v_j$).

Соотношение (12) имеет форму уравнения баланса для плотности импульса ρv. Действительно, величину $\rho vv + P$ можно интерпретировать как поток импульса с конвективной частью ρvv, а величину $\sum_k \rho_k F_k$ - как источник импульса.

Сравнение уравнения (12) с общим уравнением баланса (4) дает для источника, соответствующего i-й компоненте полного импульса O, выражение $q(O_i) = \rho F_i$. Отсюда следует, что полный импульс сохраняется в отсутствие внешних сил.

Из закона сохранения количества движения следует, что изменение кинетической энергии материальной точки равно работе внешних сил или иначе: производная по времени от количества движения некоторого объема сплошной среды равняется сумме всех внешних действующих на него массовых и поверхностных сил.

Запись закона сохранения момента количества движения в локальной форме сводится к закону парности касательных напряжений: $\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$.

Закон сохранения энергии с учетом (4) можно записать в виде:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} = -div\, J_e$$

или

$$q[e] = 0, \tag{13}$$

где e - энергия на единицу массы,

J_e - поток энергии на единицу поверхности и в единицу времени.

Согласно закону сохранения энергии, полное количество энергии, содержащейся в некотором произвольном объеме V, может измениться только в том случае, если энергия втекает в объем (или вытекает из него) через поверхность Ω (в форме работы W или тепла Q).

Из закона сохранения механической энергии следует, что мощность внешних сил (поверхностных и объемных) равна сумме мощности, развиваемой напряжениями σ_{ik} , и скорости изменения со временем кинетической энергии деформируемого тела.

Кинематические зависимости и законы сохранения не дают полной системы уравнений, позволяющей вместе с начальными и граничными условиями однозначно описать движение сплошной среды. Для того чтобы сделать систему замкнутой, необходимы дополнительные соотношения (определяющие уравнения), которые характеризуют конкретные физические свойства изучаемой среды.

Во многих необратимых процессах, протекающих в сплошной среде, соответствующие закономерности выражаются линейными соотношениями между причиной (силой) и следствием (потоком).

В том случае, когда имеются внешние поля, изменяющиеся во времени, причем их изменение соответствует равновесным значениям интенсивных параметров состояния системы в любой момент времени в любой точке системы или когда условия равновесия выполняются только для определенной части системы, важным является понятие «локальное равновесие».

В каждом малом элементе объема среды существует состояние локального равновесия, если локальная энтропия S является той же функцией локальных макроскопических переменных, что и для равновесной системы. Предположение о локальном равновесии не противоречит тому факту, что система в целом неравновесна. Энтропия также определяется формулой Гиббса.

Подчеркнем, что предположение о локальном равновесии означает, что диссипативные процессы настолько значительны, что исключаются большие отклонения от статистического равновесия.

Общий вид уравнения баланса энтропии следующий:

$$\rho \frac{ds}{dt} = -div\ J_s + q(s), \tag{14}$$

где - J_s - поток энтропии (т.е. скорость приращения энтропии системы вследствие тепло- и массообмена с окружающей средой);

$\upsilon = q(s)$ - производство энтропии (т.е. скорость приращения энтропии системы за счет таких процессов, которые протекают внутри системы).

Второй принцип термодинамики постулирует следующее неравенство:

$$q(s) \geq 0 . \tag{15}$$

Это означает, что энтропия не сохраняется, а возрастает благодаря необратимым процессам, которые включены в источник, и только для обратимых процессов ее изменение полностью зависит от обмена с внешней средой (т.е. от J_s, т.к. для обратимых процессов $q(s)=0$).

Общей характеристикой протекания необратимых процессов в непрерывных системах является локальное производство энтропии, а также произведение

$$T\,\upsilon = \Psi\ ; \tag{16}$$

где Ψ - диссипативная функция, которая всегда имеет вид

$$\Psi = \sum_i J_i X_i \geq 0\ , \tag{17}$$

здесь J_i - обобщенный поток;

X_i - соответствующая обобщенная сила, причем эти величины могут быть также векторами и тензорами.

Следовательно, диссипативная функция Ψ имеет билинейную форму (сумма из двучленных произведений) из обобщенных потоков и сил.

При соответствующем выборе потоков и сил все они по отдельности при равновесии становятся равными нулю.

Если не принимать во внимание знак равенства в формуле (17), который относится к обратимому предельному случаю, а также к равновесию, то получим следующее выражение для необратимого процесса:

$$\Psi = \sum_i J_i X_i > 0\ . \tag{18}$$

Основные диссипативные процессы в соляном породном массиве под нагрузкой - пластическая релаксация (ползучесть) и необратимые (накопление дефектов разного типа).

С учетом указанных механизмов деформирования соляных пород диссипативная функция в предположении пространственной однородности по температуре записывается в виде

$$T\upsilon = \sigma_{ik} e^p_{ik} - \dot{p}_{ik} \frac{\partial F}{\partial p_{ik}} - \dot{s}_{ik} \frac{\partial F}{\partial s_{ik}} \geq 0\ , \tag{19}$$

где T - температура;

υ - производство энтропии;

$e_{ik}^p = e_{ik} - e_{ik}^e$ - тензор скоростей пластических деформаций;

$e_{ik} = (v_{i,k} + v_{k,i})$, e_{ik}^e - тензор скоростей упругих деформаций;

$$\frac{\partial F}{\partial p_{ik}} = \Pi_{ik}\ ; \quad \frac{\partial F}{\partial s_{ik}} = \Lambda_{ik}\ ;$$

Π_{ik} , Λ_{ik} - термодинамические силы, действующие на систему, когда значения p_{ik} , s_{ik} отличаются от равновесного;

F - свободная энергия среды с микродефектами.

Так как при термодинамическом равновесии потоки и соответствующие движущие силы становятся равными нулю, что обусловлено соответствующим выбором этих величин, то отклонения от равновесия и, следовательно, соответствующие необратимые процессы в первом приближении можно описать посредством линейной зависимости термодинамических сил и потоков. При этом, согласно Онзагеру, в качестве обобщенного выражения линейной зависимости потоков от сил используют следующие уравнения:

$$J_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \quad (i=1,2,...,m) , \tag{20}$$

где a_{ij} - феноменологические коэффициенты, которые могут быть любыми функциями состояния системы (температуры, давления, состава и т.д.), однако они не зависят от J_i и X_i. Согласно соотношению взаимности Онзагера, матрица феноменологических коэффициентов симметрична, т.е.

$$a_{ij}=a_{ji} \quad (i,j=1,2,...,m) . \tag{21}$$

Феноменологические законы (20) записывают с учетом принципа симметрии Кюри. Этот принцип показывает, что величины различного тензорного характера не могут быть сопоставлены (сила не может вызвать поток другой тензорной размерности).

Таким образом, с учетом (19) в линейном приближении по неравновесности (линейная зависимость термодинамических сил и потоков) и, применив соотношения взаимности Онзагера, определяющие уравнения записывают в форме:

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} &= L^{11}_{iklm} e^p_{lm} - L^{12}_{iklm} \dot{p}_{lm} - L^{13}_{ik} \dot{s}_{lm} ; \\ n_{ik} &= L^{12}_{iklm} e^p_{lm} - L^{22}_{iklm} \dot{p}_{lm} - L^{23}_{ik} \dot{s}_{lm} ; \\ \Lambda_{ik} &= L^{13}_{iklm} e^p_{lm} - L^{23}_{iklm} \dot{p}_{lm} - L^{33}_{ik} \dot{s}_{lm} , \end{aligned} \tag{22}$$

где L_{iklm} - кинетические коэффициенты, являющиеся в общем случае функциями переменных p_{lm} и s_{lm} и представимые в виде степенных рядов (до 2-го порядка) по этим параметрам.

Заметим, что в силу неотрицательности производства энтропии (неравенство (19)) матрица коэффициентов является положительно определенной.

Полученные макроскопические уравнения состояния описывают взаимодействие и взаимовлияние накопления поврежденности (микротрещин и микросдвигов) и процесса релаксации напряжений, а также влияние пластической деформации на эволюцию ансамбля дефектов.

Ограничиваясь в рядах разложения $L^{\alpha\beta}_{iklm}$ первыми скалярными членами и учитывая кинетические уравнения для параметров микродефектов в виде $\dot{p}_{ik} = -R\, n_{ik}$ и $\dot{s}_{ik} = -E\, \Lambda_{ik}$ (R, E - кинетические коэффициенты), уравнения (22) можно записать для одноосного нагружения (по оси z) в виде (с переходом $L^{\alpha\beta}_{iklm}$ к $l_{\alpha\beta}$):

$$\begin{aligned} \sigma &= l_{11} e^p - l_{12}\dot{p} - l_{13}\dot{s} ; \\ \dot{p} &= \frac{l_{12}}{l_{22}} e^p - \frac{n}{l_{22}} - \frac{l_{23}}{l_{22}} \dot{s} ; \\ \dot{s} &= \frac{l_{13}}{l_{33}} e^p - \frac{\Lambda}{l_{33}} - \frac{l_{23}}{l_{33}} \dot{p} . \end{aligned} \tag{23}$$

Результаты численного исследования (23) показали хорошее качественное и количественное соответствие экспериментальным данным, что позволяет использовать полученные соотношения для оценки состояния соляного породного массива при его необратимом деформировании.

Таким образом, полученные уравнения состояния включают соотношения релаксационного типа для тензора напряжений и уравнения движения для параметров, характеризующих две моды поврежденности: микротрещины и микросдвиги. Необходимо отметить, что данные уравнения описывают в рамках единого подхода как особенности деформирования, так и накопления поврежденности. В связи с этим традиционное геомеханическое определение напряженно-деформированного состояния вокруг емкостей для хранения, например, нефтепродуктов должно дополняться анализом кинетики накопления дефектов двух типов.

Список литературы

1. Наймарк О.Б. О термодинамике деформирования и разрушения твердых тел с микротрещинами [Препринт ИМСС УрО АН СССР]. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1982. №22.

2. Наймарк О.Б., Давыдова М.М. О статистической термодинамике твердых тел с микротрещинами и автомодельности усталостного разрушения // Пробл. Прочности. 1986. №1. С. 91-95.

3. Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М.:Мир, 1967.

4. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973.

Получено 11.01.2000