УДК 622.451:533.013.12

А.В. Зайцев, Ю.В. Круглов

Пермский государственный технический университет, Горный институт УрО РАН

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНОВ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО ВОЗДУХОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ СЕТИ

Представлено решение уравнений нестационарного воздухораспределения в рудничных вентиляционных сетях в стационарном случае. Оценена погрешность применения классических законов расчета вентиляционных сетей на учет влияния неоднородного поля давлений на сжимаемость воздушной среды.

Расчет стационарного воздухораспределения в рудничной вентиляционной сети сводится к применению законов Кирхгофа и закона для падения давления на участке сети и последующему решению полученной системы уравнений. Но, как это будет показано ниже, данные законы в том виде, в котором они используются для расчета стационарного воздухораспределения, носят приближенный характер и могут вносить погрешности в проводимые расчеты. Целью данной работы является исследование вида реальных законов и оценка степени справедливости приближений при современных расчетах.

Как известно, реальные законы воздухораспределения, учитывающие как стационарные, так и нестационарные процессы, имеют вид следующей системы уравнений [1]:

$$\begin{gathered}\rho\left[v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial t}\right]=-\frac{\partial P}{\partial x}-rS^2v_x^2;\\ \frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}v_x=-K\frac{\partial v_x}{\partial x},\end{gathered}\tag{1}$$

где P – давление в некоторый момент времени в точке с координатой x; r – удельное аэродинамическое сопротивление; S – площадь сечения выработки; v – осредненная по сечению скорость движения воздушной среды; ρ – плотность воздуха; K – модуль упругости воздуха.

В случае стационарного воздухораспределения данная система упрощается за счет обнуления производных по времени и принимает вид

$$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} - rS^2 v_x^2;$$
$$\frac{\partial P}{\partial x} v_x = -K \frac{\partial v_x}{\partial x}. \tag{2}$$

Если принять воздух несжимаемой средой (это утверждение эквивалентно условию $K \to \infty$), то решение данной системы будет иметь вид

$$H = RQ^2; \tag{3}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0. \tag{4}$$

Выражение (3) есть известный закон депрессии для участка сети сопротивлением R [2]. Выражение (4) по сути представляет собой первый закон Кирхгофа [2], так как после интегрирования и домножения на S его можно привести к виду

$$Q = \text{const}. \tag{5}$$

Причем уравнение (5) должно выполняться на каждом участке вентиляционной сети. Очевидно, что применение к узлу сети даст первый закон Кирхгофа в явном виде:

$$\sum_i \vec{Q}_i = 0, \tag{6}$$

где суммирование производится по всем ветвям, входящим в узел.

Полученные известные законы получаются, как это видно, с тем условием, что воздух принимается несжимаемой средой. Для оценки справедливости применения данных законов при расчете воздухораспределения в сети решим исходную систему (2) с учетом того, что воздух является сжимаемой средой.

В итоге получим следующие выражения:

$$H = \int \frac{rS^2 v^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} + C_1; \tag{7}$$

$$x = -\frac{\rho}{rS^2} \cdot \ln(v) - \frac{K}{2rS^2} \cdot \frac{1}{v^2} + C_2, \tag{8}$$

где $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ – скорость звука в воздухе.

Чтобы получить точное выражение для депрессии на участке ветви, необходимо знать зависимость скорости от координаты, а затем с ее учетом вычислить интеграл в выражении. Данная зависимость неявно дается выражением (8), из которого выразить ее явно не представляется возможным (7). Однако, даже используя выражения (7) и (8), можно провести некоторый анализ. Начнем с анализа выражения (8). Его можно представить в виде графика, приведенного на рисунке.

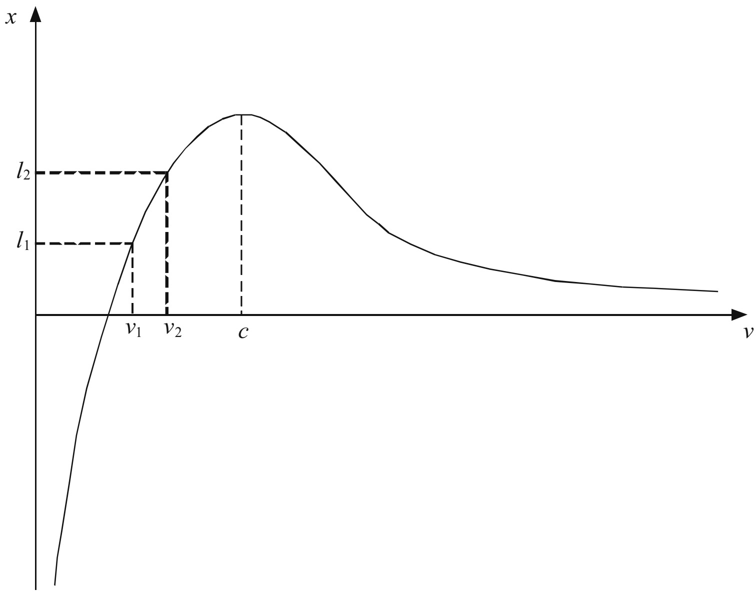

Рис. Зависимость осредненной скорости от продольной координаты движения

Применительно к рудничной вентиляции интерес представляют области, когда скорость v много меньше скорости звука c. В этой области график монотонно возрастает и, как это видно, с ростом координаты происходит увеличение скорости. Это вызвано тем, что воздух движется в сторону меньшего давления. А раз при решении задачи воздух принимали сжимаемой средой, то в области меньших давлений (больших координат) выделенная масса воздуха начинает занимать больший объем, а значит, объемный расход не сохраняется по координате. Для количественной оценки необходимо вычислить следующий определенный интеграл, считая верхнюю границу интегрирования по скорости ξ неизвестной:

$$\int_0^l dx = -\frac{\rho}{rS^2} \cdot \int_{v_1}^{\xi} \frac{dv}{v} + \frac{K}{rS^2} \cdot \int_{v_1}^{\xi} \frac{dv}{v^3}. \qquad (9)$$

Получим следующее трансцендентое уравнение относительно неизвестной ξ:

$$rS^2 l = -\rho\left[\ln\left(\xi\right) - \ln(v_1)\right] - \frac{K}{2}\cdot\left[\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{{v_1}^2}\right]. \tag{10}$$

Разница $\varepsilon_v = \left|\xi - v_1\right|$ покажет погрешность использования первого закона Кирхгофа. Оценим скорость изменения объемного расхода по выработке при помощи полученного выражения (8). Для этого продифференцируем правую и левую часть данного выражения по координате x и выразим из полученного выражения продольный градиент скорости:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{rS^2 v}{\left(\rho + \frac{K}{v^2}\right)}. \tag{11}$$

Для анализа примем средние характеристики параметров, входящих в формулу r = 0,002 кмюрг/м, S = 25 м^2, v = 15 м/с, ρ = 1,23 кг/м^3, K = 126 кПа. Подстановка значений в выражение (11) дает значение для поправки порядка ~0,03, т.е. около 3 %. Естественно, на практике решения вентиляционных задач такой погрешностью можно пренебречь.

Теперь проанализируем уравнение (7) для депрессии на участке ветви. Как уже отмечалось, проинтегрировать его и получить зависимость в явном виде не представляется возможным, поэтому сразу перейдем к количественной оценке погрешности. Как было показано ниже, изменение скорости с координатой происходит весьма незначительно, поэтому можно принять скорость независящей от координаты. Тогда интегрирование выражения становится тривиальным и дает следующий закон для депрессии ветви длиной l:

$$H = \frac{rlS^2 v^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}. \tag{12}$$

При сравнении данного выражения с существующим выражением (3) очевидно, что поправку вносит множитель $\dfrac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$. Приняв скорость звука в воздухе 320 м/с, а скорость воздуха в рудничной вентиляционной сети 15 м/с, получим, что данный множитель равен ~0,998, что эквивалентно погрешности в 0,002 %. Естественно, такой погрешностью на практике можно пренебречь.

Таким образом, можно сделать вывод, что использование классических законов Кирхгофа и формулы для депрессии на вентиляционном участке вносит несущественную погрешность при расчете сетей, поэтому на практике решения вентиляционных задач наличие неоднородного поля давлений и его влияние на сжимаемую воздушную среду крайне незначительно.

Список литературы

1. Фокс Д.А. Гидравлический анализ неустановившегося течения в трубопроводах. – М.: Энергоиздат, 1981. – 248 с.

2. Абрамов Ф.А. Рудничная аэрогазодинамика. – М.: Недра, 1972. – 280 с.

Получено 27.04.2010