

УДК 622.23.05:622.793.1:622.807

Статья / Article

© ПНИПУ / PNRPU, 2021

**Математическая модель циркуляционного движения капли жидкости в газовой среде****В.Н. Макаров, А.В. Угольников, Н.В. Макаров, А.А. Арсланов**

Уральский государственный горный университет (Россия, 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30)

**Mathematical Model of Liquid Droplet Circulating Motion in a Gas Medium****Vladimir N. Makarov, Aleksandr V. Ugolnikov, Nikolay V. Makarov, Azamat A. Arslanov**

Ural State Mining University (30, Kuibysheva st., Yekaterinburg, 620144, Russian Federation)

Получена / Received: 16.04.2021. Принята / Accepted: 30.07.2021. Опубликовано / Published: 01.10.2021

**Ключевые слова:**

высоконапорное гидровихревое пылеулавливание, циркуляционное движение, индикаторы и критерии подобия, присоединенный вихрь, дисперсия, диффузия, гетерокоагуляция, коэффициент аэродинамического сопротивления, газовая среда.

Разработана математическая модель циркуляционного движения капли жидкости в газовой среде, применение которой позволяет создать более эффективные способы пылеулавливания. Высокая запыленность технологического пространства угольных предприятий, активные выбросы метана сдерживают интенсификацию добычи угля, снижая конкурентоспособность горнодобывающих предприятий. Проведенный анализ показал, что возникновение взрывоопасных ситуаций можно предотвратить с помощью эффективного пылеулавливания. Наиболее распространенный метод – это осаждение пыли, основанный на смачивании частиц пыли каплями жидкости с образованием системы «частица пыли – капля жидкости», которая оседает на стенках горных выработок. Однако с повышением давления жидкости существенно возрастают энергозатраты на пылеулавливание, что ухудшает показатели энергоэффективности при соблюдении санитарно-гигиенических требований. По результатам исследований физических особенностей инерционного движения вращающихся капель жидкости разработана математическая модель циркуляционного их движения в газовой среде для создания более эффективных способов пылеулавливания. Доказано, что уравнение диффузии завихренности при движении капли жидкости по винтовой линии тождественно уравнению теплопроводности с коэффициентом дисперсии энергии вращательного движения капли жидкости с коэффициентом, являющимся динамическим коэффициентом вязкости. Подтверждено, что циркуляционное движение капель жидкости как при надстоксовском, так и при стоксовском движении увеличивает время релаксации за счет снижения коэффициента аэродинамического сопротивления газовой среды, обусловленного ростом эффективного значения критерия Рейнольдса с увеличением угловой скорости вращения каплей жидкости. Показано, что усреднение значений коэффициента аэродинамического сопротивления движения капли жидкости позволяет использовать полученные формулы для расчета гидровихревой коагуляции в широком диапазоне критерия Рейнольдса  $1 < Re < 10^4$ .

**Keywords:**

high-pressure hydro-vortex dust collection, circulating motion, similarity indicators and criteria, bound vortex, dispersion, diffusion, heterocoagulation, aerodynamic drag coefficient, gas medium.

A mathematical model of liquid droplet circulating motion in a gas medium has been developed, the use of which makes it possible to create more efficient methods of dust collection. High dustiness of the work space in the collieries, active methane emissions restrain the intensification of coal mining, reducing the competitiveness of mining enterprises. The analysis showed that the occurrence of explosion hazard can be prevented by effective dust collection. The most common method is dust deposition based on wetting dust particles with liquid droplets to form a dust particle—liquid droplet system, which settles on the walls of mine workings. However, with an increase in fluid pressure, energy consumption for dust collection increases significantly, which worsens the parameters of energy efficiency while observing hygiene requirements. Based on study results for physical features of the inertial motion of rotating liquid droplets, a mathematical model of their circulation in a gas medium has been developed to create more efficient dust collection methods. It is proved that the vorticity diffusion equation for a liquid droplet moving along a helical line is identical to the heat conduction equation with a dispersion coefficient of the rotational motion energy of a liquid droplet with a coefficient that is the dynamic viscosity coefficient. It is confirmed that the circulating motion of liquid droplets in both the Nad-Stokes and Stokes motion increases the relaxation time due to a decrease in aerodynamic drag coefficient of the gas medium caused by an increase in the effective Reynold's number with an increase in the angular rotation velocity of liquid droplets. It is shown that averaging the aerodynamic drag coefficient values of the liquid droplet motion makes it possible to use the obtained formulas for calculating hydro-vortex coagulation in a wide range of Reynold's number  $1 < Re < 10^4$ .

**Макаров Владимир Николаевич** – доктор технических наук, профессор кафедры горной механики (тел.: +007 (343) 295 04 48, e-mail: [uk.intelnedra@gmail.com](mailto:uk.intelnedra@gmail.com)).**Угольников Александр Владимирович** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электротехники (тел.: +007 (343) 283 03 72, e-mail: [ugolnikov@yandex.ru](mailto:ugolnikov@yandex.ru)). Контактное лицо для переписки.**Макаров Николай Владимирович** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой горной механики (тел.: +007 (343) 283 04 48, e-mail: [mnikolay84@mail.ru](mailto:mnikolay84@mail.ru)).**Арсланов Азамат Альфизович** – ассистент кафедры горной механики (тел.: +007 (343) 283 04 48, e-mail: [gmf.gm@m.ursmu.ru](mailto:gmf.gm@m.ursmu.ru)).**Vladimir N. Makarov** (Author ID in Scopus: 56682510900) – Doctor of Engineering, Professor of the Department of Mining Mechanics (tel.: +007 (343) 295 04 48, e-mail: [uk.intelnedra@gmail.com](mailto:uk.intelnedra@gmail.com)).**Aleksandr V. Ugolnikov** (Author ID in Scopus: 57206674668) – PhD in Engineering Sciences, Associate Professor, Head of the Electrical Engineering Department (tel.: +007 (343) 283 03 72, e-mail: [ugolnikov@yandex.ru](mailto:ugolnikov@yandex.ru)). The contact person for correspondence.**Nikolay V. Makarov** (Author ID in Scopus: 57196121902) – PhD in Engineering Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mining Mechanics (tel.: +007 (343) 283 04 48, e-mail: [mnikolay84@mail.ru](mailto:mnikolay84@mail.ru)).**Azamat A. Arslanov** – Assistant of the Department of Mining Mechanics (tel.: +007 (343) 283 04 48, e-mail: [gmf.gm@m.ursmu.ru](mailto:gmf.gm@m.ursmu.ru)).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Математическая модель циркуляционного движения капли жидкости в газовой среде / В.Н. Макаров, А.В. Угольников, Н.В. Макаров, А.А. Арсланов // Недропользование. – 2021. – Т.21, №4. – С.188–192. DOI: 10.15593/2712-8008/2021.4.7

Please cite this article in English as:

Makarov V.N., Ugolnikov A.V., Makarov N.V., Arslanov A.A. Mathematical model of liquid droplet circulating motion in a gas medium. *Perm Journal of Petroleum and Mining Engineering*, 2021, vol.21, no.4, pp.188-192. DOI: 10.15593/2712-8008/2021.4.7

**Введение**

Высокая запыленность технологического пространства на угольных предприятиях, активное метановыделение сдерживают интенсификацию угледобычи, снижая конкурентоспособность горных предприятий [1–9]. Проведенный анализ подтверждает, что не менее 65 % случаев возникновения взрывоопасных ситуаций могут быть предотвращены использованием эффективного пылеулавливания [10–17]. Наиболее распространен способ осаждения пыли, основанный на смачивании каплями жидкости частиц пыли с образованием системы «частица пыли – капля жидкости», которая осаждается на стенки горных выработок [10–20]. Однако с ростом давления жидкости существенно увеличиваются энергозатраты на пылеулавливание, что ухудшает показатели энергоэффективности при условии обеспечения санитарно-гигиенических требований. В исследованиях [21–35] предложена математическая модель гидровихревой ортокинетической гетерокоагуляции, описывающая механизм взаимодействия вращающейся капли жидкости с частицами пыли.

Решение задачи неустановившегося движения вращающихся капель жидкости в газовой среде при больших значениях чисел Рейнольдса, представляет значительные сложности и до настоящего момента эта проблема недостаточно изучена. Режим движения вращающихся капель жидкости в газовой среде на динамически активном участке высоконапорного распыления определяется непрерывным изменением чисел Рейнольдса в диапазоне  $1 < Re < 10^4$  на участке инерционного пробега в газовой среде. Экспериментальные исследования подтверждают, что сила аэродинамического сопротивления движению капли жидкости с ростом числа Рейнольдса изменяется нелинейно, в то время как при числах Рейнольдса  $Re \leq 1$  это происходит линейно [36, 37]. Существенное изменение времени релаксации капель жидкости и частиц пыли на длине инерционного пробега также усложняет решение задачи аэрогидродинамики вращательного движения капель жидкости по винтовой линии.

**Постановка задачи**

Для рассмотрения физических особенностей инерционного движения капель жидкости с целью построения математических моделей гидровихревого циркуляционного движение капель жидкости в газовой среде необходимо построить уравнения движения вращающихся капель жидкости с учетом физических явлений, определяющих роль поверхностной и внутрикапельной циркуляции жидкости при взаимодействии с газовой средой во всем диапазоне чисел Рейнольдса.

Рассматривая вращательное движение капли жидкости при обтекании газовой средой, для построения математической модели ее циркуляционного движения по винтовой линии в газовой среде примем следующие допущения:

- равновесная форма капли жидкости сохраняется все время инерционного пробега;
- тангенциальная скорость газовой среды на поверхности капли жидкости не имеет разрыва, т.е. непрерывна;
- скорость газовой среды, перпендикулярная по отношению к поверхности капли, равна нулю;
- силы, с которыми капля жидкости и газовая среда действуют друг на друга, подчиняются закону Ньютона, т.е. равны по величине и противоположны по направлению;
- тангенциальная скорость газовой среды на поверхности капли жидкости при установившемся ее движении способствует возникновению внутрикапельной циркуляции жидкости.

Изменение кинематических параметров, характеризующих винтовое движение вращающейся капли жидкости в газовой среде, приводит к изменениям значений критерия Рейнольдса, которые определяются по формуле [34, 38–40]:

$$Re_{эф} = \frac{d_{*} \rho_{*} \sqrt{(V_{*} - V_{r})^2 + 0,25 \omega_{*}^2 d_{*}^2}}{\mu_{r}} \quad (1)$$

где  $d_{*}$  – диаметр капли жидкости, м;  $\rho_{*}$  – плотность капли жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu_{r}$  – коэффициент динамической вязкости газа, кг/мс.

Вращение капли жидкости способствует возникновению присоединенного вихря вокруг нее, создающего область пониженного давления, и внутреннюю циркуляцию жидкости в капле, определяемые по уравнениям Гельмгольца – Бернулли [41, 42].

Равномерное движение капель жидкости в газовой среде в условиях равновесия действующих на них сил считается установившимся, притом, что замедленное или ускоренное движение капли жидкости считается не установившимся. Для определения кинематических и динамических параметров движения вращающихся капель жидкости в газовой среде необходимо установить зависимости между аэродинамическим сопротивлением газовой среды движению капель жидкости и временем их релаксации.

**Математическое моделирование**

Установим различие кинематических параметров движения частиц пыли и капель жидкости в связи с влиянием движения поверхностного слоя капли жидкости и внутрикапельной циркуляции на коэффициент аэродинамического сопротивления газовой среды и скорость относительно нее при установившемся движении капли в условиях стоковского режима.

Сила сопротивления газовой среды движущейся в ней по винтовой линии частицы пыли определяется уравнением [36]:

$$F_c = \lambda \rho_r \frac{(V_{*} - V_r)^2 + 0,25 \omega_{*}^2 d_{*}^2}{2} S, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – коэффициент аэродинамического сопротивления среды;  $\rho_r$  – плотность газовой среды, кг/м<sup>3</sup>;  $S = \frac{\pi d_{*}^2}{4}$  –

площадь проекции капли жидкости на плоскость, перпендикулярную направлению ее поступательного движения, м<sup>2</sup>.

Установившееся вращательное движение частиц пыли при числах Рейнольдса меньше единицы определяется линейным законом Стокса для силы аэродинамического сопротивления газовой среды [36]:

$$F_c = 3\pi \mu_r d_{*} \sqrt{(V_{*} - V_r)^2 + 0,25 \omega_{*}^2 d_{*}^2}. \quad (3)$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления газовой среды движению частиц пыли с учетом уравнений (1)–(3) получим в виде:

$$\lambda = \frac{24 \mu_r}{\rho_r d_{*} \sqrt{(V_{*} - V_r)^2 + 0,25 \omega_{*}^2 d_{*}^2}} = \frac{24}{Re_{эф}}. \quad (4)$$

На рис. 1 (а, б) показана кинематика движения капли жидкости диаметром  $d_{*}$ , плотностью  $\rho_{*}$  и вязкостью  $\mu_{*}$  с относительной скоростью  $V_{*}$  в газовой среде плотностью  $\rho_r$  и вязкостью  $\mu_r$ . Центр системы координат, в которой рассматривается винтовое движение вращающейся капли жидкости, совмещен с центром ее тяжести. Условие симметричности движения капли жидкости дает основание разделить трехмерную пространственную задачу на плоское движение капли жидкости со скоростями  $V_{*}$ ,  $V_{*}$  в цилиндрической системе координат  $\rho$  и вращательное движение с угловой скоростью  $\omega_{*}$  вокруг вектора поступательной скорости  $V_{*}$ , скорость которого определяется по формуле:

$$V_{*} = \frac{\omega_{*} \cdot d_{*}}{2}. \quad (5)$$

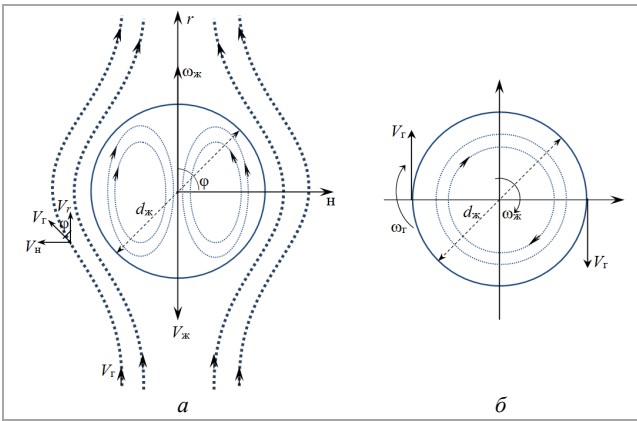


Рис. 1. Кинематика движения по винтовой линии вращающейся капли жидкости при ее вязком обтекании воздушным потоком: поступательное движение в плоскости  $лн$  (а); вращательное движение  $V_ж$  вокруг вектора поступательной скорости  $\omega_ж$  (б):  $V_ж$  – скорость вращения капли относительно газовой среды м/с;  $V_r$  – скорость обтекания поверхности капли газовой среды м/с;  $\omega_ж$  – угловая скорость вращения капли в газовой среде,  $c^{-1}$ ;  $\varphi$  – угол между векторами скорости капли и скорости обтекания поверхности капли, град.;  $V_r$  и  $V_n$  – касательная и номинальная скорости обтекания поверхности капли с газовой средой соответственно, м/с $^{-1}$

Поскольку  $V_n = 0$ , обеспечиваем совпадение вихревых линий вращающихся капель жидкости с линиями тока их движения. Капля жидкости в своем мгновенном вращении поворачивается вокруг касательной к линии тока, что соответствует ее движению по винтовой линии. Такое движение является безвихревым потенциальным, поскольку векторное произведение поступательной скорости  $V_ж$  и угловой скорости  $\omega_ж$  равно нулю [41].

Движение жидкости внутри капли и газовой среды описывается уравнениями Навье – Стокса и уравнением неразрывности потока [41]. Вращение капли жидкости в процессе ее поступательного движения по винтовой линии приводит к возникновению дисперсии завихренности, т.е. распространению вихря в газовой среде за счет ее вязкости. Принимая  $\omega_ж = \text{rot} V_ж$ , уравнение Стокса для вращающейся капли жидкости в газовой среде с учетом ее вязкости запишем в виде:

$$\rho_r \omega_ж V_ж + \text{grad} P + \mu_r \text{rot} \omega_ж = 0, \quad (6)$$

где  $P$  – потенциал объемных сил.

После преобразования уравнения (6), учитывая, что винтовое движение капель жидкости потенциальное, обобщенное уравнение Гельмгольца вращения газовой среды, вызванное вращательным движением капли жидкости по винтовой линии, запишем в виде [41–43]:

$$\rho_r \frac{d\omega_ж}{dt} + (\omega_ж \cdot \nabla) V_ж = \mu_r \nabla^2 \omega_ж. \quad (7)$$

В правой части уравнения (7) представлена диффузия завихренности, при этом коэффициент диффузии представляет собой динамический коэффициент вязкости. Указанное подтверждает тождественность механизма влияния вязкости газовой среды на поступательное движение капли жидкости со скоростью  $V_ж$  в плоскости  $лн$  и на диффузию завихренности от вращательного движения с угловой скоростью  $\omega_ж$  вокруг вектора поступательной скорости  $V_ж$ . Учитывая, что рассматривается движение вектора скорости  $V_ж$  в плоскости  $л\phi$ , уравнение (7) можно представить в виде [41, 43, 44]:

$$\frac{\partial \omega_ж}{\partial t} + V_ж \cdot \text{grad} \omega_ж = \nabla^2 \omega_ж. \quad (8)$$

Уравнение (8) представляет собой форму известного уравнения теории распространения тепла по аналогии с дисперсией завихренности:

$$\frac{\partial \omega_ж}{\partial t} = V_ж \left( \frac{\partial^2 \omega_ж}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \omega_ж}{\partial r} \right). \quad (9)$$

На поверхности капли жидкости с учетом принятых допущений составляющие скорости  $V_r^*$ , т.е. граничные условия, принимают вид [36, 45]:

$$\begin{aligned} V_r^* &= V_r; \\ V_n^* &= V_n = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно рис. 1 распределение скоростей движения газовой среды вне капли жидкости при  $d > d_ж$  может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} V_n &= V_ж \cos \varphi; \\ V_r &= V_ж \sin \varphi. \end{aligned} \quad (11)$$

С учетом вышесказанного и принимая во внимание данные [36, 41], составляющие вектора скорости движения газовой среды вокруг вращающейся капли жидкости могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} V_n &= - \left[ 1 - \frac{1}{r} \frac{2 + 3\mu^*}{2(1 + \mu^*)} + \frac{1}{r^3} \frac{\mu^*}{2(1 + \mu^*)} \right] \cos \varphi; \\ V_r &= \left[ 1 - \frac{1}{r} \frac{2 + 3\mu^*}{2(1 - \mu^*)} + \frac{1}{r^3} \frac{\mu^*}{4(1 + \mu^*)} \right] \sin \varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\mu^* = \frac{\mu_ж}{\mu_r}$  – относительная вязкость;  $\bar{r} = \frac{2r}{d_ж} > 1$  –

относительное расстояние от оси вращения капли жидкости.

Соответственно движение жидкости внутри капли при  $d < d_ж$  имеет вид:

$$\begin{aligned} V_n &= \frac{1 - r^2}{2(1 - \mu^*)} \cos \varphi; \\ V_r &= - \frac{1 - 2r^2}{2(1 - \mu^*)} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

С учетом формулы (9) уравнение для расчета линейной и угловой скорости вращения газовой среды, обусловленное дисперсией завихренности от движения по винтовой линии капли жидкости с учетом вязкости, получим в виде [41]:

$$\begin{aligned} V_r &= d_ж \omega_ж \left( 1 - e^{-\frac{r^2 \rho_r}{4\mu_r t}} \right); \\ \omega_r &= \frac{d_ж^2 \cdot \omega_ж \cdot \rho_r}{\pi \mu_r P} \cdot e^{-\frac{r^2 \rho_r}{4\mu_r t}}. \end{aligned} \quad (14)$$

С помощью уравнений (12), (13) с учетом уравнения (3) и граничных условий (10), (11) уравнение для времени релаксации движения по винтовой линии вращающейся капли жидкости в стоксовском режиме получим в виде:

$$\tau_k = \frac{1}{18} \frac{d_ж^2 (\rho_ж - \rho_r)}{\mu_r} \frac{3 + 3\mu^*}{2 + 3\mu^*}. \quad (15)$$

С учетом уравнений (3), (15) коэффициент аэродинамического сопротивления при установившемся движении вращающейся капли жидкости по винтовой линии в газовой среде в стоксовском режиме получим в виде [36, 45]:

$$\lambda_k = \frac{24}{\text{Re}_{\phi}} \frac{3 + 3\mu^*}{2 + 3\mu^*}. \quad (16)$$

По аналогии с уравнением (15) и с учетом уравнения (5) и данных [36, 41] формулу для времени релаксации

вращательного движения капли жидкости при ее движении по винтовой линии получим в виде:

$$\tau_{кв} = \frac{1}{90} \frac{d_k^2 (\rho_k - \rho_r)}{\mu_r} \frac{3 + 3\mu^*}{2 + 3\mu^*}. \quad (17)$$

Соответственно, по аналогии с формулой (16) для коэффициента аэродинамического сопротивления вращению капли жидкости в газовой среде при ее движении по винтовой линии получим уравнение в виде:

$$\lambda_b = \frac{4,8}{Re_{эф}} \frac{3 + 3\mu^*}{2 + 3\mu^*}. \quad (18)$$

Из анализа формул (4), (16) видно, что коэффициент аэродинамического сопротивления движению по винтовой линии вращающейся капли жидкости в газовой среде при установившемся стоксовском режиме меньше соответствующего коэффициента для твердых сферических частиц тех же размеров, в частности частиц пыли. Кроме того, в отличие от поступательного движения капель жидкости, при их движении по винтовой линии и вращении капли жидкости с угловой скоростью  $\omega_k$  эффективное значение критерия Рейнольдса растет с увеличением угловой скорости вращения, что также способствует снижению коэффициента аэродинамического сопротивления на длине инерционного пробега при циркуляционном движении капли жидкости по винтовой линии в газовой среде. При этом коэффициент сопротивления вращательному движению капли жидкости в газовой среде в пять раз выше коэффициента сопротивления поступательному движению. Таким образом, определяющим по фактору времени релаксации при движении капли жидкости по винтовой линии является характеристика поступательного движения капли жидкости со скоростью  $V_k$  и угловой скоростью вращения  $\omega_k$ , определяющие в совокупности с диаметром капли жидкости эффективное значение Рейнольдса. Увеличение времени релаксации  $\tau_k$  за счет снижения коэффициента аэродинамического сопротивления, обусловленного ростом эффективного значения критерия Рейнольдса, способствует увеличению зоны активного распыления вращающихся капель жидкости и повышению энергоэффективности пылеулавливания.

С учетом исследований [36, 41] значение коэффициента аэродинамического сопротивления движению вращающейся капли жидкости на длине инерционного пробега в зоне активного распыления можно представить в виде

$$\lambda_k = \frac{24}{Re_{эф}} (1 + 0,15 Re_{эф}^{0,687}). \quad (19)$$

Из формулы (19) следует, что среднее значение времени релаксации движения по винтовой линии капли жидкости на участке инерционного торможения имеет вид

$$\tau_{к ср} = \frac{\tau_k}{(1 + 0,15 Re_{эф}^{0,687})}, \quad (20)$$

где  $Re_{эф ср}$  – среднее значение эффективного числа Рейнольдса на длине инерционного торможения вращающейся капли жидкости.

Поскольку коэффициент аэродинамического сопротивления, критерий Рейнольдса функционально связаны между собой, непрерывно изменяются на длине инерционного пробега вращающейся капли жидкости в зоне активного распыления, полученные формулы трудноприменимы практически для инженерных расчетов. Для построения удобной для расчетов математической модели произведем осреднение кинематических параметров с учетом непрерывного изменения кинетической энергии капли жидкости.

Из анализа формул (19), (20) видно, что задача сводится к установлению значения  $Re_{эф ср}$  через его известное исходное начальное значение  $Re_{эф}$ . Согласно данным, приведенным в статье [36], 99,8 % кинетической энергии капли жидкости расходуется за промежутков

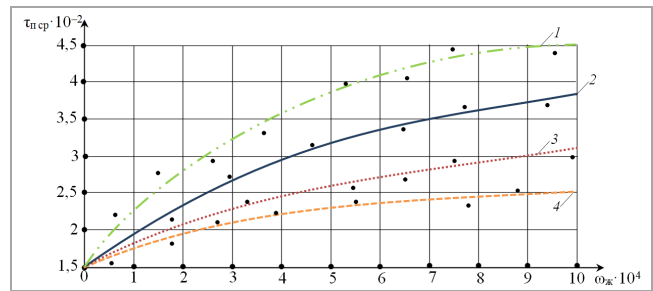


Рис. 2. График зависимости времени релаксации капли жидкости от угловой скорости вращения, при: 1-  $d_k = 3 \cdot 10^{-6}$  м; 2-  $d_k = 2 \cdot 10^{-6}$  м; 3-  $d_k = 1,5 \cdot 10^{-6}$  м; 4-  $d_k = 10^{-6}$  м;  $V_k = 8$  м/с

времени  $t = 3\tau$ . Таким образом, среднее эффективное значение критерия Рейнольдса  $Re_{эф ср} = 0,33 Re_{эф}$ ,  $Re_{эф}$  – начальное эффективное значение критерия Рейнольдса вращающейся капли жидкости.

С учетом вышесказанного средние значения времени релаксации и коэффициента аэродинамического сопротивления движению капли жидкости в газовой среде на длине инерционного торможения определяются по формулам

$$\tau_{к ср} = \frac{\tau_k}{1 + 0,07 Re_{эф}^{0,687}}, \quad (21)$$

$$\lambda_{к ср} = \frac{72}{Re_{эф}} (1 + 0,07 Re_{эф}^{0,687}). \quad (22)$$

### Обсуждение результатов

Для верификации полученной математической модели аэрогидродинамики вращательного движения капель жидкости в газовой среде по винтовой линии проведены экспериментальные исследования об определении времени релаксации при заданной поступательной скорости в зависимости от изменения угловой скорости вращения капли жидкости.

Приведенные на рис. 2 результаты исследований подтверждают увеличение времени релаксации вращающихся капель жидкости с ростом угловой скорости ее вращения. Из анализа формул (14), (16), (22) видно, что время релаксации вращающейся капли жидкости по винтовой линии в газовой среде на длине инерционного пробега как для поступательной, так и для вращательной скоростей не зависит от активных и инерционных сил, действующих на каплю жидкости, а определяется вязкостью газовой среды и жидкости и ее геометрическими параметрами.

### Заключение

1. Циркуляционное движение капель жидкости как при надстоксовском, так и при стоксовском движении увеличивает время релаксации за счет снижения эффективного коэффициента аэродинамического сопротивления газовой среды, обусловленного ростом эффективного значения критерия Рейнольдса с увеличением угловой скорости вращения капель жидкости.

2. Уравнение диффузии завихренности при движении капли жидкости по винтовой линии тождественно уравнению теплопроводности с коэффициентом дисперсии энергии вращательного движения капли жидкости с коэффициентом, являющимся динамическим коэффициентом вязкости.

3. Осреднение значений коэффициента аэродинамического сопротивления движения капли жидкости с помощью осреднения эффективного критерия значения Рейнольдса на длине инерционного торможения вращающейся капли жидкости позволяет использовать полученные формулы для расчета гидровихревой коагуляции в широком диапазоне критерия Рейнольдса  $1 < Re < 10^4$ .



Библиографический список

1. Либетский К. Пылевые опасности в горнодобывающей промышленности. – Катowitz: Главный институт горного дела, 2004. – 486 с.
2. Скопинцева О.В. Научное обоснование комплексного метода снижения пылевой и газовой опасности выемочных участков угольных шахт // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2011. – С. 315–325.
3. Handbook of dust control in pits and tunnels. E. Kessel Pittsburgh, Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health. DHHS (NIOSH), 2003. – 132 p.
4. Мохначук И.И. Проблемы безопасности на угледобывающих предприятиях // Уголь. – 2008. – № 2. – С. 21–26.
5. Левкин Н.В. Предотвращение аварий и травматизма в угольных шахтах Украины. – Макеевка: МакНИИ, 2002. – 392 с.
6. Ножкин Н.В. Заблаговременная дегазация угольных месторождений. – М.: Недра, 1979. – 271 с.
7. Васючков Ю.Ф. Физико-химические способы дегазации угольных пластов. – М.: Недра, 1986. – 255 с.
8. Слестуню С.В. Физико-химические способы дегазации и добыча металлов из угольных месторождений. // Безопасность труда в угольных шахтах // Аэрология: сб. науч. тр. по материалам симп. Скопинцева О.В. Исследование взаимодействия в системе «уголь – жидкость – газ» при увлажнении угольного массива // Аэрология: сб. науч. тр. по материалам симп. «Неделя горняка – 2009». Отдельный выпуск Горного информационно-аналитического бюллетеня (научно-технического журнала). – 2009. – № 0В 13. – С. 212–221.
9. Шаталов А.Н., Шмурягин В.А. Современный подход к методам борьбы с пылью в подземных горных выработках // Проблемы геологии и освоения недр. – Томск: Изд-во Нац. исслед. Томск. политехн. ун-т, 2016. – С. 378–379.
10. Шевцов Н.Р. Взыбывающая горных выработок. – Донецк: Нордпресс, 2002. – 286 с.
11. Охрана труда: учеб. для вузов / К.З. Ушаков, В.Ф. Кирич, Н.В. Ножкин и др.; под ред. К.З. Ушакова. – М.: Недра, 1986. – 624 с.
12. Исследования сорбции углеводородов при увлажнении угля / В.С. Лебедев, С.Ю. Телешева, О.В. Скопинцева, А.Ю. Прокопович // Горный журнал. – 2009. – № 2. – С. 70–71.
13. Скопинцева О.В., Савельев Д.Л. Пылеподавление пеной на горных предприятиях // Аэрология: сб. науч. тр. по материалам симпозиума «Неделя горняка-2009». Отдельный выпуск Горного информационно-аналитического бюллетеня (научно-технического журнала). – 2009. – № 0В 13. – С. 221–227.
14. Петрухин П.М., Качан В.Н. Теоретические основы пылевысасывающих способов, основанных на применении воды // Безопасность труда в угольных шахтах // МакНИИ. – М.: Недра, 1972. – Т. XXII. – С. 89–103.
15. Скопинцева О.В., Прокопович А.Ю., Соловьев Ю.В. Исследование пылеобразующей способности углей при увлажнении их рабочей жидкостью в режиме капиллярного насыщения // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2008. – № 9. – С. 68–70.
16. Борьба с пылью и вредными газами в железорудных шахтах / А.П. Янов, В.С. Ващенко, Ф.Г. Гагауз [и др.]. – М.: Недра, 1984. – 228 с.
17. Толченкин Ю.А., Чекетадзе Ф.А., Разумник Н.Л. Роль переподготовки руководителей и специалистов в повышении промышленной безопасности на шахтах отрасли // Уголь. – 2007. – № 10. – С. 41–44.
18. Джигрин А.В., Горлов Ю.В., Чигрин В.Д. Автоматическая система взрывоподавления – локализации взрывов метановоздушной смеси и угольной пыли в подземных горных выработках // Безопасность труда в угольных шахтах // Аэрология: сб. науч. тр. по материалам симпозиума «Неделя горняка – 2009». – 2009. – № 0В 13. – С. 212–221.
19. Makarov V.N., Davydov V.Ya. Theoretical basis for increasing ventilation efficiency in technological processes at industrial enterprises // Refractories and Industrial Ceramics. – 2015. – Vol. 56, iss. 1. – P. 103–106. DOI: 10.1007/s11448-015-9791-7
20. A method of additive aerodynamic calculation of the friction gear classification block / V.N. Makarov, V.Ya. Potapov, S.Ya. Davydov, N.V. Makarov // Refractories and Industrial Ceramics. – 2017. – Vol. 58, No. 3. – P. 288–292. DOI: 10.1007/s11448-017-0098-8
21. Recirculation filter is key to improving dust control in enclosed cabs. Technology news 528. Pittsburgh: Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health. DHHS (NIOSH), 2007. Publication No. 2008-100. DOI: 10.1134/0236-1493-2019-07-0-53-61
22. Пат. 2601495 Рос. Федерация МСЛ.64С23/06. Способ создания пылевой смеси и устройства для его осуществления / Макаров Н.В., Макаров В.Н., заявл. 22.06.2015, опублик. 11.10.2016.
23. Improve drill dust collector capture through better shroud and inlet configurations. Technology news 512. Pittsburgh: U.S. Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health. – DHHS (NIOSH), 2005. – Publication No. 2006-108.
24. Program evaluation and information resources, standardized information system. – Arlington: U.S. Department of Labor, Mine Safety and Health Administration, 2009.
25. Klai H.W. The wettability of coal and its relevance to the control of dust during coal mining // Journal of adhesion science and technology. – 1993. – Vol. 7, no. 6. – P. 649–667. DOI: 10.1163/156856193000899.
26. Organiscak J.A., Reed W.R. Characteristics of fugitive dust generated from unpaved mine haulage roads // International Journal of Surface Mining Reclamation and Environment. – 2004. – Vol. 18 (4). – P. 236–252. DOI: 10.1080/1389526042000263333
27. Listak J.M., Reed W.R. Water separator shows potential for reducing respirable dust generated on small-diameter rotary blasthole drills // Int J Min Reclam Environ Zi. – 2007. – Vol. 3. – P. 160–172. DOI: 10.1080/17480930601176846
28. NIOSH/industry collaborative efforts show improved mining equipment cab dust protection / J.A. Organiscak, A.B. Cecala, E.D. Thimons, W.A. Heitbrink, M. Schmitz, E. Ahrenholtz; ed. W.R. Yernberg // Transactions of Society for Mining, Metallurgy, and Exploration. – 2003. – Vol. 314. – P. 145–152.
29. Модификация критерияльного уравнения гидровихревого пылеподавления на угольных шахтах / В. Н. Макаров, А. В. Угольников, А. Ю. Матеров [и др.] // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2019. – № 7. – С. 53–61. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-07-0-53-61
30. Reed W.R., Organiscak J.A. Evaluation of dust exposure to truck drivers following the lead haul truck // Society for Mining, Metallurgy, and Exploration Annual Meeting, February 28 – March 2. – Salt Lake City, Utah, 2005. – P. 147–153.
31. Эффективный способ утилизации мелкодисперсных техногенных отходов горно-металлургического производства / В.Н. Макаров, А.В. Угольников, Н.В. Макаров, А.В. Лифанов // Вестник Забайкальского государственного университета. – 2020. – Vol. 26, No. 2. – С. 40–49. DOI: 10.21209/2227-9245/2020/2624049
32. Organiscak J.A., Reed W.R. Characteristics of fugitive dust generated from unpaved mine haulage roads // Applied Sciences (Switzerland). – 2017. – Vol. 7, no. 1. – P. 5–20. DOI: 10.3390/app7010005.
33. Бутин С.Г., Крутова Л.В., Обухов А.Г. Twisting of a fire vortex subject to gravity and Coriolis forces // High temperature. – 2015. – Vol. 53, no. 6. – P. 928–930. DOI: 10.1134/S0018151X1505003X
34. Justification of environmental technologies and means for dust control of tailing dumps surfaces of hydrometallurgical production and concentrating plants / V.I. Lyashenko, A. Gurin, F.F. Topolny, N.A. Taran // Metallurgical and Mining Industry. – 2017. – № 4. – P. 8–17.

References

1. Libetskii K. Pylevye opasnosti v gornodobyvaushchey promyshlennosti [Dust hazards in the mining industry]. Katowitz: Glavnyi institut gornogo dela, 2004, 486 p.
2. Skopinetsva O.V. Nauchnoe obosnovanie kompleksnogo metoda snizheniya pylevoy i gazovoy opasnosti v yemochnykh uchastkoy ugoľnykh shakht [Research justification of an integrated method for reducing dust and gas hazards in coal mines]. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskii zhurnal), 2011, pp. 315–325.
3. Handbook of dust control in pits and tunnels. E. Kessel Pittsburgh, Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health. DHHS (NIOSH), 2003, 132 p.
4. Mokhnachuk I.I. Problemy bezopasnosti na ugledobывающих predpriyatiyah [Safety Issues in Coal Mines]. Ugol', 2008, no. 2, pp. 21–26.
5. Levkin N.B. Predotvrashchenie avarii i travmatizma v ugoľnykh shakhtakh Ukrainy [Prevention of accidents and injuries in coal mines of Ukraine]. Makeevka: MakNII, 2002, 392 p.
6. Nuzhukin Yu.F. Fiziko-khimiicheskiye sposoby degazatsii ugoľnykh plastov [Physical and chemical methods of degassing coal seams]. Moscow: Nedra, 1986, 255 p.
7. Васючков Ю.Ф. Физико-химические способы дегазации угольных пластов [Physical and chemical methods of degassing coal seams]. Moscow: Nedra, 1986, 255 p.
8. Слестуню С.В. Физико-химические способы дегазации и добыча металлов из угольных месторождений. // Безопасность труда в угольных шахтах // Аэрология: сб. науч. тр. по материалам симп. Скопинцева О.В. Исследование взаимодействия в системе «уголь – жидкость – газ» при увлажнении угольного массива [Investigation of interactions in the coal-liquid-gas system during moistening of the coal mass]. Aerologia. Sbornik nauchnykh trudov po materialam vuzlov gornogo informatsionno-analiticheskogo byulleten' (nauchno-tekhnicheskogo zhurnala), 2009, no. 0B 13, pp. 212–221.
9. Shatalov A.N., Shmurygin V.A. Sovremennyy podkhod k metodam borby s pyľlyu v podzemnykh gornnykh vyrabotkakh [An advanced approach to dust control methods in underground mines]. Problemy geologii i osvoineniya neдр. Tomsk: Natsionalnyy issledovatel'skiy Tomskiy politekhnicheskii universitet, 2016, pp. 378–379.
10. Шевцов Н.Р. Взыбывающая горных выработок. – Донецк: Нордпресс, 2002. – 286 с.
11. Охрана труда: учеб. для вузов / К.З. Ушаков, В.Ф. Кирич, Н.В. Ножкин и др.; под ред. К.З. Ушакова. – М.: Недра, 1986. – 624 с.
12. Исследования сорбции углеводородов при увлажнении угля [Investigation of the sorption of hydrocarbons during moistening of coal]. Gornyy zhurnal, 2009, no. 2, pp. 70–71.
13. Лебедев В.С., Телешева С.Ю., Скопинцева О.В., Прокопович А.Ю. Исследование сорбции углеводородов при увлажнении угля [Investigation of the sorption of hydrocarbons during moistening of coal]. Gornyy zhurnal, 2009, no. 2, pp. 70–71.
14. Скопинцева О.В., Савельев Д.Л. Пылеподавление пеной на горных предприятиях [Foam Dust suppression in mining]. Aerologia. Sbornik nauchnykh trudov po materialam simpoziuma "Nedelia gornyanka-2009". Otdel'nyi vypusk Gornogo informatsionno-analiticheskogo byulleten' (nauchno-tekhnicheskogo zhurnala), 2009, no. 0B 13, pp. 221–227.
15. Петрухин П.М., Качан В.Н. Теоретические основы пылевысасывающих способов, основанных на применении воды [Theoretical principles of dust expulsion protection with water-based methods]. Bezopasnost' truda v ugoľnykh shakhtakh. Trudy MakNII. Moscow: Nedra, 1972, vol. XXII, pp. 89–103.
16. Davydov S.Ya., Kosarev N.P., Valiev N.G., Simisinov D.I., Kozhushko G.G., Panov D.A. Problems with the Use of Pneumatic Screw Pumps to Transport Bulk Car-go. Refractories and Industrial Ceramics, 2013, vol. 54, iss. 2, pp. 100–105. DOI: 10.1007/s11448-013-9557-z
17. Скопинцева О.В., Прокопович А.Ю., Соловьев Ю.В. Исследование пылеобразующей способности углей при увлажнении их рабочей жидкостью в режиме капиллярного насыщения [Investigation of the dust-forming ability of coals when moistened with a working fluid in the capillary saturation mode]. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten', 2008, no. 9, pp. 68–70.
18. Янов А.П., Ушаков К.З., Кирич В.Ф., Ножкин Н.В. et al. Охрана труда [Labor safety]. Ed. K.Z. Ushakov. Moscow: Nedra, 1986, 624 p.
19. Толченкин Ю.А., Чекетадзе Ф.А., Разумник Н.Л. Роль переподготовки руководителей и специалистов в повышении промышленной безопасности на шахтах отрасли [The role of retraining managers and specialists in improving industrial safety at the mines of the industry]. Ugol', 2007, no. 10, pp. 41–44.
20. Dzhigirin A.V., Gorlov Yu.V., Chigrin V.D. Avtomaticheskaya sistema vzyryvopodavleniya i lokalizatsii vzyryvov metanovozdushnoy smesi i ugoľnoy pyľly v podzemnykh gornnykh vyrabotkakh ugoľnykh shakht [Automatic explosion suppression system - localization of explosions of methane-air mixture and coal dust in underground workings of coal mines]. Bezopasnost' truda v promyshlennosti, 2009, no. 8, pp. 22–26.
21. Makarov V.N., Potapov V.Ya., Davydov S.Ya. Increasing ventilation efficiency in technological processes at industrial enterprises. Refractories and Industrial Ceramics, 2015, vol. 56, iss. 1, pp. 103–106. DOI: 10.1007/s11448-015-9791-7
22. Makarov V.N., Potapov V.Ya., Davydov S.Ya., Makarov N.V. A method of additive aerodynamic calculation of the friction gear classification block. Refractories and Industrial Ceramics, 2017, vol. 58, no. 3, pp. 288–292. DOI: 10.1007/s11448-017-0098-8
23. Recirculation filter is key to improving dust control in enclosed cabs. Technology news 528. Pittsburgh: Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health. DHHS (NIOSH), 2007. Publication No. 2008-100.
24. Пат. 2601495 Рос. Федерация МСЛ.64С23/06. Способ создания пылевой смеси и устройства для его осуществления [A method of creating a lifting force and a device for its implementation]. Patent Rossiiskaya Federatsiya no. 2601495 (2016).
25. Improve drill dust collector capture through better shroud and inlet configurations. Technology news 512. Pittsburgh: U.S. Department of Health and Human Services, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health. DHHS (NIOSH), 2005. Publication No. 2006-108.
26. Program evaluation and information resources, standardized information system. Arlington: U.S. Department of Labor, Mine Safety and Health Administration, 2009.
27. Klai H.W. The wettability of coal and its relevance to the control of dust during coal mining. Journal of adhesion science and technology, 1993, vol. 7, no. 6, pp. 649–667. DOI: 10.1163/156856193000899.
28. Organiscak J.A., Reed W.R. Characteristics of fugitive dust generated from unpaved mine haulage roads. International Journal of Surface Mining Reclamation and Environment, 2004, vol. 18 (4), pp. 236–252. DOI: 10.1080/1389526042000263333
29. Listak J.M., Reed W.R. Water separator shows potential for reducing respirable dust generated on small-diameter rotary blasthole drills. Int J Min Reclam Environ Zi, 2007, vol. 3, pp. 160–172. DOI: 10.1080/17480930601176846
30. Organiscak J.A., Cecala A.B., Thimons E.D., Heitbrink W.A., Schmitz M., Ahrenholtz E., ed. Yernberg W.R. NIOSH/industry collaborative efforts show improved mining equipment cab dust protection. Transactions of Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, 2003, vol. 314, pp. 145–152.
31. Makarov V.N., Ugoľnikov A.V., Materov A.Yu. et al. Modifikatsiya kriterialnogo uravneniya gidrovikhrevoogo pylepodavleniya na ugoľnykh shakhtakh [Modification of the criterion equation for hydro-cyclone dust suppression in mines]. Vestnik Perm'skogo gosudarstvennogo universiteta, 2020, vol. 26, no. 2, pp. 40–49. DOI: 10.21209/2227-9245/2020/2624049
32. Reed W.R., Organiscak J.A. Evaluation of dust exposure to truck drivers following the lead haul truck. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration Annual Meeting, February 28 – March 2. Salt Lake City, Utah, 2005, pp. 147–153.
33. Makarov V.N., Ugoľnikov A.V., Makarov N.V., Lifanov A.V. Effektivnyy sposob uutilizatsii melkodispersnykh tekhnogennykh otkhodov gorno-metallurgicheskogo proizvodstva [An effective way to dispose finely dispersed industrial waste from mining and metallurgical productions]. Vestnik Zabayskogo gosudarstvennogo universiteta, 2020, vol. 26, no. 2, pp. 40–49. DOI: 10.21209/2227-9245/2020/2624049
34. Kosarev N.P., Makarov V.N., Makarov N.V., Ugoľnikov A.V., Lifanov A.V. Effektivnaya lokalizatsiya vzyryvov ugoľnoy pyľly s ispol'zovaniem gidrovikhrevoogo koagulyatsii [Effective localization of the coal-vortex inertial Venturi stratifier]. Zapiski gornogo instituta, 2019, vol. 240, pp. 638–648. DOI: 10.31897/PMI.2019.6.638
35. Ugoľnikov A.V., Makarov V.N., Makarov N.V. Optimizatsiya geometricheskikh parametrov gidrovikhrevoogo inertsionnogo stratifikatora Venturi [Optimization of the geometric parameters of the hydro-vortex inertial Venturi stratifier]. Zapiski gornogo instituta, 2019, vol. 240, pp. 638–648. DOI: 10.31897/PMI.2019.6.638
36. Frolov A.V., Telegin V.A., Sechkerov Yu.A. Osnovy gidrobezopasnykh [Basics of hydroprotecting]. Bezopasnost' zhiznedeyatel'nosti, 2007, no. 10, pp. 1–24.
37. Alekseev F.A., Tolfov G.I., Lebedev V.S. et al. Metan [Methane]. Moscow: Nedra, 1978, 310 p.
38. Baitin S.P. Mathematical simulation of the vertical part of an upward swirling flow // High temperature. – 2014. – Vol. 52, no. 2. – P. 259–263. DOI: 10.1134/S0018151X14020035
39. Valiev N.G., Koshkarov V.E., Simisinov D.I., Akhmetov A.F., Nevolin D.G. Emulsionnyye profilakticheskiye sredstva iz tiazhelykh nefiannykh ostatkov dlya obespechivaniya kar'ernykh avtodorog i otvalov tekhnogennykh otkhodov i otvalov tekhnogennykh otkhodov [Emulsion prophylactic agents made from heavy oil residues for dusting mining roads and industrial waste dumps]. Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal, 2015, no. 8, pp. 13–21.
40. Cecala A.B., Dust A.D. Control handbook for industrial minerals mining and processing. Office of Mine Safety and Health Research, 2012, 159 p.
41. Loitsianskii L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Mechanics of liquids and gases]. Moscow: Drofa, 2003, 840 p.
42. Novakovsky N.S., Baitin S.P. Numerical simulation of shock-free strong compression of ld gas layer. Journal of Physics: Conference Series, 2017, vol. 894, no. 1, pp. 012067. DOI: 10.1088/1742-6596/894/1/012067
43. Wu D., Yin K., Zhang X., Cheng P., Zhang P. Reverse circulation drilling method based on a supersonic nozzle for dust control. Applied Sciences (Switzerland), 2017, vol. 7, no. 1, pp. 5–20. DOI: 10.3390/app7010005
44. Baitin S.G., Krutova L.V., Obukhov A.G. Twisting of a fire vortex subject to gravity and Coriolis forces. High temperature, 2015, vol. 53, no. 6, pp. 928–930. DOI: 10.1134/S0018151X1505003X
45. Lyashenko V.I., Gurin A., Topolny F.F., Taran N.A. Justification of environmental technologies and means for dust control of tailing dumps surfaces of hydrometallurgical production and concentrating plants. Metallurgical and Mining Industry, 2017, no. 4, pp. 8–17.