

Долгих Д.А., Ташкинов М.А. Исследование закономерностей накопления повреждений и развития расслоения в полимерных композиционных материалах на основе двухуровневых моделей разрушения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – № 4. – С. 74–85. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.07

Dolgikh D.A., Tashkinov M.A. Investigation of damage accumulation and delamination propagation in polymer composite materials based on two-level fracture models. PNRPU Mechanics Bulletin, 2020, no. 4, pp. 74-85. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.07



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2020

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.07

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РАЗВИТИЯ РАССЛОЕНИЯ В ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ НА ОСНОВЕ ДВУХУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ РАЗРУШЕНИЯ

Д.А. Долгих, М.А. Ташкинов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 09 ноября 2020 г.
Принята: 29 ноября 2020 г.
Опубликована: 30 декабря 2020 г.

Ключевые слова:

слоистые композиционные материалы, многомасштабный подход, метод среднего поля, метод виртуального закрытия трещин, прогрессирующее разрушение.

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена изучению процессов деформирования и разрушения, возникающих в слоистых композитах при комбинированных режимах нагружения. Целью исследования является численный анализ различных мод разрушения, реализуемых одновременно в образцах слоистого композиционного материала. Построены модели слоистого композиционного материала с имитацией технологических дефектов в виде расслоения материала. Процесс расслоения реализован с применением метода виртуального закрытия трещин. Процессы накопления повреждений и разрушения слоистых композитов заданы на основе моделей редуцирования жесткостных свойств с использованием критериев Хашина и модели Матценмиллера. В моделях заложены законы, соответствующие хрупкому и пластическому разрушению. Проведено сравнение нескольких моделей разрушения и деградации упругих свойств. Чтобы разрешить сложности, касающиеся точного описания внутренней структуры композита, был применен многомасштабный подход. Суть подхода заключается в том, что анализ слоистого композита может быть выполнен на трех различных масштабах: макроуровне, мезоуровне, микроуровне. На макроуровне используется эквивалентный материал, эффективные свойства которого определяются с помощью методов гомогенизации, в частности методом среднего поля. Реализовано многомасштабное конечно-элементное моделирование, в ходе которого макроскопические параметры образца материала на каждом шаге зависят от характеристик и свойств компонентов на микроуровне. Исследовано поведение двух образцов слоистого полимерного композиционного материала с различной конфигурацией заложенных дефектов под воздействием нагрузки двух видов: одноосное сжатие и кручение, а также только одноосное сжатие. Установлено влияние внутренних дефектов на процессы накопления повреждений и процессы расслоения материала.

© ПНИПУ

© Долгих Дарья Алексеевна – асп., ассистент, e-mail: DADolgikh@pstu.ru, ID: 0000-0001-5023-7186.
Ташкинов Михаил Анатольевич – к.ф.-м.н., доц., e-mail: m.tashkinov@pstu.ru, ID: 0000-0003-4660-0020.

Daria A. Dolgikh – PhD Student, Assistant, e-mail: DADolgikh@pstu.ru, ID: 0000-0001-5023-7186.
Mikhail A. Tashkinov – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associated Professor,
e-mail: m.tashkinov@pstu.ru, ID: 0000-0003-4660-0020.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

INVESTIGATION OF DAMAGE ACCUMULATION AND DELAMINATION PROPAGATION IN POLYMER COMPOSITE MATERIALS BASED ON TWO-LEVEL FRACTURE MODELS

D.A. Dolgikh, M.A. Tashkinov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 09 November 2020
Accepted: 29 November 2020
Published: 30 December 2020

Keywords:

laminated composite materials, multiscale approach, mean field method, virtual crack closure technique, progressive fracture.

ABSTRACT

The work is devoted to the study of deformation and fracture processes occurring in layered composites under combined loading modes. The aim of the work is numerical analysis of different modes of fracture, which are simultaneously realized in the samples of laminated composite material. Models of laminated composite material with imitation of technological defects in the form of material debonding are constructed. The delamination process is implemented using the virtual crack closure technique. The processes of damage accumulation and fracture of laminated composites are set on the basis of the models for reduction of stiffness properties using the Hashin criterion and Matzemiller model. The models are based on the laws corresponding to brittle and plastic fracture. Several models of fracture and degradation of elastic properties have been compared. A multiscale approach was used to solve the difficulties related to the precise description of the composite's internal structure. The essence of the approach is that the analysis of a laminated composite can be performed on three different scales: macro level, meso level and micro level. At the macro level, an equivalent material is used for which the effective properties are determined by homogenization methods, in particular by the mean field method. The multiscale finite element modeling is implemented, in the course of which macroscopic parameters of material sample at each step depend on characteristics and properties of components at the micro-level. The behavior of two samples of laminated polymer composite material was studied with different configuration of embedded defects under the load of two types: uniaxial compression and torsion, and only uniaxial compression. The influence of internal defects on the processes of damage accumulation and material delamination has been established.

© PNRPU

Введение

В настоящее время при проектировании высокотребовательных конструкций широко используются композиционные материалы (КМ), в частности, слоистые композиционные материалы. Данные материалы имеют ряд существенных преимуществ, такие как высокая удельная прочность, высокая жесткость, высокая износостойкость, высокая усталостная прочность, легкость и другие [1, 2]. Благодаря подобным улучшенным свойствам композиты нашли свое применение во многих отраслях промышленности. При создании слоистого материала в роли наполнителя может использоваться стекловолоконная или углеродная ткань [3].

Исследования по анализу структуры и свойств слоистых композитов предпринимаются с 1980-х гг., множество работ было направлено на изучение их механического поведения с использованием аналитических и/или экспериментальных подходов. Однако эти исследования не имели возможности предсказать данные о повреждениях, развивающихся внутри материала [4–6]. Актуальными остаются ряд проблем механики, касающиеся точного описания внутренней геометрии и неоднородности материала, а также вопросы, связанные с прогнозированием начала процесса разрушения и эволюции повреждений в компонентах КМ при различных видах нагружения. Отсюда возникла необходимость развития методов

автоматизированного проектирования и численного компьютерного моделирования применительно к многомасштабному исследованию механического поведения композитов и конструкций из них.

Из-за уникальной особенности строения при численном моделировании деформационного поведения и разрушения композитов важно учитывать не только видимые повреждения конструкции на поверхности, но и повреждения, возникающие в микроструктуре материала. Существует множество механизмов разрушения композитов. Так, например, возможны различные варианты повреждения волокон, ткани, растрескивание матрицы и т.д. При разрушении одного из компонентов композиционного материала нагрузка перераспределится на другие. В общем случае волокно и матрица будут иметь различные значения деформации при разрушении [7]. Современные композиционные материалы, как правило, обладают явно выраженной многомасштабной иерархической структурой [8]. В методах расчета, основанных на аналитических теориях и приближенных подходах, для нахождения упругих характеристик предполагается, что в матрице и волокнах возникает однородное напряженно-деформированное состояние [9–12]. Такие подходы, как правило, приводят к приемлемым результатам только при расчете эффективных характеристик в направлении армирования, но обладают значительной погрешностью при расчете характеристик в поперечных (трансвер-

сальных) направлениях и при сдвиге. Кроме того, вычисление микронапряжений (напряжений в составных компонентах композита) в таких подходах является весьма приближенным, так как не учитывает реальное геометрическое строения тканого слоя [8]. Решить данную проблему, можно используя многомасштабный подход, который позволяет рассматривать композиционный материал с различием отдельных волокон и материала матрицы, а также дает возможность перейти к гомогенному материалу с использованием метода среднего поля (прямая и обратная гомогенизация) [3, 13, 14]. Для реализации метода среднего поля используют способ гомогенизации Мори – Танака, основанный на приближенном решении Эшелби [13, 15]. В работе [16] описано использование теории Мори и Танака, а также рассмотрены границы ее применения для композиционных материалов. После процедуры прямой гомогенизации, получив однородный материал, можно приступить к расчету сложной конструкции, а при помощи обратной гомогенизации вернуться к исходной структуре и уточнить напряженно-деформированное состояние во включениях и матрице.

Для моделирования процесса накопления повреждений и разрушения материалов зачастую используются методы прогрессирующего разрушения. Модель состоит из нескольких частей: анализ поля напряжений, проверка критерия разрушения с последующей деградацией свойств материала в соответствии с законом эволюции повреждений. Эти шаги обычно реализованы в итеративной процедуре, выполняемой до тех пор, пока не произойдет окончательное разрушение материала [3]. Самыми простыми являются критерии максимального напряжения и максимальной деформации. Примеры применения этих критериев рассмотрены в работах [17, 18]. Однако данные критерии игнорируют взаимодействие между компонентами напряжений и деформаций в различных направлениях. Поэтому, чтобы получить более точный результат, целесообразно применение более сложных критериев, таких как, например, критерий Хашина [19, 20]. Успешное применение этого критерия для прогнозирования механического поведения тканых композитных материалов описано в статьях [21–24]. Модель прогрессирующего разрушения основана на применении критериев Хашина, была реализована Матценмиллером [25]. Для ее реализации необходимо определение законов, по которым будет происходить эволюция повреждения материала. С помощью таких законов происходит постепенная деградация жесткостных свойств композиционного материала, что позволяет отследить процесс постепенного повреждения ламината, с момента выполнения критерия и до полного разрушения.

При изучении слоистых композитов следует обращать внимание не только на структуру слоя, но и учитывать наличие дефектов между слоями. Внутренние дефекты в связующем материале являются концентраторами напряжений, оказывают существенное влияние

на процессы деформации и расслоения [26–39]. Наличие концентратора может привести к разделению слоев композита в процессе его эксплуатации. Моделирование данного процесса возможно с применением метода виртуального закрытия трещин (Virtual Crack Closure Technique, VCCT). Подробное описание метода можно найти в работах Р. Крюгера [40–42]. Данный метод изначально был создан для оценки скорости энерговыделения при развитии трещины в образце, может быть успешно применен для моделирования расслоения композиционного материала. Для предсказания начала и дальнейшего развития расслоения в композитах во многих работах используется закон Бензегга – Кенана [43].

В настоящее время опубликовано множество работ, посвященных численной реализации отдельных механизмов разрушения композиционных материалов на различных масштабных уровнях. Однако описанию комбинаций различных подходов, дающих возможность оценить взаимное влияние различных механизмов разрушения при сложном деформировании, уделено недостаточно внимания. В данной работе численно исследуются процессы деформирования и разрушения образцов слоистых композиционных материалов с внутренними заложенными дефектами в виде расслоения материала, на основе использования совокупности моделей разрушения, таких как модель прогрессирующего разрушения слоя и модель расслоения на основе метода виртуального закрытия трещин с учетом микроструктурных параметров композиционного материала.

1. Многомасштабное моделирование деформационного поведения и разрушения слоистых композитов

Для прогнозирования нелинейного поведения каждой фазы слоистого композита может быть использован метод среднего поля. Он основан на предположении о взаимосвязях средних полей напряжений и деформаций в каждой фазе представительного объема. Для такого подхода процедура гомогенизации разделяется на три этапа. На первом этапе задан макроскопический тензор деформации ε , который локализуется для каждой отдельной фазы материала. Второй шаг связан с применением конститутивных законов каждой фазы. В результате вычисляются фазовые тензоры напряжений. На последнем этапе фазовые тензоры напряжений для фаз усредняются в макроскопический тензор напряжений σ [3].

Предполагая упругое поведение для обеих фаз материала, можно вывести следующие зависимости:

$$\bar{\sigma}^{(p)} = E^{(p)} \bar{\varepsilon}^{(p)} \text{ и } \bar{\varepsilon}^{(p)} = C^{(p)} \bar{\sigma}^{(p)}, \quad (1)$$

где E и C обозначены тензоры упругости и податливости, а индекс p обозначает фазу. Эффективное поведение микроструктурированного двухфазного материала также является упругим и записывается аналогично (1) через макроскопический тензор.

Поле деформаций и поле напряжений на фазовом уровне получают путем усреднения:

$$\bar{\varepsilon}^{(p)} = \frac{1}{\Omega^{(p)}} \int_{\Omega^{(p)}} \varepsilon(x) d\Omega \quad \text{и} \quad \bar{\sigma}^{(p)} = \frac{1}{\Omega^{(p)}} \int_{\Omega^{(p)}} \sigma(x) d\Omega, \quad (2)$$

где $\Omega^{(p)} \subset \Omega$ – объем, занимаемый фазой p . Тогда соотношения локализации принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^{(p)} &= \bar{A}^{(p)} \bar{\varepsilon}, \\ \bar{\sigma}^{(p)} &= \bar{B}^{(p)} \bar{\sigma}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\sigma}$ – тензоры деформаций и напряжений, осредненные по представительному объему материала. Обозначая фазовые объемные доли фаз как $\bar{\xi}^{(p)} = \Omega^{(p)} / \Omega$, для двухфазного композита получим соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \bar{\xi}^{(r)} \bar{\varepsilon}^{(r)} + \bar{\xi}^{(m)} \bar{\varepsilon}^{(m)}, \\ \bar{\sigma} &= \bar{\xi}^{(r)} \bar{\sigma}^{(r)} + \bar{\xi}^{(m)} \bar{\sigma}^{(m)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где r – фаза включений; m – фаза матрицы. Далее получим:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}^{(r)} \bar{A}^{(r)} + \bar{\xi}^{(m)} \bar{A}^{(m)} &= I, \\ \bar{\xi}^{(r)} \bar{B}^{(r)} + \bar{\xi}^{(m)} \bar{B}^{(m)} &= I. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь I обозначен единичный тензор, $\bar{A}^{(p)}$ и $\bar{B}^{(p)}$ тензоры концентрации деформаций и напряжений, соответственно. Данные уравнения, с одной стороны, подразумевают, что в рамках метода среднего поля решаются как задачи гомогенизации, так и обратные задачи локализации, когда известны тензоры концентраций напряжений и деформаций. С другой стороны, уравнения показывают, что все тензоры концентраций двухфазного материала могут быть вычислены, когда известен по крайней мере один из тензоров концентрации.

В работе Эшелби был получен результат, который послужил основой для описания поведения эллипсоидальной неоднородности, находящейся в бесконечной матрице [13]. При деформировании такой среды несоответствие упругих свойств между составляющими приводит к соответствующим полям напряжений и деформаций в неоднородности и в окружающей матрице. В работах Мори и Танака было предложено, что все включения в материале могут быть рассмотрены как одно эквивалентное включение, а также то, что поля напряжений и деформаций в (фактической) неоднородности и в (фиктивном) эквивалентном включении равны [15]:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(r)} &= E^{(r)} \bar{\varepsilon}^{(r)} = E^{(m)} (\bar{\varepsilon}^{(r)} - \varepsilon_\tau), \\ \bar{\varepsilon}^{(r)} &= \varepsilon^a + \varepsilon_\tau = \varepsilon^a + S \varepsilon_\tau, \end{aligned} \quad (6)$$

где ε^a – деформация поля; ε_τ – ограниченная деформация; ε_τ – эквивалентная собственная деформация; S – тензор Эшелби.

Тензор Эшелби зависит только от свойств материала матрицы и от специфической формы включений [13, 15]. Тензор Эшелби для включений произвольной формы принимает вид

$$S = \int_{\Omega^{(p)}} G(x - x_1) E d\Omega, \quad (7)$$

где G и E – модифицированный тензор Грина и тензор упругости матрицы. Однако, по аналогии, такое же напряженно-деформированное состояние может быть вызвано однородным включением, подверженным эквивалентной собственной деформации, как показано в соотношениях (6).

Из соотношений (6) можно определить эквивалентную собственную деформацию. Деформация неоднородности $\bar{\varepsilon}^{(r)}$ может быть выражена через деформацию поля $\bar{\varepsilon}^{(r)} = \varepsilon^a$, что позволяет извлекать тензоры концентрации напряжений системы в виде

$$\begin{aligned} \bar{A}_{dil}^{(r)} &= [I + SC^{(m)} (E^{(r)} - E^{(m)})]^{-1}, \\ \bar{B}_{dil}^{(r)} &= [I + (I - S) E^{(m)} (C^{(r)} - C^{(m)})]^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь индекс *dil* используется для обозначения того, что тензоры концентрации относятся к очень низким объемным фракциям армирующих элементов, для которых поля напряжений и деформаций в данной неоднородности не возмущаются соседними включениями.

Для моделирования разрушения композита используется метод прогрессирующего разрушения, особенностью которого является постепенное занижение механических свойств материала во время нагружения образца при выполнении того или иного критерия разрушения. Закон Гука в данном случае принимает следующий вид:

$$\varepsilon = S(D) : \sigma, \quad (9)$$

где $S(D)$ – тензор податливости, зависящий от переменных повреждений D_{ij} :

$$S(D) = \begin{bmatrix} \frac{\hat{S}_{1111}}{1 - D_{11}} & \hat{S}_{1122} & \hat{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{\hat{S}_{2222}}{1 - D_{22}} & \hat{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{\hat{S}_{3333}}{1 - D_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \text{сим.} & & & \frac{\hat{S}_{1212}}{1 - D_{12}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{\hat{S}_{2323}}{1 - D_{23}} & 0 \\ & & & & & \frac{\hat{S}_{1313}}{1 - D_{13}} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где \hat{S}_{ijkl} – компоненты исходного тензора податливости. Важным следствием вышесказанного является то,

что вычисляемые коэффициенты Пуассона изменяются при накоплении повреждений, что согласуется с экспериментальными наблюдениями:

$$v_{12} = \frac{S_{1122}}{S_{1111}} = \frac{\hat{S}_{1122}}{\hat{S}_{1111}} \cdot (1 - D_{11}) \neq \hat{v}_{12}. \quad (11)$$

Индикаторы разрушения, необходимые для модели прогрессирующего разрушения, заложены в критериях разрушения. Критерии разрушения представляют собой функции, сравнивающие напряжения (деформации) в точке с критическими величинами, установленными для конкретного материала. Обычно критерии записываются в безразмерной форме таким образом, что разрушение считается произошедшим, как только выбранный индикатор достигнет или превысит 1.

В данной работе используется двумерный критерий Хашина. В него входит шесть параметров прочности: $X_t > 0$ – прочность на растяжение в направлении 1, $X_c > 0$ – прочность на сжатие в направлении 1, $Y_t > 0$ – прочность на растяжение в направлении 2, $Y_c > 0$ – прочность на сжатие в направлении 2, $S > 0$ – прочность на сдвиг поперек плоскости (1,2), $S_i > 0$ – прочность на сдвиг в плоскости (1,2)

Индикаторы разрушения зависят от текущих значений компонент тензора напряжений и обозначенных критических констант:

Индикатор разрушения при растяжении в направлении 1:

$$f_A = \sqrt{F_A(\sigma)} \text{ при } F_A(\sigma) = \frac{\sigma_{11}^2}{X_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} \text{ если } \sigma_{11} > 0, \quad (12)$$

0 в противном случае.

Индикатор разрушения при сжатии в направлении 1:

$$f_B = F_B(\sigma) \text{ при } F_B(\sigma) = -\frac{\sigma_{11}}{X_c}, \text{ если } \sigma_{11} < 0, \quad (13)$$

0 в противном случае.

Индикатор разрушения при растяжении в направлении 2:

$$f_C = \sqrt{F_C(\sigma)} \text{ при } F_C(\sigma) = \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{Y_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_i^2}, \quad (14)$$

если $(\sigma_{22} + \sigma_{33}) \geq 0$, 0 в противном случае.

Индикатор разрушения при сжатии в направлении 2:

$$F_D\left(\frac{\sigma}{f}\right) = 1 \text{ при } F_D(\sigma) = \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4S_i^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_i^2} +$$

$$+ \left[\left(\frac{Y_c}{2S_i} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_c}, \quad (15)$$

если $(\sigma_{22} + \sigma_{33}) < 0$, 0 в противном случае.

Связь критерия разрушения с компонентами (переменными) тензора повреждений D_{ij} осуществляется по модели Матценмиллера, согласно которой компоненты тензора повреждений вычисляются следующим образом:

– продольное повреждение:

$$D_{11} = \phi_A(f_A), \text{ если } f_A \geq 0, \\ \text{иначе } D_{11} = \phi_B(f_B); \quad (16)$$

– поперечное повреждение:

$$D_{22} = \phi_C(f_C), \text{ если } f_C \geq 0, \\ \text{иначе } D_{22} = \phi_D(f_D) \quad (17)$$

– повреждение от сдвига в плоскости:

$$D_{12} = 1 - (1 - D_{11}) \cdot (1 - D_{22}). \quad (18)$$

Все остальные компоненты тензора повреждений равны нулю.

Переменные повреждения связаны с индикаторами через законы об эволюции повреждений. Как только индикатор разрушения достигает заданного значения, упругие свойства материала изменяются в соответствии с параметрами повреждения до тех пор, пока не произойдет полное разрушение материала. В работе используются два закона: мгновенный и степенной закон. Мгновенный закон эволюции зависит от двух параметров f_{\min} и D_{\max} , вызывает мгновенный рост поврежденности:

$$\varphi(f) = \begin{cases} 0 & \text{если } f < f_{\min}; \\ D_{\max} & \text{иначе} \end{cases} \quad (19)$$

Этот закон соответствует механизму хрупкого разрушения, но с анизотропным эффектом. Для одноосного нагружения кривая напряжения и деформации обычно показывает резкое снижение, когда значение индикатора разрушения достигает f_{\min} , а затем продолжается с более пологим наклоном $E \cdot (1 - D_{\max})$.

Степенной закон эволюции зависит от пяти параметров: $f_{\min}, f_{\max}, \alpha, D_{\max}$ и D_{final} . Он инициирует степенную эволюцию повреждения в отношении к значению индикатора разрушения:

$$\varphi(f) = \begin{cases} 0, & \text{если } f < f_{\min}; \\ D_{\max} \cdot \frac{f^\alpha - f_{\min}^\alpha}{f_{\max}^\alpha - f_{\min}^\alpha}, & \text{если } f_{\min} \leq f < f_{\max}; \\ \text{иначе,} & D_{\text{final}}. \end{cases} \quad (20)$$

Параллельно с моделированием накопления повреждений на основе модели прогрессирующего разрушения в работе использовалась модель механики линейно-упругого разрушения, отвечающая за рост межслоевого дефекта в виде расслоения. Для моделирования процесса расслоения использован метод виртуального закрытия трещин с применением критерия Гриффитса. Данный метод опирается на гипотезу о том, что энергия, требуемая для разделения поверхностей, равна энергии, необходимой для смыкания этих же поверхностей. Скорость высвобождения упругой энергии G по различным модам разрушения определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} G_I &= \frac{1}{2\Delta a} R_y \Delta v, \\ G_{II} &= \frac{1}{2\Delta a} R_x \Delta u, \\ G_{III} &= \frac{1}{2\Delta a} R_z \Delta w, \end{aligned} \quad (21)$$

где G_I , G_{II} , G_{III} – скорости высвобождения энергии вида I, II, и III; Δv , Δu , Δw – относительные перемещения между границами трещины; R_y , R_x , R_z – силы реакций в узле вершины трещины; Δa – приращение длины трещины.

В методе виртуального закрытия трещин, как и в модели прогрессирующего разрушения, требуется задание критерия для инициации процесса расслоения. Расслоение будет происходить тогда, когда скорость высвобождения энергии деформации в этом элементе превысит некоторое критическое значение.

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} \geq 1, \quad (22)$$

где G_{equiv} – эквивалентная скорость высвобождения энергии деформации, вычисленная на узле, а G_{equivC} – критическая эквивалентная скорость высвобождения энергии. Для их определения используется закон Бензеган – Кенана (Б-К) [31]:

$$\begin{aligned} G_{equiv} &= G_I + G_{II} + G_{III}, \\ G_{equivC} &= G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^n, \end{aligned} \quad (23)$$

где G_{IC} , G_{IIC} и n – критические значения скорости высвобождения упругой энергии.

2. Численный анализ процессов разрушения в образцах слоистых композитов с межслоевыми дефектами

С использованием вышеописанных математических постановок для исследования связанных процессов накопления повреждений в слое и расслоения созданы двух-

уровневые модели разрушения образцов слоистых композиционных материалов, численно реализованные с использованием метода конечных элементов. Образцы моделируются в виде совокупности слоев, жестко сцепленных между собой. Зона дефекта в виде расслоения численно моделируется путем разделения узлов, находящихся на поверхности соседних слоев. Для исследования процессов накопления повреждений в материале использованы пакеты Digimat и Abaqus, которые позволяют численно моделировать нелинейное анизотропное поведение композиционных материалов, рассматривать взаимосвязи особенностей их структуры на микро- и макромасштабных уровнях. Использование возможностей Digimat для моделирования композиционных материалов на микромасштабном уровне дает возможность в комплексе с Abaqus решать сложные нелинейные многомасштабные задачи. Такой многоуровневый подход к моделированию предполагает связь между Digimat и Abaqus для точного учета нелинейных эффектов, которые в большинстве случаев являются существенными в композитных материалах.

Модель микроструктуры композиционного материала создается в программном пакете Digimat, где с помощью метода гомогенизации по методу среднего поля вычисляются эффективные свойства слоя, используемые для дальнейшего расчета послойной модели образца в пакете Abaqus. Также в Digimat задаются критерии и законы для расчета прогрессирующего разрушения в слое. Образец материала в пакете Abaqus создается в виде скрепленных между собой пластин, имитирующих пакет слоев препрега, с эффективными механическими характеристиками, полученными на основе геометрии плетеной структуры слоя (рис. 1) и свойств микроструктурных компонент. С помощью техники виртуального закрытия трещины моделируется рост межслоевого дефекта структуры образца слоистого КМ. Для иллюстрации процесса накопления повреждений, а также процесса расслоения материала были получены результаты моделирования образцов слоистого КМ со сложным нагружением и дефектами между слоями композита.

В численном эксперименте были созданы модели образцов с заложенными внутренними дефектами. Схема микроструктуры тканого слоя материала и конечно-элементная модель образцов представлены на рис. 1, 2.

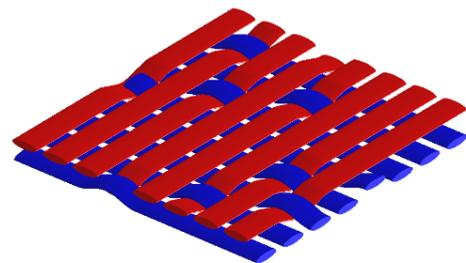


Рис. 1. Модель микроструктуры композита

Fig. 1. Model of microstructure of composite

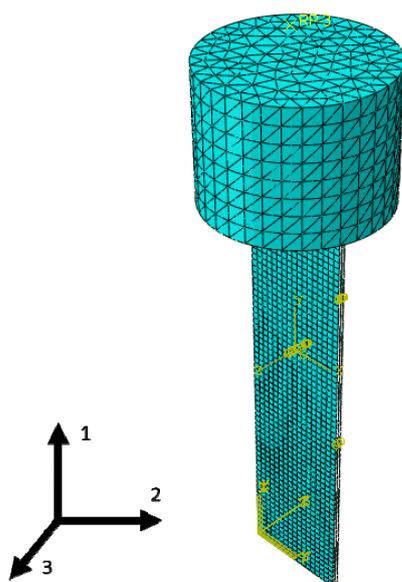


Рис. 2. Конечно-элементная схема образцов с различной укладкой внутренних дефектов слоистого композита

Fig. 2. Finite element scheme of samples with different positioning of internal defects in laminated composite

Для расчета были использованы следующие модельные свойства. Модули упругости в направлении 1 E_1 равен 125,5 ГПа, модули упругости в направлении 2 E_2 равен 8,3 ГПа, коэффициент Пуассона в плоскости ν_{12} равен 0,31, модули поперечного сдвига – G_{12}, G_{13}, G_{23} равны 40 ГПа. Прочность на растяжение в направлении 1 X_t равна 2172 МПа; прочность на сжатие в направлении 1 X_c равна 1449 МПа; прочность на растяжение в направлении 2 Y_t равна 48 МПа; прочность на сжатие в направлении 2 Y_c равна 193 МПа; прочность на сдвиг поперек плоскости (1,2) S равна 72 МПа; прочность на сдвиг в плоскости (1,2) S_i равна 72 МПа. Скорость высвобождения энергии по моде I – G_I – равна 0,306 кДж/мм², скорости высвобождения энергии по моде II и моде III – G_{II} и G_{III} – равны 0,632 кДж/мм².

В работе исследуются два образца с различным расположением заложенных внутренних дефектов: образец № 1 содержит один дефект в виде расслоения между 2-м и 3-м слоем, образец № 2 содержит 4 внутренних дефекта, в зонах контактов 1-го и 2-го слоя, 7-го и 8-го слоя, 8-го и 9-го слоя, 14-го и 15-го слоя. Общее количество слоев – 15. Геометрические параметры образцов, размеры дефектов и граничные условия сведены в таблицу.

Граничные условия соответствовали сжатию по направлению 1, а также одновременному сжатию по направлению 1 и кручению образца вокруг оси 1. Нижний край образца жестко зашпелен, нагрузка прикладывается к нагружающему элементу и задается в перемещениях. Максимальная нагрузка, приложенная в ходе эксперимента, равна 50кН, что соответствует перемещениям около 1 мм. Угол кручения равен 35°.

Конфигурация образцов

Samples configuration

Номер образца	Геометрические размеры, мм	Расположение дефекта (общее число слоев 15)	Форма и размеры дефекта, мм	Граничные условия и условия нагружения
1	250×50×3	Между 2-м и 3-м слоем	Квадратный дефект, 20×20	Консольное защемление: 1) одноосное сжатие, заданное в перемещениях, $u=1$ мм; 2) одноосное сжатие, заданное в перемещениях, $u=1$ мм, кручение = 35°
2	250×50×3	Между 1-м и 2-м слоем, 7-м и 8-м, 8-м и 9-м слоем, 14-м и 15-м	Квадратный дефект, 10×10	Консольное защемление: 1) одноосное сжатие, заданное в перемещениях, $u=1$ мм, 2) одноосное сжатие заданное в перемещениях, $u=1$ мм, кручение = 35°

Ниже представлены результаты расчета моделей разрушения для первого образца при сжатии и кручении. В ходе численного расчета было установлено, что для образца № 1 при комбинированном виде нагружения поле повреждений зарождается на поверхности внешнего слоя при перемещении нагружающего элемента, равном 0,67 мм, что соответствует нагрузке 33,5 кН и углу поворота, равному 24°, в местах изменения геометрии. Расслоение материала начинается позже, чем его разрушение, при сжатии образца на 0,91 мм (нагрузка равна 45,5 кН) и угле закручивания 32°. На рис. 3, 4 представлены поля разрушения и расслоения при достижении максимально заданного нагружения. На рис. 3 поле повреждений распространяется вблизи внутреннего дефекта.

На рис. 3 представлено поле переменной повреждений D_{11} при растяжении с кручением образца № 1. При достижении D_{11} максимального значения, равного единице, прочностные свойства композиционного материала исчерпаны, следовательно, эти конечные элементы считаются разрушенными (отображены красным цветом на рисунке).

На рис. 4 представлено поле контакта материала между слоями с заложенным дефектом. Зона расслоения материала ограничена, синим цветом отображены элементы, где произошло отделение слоев.

Далее представлены результаты для того же образца при одноосном сжатии. По результатам численного расчета видно, что разрушение образца при одноосном нагружении происходит, когда перемещение нагружающего элемента достигает 1,15 мм (нагрузка равна 57,5 кН) (рис. 5).

На рис. 6 представлено поле расслоения первого образца при одноосном нагружении. Расслоение начи-

нается, когда перемещение нагружающего элемента достигает 1,91 мм, что соответствует нагрузке в 95,5 кН.

Ниже приведены результаты расчета моделей разрушения для второго образца при сжатии и кручении. В ходе численного расчета было установлено, что для образца № 2 при таком виде нагружения поле повреждений зарождается на поверхности внешнего слоя вблизи концентратора напряжений при перемещении нагружающего элемента, равном 0,83 мм (соответствует приложенной сжимающей нагрузке 41,5 кН), и угле поворота 29°.

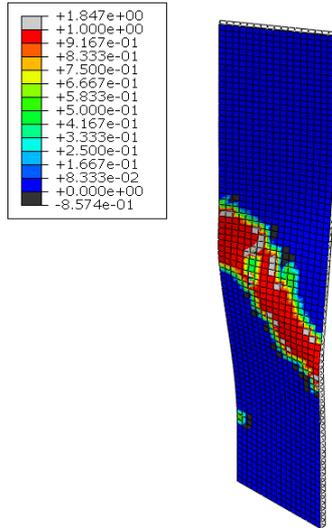


Рис. 3. Накопление повреждений (D_{11}) в материале на поверхности первого слоя образца № 1: а – при нагрузке 33,5 кН и угле поворота 24°; б – нагрузке 50 кН и угле поворота 35°

Fig. 3. Damage accumulation (D_{11}) in the material on the surface of the first layer of the sample №1 at (a) a load of 33.5 kN and angle of rotation 24° and (b) load of 50 kN and angle of rotation 35°

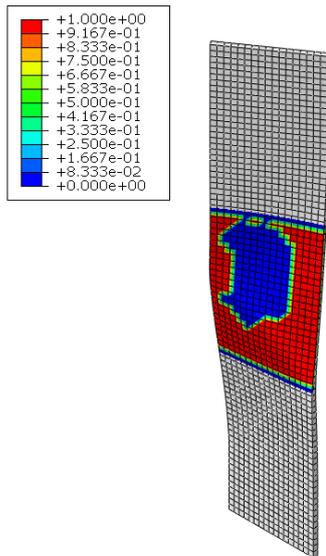


Рис. 4. Поле контакта между 2-м и 3-м слоями образца № 1 при нагрузке 50 кН и угле поворота 35°

Fig. 4. Contact area between 2nd and 3rd layers of the sample № 1 at a load of 50 kN and rotation angle 35°

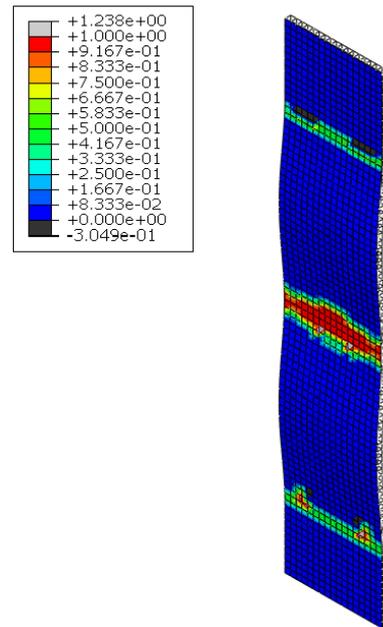


Рис. 5. Накопление повреждений (D_{11}) в материале на поверхности первого слоя образца № 1 при нагрузке 57,5 кН

Fig. 5. Damage accumulation (D_{11}) in the material on the surface of the first layer of the sample № 1 at a load of 57,5 kN

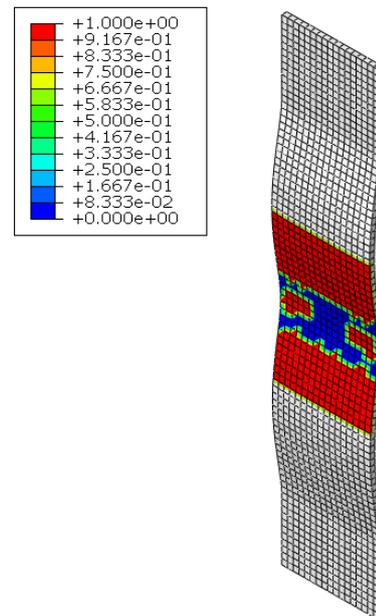


Рис. 6. Поле контакта между 2-м и 3-м слоями при нагрузке 95,5кН

Fig. 6. Contact area between 2nd and 3rd layers at a load of 95,5 kN

На рис. 7 представлено поле повреждений, соответствующее моменту начала разрушения, а также моменту, когда нагружающий элемент переместится на 1 мм (50 кН) и угол закручивания равен 35°. Красным цветом также отображены элементы, в которых прочностные свойства материала исчерпаны, в данной зоне происходит разрушение образца.

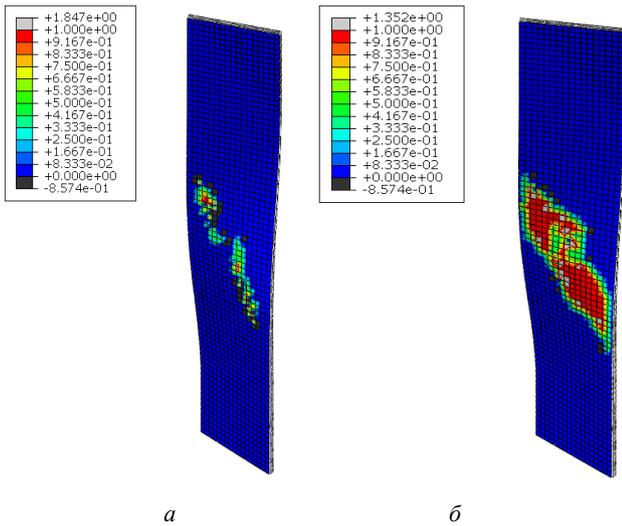


Рис. 7. Накопление повреждений (D_{11}) в материале на поверхности первого слоя образца № 2: *a* – при нагрузке 41,5 кН и угле поворота 29°; *б* – нагрузке 50 кН и угле поворота 35°

Fig. 7. Damage accumulation (D_{11}) in the material on the surface of the first layer of the sample № 2 at (a) a load of 41,5 kN and angle of rotation 29° and (b) load of 50 kN and angle of rotation 35°

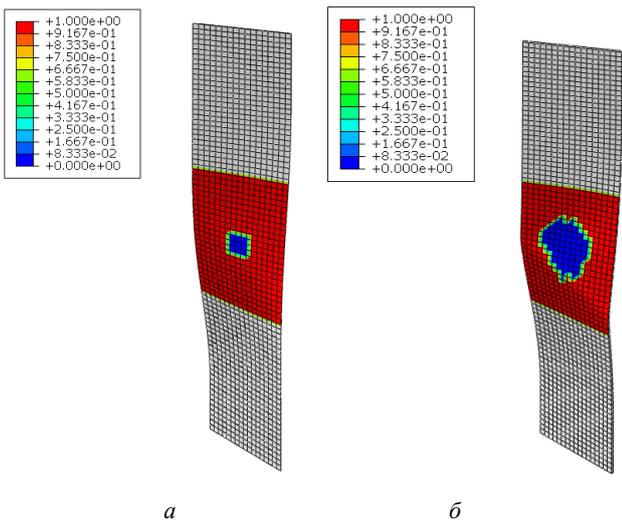


Рис. 8. Поле контакта между 8-м и 9-м слоями образца № 2: *a* – при нагрузке 50 кН и угле поворота 35°; *б* – нагрузке 75 кН и угле поворота 35°

Fig. 8. Contact area between 8th and 9th layers of the sample № 2 at (a) a load of 50 kN and rotation angle 35°, (b) a load of 75 kN and rotation angle 35°

Расслоение при перемещении нагружающего элемента на 1 мм (50 кН) и угле закручивания 35° не произошло, размеры заложенных начальных дефектов остаются прежними. Поскольку расслоение материала не происходит, значение максимальной нагрузки было увеличено до 1,5 мм, что составляет 75 кН, угол поворота не изменялся. Поле расслоения зарождается в зоне контакта 1-го и 2-го слоя, а также в зоне контакта 14-го и 15-го слоя при перемещении, равном 1,41 мм (70,5 кН), и угле поворота 33°. В зоне контакта 7-го и 8-го слоя расслоение зарождается, когда перемещение

нагружающего элемента равно 1,39 мм (69,5 кН), а угол поворота 32°. В зоне контакта 8-го и 9-го слоя расслоение зарождается, когда перемещение нагружающего элемента равно 1,38 мм (69 кН) и угол поворота 32°. На рис. 8 представлено поле расслоения в зоне контакта 8 и 9 слоя, при перемещении равном 1,5 мм (75 кН), угол поворота 35°.

Далее представлены результаты для образца № 2 при одноосном сжатии. На рис. 9, 10 проиллюстрированы поля повреждения и расслоения. Разрушение образца при одноосном нагружении происходит, когда перемещение достигает значения равного 1,16 мм (58 кН). Расслоение образца при одноосном нагружении начинается, когда перемещение нагружающего элемента достигает 2,04 мм (102 кН).

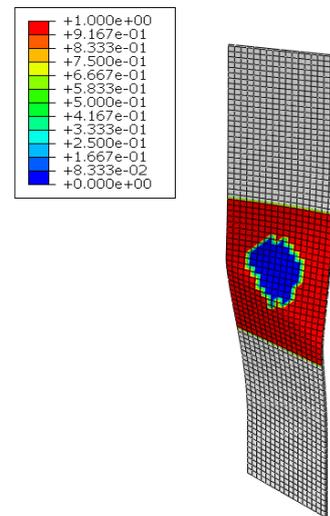


Рис. 9. Накопление повреждений (D_{11}) в материале на поверхности первого слоя образца № 2 при нагрузке 58 кН

Fig. 9. Damage accumulation (D_{11}) in the material on the surface of the first layer of the sample №2 at a load of 58 kN

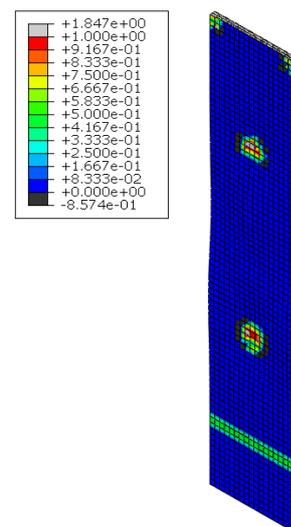


Рис. 10. Поле контакта между 8-м и 9-м слоями образца № 2 при нагрузке 102 кН

Fig. 10. Contact area between 8th and 9th layers of the sample № 2 at a load of 102 kN

Из полученных результатов на примере двух образцов с различным набором внутренних заложенных дефектов установлен характер зависимости степени расслоения слоистого композита от направления нагрузки, ее величины, накопления повреждений в слое, а также от наличия дефектов внутри КМ. Установлено, что процесс разрушения отдельных слоев композиционного материала при комбинированной нагрузке протекал быстрее, чем процесс расслоения. При сложном нагружении (сжатие и кручение) расслоение и разрушение слоистого композита происходит быстрее, чем при сжатии. При разрушении слоев композита процесс расслоения может не наблюдаться. Однако, когда процесс расслоения КМ начинается раньше разрушения слоев, это приводит к ускорению накопления повреждений в слоях, что в итоге провоцирует увеличение скорости разрушения материала.

Заключение

В работе исследовано поведение образцов слоистого полимерного композиционного материала с заложенными внутренними дефектами под воздействием нагрузки двух видов: одноосное сжатие и кручение, а также только одноосное сжатие. Образцы отличаются друг от друга количеством заложенных внутренних дефектов и их размерами. В ходе численного исследования на основе моделей механики накопления повреждений, линейно-упругого разрушения, а также методов гомогенизации и локализации было установлено влияние внутренних дефектов на процессы накопления повреждений и процессы расслоения материала. Кроме того, в работе были использованы многокомпонентные

Библиографический список

1. Батаев А.А., Батаев В.А. Композиционные материалы: строение, получение, применение: учебник. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 384 с.
2. Композиционные материалы: справочник / Болотин В.В., Васильев В.В., Протасов В.Д. [и др.]; под общ. ред В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М: Машиностроение, 1990. – 512 с.
3. Modelling of damage evolution in braided composites: recent developments / C. Wang, A. Roy, V. Silberschmidt, Z. Chen // *Mechanics of Advanced Materials and Modern Processes*. – 2017. – No. 15. – P. 1–32.
4. Characterization of damage in triaxial braided composites under tensile loading / J. Littell, W. Binienda, G. Roberts, R. Goldberg // *J Aero Eng*. – 2009. – No. 22. – P. 270–279.
5. Effect of microscopic damage events on static and ballistic impact strength of triaxial braid composites / J. Littell, W. Binienda, W. Arnold, G. Roberts, R. Goldberg // *Compos Part A: Appl Sci Manuf*. – 2009. – No. 40. – P. 1846–1862.
6. Xu L, Jin C., Ha S. Ultimate strength prediction of braided textile composites using a multi-scale approach // *J Compos Mater*. – 2015. – No. 49. – P. 477–494.
7. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Многомасштабное моделирование упругих композиционных материалов //

критерии для инициации процессов разрушения и расслоения. В итоге были получены результаты численного моделирования, иллюстрирующие одновременно протекающие процессы накопления повреждений и расслоения композиционных материалов.

Благодаря применению многомасштабного подхода к решению задач подобного класса, а также использованию метода прогрессирующего разрушения, появилась возможность отследить процесс накопления повреждений и разрушения материала, как для образца композита в целом, так и для отдельных фаз (матрицы и волокон). Использование метода виртуального закрытия трещин позволяет получить представление о процессе расслоения слоистого композита, при наличии в нем дефектов между слоями. Таким образом, показано, что совокупность использования данных методов дает более полное представление о деформационных процессах, протекающих в материале во время его нагружения.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2020-0027).

Acknowledgements

The results were obtained within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for basic scientific research (project no. FSNM-2020-0027).

Математическое моделирование – 2012. – Т. 24, № 5. – С. 3–20.

8. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982. – 335 с.
9. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопrotивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.
10. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наукова думка, 1985. – 300 с.
11. Сендецки Дж. Механика композиционных материалов. – М.: Мир, 1978. – 563 с.
12. Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. Пространственно-армированные композиционные материалы. – М.: Машиностроение, 1987. – 225 с.
13. Tashkinov M., Ershova D., Shalimov A. Computational multi-scale analysis of simultaneous processes of delamination and damage accumulation in laminated // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2019. – Vol. 13, no. 49. – P. 396–411.
14. Frans P., van der Meer. Mesolevel modeling of failure in composite laminates: constitutive, kinematic and algorithmic aspects // *Archives of Computational Methods in Engineering* – 2012. – No. 19. – P. 381–425.

15. Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misting inclusions // *Acta Metallurgica*. – 1973. – No. 21. – P. 571–574.
16. Weng G. The theoretical connection between Mori-Tanaka's theory and the Hashin-Shtrikman-Walpole bounds // *J Engng Sci*. – 1990. – No. 28. – P. 1111–1120.
17. A combined experimental and numerical approach to study ballistic impact response of S2-glass fiber/toughened epoxy composite beams / E. Sevkat, B.Liaw, F.Delale, B.B. Raju // *Compos Sci Technol*. – 2009. – No. 69. – P. 965–982.
18. Drop-weight impact of plain – woven hybrid glass-graphite/toughened epoxy composites / E. Sevkat, B. Liaw, F. Delale, B.B. Raju // *Compos Sci Technol*. – 2009. – No. 40. – P. 1090–1110.
19. Hashin Z Failure criteria for unidirectional fiber composites // *J Appl Mech*. – 1980. – No. 47. – P. 329–334.
20. Puck A., Schürmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // *Compos Sci Technol*. – 1998. – No. 58. – P. 1045–1067.
21. Li X., Binienda W., Goldberg R. Finite-element model for failure study of two-dimensional triaxially braided composite // *J Aero Eng*. – 2011. – No. 284. – P. 170–180.
22. Zhang C., Binienda W. A meso-scale finite element model for simulating free-edge effect in carbon/epoxy textile composite // *Mech Mater*. – 2014. – No. 76. – P. 1–19.
23. Meso-scale progressive damage of 3D five-directional braided composites under transverse compression / D. Zhang, L. Chen, Y. Sun, X. Wang, Y. Zhang, C. Fu // *J Compos Mater*. – 2015. – No. 50. – P. 3345–3361.
24. Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model / C. Zhang, N. Li, W. Wang, W. Binienda, H. Fang // *Compos Struct*. – 2015. – No. 125. – P. 104–116.
25. Matzenmiller A., Lubliner J., Taylor R. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. *Mechanics of Materials* // *Mech Mater*. – 1995. – No. 20. – P. 125–152.
26. Мавлютов Р.Р. Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. – М.: Наука, 1981. – 140 с.
27. Krueger R., Minguet P.J., O'Brien T.K. A method for calculating strain energy release rates in preliminary design of composite skin/stringers debonding under multi-axial loading. *Composite structures: theory and practice* // ASTM. – 2000. – P. 105–128.
28. Krueger R Virtual crack closure technique: History, approach, and applications // *Appl Mech*. – 2004. – No. 57. – P. 109–143.
29. Krueger R., O'Brien T.K. Shell/3D modeling technique for the analysis of delaminated composite laminates // *Appl Sci Manuf*. – 2001. – No. 32. – P. 25–44.
30. Orifici A., Krueger R. Assessment of static delamination propagation capabilities in commercial finite element codes using benchmark analysis // NASA. Hampton, VA, USA: National Aeronautics and Space Administration. – 2010.
31. Benzeggagh M.L., Kenane M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional Glass/Epoxy composites with mixed-mode bending apparatus // *Composite science and technology*. – 1996. – Vol. 56. – P. 439–449.

References

1. Bataev A.A., Bataev V.A. *Kompozitsionnye materialy: stroenie, poluchenie, primeneniye: Uchebnik [Composite materials: structure, production, application: Textbook]* – Novosibirsk//NSTU, 2002. – p 384
2. Bolotin V.V., Vasiliev V.V., Protasov V.D., et al Editors V.V. Vasiliev, Yu.M. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik [Tarnopolsky. Composite Materials: A Handbook]* // Moscow Mechanical Engineering, 1990. – p 512.
3. Wang C., Roy A., Silberschmidt V., Chen Z. Modelling of damage evolution in braided composites: recent developments // *Mechanics of Advanced Materials and Modern Processes* – 2017- No. 15 – pp. 1-32.
4. Littell J., Binienda W., Roberts G., Goldberg R. Characterization of damage in triaxial braided composites under tensile loading // *J Aero Eng* – 2009- No. 22 – pp. 270-279.
5. Littell J., Binienda W., Arnold W., Roberts G., Goldberg R. Effect of microscopic damage events on static and ballistic impact strength of triaxial braid composites // *Compos Part A: Appl Sci Manuf* – 2009- No. 40 – pp. 1846-1862
6. Xu L, Jin C., Ha S. Ultimate strength prediction of braided textile composites using a multi-scale approach // *J Compos Mater* – 2015 – No. 49 – pp. 477-494
7. Dimitrienko Yu.I. Sokolov A.P. *Mnogomasshtabnoye modelirovaniye uprugikh kompozitsionnykh materialov [Multi-scale modeling of elastic composite materials]* – 2012 – Vol. 24-No.5-pp. 3-20.
8. Christensen R. *Vvedeniye v mekhaniku kompozitov [Introduction to Mechanics of Composites]* // Moscow Mir, 1982- p 335.
9. Malmeister A.K., Tamuzh V.P., Teters G.A. *Soprotivleniye polimernykh i kompozitnykh materialov [Resistance of polymer and composite materials]*. //Riga: Zinatne, 1980-p 572.
10. Vanin G.A. *Mikromekhanika kompozitsionnykh materialov [Micromechanics of composite materials]*. Kiev: Naukova Dumka, 1985-p 300.
11. Sendetski J. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov [Mechanics of composite materials]*.// Moscow Mir 1978-p 563.
12. Tarnopolskiy Yu.M., Zhigun I.G., Polyakov V.A. *Prostranstvenno-armirovannyye kompozitsionnye materialy [Spatially reinforced composite materials]*.// Moscow: Mechanical engineering 1987-p 225.
13. Tashkinov M., Ershova D., Shalimov A. Computational multi-scale analysis of simultaneous processes of delamination and damage accumulation in laminated // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2019. – Vol. 13, No. 49. – pp. 396-411.
14. Frans P., van der Meer. Mesolevel modeling of failure in composite laminates: constitutive, kinematic and algorithmic aspects // *Archives of Computational Methods in Engineering* – 2012. – No.19-pp. 381-425.
15. Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misting inclusions // *Acta Metallurgica* – 1973- No.21-pp. 571-574
16. Weng G. The theoretical connection between Mori-Tanaka's theory and the Hashin-Shtrikman-Walpole bounds// *J Engng Sci*-1990.-No.28-pp.1111-1120.
17. Sevkat E, Liaw B, Delale F, Raju BB. A combined experimental and numerical approach to study ballistic impact response of S2-glass fiber/toughened epoxy composite beams // *Compos Sci Technol* – 2009. – No.69-pp.965-982.
18. Sevkat E, Liaw B, Delale F, Raju BB. Drop-weight impact of plain – woven hybrid glass-graphite/toughened epoxy composites // *Compos Sci Technol*- 2009. – No.40-pp.1090-1110.
19. Hashin Z Failure criteria for unidirectional fiber composites // *J Appl Mech* – 1980. – No.47-pp.329-334.
20. Puck A., Schürmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // *Compos Sci Technol* – 1998. – No.58 – pp.1045-1067.

21. Li X., Binienda W., Goldberg R. Finite-element model for failure study of two-dimensional triaxially braided composite // *J Aero Eng* – 2011. – No.284 – pp.170-180.
22. Zhang C., Binienda W. A meso-scale finite element model for simulating free-edge effect in carbon/epoxy textile composite // *Mech Mater* – 2014. – No.76 – pp.1-19.
23. Zhang D., Chen L., Sun Y., Wang X., Zhang Y., Fu C. Meso-scale progressive damage of 3D five-directional braided composites under transverse compression // *J Compos Mater* – 2015. – No.50-pp.3345-3361.
24. Zhang C., Li N., Wang W., Binienda W., Fang H. Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model // *Compos Struct* – 2015. – No.125 – pp.104-116.
25. Matzenmiller A., Lubliner J., and Taylor R. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. *Mechanics of Materials* // *Mech Mater* – 1995. – No.20 – pp.125-152.
26. Mavlyutov R.R. Concentration of stresses in the elements of aircraft structures. // *Moscow Nauka* 1981 — p 140.
27. Krueger R., Minguet P.J., O'Brien T.K. A method for calculating strain energy release rates in preliminary design of composite skin/stringers debonding under multi-axial loading. *Composite structures: theory and practice*// *ASTM* – 2000. – pp. 105-128
28. Krueger R. Virtual crack closure technique: History, approach, and applications // *Appl Mech*–2004. – No.57 – pp. 109-143.
29. Krueger R., O'Brien T.K. Shell/3D modeling technique for the analysis of delaminated composite laminates // *Appl Sci Manuf*- 2001 – No.32 – pp. 25-44
30. Orifici A., Krueger R. Assessment of static delamination propagation capabilities in commercial finite element codes using benchmark analysis // *NASA*. Hampton, VA, USA: National Aeronautics and Space Administration – 2010.
31. Benzeggagh M. L., Kenane M., Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional Glass/Epoxy composites with mixed-mode bending apparatus // *Composite science and technology* – 1996 – Vol. 56 – pp 439-449, – 1996