Беляев А.К., Полянский В.А., Третьяков Д.А. Оценка механических напряжений, пластических деформаций и поврежденности посредством акустической анизотропии // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – № 4. – С. 130–151. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.12

Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Tretyakov D.A. Estimating of mechanical stresses, plastic deformations and damage by means of acoustic anisotropy. PNRPU Mechanics Bulletin, 2020, no. 4, pp. 130-151. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.12

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 4, 2020
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index

DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.12
УДК 539.3

ОЦЕНКА МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ, ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ И ПОВРЕЖДЕННОСТИ ПОСРЕДСТВОМ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ

А.К. Беляев[1], В.А. Полянский[1], Д.А. Третьяков[2]

[1]Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия
[2]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 25 августа 2020 г.
Принята: 04 декабря 2020 г.
Опубликована: 30 декабря 2020 г.

Ключевые слова:

акустическая анизотропия, акустоупругость, неразрушающий контроль, акустическая тензометрия, напряженно-деформированное состояние, пластические деформации, усталость, ультразвуковая диагностика.

АННОТАЦИЯ

Акустическая анизотропия является следствием анизотропии механических характеристик твердого тела. В металлах она связана с микроструктурной анизотропией механических характеристик, внутренними механическими напряжениями и деформациями, в том числе с остаточными напряжениями и пластическими деформациями. Датчики для измерения акустической анизотропии не требуют сложной подготовки поверхности металла, поэтому она легко измеряется, что позволяет использовать результаты измерения для количественного определения напряжений и деформаций в металлах на основании величины фазового сдвига скоростей сдвиговых волн ортогональной поляризации. Акустическая анизотропия является одним из проявлений феномена изменения упругих свойств акустической среды, вызванных действием механических напряжений и деформаций (акустоупругий эффект). Это дает возможность использовать эффект акустической анизотропии для разработки количественных методов акустической тензометрии, а также методов неразрушающего контроля, позволяющих эффективно проводить контроль качества и диагностику остаточного ресурса конструкций и деталей машин.

В статье приводится история открытия и теоретического обоснования акустоупругого эффекта и количественной связи акустической анизотропии с напряжениями и деформациями, начиная с пионерских работ XX в. Показан путь формирования теории, построенной на нелинейной механике сплошной среды. Третья часть статьи посвящена обзору современного состояния исследований. Приведен анализ экспериментальных работ по измерению акустической анизотропии в низко- и высокоуглеродистых сталях, алюминиевых сплавах, а также в композитах и прочих конструкционных материалах. Особое внимание уделено обзору исследований связи акустической анизотропии с пластическими деформациями и границ применимости акустического метода. Также приведен перечень основных прикладных результатов, касающихся измерения и использования акустической анизотропии для контроля лопаток компрессоров и газотурбинных двигателей, трубных сталей, сварных соединений и пр. Дается обзор основных публикаций по системному анализу и обобщению теоретических и экспериментальных научных результатов, полученных отечественными и зарубежными исследователями в области изучения акустической анизотропии металлических конструкционных материалов в условиях одноосного и сложного напряженного состояния, пластического деформирования, термомеханического нагружения и усталостного разрушения.

© **Беляев Александр Константинович** – д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН, г.н.с., e-mail: vice.ipme@gmail.com, iD: 0000-0002-5934-8138
Полянский Владимир Анатольевич – д.т.н., ВРИО директора, e-mail: vapol@mail.ru, iD: 0000-0002-1199-1028
Третьяков Дмитрий Алексеевич – асп., e-mail: tretyakov_da@spbstu.ru, iD: 0000-0002-2349-9516

Alexander K. Belyaev – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Corresponding Member of the RAS, Chief Researcher, e-mail: vice.ipme@gmail.com, iD: 0000-0002-5934-8138
Vladimir A. Polyanskiy – Doctor of Technical Sciences, Acting Director, e-mail: vapol@mail.ru, iD: 0000-0002-1199-1028
Dmitry A. Tretyakov – PhD Student, e-mail: tretyakov_da@spbstu.ru, iD: 0000-0002-2349-9516

ESTIMATING OF MECHANICAL STRESSES, PLASTIC DEFORMATIONS AND DAMAGE BY MEANS OF ACOUSTIC ANISOTROPY

A.K. Belyaev[1], V.A. Polyanskiy[1], D.A. Tretyakov[2]

[1]Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, Saint Petersburg, Russian Federation
[2]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 25 August 2020
Accepted: 04 December 2020
Published: 30 December 2020

Keywords:
acoustic anisotropy, acoustoelasticity, non-destructive testing, acoustic tensometry, stress-strain state, plastic deformations, fatigue, ultrasound diagnostics.

ABSTRACT

Acoustic anisotropy is a consequence of anisotropy of the mechanical characteristics of a solid. In metals, it is associated with microstructural anisotropy of mechanical characteristics, internal mechanical stresses and strains, including residual stresses and plastic deformations. Sensors measuring acoustic anisotropy do not require complex preparations of a metal surface, therefore it is easy to measure which makes it possible for measurement results to be used to quantify stresses and strains in metals based on the magnitude of phase shifts of the shear wave velocities of the orthogonal polarization. Acoustic anisotropy is one of the manifestations of the phenomenon of changes in the elastic properties of an acoustic medium caused by mechanical stresses and deformation (acoustoelastic effect). This makes it possible to use the effect of acoustic anisotropy for the development of quantitative methods of acoustic tensometric measurements, as well as methods of non-destructive testing, which enables effective quality controls and diagnostics of the residual life of structures and machine parts.

The article describes the history of the discovery and theoretical substantiation of the acoustoelastic effect and the quantitative relationship of acoustic anisotropy with stresses and deformations, starting with the pioneering works of the twentieth century. The way of forming the theory based on nonlinear mechanics of continuous media is shown. The third part of the article is concerned with an overview of the current state of research. An analysis is presented of experimental works on the measurement of acoustic anisotropy in low- and high-carbon steels, aluminum alloys, as well as in composites and other structural materials. Special attention is paid to a review of studies on the relationship between acoustic anisotropy and plastic deformations and the applicability limitations of the acoustic method. It also provides a list of the main applied results related to the measurement and use of acoustic anisotropy to control the blades of compressors and gas turbine engines, pipe steels, welded joints, etc. A review is given of the main publications on system analysis and generalization of theoretical and experimental scientific results obtained by domestic and foreign researchers in the field of studying the acoustic anisotropy of metallic structural materials under conditions of uniaxial and complex stress states, plastic deformation, thermomechanical loading and fatigue fracture is given.

Введение

Оценка текущего напряженно-деформированного состояния – одна из ключевых задач неразрушающего контроля промышленных конструкций. Акустические методы контроля прочно заняли место в числе наиболее распространенных и широко используемых в технической диагностике. В то же время до сих пор имеется ряд неразрешенных проблем, связанных с контролем дефектов, поврежденности, пластических деформаций и внутренних напряжений в объеме неоднородных по своим механическим свойствам конструкций, находящихся в процессе непосредственной эксплуатации.

Целью данной работы является подведение промежуточных итогов почти столетним исследованиям в области влияния напряженного состояния на распространение упругих волн в сплошной среде. Вопросы, о которых пойдет речь, намного шире круга задач, стоящих перед промышленной диагностикой. Они связаны с рядом фундаментальных задач нелинейной теории упругости, теорий пластичности, волновой механики и механики разрушения.

Основное внимание в данной работе будет уделено акустоупругости – явлению пропорциональности скоростей ортогонально поляризованных плоских поперечных волн главным напряжениям в твердом теле, лежащему в основе ряда ультразвуковых методов неразрушающего контроля.

Историю исследований, связанных с открытием акустоупругого эффекта и разработкой основанных на нем методов диагностики прочности и долговечности материалов, следует разделить на два этапа.

Первый этап охватывает период с начала 1920-х до середины 1980-х гг. В это время были получены экспериментальные данные о скоростях ультразвуковых волн в материалах под давлением, разработаны модели, позволяющие описать характер влияния начальных, остаточных и приложенных внешних напряжений на скорости ультразвуковых волн в изотропных и слабо анизотропных материалах, разработаны практические методы диагностики напряженного состояния металлических конструкций с помощью измерений объемных упругих волн плоской поляризации.

Второй этап охватывает период с середины 1980-х гг. до настоящего времени. Он связан с попытками выйти за рамки линейной теории акустоупругости, применением поверхностных и объемных ультразвуковых волн к диагностике коррозионной и усталостной поврежденности конструкций, исследованием эффектов локализации деформаций, анализом неоднородных полей напряжений и других нелинейных эффектов, наблюдаемых в реальных материалах.

Результаты новейших исследований говорят о неисчепанности всего круга вопросов и проблем, связанных с проявлением акустоупругого эффекта в металлах и других конструкционных материалах, а также о больших перспективах развития данного направления.

1. Соотношения теории конечных упругих деформаций

Одно из первых решений вопроса о влиянии начальных напряжений на скорости упругих волн было предложено Дж. Грином [1].

Л. Бриллюэн [2] почти 100 лет спустя после Дж. Грина [1] получил соотношения для скоростей упругих продольных V_l и поперечных V_s волн в среде под действием сжимающего давления P (1):

$$V_l^2 = (\lambda + 2\mu - P)/\rho, \quad V_s^2 = (\mu - P)/\rho, \tag{1}$$

где λ и μ – упругие константы Ламе; ρ – плотность.

Исследования 1920-х гг. по испытанию металлов на сжатие при высоких давлениях выявили нелинейный эффект изменения плотности с ростом величины внешних напряжений, который не мог быть описан в рамках соотношений (1). К тому же материалы, находящиеся под давлением в десятки тысяч атмосфер, переставали удовлетворять условиям, накладываемым на деформации в классической линейной теории упругости. Стала очевидной необходимость в разработке новых теорий, описывающих нелинейно-упругое поведение материалов. К числу таковых относится теория конечных деформаций Ф. Мурнагана [3].

В линейной теории упругости деформации считаются бесконечно малыми. Благодаря данному предположению, их квадратами и произведениями можно пренебречь в уравнениях напряжений-деформаций, ограничившись рассмотрением величин первого порядка малости. Кроме того, в классической теории выполняется фундаментальный принцип, согласно которому деформации однозначным образом определяются через напряжения, т.е. постулируется идеальная упругость среды.

В случае конечных деформаций допущение относительно их малости, используемое в линейной теории упругости, не выполняется. Однако сохраняется второй принцип, согласно которому деформации остаются обратимыми и однозначно связанными с напряжениями, а эффекты, вызванные ползучестью, гистерезисом кривой деформирования и релаксацией напряжений, не рассматриваются.

Ф. Мурнаганом в работе [3] было показано, что для случая конечных изотермических деформаций изотропной среды компоненты тензора напряжений T_{rs}, взятые без аппроксимации, задаются соотношениями вида

$$T_{sr} = \rho\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon_{rs}} - 2\varepsilon_{\beta r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon_{\beta s}}\right), \tag{2}$$

где ρ – плотность в напряженном состоянии; Φ – функция энергии деформации или упругий потенциал; ε_{rs} – компоненты тензора деформаций. Соотношение (2) записано в эйлеровых координатах. Для него действует условие симметрии $\varepsilon_{rs} = \varepsilon_{sr}$. Нижние индексы r, s, β обозначают произвольные значения индексов x, y, z.

В научной литературе встречаются различные виды упругого потенциала Φ, которые различаются, главным образом, включением различного числа полиномиальных членов разложения по конечным деформациям ε_{rs}. В линейной теории упругости первого порядка упругий потенциал Φ выражается через компоненты деформации как однородная функция второй степени, а ее разложение включает в себя константы упругости второго порядка. В этом случае, при дифференцировании, компоненты напряжений T_{rs} оказываются представлены через компоненты деформаций ε_{rs} линейными соотношениями, что является прямым выражением закона Гука.

В теории конечных деформаций, или нелинейной теории упругости второго порядка, используется квадратичное разложение компонент тензора напряжений T_{rs} по деформациям ε_{rs}, а форма упругого потенциала Φ включает в себя разложение до констант упругости третьего порядка включительно. Соотношение (2) для компонент тензора напряжений T_{rs} теории конечных деформаций отличается от аналогичного в линейной теории включением слагаемых вида $-2\varepsilon_{r\beta}\,\partial\Phi/\partial\varepsilon_{\beta s}$.

Компоненты ε_{rs} тензора деформаций связаны с компонентами вектора перемещений (u, v, w)

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right),$$
$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right). \tag{3}$$

Аналогично (3) находятся компоненты с одинаковыми индексами ε_{yy} и ε_{zz} и со смешанными индексами ε_{yz}, ε_{zx}. Через индексы r, s, β компонент деформаций ε_{rs} по индексам x, y, z осуществляется суммирование, например $\varepsilon_{x\beta}\varepsilon_{\beta y} = \varepsilon_{xx}\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xy}\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zy}$ [6].

Ф. Мурнаганом для изотропного тела через компоненты тензора деформаций ε_{rs} были введены три скалярных инварианта деформации I_1, I_2, I_3 (4):

$$I_1 = \varepsilon_{\alpha\alpha},$$
$$I_2 = \frac{1}{2!}\delta^{\alpha_1\alpha_2}_{\beta_1\beta_2}\varepsilon_{\alpha_1\beta_1}\varepsilon_{\alpha_2\beta_2}, \tag{4}$$
$$I_3 = \frac{1}{3!}\delta^{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}_{\beta_1\beta_2\beta_3}\varepsilon_{\alpha_1\beta_1}\varepsilon_{\alpha_2\beta_2}\varepsilon_{\alpha_3\beta_3}.$$

Из соотношений (4) видно, что инвариант I_1 представляет собой сумму диагональных элементов, инвариант I_2 – сумму главных миноров по столбцам матрицы ε_{rs}, I_3 – определитель матрицы тензора деформаций.

Помимо инвариантов I_1, I_2, I_3, введенных для случая эйлерового описания деформаций, были получены полиномы J_1, J_2, J_3, введенные для лагранжевого описания деформации через η_{pq}. Соотношения, позволяющие осуществить пересчет J_1, J_2, J_3 в инварианты I_1, I_2, I_3, приведены в приложении к работе [3].

Ключевое соотношение, к которому будем обращаться неоднократно далее, было получено Ф. Мурнаганом для упругого потенциала $\rho_0\Phi$ (5):

$$\rho_0\Phi = \alpha I_1 + \frac{\lambda + 2\mu}{2} I_1^2 - 2\mu I_2 + l I_1^3 + m I_1 I_2 + n I_3, \qquad (5)$$

где λ, μ – константы упругости Ламе второго порядка; l, m, n – константы упругости Мурнагана третьего порядка. Для того чтобы придерживаться обозначений, используемых в линейной теории упругости, соотношение (5) записано для $\rho_0\Phi$, поскольку в классической теории упругая энергия Φ' рассматривается в качестве взятой на единицу начального объема. Потенциал (5) имеет название потенциала Мурнагана.

В научной литературе различными авторами используется ряд отличных от l, m, n констант упругости третьего порядка, которым соответствуют свои формы записи упругого потенциала (5). Наиболее часто используемые из них – это константы Мурнагана, Тупина и Бернштейна и Гольдберга. В целях сохранения авторских обозначений в дальнейшем представлена таблица, где различные константы упругости третьего порядка приведены к константам Мурнагана l, m, n.

Константы упругости третьего порядка
для изотропного материала

Third-order elastic constants for an isotropic material

Константы Мурнагана (1937)	Константы Тупина и Бернштейна (1961)	Константы Гольдберга (1961)
l m n	$\frac{1}{2}\nu_1 + \nu_2$ $\nu_2 + 2\nu_3$ $4\nu_3$	$B + C$ $\frac{1}{2}A + B$ A
$2l - 2m + n$ $m - \frac{1}{2}n$ $\frac{1}{4}n$	ν_1 ν_2 ν_3	$2C$ B $\frac{1}{4}A$
n $m - \frac{1}{2}n$ $l - m + \frac{1}{2}n$	$4\nu_3$ ν_2 $\frac{1}{2}\nu_1$	A B C

Теория, предложенная Ф. Мурнаганом, позволила объяснить ряд нелинейных эффектов, связанных с поведением твердых тел в условиях высоких давлений. В частности, Ф. Мурнаганом было получено соотношение для плотностей материала в напряженном ρ и ненапряженном ρ_0 состояниях

$$\rho = \rho_0 \left(1 - 2I_1 + 4I_2 - 8I_3\right)^{1/2}, \qquad (6)$$

которое позволило объяснить эффект изменения сжимаемости материалов с ростом давления, о котором мы говорили в начале.

Покажем далее, как теория конечных деформаций [3] была использована в исследованиях, связанных с вопросом распространения волн в средах с начальными и внешними приложенными напряжениями.

2. Зависимость скоростей упругих волн от напряжений в твердых телах

Исследования по установлению экспериментальной нелинейной зависимости напряжений от деформаций в материалах при высоких давлениях были проведены П. Бриджменом [4–6].

Ф. Берч [7], основываясь на результатах по влиянию давления на жесткость материалов [4], решил в первом приближении задачу о распространении упругих волн в толще земли. Им рассматривался изотропный материал при постоянной температуре, для которого имеет место наложение малых смещений, вызванных волновым движением, и большого гидростатического сжатия под действием гравитационных сил. Было показано, что уравнения напряжений-деформаций, полученные для малых конечных перемещений, могут иметь тот же вид, что и в линейной теории, но константы упругости в этом случае будут зависеть от давления. Были получены соотношения для жесткости, модуля Юнга, коэффициентов сжатия и проведена их экспериментальная верификация на геологических образцах [7].

М. Био [8] были получены новые соотношения теории конечных деформаций, отличающиеся от полученных Ф. Мурнаганом [3]. Они основывались на связи между напряженным состоянием и локальной системой координат в конкретной материальной точке с учетом преобразований поворота, а потому не предполагали явной формулировки зависимостей напряжений от деформаций. В рамках данного подхода была исследована задача о распространении волн в упругой сплошной среде с начальными напряжениями. Было показано, что равномерное гидростатическое давление не меняет законы распространения волн [9].

Д. Лазарь [10], путем измерения скоростей продольных и поперечных волн, рассчитал адиабатические константы упругости монокристаллов Cu, Al, CuZn, KCl и NaCl. Было установлено, что с увеличением давления анизотропия кристаллов, не являющихся плотно упакованными, увеличивается, в то время как в структурах с более плотной упаковкой, наоборот, уменьшается [10].

Д. Хьюз и Дж. Келли [11], вслед за Ф. Мурнаганом [3], рассмотрели случаи распространения упругих волн при гидростатическом и одноосном нагружении начально изотропного материала и получили семь соотношений для скоростей, два из которых относятся к случаю действия сжимающего гидростатического давления P:

$$\begin{gathered}\rho_0 V_{lp}^2 = \lambda + 2\mu - \frac{P}{3K_0}\left(6l + 4m + 7\lambda + 10\mu\right),\\ \rho_0 V_{sp}^2 = \mu - \frac{P}{3K_0}\left(3m - \frac{1}{2}n + 3\lambda + 6\mu\right),\end{gathered} \tag{7}$$

два – к случаю распространения волн вдоль направления действия одноосных сжимающих напряжений T:

$$\begin{gathered}\rho_0 V_{lx}^2 = \lambda + 2\mu - \frac{T}{3K_0}\left(2l + \lambda + \frac{\lambda+\mu}{\mu}\left(4m + 4\lambda + 10\mu\right)\right),\\ \rho_0 V_{sx}^2 = \mu - \frac{T}{3K_0}\left(m + \frac{\lambda n}{4\mu} + 4\lambda + 4\mu\right),\end{gathered} \tag{8}$$

три – для волн, распространяющихся поперек направления действия одноосных сжимающих напряжений T

$$\begin{gathered}\rho_0 V_{ly}^2 = \lambda + 2\mu - \frac{T}{3K_0}\left(2l - \frac{2\lambda}{\mu}\left(m + \lambda + 2\mu\right)\right),\\ \rho_0 V_{sy}^2 = \mu - \frac{T}{3K_0}\left(m + \frac{\lambda n}{4\mu} + \lambda + 2\mu\right),\\ \rho_0 V_{sz}^2 = \mu - \frac{T}{3K_0}\left(m - \frac{\lambda+\mu}{2\mu}n - 2\lambda\right).\end{gathered} \tag{9}$$

В соотношениях (7)–(9) первый индекс у квадратов скоростей означает характер волнового движения (l – от *longitudinal*, продольные скорости, s – от *shear*, поперечные скорости), а второй индекс – тип и направление приложенного напряжения (p – от действия гидростатического давления, x, y, z – как направления одноосного сжатия). K_0 – модуль объемной упругости изотропного материала в недеформированном состоянии, $K_0 = \frac{1}{3}\left(3\lambda + 2\mu\right)$.

Соотношения (8), (9) приведены согласно их формулировке из работы [11]. Вместе с тем они были записаны авторами [11] таким образом, что через T обозначено сжимающее напряжение. Для получения записи, при которой под T подразумеваются положительные по знаку напряжения, соответствующие растяжению материала, в соотношениях (8), (9) должна быть произведена замена T на $-T$.

Экспериментальная апробация соотношений (7)–(9) была проведена Д. Хьюзом и Дж. Келли на таких материалах, как полистирол, железо и пирекс [11].

Эхо-импульсный метод, использованный в работе [11], был усовершенствован Р. Бергманом и Р. Шахбендером [12]. Ими был исследован характер изменения скоростей поперечных ультразвуковых волн в алюминиевой колонне под действием растягивающих напряжений, получен ряд экспериментальных кривых, отражающих зависимость констант упругости, коэффициента Пуассона и скоростей ультразвуковых волн от величины внешней нагрузки [12].

Р. Бенсон и В. Рилсон [13] предложили новый метод неразрушающей оценки напряжений с помощью поперечных ультразвуковых волн взаимно перпендикулярной поляризации. Согласно ему, когда произвольно поляризованная поперечная волна проходит через изотропную сплошную среду, находящуюся в двумерном напряженно-деформированном состоянии, она разделяется на две линейно-поляризованных волны, направления которых соответствуют главным осям напряжений, а скорости являются функциями напряженного состояния и зависят от комбинации констант упругости третьего порядка. Когда волна достигает противоположной грани исследуемого образца, возникает разность фаз двух компонент скоростей, что есть ничто иное, как явление акустического двулучепреломления [13], названное так по аналогии с эффектом оптического двулучепреломления, который используется в методах фотоупругости [14]. Благодаря ему как внешние, так и внутренние напряжения могут быть определены путем анализа фазового сдвига между образующимися ультразвуковыми скоростями, распространяющимися вдоль осей главных напряжений. Явление пропорциональности малых изменений скоростей упругих волн, вследствие действия напряжений, самой величине главных напряжений получило название акустоупругого эффекта [13].

В основе метода, предложенного Р. Бенсоном и В. Рилсоном, лежат соотношения Д. Хьюза и Дж. Келли (9), которые говорят о том, что начально изотропный материал с приложением напряжений становится, с точки зрения распространения поперечных волн, анизотропной средой [11].

Исходя из тех же соображений, что и для дифракционных минимумов и максимумов для оптически прозрачных тел в фотоупругости, Р. Бенсон и В. Рилсон сделали предположение о том, что для поперечных волн в твердых телах, ввиду их эллиптической поляризации, будут существовать минимумы и максимумы их проекций на направление распространения. Расстояние между минимумами и максимумами соответствует повороту плоскости поляризации волн на 180°. Рассматривая поляризацию волн под углом 45° относительно направления действия напряжений, Р. Бенсон и В. Рилсон получили соотношение (10), чем подтвердили выдвинутую гипотезу:

$$2\pi n = \omega\left(\frac{V_1 - V_2}{V_1 V_2}\right)L, \tag{10}$$

где $n = 0, 1, 2\ldots$; ω – частота волн; L – толщина образца; V_1, V_2 – скорости ортогонально поляризованных плоских поперечных волн, ориентированных вдоль главных осей плоских двухосных напряжений.

Новый метод, основанный на использовании акустоупругого эффекта, подробно изложен в тексте патента на изобретение, полученного Р. Бенсоном и В. Рилсоном в 1963 г. [15].

С появлением работ Д. Хьюза и Дж. Келли [11] и Р. Бенсона и В. Рилсона [13] исследования, связанные с распространением волн в твердых телах, приобрели широкий охват [16–24, 27–31].

А. Сигер и О. Бакк [16] обобщили имеющиеся данные по константам упругости третьего порядка для различных кристаллов и привели полный набор их расчетных соотношений для монокристаллов германия, поликристаллического железа и меди.

Р. Тупин и Б. Бернштейн [17] развили результаты Д. Хьюза и Дж. Келли [11], разработав более общую теорию распространения волн в нелинейно-упругой среде, и получили условия, при которых соотношения теории упругости и экспериментальные данные о распространении волн оказываются совместимы. Ими были получены пять из семи уравнений Д. Хьюза и Дж. Келли, аналогичные (7) и (9), в виде, позволяющем описать малые смещения, наложенные на конечные деформации идеально упругого материала произвольной симметрии. Для этого была решена задача о распространении плоских волн малой амплитуды в начально-деформированной напряженной сплошной среде [17].

В случае изотропной среды соотношения Тупина – Бернштейна сводятся к уравнениям Хьюза – Келли (9), поэтому отдельно в данной работе не приводятся. Авторами [17] была также предложена новая форма упругого потенциала Ф с константами ν_1, ν_2, ν_3, связь которых с константами упругости Мурнагана l, m, n отражена в таблице.

К. Трусделл [18] разработал теорию конечных деформаций для изотропных упругих материалов без использования понятия упругого потенциала Ф. В общей теории упругости К. Трусделла используется четыре независимых константы упругости третьего порядка для изотропного материала. Подробно изложена в работе [18].

Т. Бейтман, У. Мейсон и Г. МакСкимин [19] получили шесть констант упругости третьего порядка для монокристаллического германия путем последовательного приложения напряжений вдоль различных осей кристаллов и излучения вдоль них ультразвуковых волн. Были получены соотношения для скоростей, включающие в себя три константы упругости второго порядка и шесть констант третьего порядка для кристаллов кубической сингонии [19]. Аналогичные исследования были проведены на монокристаллическом кремнии в работе [20].

М. Хейс и Р. Ривлин [21] исследовали вопрос распространения поверхностных волн Рэлея и Лява в изотропном упругом полупространстве, подвергнутом большим однородным конечным деформациям. В результате были найдены условия существования поверхностных волн Лява и получено характеристическое уравнение для волн Рэлея [21].

А. Хиката [22] исследовал зависимость скоростей ультразвуковых волн и их затухания от напряжений в монокристаллическом алюминии. Им также была применена дислокационная теория к данным о затухании продольных и поперечных волн в материале, находящемся в пластической зоне деформаций [23].

Д. Джонс и Д. Кобетт [24] использовали соотношения теории конечных деформаций для получения критерия рассеяния двух пересекающихся плоских упругих волн в однородной изотропной среде. Найденное соотношение, различное для продольных и поперечных волн, включает в себя связь с константами упругости материала, углом между пересекающимися волновыми векторами и основными, а не абсолютными, частотами волн. Авторами [24] использовалась система констант упругости третьего порядка A, B, C, предложенная Гольдбергом [25] и представленная в таблице. Константы упругости вида A, B, C можно часто встретить в работах отечественных исследователей, в частности, они представлены в монографии Л. Ландау и Е. Лившица [26].

Н. Эйнспрач и Р. Мэннинг [27] получили соотношения для расчета констант упругости третьего порядка по результатам ультразвуковых измерений в кристаллических твердых телах с порядком симметрии ниже кубической. Класс тетрагональных кристаллических решеток был рассмотрен ими подробно, для класса орторомбических решеток было получено 18 констант из 20, константы для случаев кубической и гексагональной решеток были приведены в виде таблиц в работе [27].

Р. Терстон [28, 29] получил основные уравнения, описывающие распространение волн в напряженных кристаллах [28], а также в жидкостях и твердых телах в целом [29]. Выведенные соотношения были использованы впоследствии в работе [30], в которой по результатам ультразвуковых измерений и 34 циклов испытаний были получены все 14 независимых констант упругости третьего порядка для кварца.

Р. Терстон и К. Браггер [31] для волн малой амплитуды ввели понятие естественной скорости W и единичной нормали $\vec{N}$ в естественном состоянии, которые связаны с длиной пути волны в недеформированном материале. В отличие от действительной скорости V и связанной с ней нормалью $\vec{n}$, скорость W и нормаль $\vec{N}$ оказываются нечувствительными к деформации материала. Для трех естественных скоростей и их производных по напряжениям Р. Терстоном и К. Браггером были получены соотношения, учитывающие константы упругости второго и третьего порядка и применимые для изотропных материалов с произвольной симметрией [31].

Р. Смитом [32, 33] был сделан обзор основных результатов в области исследования напряженного состояния материалов по результатам ультразвуковых измерений применительно к проблемам металлургии [32] и были получены константы упругости третьего порядка для ряда поликристаллических металлов, в том числе алюминиевых сплавов, магния, молибдена и вольфрама [33].

Для расчета констант упругости им использовались соотношения, полученные Р. Терстоном и К. Браггером для материалов с изотропной симметрией [31].

Д. Крекрафт [34], используя соотношения Д. Хьюза и Дж. Келли (9), экспериментально нашел значения констант упругости второго и третьего порядка для прутков из никелевой стали с помощью так называемого *sing-around*-метода [35–37]. В рамках данного метода эхо-сигнал, полученный от прохождения зондирующего импульса, повторно запускается передатчиком с частотой повторения, определяемой общим эффективным временем прохождения ультразвукового сигнала. Д. Крекрафт получил, с точностью до погрешности измерений, линейную связь между частотой повторения импульсов и напряжениями для трех типов волн, описываемых соотношениями (9): продольной и двух поперечных, поляризованных параллельно и перпендикулярно осям главных напряжений соответственно [34].

Для повышения точности измерений при исследованиях акустоупругого эффекта была разработана конструкция четырехкристального кварцевого пьезопреобразователя для поляризации поперечных волн вдоль взаимно перпендикулярных плоскостей без необходимости разгрузки и поворота датчика при проведении измерений в одной точке [38].

В работе [39] были проведены измерения скоростей продольных волн частотой 2,5 МГц и поперечных волн частотой 4,5–4,7 МГц для технически чистого алюминия (99,5 %) и меди высокой проводимости (99,9 %), а также рассчитаны константы упругости третьего порядка для данных материалов.

Важная проблема, которая была поставлена Д. Крекрафтом одним из первых, – это проблема разделения вклада напряжений от вклада преимущественной ориентации зерен материала в величину малых изменений скоростей упругих волн, однозначного решения которой нет до сих пор [40].

П. Махадеван [41], основываясь на подходе, предложенном Д. Крекрафтом [34], установил линейную связь между разницей времен распространения ортогонально поляризованных поперечных волн и частотой их поляризации в диапазоне 2–5 МГц при фиксированном давлении.

П. Салливан и Э. Пападакис [42] получили соотношение, связывающее времена прохождения волн t_x, t_y, поляризованных вдоль и поперек направления проката, с длиной акустического пути L, долей преимущественно ориентированных зерен k и скоростями поперечных волн c_x, c_y в монокристалле или зерне, ориентированных вдоль кристаллографических направлений [100] и [110]

$$t_x - t_y = Lk\left(c_y - c_x\right)\left(c_x c_y\right)^{-1}. \qquad (11)$$

Т. Токуока [43] были выведены общие фундаментальные уравнения явления акустического двулучепреломления для изотропных упругих твердых тел и изотропных вязких жидкостей в тензорном виде на основании соотношений, полученных Р. Тупиным и Б. Бернштейном [17].

Т. Токуока и Ю. Ивашимидзу [44] получили соотношения, описывающие распространение бесконечно малых волн в деформированном изотропном упругом материале, которые позволили в рамках линейной теории упругости теоретически объяснить результаты, полученные Р. Бенсоном и В. Рилсоном [13]. При помощи метода К. Пирсона [45], с использованием симметричного акустического тензора $\boldsymbol{A}$, была решена задача расчета напряжений в материале, где бесконечно малые смещения накладываются на первоначальное неоднородное деформированное состояние.

Для скоростей продольных $V_{\parallel}$ и поперечных V_{α} волн, таких что их направления совпадают с главными осями напряжений, были получены соотношения вида

$$\begin{gathered} V_{\parallel} = \left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho}\left(1+\frac{1}{\mu}\left(2t_{33}-\frac{2\lambda+\mu}{3\lambda+2\mu}t\right)+\frac{t_{33}}{\lambda+\mu}\right)\right)^{1/2}, \\ V_{\alpha} = \left(\frac{\mu}{\rho}\left(1+\frac{1}{\mu}\left(2t_{33}-\frac{2\lambda+\mu}{3\lambda+2\mu}t+t_{\alpha\alpha}\right)\right)\right)^{1/2} \quad (\alpha=1,2), \end{gathered} \qquad (12)$$

где в обозначениях работы [44] t_{11}, t_{22}, t_{33} – главные значения тензора напряжений, $t = t_{kk} = t_{11} + t_{22} + t_{33}$. В случае отсутствия напряжений скорости $V_{\parallel}, V_{\alpha}$ (12) сводятся к известному виду

$$\begin{gathered} V_{0\parallel} = \left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho_0}\right)^{1/2}, \\ V_{0\perp} = \left(\frac{\mu}{\rho_0}\right)^{1/2}. \end{gathered} \qquad (13)$$

Из работы [44] следует, что если хотя бы одна волна распространяется вдоль одной из главных осей напряжений в изотропном материале, то в этом случае разность скоростей двух поперечных ортогонально поляризованных волн будет пропорциональна разности главных значений тензора напряжений. В этом случае направления поляризации поперечных волн будут параллельны осям главных напряжений.

Для того чтобы описать акустоупругий эффект в однородно напряженных кристаллах произвольной симметрии, Т. Токуока и М. Сайто [46] получили соотношения (14)–(15), учитывающие адиабатические и изотермические модули упругости кристаллов. Внутренняя анизотропия материала была рассмотрена как доминирующая в рамках упругого диапазона деформаций, а потому анизотропия, вызванная наведенными напряжениями, рассматривалась как малое возмущение [46].

На основе уравнений для термодинамических напряжений и общих соотношений распространения волн с малой амплитудой, полученных Р. Терстоном [29] для случая линейно-упругого изотропного материала с кубической симметрией, Т. Токуока и М. Сайто [46] получили соотношение для случая распространения волн вдоль осей кристалла:

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{2\rho_0 V^0} \times$$

$$\times \left(\left(\frac{2c_{44} + c_{551}^S - c_{441}^S}{c_{11}^T - c_{12}^T} \right)^2 (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\left(1 + \frac{c_{456}^S}{c_{44}}\right)^2 \sigma_{12}^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

где $V^0 = (c_{44} / \rho_0)^{1/2}$. В соотношении (14) используются адиабатические и изотермические коэффициенты упругости, связанные с константами упругости третьего порядка $\nu_1^S, \nu_2^S, \nu_3^S$, введенными Р. Тупиным и Б. Бернштейном:

$$\begin{gathered} c_{11}^T = \lambda^T + 2\mu,\ c_{12}^T = \lambda^T,\ c_{44} = \mu, \\ c_{144}^S = \nu_2^S,\ c_{155}^S = \nu_2^S + 2\nu_3^S,\ c_{456}^S = \nu_3^S, \end{gathered} \quad (15)$$

где верхние индексы констант (15) указывают на их связь с температурой T и энтропией материала S.

В случае напряженных кристаллов разница между скоростями поперечных волн (14) складывается частично из собственной анизотропии кристалла, частично – от приложенных напряжений. Если пересчитать константы ν_2^S, ν_3^S в константы Мурнагана l, m, n, выражение (14) примет для случая изотропного материала более компактный вид:

$$\frac{V_1 - V_2}{V_0} = \frac{4\mu + n}{8\mu^2}(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (16)$$

где σ_1, σ_2 – главные напряжения; n – константа упругости Мурнагана.

Соотношение (16), полученное Т. Токуока и М. Сайто, является одним из основных в теории акустоупругости, оно также имеет название стресс-акустического закона для изотропного материала [46]. Параметр $\Delta V / V_0$ есть величина акустического двулучепреломления или «акустическая анизотропия» – термин, который будет широко использоваться в третьем разделе данной работы.

Для ряда металлов, например алюминиевых и медных сплавов, предположение, выдвинутое Т. Токуока и М. Сайто [46] относительно доминирующей роли внутренней анизотропии материала, оказывается справедливо [39]. Для иных материалов, например для различных сталей, эффект структурно обусловленной анизотропии оказывается сопоставимым по порядку величины с вкладом упругих напряжений в анизотропию материала.

Теоретическое исследование для данного случая было проведено Ю. Ивашимидзу и К. Кубомура [47] на примере задачи о распространении волн в слабо ортотропной пластине. Было показано, что направления поляризации волн в значительной степени меняются путем поворота при изменении равномерно приложенных напряжений, чего не происходит в изотропных материалах. Соотношения, полученные Ю. Ивашимидзу и К. Кубомура, включали в себя константы упругости третьего порядка, однако учет влияния ортотропии материала осуществлялся только до констант упругости второго порядка включительно [47]. Несмотря на данное упрощение, поворот осей поляризации волн, предсказанный авторами в работе [47], наблюдался ими экспериментально в серии из трех экспериментов на стальном прокате, при которых раздельно исследовались эффекты текстурно обусловленной и вызванной внешними напряжениями величины акустического двулучепреломления [48].

А. Мейцлер и А. Фитч [49] на основании соотношений Р. Тупина и Б. Бернштейна [17] получили расчетные значения константы упругости третьего порядка ν_3, констант упругости второго порядка и величины акустического двулучепреломления $\Delta V / V_0$ для двух типов кварцевого стекла, пирекса (боросиликатного стекла) и стекла Т-40. Исследования, проведенные авторами работы на образцах из кварцевого стекла, имели целью более широкое его использование при разработке высокочастотной ультразвуковой аппаратуры [49].

Н. Сю [50] была предложена новая методика измерений с использованием вращающегося датчика плоскополяризованных поперечных волн с частотой 10 МГц. Технология, основанная на измерении абсолютных скоростей волн методом перекрытия эхо-импульсов, разработанным Э. Пападакисом [51], позволила определить направления главных осей напряжений в пределах $\pm 3°$ [50]. Методика, предложенная Н. Сю, была применена для измерения напряжений при диаметральном сжатии алюминиевых дисков из промышленного проката диаметром 6,35 см и толщиной 1,9 см. Конструкция вращающегося датчика, являющегося одновременно передатчиком и приемником ультразвуковых волн, описана в работе [52].

Дж. Блинка и У. Саксе [53] применили метод ультразвуковой импульсной спектроскопии для исследования интерференции между скоростями распространения двух поперечных волн в призматических алюминиевых образцах, находящихся в условиях одноосного сжатия. Было установлено, что спектр мощности получаемого эхо-импульса обладает периодическими минимумами, частоты которых являются индикатором приложенных напряжений в металлах.

Д. Эгле и Д. Брей [54] одни из первых провели исследования акустоупругого эффекта в рельсовых сталях. Ими были получены пять различных относительных изменений скоростей упругих волн в случае одноосного напряженного состояния в соответствии с уравнениями Д. Хьюза и Дж. Келли (8)–(9) и рассчитаны константы упругости третьего порядка в соответствии с данными акустических измерений, проведенных на отрезках железнодорожных рельс [54].

В работе [55] исследовалось влияние текстуры, локализованной в поверхностном слое толщиной от 3 до

5 мм находящихся в эксплуатации рельсов и связанной с их холодной деформацией вследствие регулярного проезда вагонов и локомотивов. Было обнаружено затухание скоростей вертикально поляризованных *SV*-волн и горизонтально поляризованных *SH*-волн в поврежденном поверхностном слое на величину до 10 %. Авторами [55] было отмечено, что остаточные напряжения не могут вызывать столь значительного влияния на скорости, а потому причиной данного эффекта может являться либо неравномерная по толщине материала текстура, либо иное явление [55].

Ф. Бах и В. Аскегаард [56] на основе общей теории упругости, сформулированной Трусделлом [18], получили общие соотношения для скоростей распространения поперечных волн в твердом теле с произвольным однородным полем напряжений. Было показано, что пропорциональность между разностью главных напряжений и относительной разностью поперечных волн сохраняется в рамках общей теории как в случае двухосных, так и в случае трехосных напряжений [56]. Соотношения, полученные Ф. Бахом и В. Аскегаардом, могут быть сведены к уравнениям Д. Хьюза и Дж. Келли (8)–(9) в случае одноосных напряжений. Экспериментальные исследования трехосных напряжений, усредненных по толщине материала, были также проведены в более поздней работе Т. Люти [57] на пластинах из мелкозернистой стали.

К. Салама и К. Линг [58] исследовали влияние сжимающих упругих напряжений на температурную зависимость скоростей ультразвуковых волн в образцах из промышленного алюминия и меди. Были получены экспериментальные кривые скоростей продольных и поперечных волн частотой 10 МГц в диапазоне температур от 180 до 280 К. Было установлено, что напряжения, приложенные в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волн, оказывают большое влияние на температурные зависимости для скоростей [58].

Научным коллективом под руководством Г. Кино [59] была разработана технология сканирования и компьютерной визуализации полей напряжений с помощью двойного эхо-импульсного метода. Описание системы сканирования и визуализации подробно представлено в работе [60]. Технология предполагала измерение фазового сдвига акустических волн с помощью преобразователя, помещенного в резервуар, заполненный водой или этиленгликолем. Для нескольких типов алюминиевых и стальных одноосно напряженных панелей с центральными отверстиями и краевыми вырезами, путем проведения серии последовательных акустических измерений с помощью механической сканирующей системы, были определены константы упругости третьего порядка и построены карты неоднородных полей напряжений [61].

Р. Кинг и Г. Херманн [62] предложили способ вычисления *J*-интеграла в материале, содержащем трещину, при известных полях напряжений вблизи нее, рассчитанных по итогам измерений величины акустического двулучепреломления. Технология была апробирована на примере алюминиевых панелей с центральными и краевыми вырезами, находящихся в условиях как простого [62], так и сложного нагружения [63].

Для разделения влияния структурно обусловленной анизотропии от влияния остаточных напряжений Р. Кинг и К. Фортунко [64] предложили новый подход, в рамках которого вместо объемных волн, распространяющихся по нормали к поверхности, были получены соотношения акустоупругости для горизонтально поляризованных *SH*-волн, распространяющихся под углом к осям кристалла орторомбической симметрии. Исследовалась слабо анизотропная поликристаллическая среда, экспериментальная проверка нового подхода была проведена на образце в виде алюминиевой пластины с центральным отверстием, вокруг которого создавалось сжимающее давление [64].

Д. Хассон [65, 66] разработал теорию возмущений для описания акустоупругого эффекта в неоднородно напряженных средах как для объемных [65], так и для поверхностных волн Рэлея и Лэмба [66]. В рамках лагранжевого описания деформаций были получены соотношения для акустических волн, распространяющихся в среде со статическим однородным напряженным состоянием.

М. Янссен и Я. Зуйдема [67] разработали теорию, позволяющую связать данные акустических измерений с тензором напряжений при помощи тензора акустоупругости $\boldsymbol{k}$. С помощью преобразователя с частотой 20 МГц для алюминиевого катаного листа были получены экспериментальные значения тензора $\boldsymbol{k}$, который в общем случае является анизотропным. В работе [68] данные аналогичных исследований были сопоставлены с результатами численного анализа, проведенного для модельного образца методом конечных элементов.

К. Окада [69] получил соотношения, связывающие плоские напряжения с величиной акустического двулучепреломления применительно к ортотропным материалам. Интенсивность анизотропии и ее направление были связаны с приложенным напряжением через три независимых коэффициента m_1, m_2, m_3:

$$\tan 2\varphi = \frac{m_3(\sigma_1-\sigma_2)\sin 2\theta}{B_0 + m_1(\sigma_1+\sigma_2) + m_2(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\theta}, \tag{17}$$

где φ – угол, под которым сдвиговая волна распространяется по отношению к осям ортотропии материала; θ – угол между осями напряжений и осями ортотропии; B_0 – начальное двулучепреломление; m_1, m_2, m_3 – независимые коэффициенты, соотношения для которых приведены в [69]. Для экспериментального определения коэффициентов m_1, m_2, m_3 были проведены измерения величины акустического двулучепреломления в алюминиевых пластинах из проката, в которых наблюдалась малая ортотропия материала, при испытаниях на одноосное нагружение [70].

Кларк и Миньогна [71] обобщили теорию, разработанную Ивашимидзу и Кубомура [47], учтя ортотропию материала в константах упругости третьего порядка, и провели верификацию полученных соотношений с уравнениями К. Окада [69] путем акустических измерений при испытаниях на одноосное растяжение алюминиевых образцов, по итогам которых обе теории дали хорошее согласие с экспериментом.

В работе Х. Фукуока [72] ультразвуковые измерения были применены для исследования сварных соединений из промышленного проката. Были проведены исследования остаточных напряжений в круглой пластине из мягкой стали с концентрическим сварным швом. Измерение акустоупругих коэффициентов осуществлялось в соответствии с формулой (16) в ходе одноосных испытаний так называемых «образцов-свидетелей» размером 60×60×20 мм, изготовленных из той же заготовки, что и пластина. Исследовались образцы без закалки и с закалкой при 900 °С. Было показано, что ультразвуковые измерения величины акустического двулучепреломления $\Delta V / V_0$ чувствительны к разнице между величиной остаточных напряжений в прокатанном материале без закалки и с ней [72].

В работе [73] Х. Фукуока обобщил соотношение для акустической анизотропии $\Delta V / V_0$ (16), полученное Токуока и Сайто [46], с учетом теории, разработанной К. Окада [69]. Путем введения новых обозначений для случая, когда оси главных напряжений совпадают с направлениями осей ортотропии, было выведено соотношение для упругих деформаций материала

$$\frac{V_{T_1} - V_{T_2}}{V_{T_0}} = \alpha + C_A\left(\sigma_1 - \sigma_2\right), \tag{18}$$

где V_{T_0} – скорость поперечной волны в ненапряженном материале; V_{T_1}, V_{T_2} – скорости поперечных волн, поляризованных вдоль осей главных напряжений σ_1, σ_2; α – коэффициент текстурно обусловленной анизотропии; C_A – константа акустоупругости, определяемая в ходе испытаний на одноосное растяжение материала. Коэффициент α и константа C_A находятся следующим образом:

$$C_A = \frac{1}{2\mu}\left(1 + \frac{\nu_3}{\mu}\right), \qquad \alpha = \frac{C_{55} - C_{44}}{2\mu}, \tag{19}$$

где μ – константа упругости второго порядка; ν_3 – константа упругости третьего порядка в обозначениях Р. Тупина и Б. Бернштейна [17]; C_{44} и C_{55} – упругие константы в обозначениях Фойгта.

Уравнением Х. Фукуока (18) заканчивается этап развития классической акустоупругости, ограниченной рассмотрением чистых упругих деформаций материала. Естественным переходом к новому классу задач стало включение в рассмотрение малых пластических деформаций – об этих исследованиях пойдет речь далее.

Отдельно следует сказать об отечественных научных коллективах, работавших над изучением акустоупругого эффекта. Основные исследования связаны с именами Г.А. Буденкова [74], В.М. Бобренко [75], Л.К. Зарембо [76], С.С. Секояна [77], а также научной группой в составе А.Н. Гузя, О.И. Гущи, Ф.Г. Махорта, В.К. Лебедева и других [78, 79]. Их научные результаты подробно представлены в монографии [80], поэтому считаем необходимым сослаться на данный фундаментальный труд, опустив его краткое изложение.

3. Современное состояние исследований

Обзор современных методов, основанных на регистрации акустоупругого эффекта, представлен в работах [81, 82].

Акустоупругий эффект легко регистрируется. Линейная зависимость скорости звука от напряжений в металле, которая следует как из теории, так и из множества экспериментов, позволяет получить фактически датчик средних по длине траектории регистрируемой звуковой волны внутренних напряжений.

Главным преимуществом такого датчика является объемный эффект. В отличие от тензометров, рентгеновских и других подобных методов, измеряющих поверхностную деформацию деталей, акустоупругость позволяет измерить разность средних по толщине металла главных напряжений, что особенно ценно при обследовании промышленных объектов, в которых много оболочечных металлических элементов: сосудов под давлением, трубопроводов, корпусов машин и т.д. [82].

Имеется большое число интересных результатов в области исследования акустоупругих эффектов при распространении продольных, поперечных звуковых волн, поверхностных волн, волн Релея. Изменения скорости распространения звуковых волн оказываются связанными не только с упругими напряжениями, но и с пластическими деформациями и накопленной поврежденностью. Например, в работах [83, 84] описаны экспериментальные результаты по измерению скорости распространения волн Релея на плоских образцах из низкоуглеродистых сталей, алюминиевого сплава и нержавеющей стали. Растяжение производилось со скоростью 0,2 мм/мин при комнатной температуре. Измерялись корреляционные зависимости от средней деформации. Они существенно менялись при появлении полос локализации пластической деформации, а также менялся наклон зависимости, что дало авторам основания предположить, что интенсивное зарождение дислокаций существенно влияет на акустические ультразвуковые колебания металлов. Делается также вывод о связи скорости звука со скоростью движения дислокаций. В работах [85, 86] выделено три линейных участка зависимости скорости волны Релея от растягивающих напряжений, сделаны предположения о том, что на каждом участке наблюдаются принципиально различные механизмы деформации металлов. В работах [87–89] рассматривается распространение ультразвуковой волны в трансверсально изотропном материале, который моделирует композит. Тензор упругости записан в виде Фойгта. Тензор поврежденности $\boldsymbol{D}$ вводится как относительная вариация компонент тензора упругости C_{ij} в форме

$$D_{ij} = 1 - \frac{\delta C_{ij}}{C_{ij}}. \tag{20}$$

Появление поврежденности, таким образом, приводит, по мнению авторов, к изменению скорости звука, которое может быть зафиксировано экспериментально путем измерений на неразрушенном и разрушенном образце из композитного материала для продольных и поперечных волн. Далее считаются упругие константы и поврежденности.

В работе [90] показано, что относительное измерение скорости поверхностной волны вдоль линии напряжений линейно связано с напряжениями и в упругой и в пластической области вплоть до 20 % деформации, но степень связанности зависит от микроструктуры: чем крупнее, тем больше случайный разброс измеренных данных относительно линейной зависимости.

В [91, 92] делается сравнение полей скорости звука, вычисленных для монокристалла и поликристалла алюминия, при этом поликристалл обсчитывается с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Получено хорошее соответствие полей между собой при одинаковых деформациях.

Полученные экспериментально результаты позволили сформулировать идею метода акустоповрежденности, основанного на измерении дисперсии, диссипации и нелинейности акустических волн при прохождении ультразвуковой волны вдоль поврежденного участка металла. Теоретические основы этого метода приведены в [93–98]. Обзор и сопоставление различных акустических методов измерения напряжений на базе акустоупругости можно видеть в работе [99].

Обширные экспериментальные исследования показали, что абсолютное значение скорости звуковых волн зависит от множества факторов. Например, по данным [100], относительный наклон температурной зависимости абсолютной скорости звука продольной звуковой волны для сталей составляет около 0,0003 [1/°K], что всего лишь на один порядок величины меньше всего относительного диапазона изменения скорости звука, связанного с упругими деформациями. Еще более сильная зависимость имеется в связи с реальной ортотропностью металлического проката и поковок, возникающей как вследствие формирования направленной микроструктуры, так и вследствие наличия остаточных напряжений. Сильная зависимость затухания и других параметров распространения поверхностных волн от состояния поверхности металла, его покрытий и т.д. не позволяет широко использовать их в технической диагностике. Имеются также экспериментальные данные о значительно большей стабильности коэффициентов, связывающих скорости распространения поперечных волн с напряжениями [101, 102].

Эти и другие соображения, которые подробно обсуждаются Н.Е. Никитиной в [82], делают акустическую анизотропию простым в измерении и достаточно надежным параметром для технической диагностики. В связи с этим наш обзор посвящен части акустоупругости, связанной с использованием акустической анизотропии, несмотря на огромное количество интересных результатов в других направлениях изучения и использования акустоупругого эффекта. Вместе с тем необходимо отметить, что все перечисленные в начале раздела результаты, полученные для звуковых волн разного вида, в конечном итоге проявляются при измерениях акустической анизотропии.

Несмотря на разработанную теорию акустоупругого эффекта, в течение десятилетий не было широкого практического применения акустической анизотропии для измерения напряжений и деформаций. Это было связано как с влиянием так называемой «начальной анизотропности», присущей всему металлопрокату, так и с влиянием пластических деформаций на акустоупругий эффект в целом и акустическую анизотропию в частности.

На нелинейность такого влияния указывали экспериментальные данные [82]. В работе [103] М. Кобаяши рассмотрел теоретически задачу о распространении продольных и поперечных звуковых волн в комбинированном нелинейно-упругопластическом материале с нелинейно-упругой частью, соответствующей материалу Мурнагана в упругой области, и с образованием точечных дефектов и упрочнением в пластической области. Рассматривается напряженное состояние в плоском слое сплошной среды с одинаковыми по толщине пластины (траектории распространения звуковой волны) напряжениями. Напряжения и деформации делятся М. Кобаяши на упругие ε_{ij}^{e} и пластические $\left[\varepsilon_{ij}^{p}\right]$:

$$\begin{gathered} \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \left[\varepsilon_{ij}^{p}\right], \\ \left[\varepsilon_{ij}^{p}\right] = \int_{0}^{\varepsilon_{ij}^{p}} \left(1 - \mathbf{1}\left(\bar{\varepsilon}^{p} - \bar{\varepsilon}_{th}^{p}\right)\right) d\bar{\varepsilon}_{ij}^{p}, \end{gathered} \tag{21}$$

где $\bar{\varepsilon}^{p}$ – эквивалентная пластическая деформация; $\bar{\varepsilon}_{th}^{p}$ – пороговая пластическая деформация; $\mathbf{1}()$ – операторная единица Хэвисайда.

Для пластических деформаций $\bar{\varepsilon}^{p}$ и концентрации точечных дефектов C_v эквивалентные напряжения $\bar{\sigma}$

$$\begin{gathered} \bar{\sigma} = \bar{\sigma}\left(\bar{\varepsilon}^{p}, C_v\right), \\ d\bar{\sigma} = H d\bar{\varepsilon}^{p} + K dC_v, \end{gathered} \tag{22}$$

где H и K – константы. В работе получены нелинейные зависимости скоростей взаимно перпендикулярно поляризованных поперечных волн v_1, v_2 от разности главных напряжений, разности главных пластических $\overline{\varepsilon}^p$ деформаций и начальных деформаций вдоль главных осей тензора деформации. В работе [104] М. Кобаяши приводит экспериментальные данные, полученные на образцах из алюминиевого проката. Отдельно рассматривается «совместный эффект» от нелинейной связи с начальной анизотропией. В диапазоне пластических деформаций до 1 % для отожженных перед механическим нагружением образцов получено хорошее соответствие с теоретическими формулами, но не показано адекватное совпадение с экспериментом на не отожженном образце [105].

В более поздней работе [106] М. Кобаяши изменил формулу для подсчета компонент тензора пластической деформации на экспоненциальную:

$$\left[\varepsilon_{ij}^p\right] = \int_0^{\varepsilon_{ij}^p} \frac{1}{2}(1 - \mathrm{th}\left(\left(\overline{\varepsilon}^p - \overline{\varepsilon}_{th}^p\right)/\beta\right) d\overline{\varepsilon}_{ij}^p, \qquad (23)$$

где β – скорость распространения неоднородной пластической деформации. Такая замена позволила адекватно описать экспериментальную зависимость акустической анизотропии от деформации в отожженном и не отожженном алюминиевом образце (экспериментальные результаты см. в работе [107]).

В работе [108] М. Кобаяши применил формулы, полученные в работе [106], к монокристаллу алюминия с целью выяснить влияние возникновения точечных дефектов на акустическую анизотропию. Были изготовлены специальные образцы для двухосной деформации. К сожалению, поля акустической анизотропии или ее зависимости, сопоставленные с экспериментом, не приведены в работе, но сделан вывод об адекватности теории и возможности предсказания образования шейки по тому, возрастает или убывает скорость звука при росте деформации.

Эти результаты получены при уровне пластической деформации порядка 1 % на образцах из алюминиевого сплава, который хорошо описывается как материал с линейным упрочнением. Для всех остальных случаев проблема взаимного влияния напряжений, пластических деформаций и начальной анизотропии до сих пор не решена, и это существенно ограничивает практическое использование акустоупругости для измерения механических напряжений в металлах. Соответствующий стандарт [109] ограничивает применение акустической тензометрии трубных сталей упругой областью.

Вместе с тем теория и эксперимент в области измерений акустической анизотропии постепенно развивались.

В работе [47] для слабоанизотропного материала предлагается ввести малые добавки к константам упругости второго и третьего порядка C'_{ij}, C'_{ijkm}, которые в условиях $C'_{ij}/\mu \ll 1$, $C'_{ijkm}/\upsilon_n \ll 1$ дают аддитивную добавку в величину акустической анизотропии. Здесь μ – модуль Ламе; υ_n – константы третьего порядка для «изотропной части» материала, связанные с константами Мурнагана. Получена общая формула, связывающая акустическую анизотропию с главными напряжениями и величинами C'_{ij}, C'_{ijkm}, которая слишком громоздка для ее полного указания в этом обзоре и включает акустическую анизотропию, связанную со слабой анизотропностью материала, как аддитивное слагаемое:

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \alpha_0 + C_A\left(\sigma_1 - \sigma_2\right). \qquad (24)$$

В статье [110] описаны результаты применения формулы (24) к алюминиевым образцам при циклах сжатия-растяжения до пластического течения. Показано, что C_A не меняется, но разброс результатов измерений относительно прямой возрастает с числом циклов.

В работе [111] начальная анизотропия вычислена теоретически в материале с кубической решеткой с помощью текстурных коэффициентов Рое [112].

В работе [113] рассмотрен упругопластический материал с коэффициентом упрочнения k, деформации разделены на упругую и пластическую части $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$, в предположении, что связанные с акустическими колебаниями перемещения являются малыми и упругими и дают аддитивную добавку к свободной энергии. Получены формулы для скоростей v_1, v_2 распространения поперечных волн, поляризованных вдоль главных осей тензора деформации. Из этих формул следует, что

$$\rho_0(v_1^2 - v_2^2) = \alpha_2\left(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}\right) + {}^3\!/_2\,\beta_3\left(\varepsilon_{11}^e - \varepsilon_{22}^e\right), \qquad (25)$$

где α_2 и β_3 – параметры, являющиеся функциями пластических деформаций и работы по упрочнению материала. В случае упругого материала $\alpha_2 = \mu$, $\beta_3 = 4\upsilon_3/3$.

В [114] предлагается разделять акустическую анизотропию на индуцированную напряжениями и начальную (связанную с текстурой) путем вычисления коэффициентов зависимости

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \alpha_0 + K_1\sigma_1 + K_2\sigma_2 + K_3\sigma_3. \qquad (26)$$

В работе [115] учитываются начальные деформации металла, рассматривается слабо анизотропный нелинейно-упругий материал и выводится формула для начальной или текстурно обусловленной анизотропии в слабо анизотропном материале:

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{c_{44} - c_{55}}{\rho_0 v_0} + \left(1 + \frac{\upsilon_3}{\mu}\right)\left(\varepsilon_2^i - \varepsilon_1^i\right), \qquad (27)$$

где c_{44}, c_{55} – компоненты тензора упругости в форме Фойгта; ε_1^i, ε_2^i – главные начальные (до начала нагружения) деформации, которые могут быть связаны с остаточными напряжениями.

Основополагающей для практического использования акустоупругости, безусловно, является работа Ю. Пао [116]. Ссылаясь на работу [113], а также некоторые публикации на японском языке и в научных отчетах, Пао предлагает модификацию формулы (25) в виде

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \alpha_0 + \alpha_1\left(\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_{22}^p\right) + C_A\left(\sigma_1 - \sigma_2\right), \tag{28}$$

где α_0, α_1, C_A – коэффициенты; σ_1, σ_2 – главные напряжения. Формула получена путем разложения в степенной ряд в предположении малости $\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_{22}^p$. Она верифицирована экспериментально на отоженных алюминиевых призматических балках при четырехточечном изгибе при максимальном уровне пластических деформаций порядка 1 %. Константы α_0, α_1, C_A определялись экспериментальным путем. В более поздней работе [103] М. Кобаяши выводит формулы, позволяющие обосновать (28) для случая слабой начальной анизотропии и малых пластических деформаций.

В [117, 118] Ю. Пао предложил обобщение его первых работ [115, 116]. С использованием модели упругопластического материала с упрочнением в формуле (28) все коэффициенты вычислены через константы упругости разных порядков и описаны экспериментальные исследования, подтверждающие различные аспекты теории и формулу (28). Эксперимент позволил измерить пластические деформации и первоначальную анизотропию материала, которые были вычислены методом подгонки формулы (28) к экспериментальной зависимости акустической анизотропии от приложенных к образцам механических напряжений.

Необходимо отметить, что первые теоретические работы, посвященные связи акустической анизотропии с начальными деформациями, пластическими деформациями и напряжениями, были опубликованы Ю. Пао и М. Кобаяши в середине 80-х гг. XX в., тогда как последние обобщающие работы – через 25–30 лет. Все это время происходило интенсивное тестирование и адаптация метода акустоупругости для акустической тензометрии и акустической диагностики. Особая роль здесь принадлежит отечественным ученым, лично Н.Е. Никитиной, которая является автором множества прикладных работ и энциклопедии по практическому применению методов акустоупругости [82]. С ее участием был разработан отечественный стандарт [109] акустической тензометрии, разработано серийное промышленное оборудование для измерения напряжений в металлах.

Стандарт [109] касается акустического метода определения одноосных и двухосных механических напряжений первого рода в стенках трубопроводов при деформировании их в упругой области. Для определения скорости звука используется эхо ультразвукового импульса, отраженное от противоположной стенки трубы. Стандарт задает следующую общую формулу (29) для определения напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= K_1^{\parallel}\left(\frac{t_{01}t_3}{t_{03}t_1} - 1\right) - K_2\left(\frac{t_{02}t_3}{t_{03}t_2} - 1\right), \\ \sigma_\tau &= K_1^{\perp}\left(\frac{t_{02}t_3}{t_{03}t_2} - 1\right) - K_2\left(\frac{t_{01}t_3}{t_{03}t_1} - 1\right), \end{aligned} \tag{29}$$

где σ_z – напряжения вдоль оси трубы; σ_τ – тангенсальные напряжения; $K_1^{\parallel}$, K_2, $K_1^{\perp}$ – коэффициенты акустоупругой связи (КАУС), определяемые экспериментально для данного типа (партии) металла; t_1 – задержка под нагрузкой отраженного импульса упругой звуковой волны, поляризованной вдоль оси трубы; t_2 – задержка под нагрузкой отраженного импульса упругой звуковой волны, поляризованной в окружном направлении; t_3 – задержка под нагрузкой отраженного импульса упругой звуковой продольной волны. Индекс 0 означает, что соответствующие задержки измеряются на образцах-свидетелях либо, если это возможно, в разгруженном состоянии трубопровода.

Ниже приводим краткий перечень основных прикладных результатов, касающихся измерения и использования акустической анизотропии.

В работах [119, 120] описаны результаты измерения акустической анизотропии в рельсах и колесах вагонных тележек. Показано, что при малой начальной текстурной анизотропии, характерной для рельсовой стали, имеется хорошая корреляция между величиной акустической анизотропии и внешней нагрузкой, а также начальной акустической анизотропией и остаточными напряжениями, определенными разными независимыми методами. Также показано, что способы обработки железнодорожных колес существенно влияют на результаты измерения остаточных напряжений.

В работе [121] проведено сравнение двух способов измерения напряжений на пластинах и на тонких балках. Сравнивались измерения акустической анизотропии и скорости распространения поверхностных волн вдоль балок. Установлено, что с точностью, более чем достаточной для измерения напряжений, близких по порядку величины к пределу прочности металла, оба метода дают возможность определить внутренние напряжения.

В работе [122] приводятся результаты испытаний нового 12-точечного датчика акустической анизотропии, который применен для определения напряжений в мостовых соединениях. Показана адекватность измерений в упругой области.

В работе [123] приведены данные о том, что после отжига стенок трубного проката акустическая анизотропия уменьшается до нуля.

В работе [124] приведены результаты измерения акустической анизотропии в деформируемых в прессе образцах из кости. Экспериментально получено хорошее линейное соответствие величин деформации и акустической анизотропии костей.

В работе [125] описаны опыты по определению с помощью акустической анизотропии напряжений в пластинах из плексигласа.

В серии работ [126–132] описаны результаты экспериментального исследования акустоупругости деревянных образцов, сделан вывод о линейной связи акустической анизотропии и главных напряжений. В работе [132] построены угловые диаграммы зависимости величины акустической анизотропии для деревянных образцов.

В работах [133, 134] теоретически и экспериментально построены зависимости разности скоростей поперечной волны от угла поляризации относительно главных напряжений и угла между векторами поляризации. Использованы образцы из медного листового проката со слабой начальной анизотропностью. Получено хорошее согласие расчетов с экспериментом.

В работе [135] обсуждается возможность контроля лопаток компрессоров. Измерена начальная акустическая анизотропия в различных лопатках, сделан вывод, что по ее изменению вдоль пера лопатки можно судить о степени усталости металла. В работе [136] измерено распределение акустической анизотропии вдоль пера лопатки газотурбинного двигателя на разных фазах ее производства и ремонта, сделаны выводы об изменениях акустической анизотропии в процессе технологической обработки лопаток. Важным моментом в этих работах является то, что измерения были проведены на криволинейных поверхностях в пере лопатки, которая является криволинейной балкой переменной толщины. Теория для этого случая еще не написана.

В работе [137] для трубных сталей рассчитаны и определены экспериментально КАУС, сделан вывод о том, что в образцах из трубной стали они не зависят от ориентации главных осей напряжений относительно направления проката.

В работах [138, 139] описаны результаты экспериментов по определению напряжений в стенках действующих трубопроводов.

В работе [140] авторы приводят данные по использованию дистанционного электромагнитного датчика акустической анизотропии для измерения скорости поперечной волны в стальных образцах из трех хромистых сталей. Образцы подвергаются одноосному растяжению. Показано, что относительные изменения скорости поперечной волны до и после нагружения линейно коррелированы с величиной напряжений. Получены акустоупругие коэффициенты для этих сталей. В работе [141] описаны результаты определения остаточных напряжений в вагонных колесах по величине акустической анизотропии, измеренной бесконтактным электромагнитным датчиком.

В работах [94, 95] выявлена корреляция величины акустической анизотропии с характерным размером микроструктуры металла при исследовании пера лопатки турбокомпрессора.

Таким образом, в результате комплексных научных исследований создана необходимая научная, нормативная и приборная база для акустической тензометрии на базе измерений акустической анизотропии в области упругих деформаций при наличии начальной структурно обусловленной анизотропии и пластических деформаций. Важной особенностью, отраженной в стандарте [109], является малость всех слагаемых формулы (28). Как правило, речь идет об ограничениях 1–2 % на каждое из них при величине пластических деформаций до 1 %.

Постепенно в литературе накапливаются экспериментальные данные о влиянии на анизотропию больших пластических деформаций и поврежденности, связанной с накоплением дефектов структуры металла под нагрузкой.

В работе [142] приводятся экспериментальные данные исследования изменений акустической анизотропии в плоских стальных образцах при циклическом одноосном нагружении. Экспериментально обнаружено, что при исчерпании ресурса перед разрушением величина акустической анизотропии резко изменяется на незначительном числе циклов нагрузки.

В работе [143] представлены результаты исследования акустическим методом разрушения сварных соединений из сталей 09Г2С, 12ГС, 14ХГС при статическом нагружении на стадии накопления микроповреждений до образования макротрещины. Исследования показали монотонную зависимость параметра акустической анизотропии от величины пластической деформации, что позволяет оценить ее значение акустическим методом. Показана возможность оценки размеров зоны термического влияния сварного шва и его структурного состояния по данным акустических измерений. В работе [144] приводятся данные о влиянии отрицательных температур и поврежденности на акустическую анизотропию плоских образцов из сплава АМг6.

В работах [145, 146] приведены экспериментальные результаты по измерению акустической анизотропии вдоль разрушенных в процессе одноосного растяжения образцов из стального проката. Получена немонотонная зависимость величины акустической анизотропии от величины остаточной локальной пластической деформации, что не согласуется с формулой (28), которая, таким образом, принципиально не может быть использована при пластических деформациях порядка 5–10 %. В работах [147, 148] приведены результаты измерений полей акустической анизотропии плоских образцов из алюминиевого и стального проката с известной начальной анизотропией, концентраторами напряжений при их нагружении вплоть до разрушения. Методом конечных элементов вычислены поля пластической деформации. Сопоставление экспериментальных полей акустической анизотропии и расчетных полей пластической деформации показывает, что в случае больших пластических деформаций и начальной анизотропии порядка 0,2–0,5 % наблюдается монотонная зависимость между акустической анизотропией и нормой пластической деформации. В работе [149] приводятся результаты испытаний на одноосное растяжение плоских образцов из алюминиевого проката. Измерение полей акустической анизотропии на поверхности рабочей части образцов при различных нагрузках показывает, что имеется монотонная зависимость между величиной локальной пластической деформации и величиной акустической анизотропии. Таким образом, наблюдаемая ранее немонотонность распределения акустической анизотропии связана с локализацией пластических деформаций в образцах.

В работах [150, 151] описаны результаты исследования стальных образцов, насыщенных водородом в коррозионном растворе. Установлена монотонная корреляция между временем насыщения, параметрами водородного растрескивания и акустической анизотропией. Таким образом, показана возможность использования акустической анизотропии для определения зон водородного растрескивания.

В работе [152] немонотонные распределения акустической анизотропии в плоских образцах, разрушенных при одноосном нагружении, аппроксимированы с помощью модели материала с анизотропной поврежденностью. В условиях линейной аппроксимации (малых поврежденностей) получена новая формула (30), связывающая главные компоненты тензора поврежденности D_1, D_2 с акустической анизотропией:

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{D_1 - D_2}{4}. \tag{30}$$

Таким образом, значения акустической анизотропии позволяют вычислять величину компонент тензора поврежденности.

В работе [153] описаны опыты с плоскими образами из алюминиевого проката. После измерений начальной анизотропии производилось механическое одноосное растяжение образцов вплоть до разрушения. После разгрузки выполнялось повторное измерение полей акустической анизотропии, потом производилась ручная шлифовка поверхности и новое измерение полей акустической анизотропии. Экспериментально обнаружен поверхностный эффект акустической анизотропии, связанный с пластическими деформациями. Установлено, что удаление путем шлифования слоев металла приводит к разнонаправленным изменениям полей акустической анизотропии. Удаление слоя толщиной порядка размеров внутреннего зерна возвращает значения акустической анизотропии к первоначальным, инициирующим. Аппроксимация металла образцов с помощью модели материала с ортотропной неоднородной поврежденностью позволяет получить формулы (31), связывающие значения компонент D_1, D_2, D_3 тензора поврежденности в поверхностном слое, плотность металла ρ_0, упругие модули Ламе λ, μ материала и скорости продольной v_L и двух ортогональных поперечных волн v_1, v_2:

$$\begin{gathered} D_1 = 1 - \left(\frac{2\mu}{\rho_0 v_1^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0 v_L^2} \right)^{-1}, \\ D_2 = 1 - \left(\frac{2\mu}{\rho_0 v_2^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0 v_L^2} \right)^{-1}, \\ D_3 = 1 - \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0 v_L^2} \right)^{-1}. \end{gathered} \tag{31}$$

Таким образом, метод акустоповрежденности, предложенный в работах Н.Е. Никитиной и В.И. Ерофеева, может быть расширен на акустическую анизотропию, измерения которой с помощью стандартного промышленного оборудования позволяют вычислять конкретные величины компонент тензора поврежденности металла и их объемное распределение в прокате.

Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-18-50231.

Acknowledgment

The reported study was funded by Russian Foundation for Basic Research, project number 19-18-50231.

Библиографический список

1. Green G. An Essay on the Determination of the Exterior and Interior attractions of Ellipsoids of Variable Densities // Mathematical Papers of George Green. – New York, Chelsea, 1828.

2. Brillouin L. Sur les tensions de radiation // Annales de Physique. – 1925. – Vol. 10, no. 4. – P. 528–586.

3. Murnaghan F.D. Finite deformations of an elastic solid // American Journal of Mathematics. – 1937. – Vol. 59, no. 2. – P. 235–260.

4. Bridgman P.W. The effect of pressure on the rigidity of several metals // Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. – American Academy of Arts & Sciences. – 1929. – Vol. 64, no. 3. – P. 39–49.

5. Bridgman P.W. The pressure-volume-temperature relations of fifteen liquids // Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. – American Academy of Arts & Sciences. – 1933. – Vol. 68, no. 1. – P. 1–25.

6. Bridgman P.W. The Compression of 39 Substances to 100,000 Kg/Cm // Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. – American Academy of Arts & Sciences. – 1948. – Vol. 76, no. 3. – P. 55–70.

7. Birch F., Bancroft D. The effect of pressure on the rigidity of rocks. I // The Journal of Geology. – 1938. – Vol. 46, no. 1. – P. 59–87.

8. Biot M.A. XLIII. Non-linear theory of elasticity and the linearized case for a body under initial stress // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. – 1939. – Vol. 27, no. 183. – P. 468–489.

9. Biot M.A. The influence of initial stress on elastic waves // Journal of Applied Physics. – 1940. – Vol. 11, no. 8. – P. 522–530.

10. Lazarus D. The Variation of the Adiabatic Elastic Constants of KCl, NaCl, CuZn, Cu, and Al with Pressure to 10,000 Bars // Physical Review. – 1949. – Vol. 76, no. 4. – P. 545–553.

11. Hughes D.S., Kelly J.L. Second-order elastic deformation of solids // Physical Review. – 1953. – Vol. 92, no. 5. – P. 1145–1149.

12. Bergman R. H., Shahbender R. A. Effect of statically applied stresses on the velocity of propagation of ultrasonic waves // Journal of Applied Physics. – 1958. – Vol. 29, no. 12. – P. 1736–1738.

13. Benson R.W., Raelson V.J. Acoustoelasticity // Prod. Eng. – 1959. – Vol. 30, no. 29. – P. 56–59.

14. Frocht M.M. Photoelasticity. – J. Wiley, 1946. – 428 p.

15. Benson R.W., Raelson V.J. Method and apparatus for stress analysis: U.S. Patent No. 3101608 США. – 1963.

16. Seeger A., Buck O. Die experimentelle Ermittlung der elastischen Konstanten höherer Ordnung // Zeitschrift für Naturforschung A. – 1960. – Vol. 15, no. 12. – P. 1056–1067.

17. Toupin R.A., Bernstein B. Sound waves in deformed perfectly elastic materials. Acoustoelastic effect // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1961. – Vol. 33, no. 2. – P. 216–225.

18. Truesdell C. General and exact theory of waves in finite elastic strain // Archive for rational mechanics and analysis. – 1961. – Vol. 8, no. 1. – P. 263–296.

19. Bateman T., Mason W.P., McSkimin H.J. Third-order elastic moduli of germanium // Journal of Applied Physics. – 1961. – Vol. 32, no. 5. – P. 928–936.

20. McSkimin H.J., Andreatch Jr.P. Measurement of third-order moduli of silicon and germanium // Journal of Applied Physics. – 1964. – Vol. 35, no. 11. – P. 3312–3319.

21. Hayes M., Rivlin R.S. Surface waves in deformed elastic materials // Archive for Rational Mechanics and Analysis. – 1961. – Vol. 8, no. 1. – P. 358–380.

22. Sensitivity of ultrasonic attenuation and velocity changes to plastic deformation and recovery in aluminum / A. Hikata, R. Truell, A. Granato, B. Chick, K. Lücke // Journal of Applied Physics. – 1956. – Vol. 27, no. 4. – P. 396–404.

23. Ultrasonic attenuation and velocity data on aluminum single crystals as a function of deformation and orientation / A. Hikata, B. Chick, C. Elbaum, R. Truell // Acta Metallurgica. – 1962. – Vol. 10, no. 4. – P. 423–429.

24. Jones G.L., Kobett D.R. Interaction of elastic waves in an isotropic solid // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1963. – Vol. 35, no. 1. – P. 5–10.

25. Gol'dberg Z.A. Interaction of plane longitudinal and transverse elastic waves // Sov. Phys. Acoust. – 1961. – Vol. 6, no. 3. – P. 306–310.

26. Landau L.D., Lifshitz E.M. Course of Theoretical Physics Vol 7: Theory and Elasticity. – Pergamon press, 1959.

27. Einspruch N.G., Manning R.J. Third-Order Elastic Moduli of Anisotropic Solids // Journal of Applied Physics. – 1964. – Vol. 35, no. 3. – P. 560–567.

28. Thurston R.N. Effective elastic coefficients for wave propagation in crystals under stress // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1965. – Vol. 37, no. 2. – P. 348–356.

29. Thurston R.N. Wave propagation in fluids and normal solids // Physical Acoustics. – Academic Press, 1964. – P. 1–110.

30. Thurston R.N., McSkimin H.J., Andreatch Jr.P. Third-order elastic coefficients of quartz // Journal of Applied Physics. – 1966. – Vol. 37, no. 1. – P. 267–275.

31. Thurston R.N., Brugger K. Third-order elastic constants and the velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media // Physical Review. – 1964. – Vol. 133, no. 6A. – P. A1604.

32. Smith R.T. Stress-induced anisotropy in solids–the acoustoelastic effect // Ultrasonics. – 1963. – Vol. 1, no. 3. – P. 135–147.

33. Smith R.T., Stern R., Stephens R.W.B. Third-Order Elastic Moduli of Polycrystalline Metals from Ultrasonic Velocity Measurements // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1966. – Vol. 40, no. 5. – P. 1002–1008.

34. Crecraft D. I. Ultrasonic wave velocities in stressed nickel steel // Nature. – 1962. – Vol. 195, no. 4847. – P. 1193–1194.

35. Cedrone N. P., Curran D. R. Electronic pulse method for measuring the velocity of sound in liquids and solids // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1954. – Vol. 26, no. 6. – P. 963–966.

36. Myers A., Mackinnon L., Hoare F.E. Modifications to standard pulse techniques for ultrasonic velocity measurements // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1959. – Vol. 31, no. 2. – P. 161–162.

37. Forgacs R.L. Improvements in the Sing-Around Technique for Ultrasonic Velocity Measurements // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1960. – Vol. 32, no. 12. – P. 1697–1698.

38. Crecraft D.I. Launching ultrasonic shear waves into solids at normal incidence by pressure coupling // Journal of Sound and Vibration. – 1964. – Vol. 1, no. 4. – P. 381–387.

39. Crecraft D.I. The use of ultrasonics in stress analysis // Strain. – 1965. – Vol. 1, no. 4. – P. 4–8.

40. Crecraft D.I. The measurement of applied and residual stresses in metals using ultrasonic waves // Journal of Sound and Vibration. – 1967. – Vol. 5, no. 1. – P. 173–192.

41. Mahadevan P. Effect of frequency on texture-induced ultrasonic wave birefringence in metals // Nature. – 1966. – Vol. 211, no. 5049. – P. 621–622.

42. Sullivan P.F., Papadakis E.P. Ultrasonic double refraction in worked metals // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1961. – Vol. 33, no. 11. – P. 1622–1624.

43. Tokuoka T. Mechanical foundations of birefringence of elastic media and viscous media // International Journal of Engineering Science. – 1966. – Vol. 4. – No. 1. – pp. 23-40.

44. Tatsuo T., Yukio I. Acoustical birefringence of ultrasonic waves in deformed isotropic elastic materials // International Journal of Solids and Structures. – 1968. – Vol. 4, no. 3. – P. 383–389.

45. Pearson C.E. General theory of elastic stability // Quarterly of Applied Mathematics. – 1956. – Vol. 14, no. 2. – P. 133–144.

46. Tokuoka T., Saito M. Elastic wave propagations and acoustical birefringence in stressed crystals // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1969. – Vol. 45, no. 5. – P. 1241–1246.

47. Iwashimizu Y., Kubomura K. Stress-induced rotation of polarization directions of elastic waves in slightly anisotropic materials // International Journal of Solids and Structures. – 1973. – Vol. 9, no. 1. – P. 99–114.

48. Imanishi E., Sasabe M., Iwashimizu Y. Experimental study on acoustical birefringence in stressed and slightly anisotropic materials // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1982. – Vol. 71, no. 3. – P. 565–572.

49. Meitzler A.H., Fitch A.H. Acoustoelastic Effect in Vitreous Silica, Pyrex, and T-40 Glass // Journal of Applied Physics. – 1969. – Vol. 40, no. 4. – P. 1614–1621.

50. Hsu N.N. Acoustical birefringence and the use of ultrasonic waves for experimental stress analysis // Experimental Mechanics. – 1974. – Vol. 14, no. 5. – P. 169–176.

51. Papadakis E.P. Ultrasonic phase velocity by the pulse-echo-overlap method incorporating diffraction phase corrections // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1967. – Vol. 42, no. 5. – P. 1045–1051.

52. Hsu N.N., Sachse W. Generation and detection of plane-polarized ultrasound with a rotatable transducer // Review of Scientific Instruments. – 1975. – Vol. 46, no. 7. – P. 923–926.

53. Blinka J., Sachse W. Application of ultrasonic-pulse-spectroscopy measurements to experimental stress analysis // Experimental Mechanics. – 1976. – Vol. 16, no. 12. – P. 448–453.

54. Egle D.M., Bray D.E. Measurement of acoustoelastic and third-order elastic constants for rail steel // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1976. – Vol. 60, no. 3. – P. 741–744.

55. Bray D.E., Egle D.M. Ultrasonic studies of anisotropy in cold-worked layer of used rail // Metal Science. – 1981. – Vol. 15, no. 11–12. – P. 574–582.

56. Bach F., Askegaard V. General stress-velocity expressions in acoustoelasticity // Experimental Mechanics. – 1979. – Vol. 19, no. 2. – P. 69–75.

57. Lüthi T. Determination of biaxial and triaxial stress distributions using ultrasonics // NDT international. – 1990. – Vol. 23, no. 6. – P. 351–356.

58. Salama K., Ling C.K. The effect of stress on the temperature dependence of ultrasonic velocity // Journal of Applied Physics. – 1980. – Vol. 51, no. 3. – P. 1505–1509.

59. Acoustoelastic imaging of stress fields / G.S. Kino [et al.] // Journal of Applied Physics. – 1979. – Vol. 50, no. 4. – P. 2607–2613.

60. Ilić D.B., Kino G.S., Selfridge A.R. Computer-controlled system for measuring two-dimensional acoustic velocity fields // Review of Scientific Instruments. – 1979. – Vol. 50, no. 12. – P. 1527–1531.

61. Acoustic measurements of stress fields and microstructure / G.S. Kino [et al.] // Journal of nondestructive evaluation. – 1980. – Vol. 1, no. 1. – P. 67–77.

62. King R.B., Herrmann G., Kino G.S. Use of stress measurements with ultrasonics for nondestructive evaluation of the J integral // Engineering Fracture Mechanics. – 1981. – Vol. 15, no. 1-2. – P. 77–86.

63. King R.B., Herrmann G. Acoustoelastic determination of forces on a crack in mixed-mode loading // J. Appl. Mech. – 1983. – Vol. 50, no.2. – P. 379–382.

64. King R.B., Fortunko C.M. Determination of in-plane residual stress states in plates using horizontally polarized shear waves // Journal of Applied Physics. – 1983. – Vol. 54, no. 6. – P. 3027–3035.

65. Husson D., Kino G.S. A perturbation theory for acoustoelastic effects //Journal of Applied Physics. – 1982. – Vol. 53, no. 11. – P. 7250–7258.

66. Husson D. A perturbation theory for the acoustoelastic effect of surface waves //Journal of applied physics. – 1985. – Vol. 57, no. 5. – P. 1562–1568.

67. Janssen M. Evaluation of an applied plane-stress tensor distribution using ultrasonic shear waves // Experimental mechanics. – 1988. – Vol. 28, no. 3. – P. 226–231.

68. Janssen M., Zuidema J. An acoustoelastic determination of the stress tensor in textured metal sheets using the birefringency of ultrasonic shear waves // Journal of Nondestructive Evaluation. – 1985. – Vol. 5, no. 1. – P. 45–52.

69. Okada K. Stress-acoustic relations for stress measurement by ultrasonic technique //Journal of the Acoustical Society of Japan (E). – 1980. – Vol. 1, no. 3. – P. 193–200.

70. Okada K. Acoustoelastic determination of stress in slightly orthotropic materials // Experimental Mechanics. – 1981. – Vol. 21, no. 12. – P. 461–466.

71. Clark A.V., Mignogna R.B. A comparison of two theories of acoustoelasticity // Ultrasonics. – 1983. – Vol. 21, no. 5. – P. 217–225.

72. Fukuoka H., Toda H., Yamane T. Acoustoelastic stress analysis of residual stress in a patch-welded disk //Experimental Mechanics. – 1978. – Vol. 18. – No. 7. – pp. 277-280.

73. Fukuoka H., Toda H., Naka H. Nondestructive residual-stress measurement in a wide-flanged rolled beam by acoustoelasticity // Experimental Mechanics. – 1983. – Vol. 23, no. 1. – P. 120–128.

74. Budenkov G.A., Kviatkovskii V.N., Petrov I.V. Electromagnetic-acoustic transducers for the oblique-entry radiation of ultrasound // SvJNT. – 1974. – Vol. 10, no. 1. – P. 38–44.

75. Bobrenko V.M., Kutsenko A.N., Lesnikov V.P. Elastic waves in a solid subjected to shear deformation //Soviet Applied Mechanics. – 1990. – Vol. 26, no. 1. – P. 67–71.

76. Zarembo L.K., Krasil'nikov V.A., Shkol'nik I.E. Nonlinear acoustics in a problem of diagnosing the strength of solids // Strength of Materials. – 1989. – Vol. 21, no. 11. – P. 1544–1551.

77. Subbotina E.K., Sekoyan S.S. Truesdell hyperelasticity criterion and characteristics of acoustoelasticity of certain structural materials //Soviet Applied Mechanics. – 1984. – Vol. 20, no. 2. – P. 177–181.

78. Validation of the theory on the basis of which initial stresses in polycrystalline bodies are determined by the ultrasonic method / F.G. Makhort [et al.] // Soviet Applied Mechanics. – 1971. – Vol. 7, no. 12. – P. 1305–1310.

79. Znova V.A., Makhort F.G., Gushcha O. I. Stress determination by the ultrasonic method in bodies with initial property anisotropy // Soviet Applied Mechanics. – 1986. – Vol. 22, no. 10. – P. 966–970.

80. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г., Гуща О.И. Введение в акустоупругость. – Киев: Наукова думка, 1977. – 148 с.

81. Mechanical strength evaluation of elastic materials by multiphysical nondestructive methods: a review / H. Huan [et al.] // Applied Sciences. – 2020. – Vol. 10, no. 5. – P. 1588.

82. Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. – Н. Новгород: ТАЛАМ. – 2005. – 208с.

83. Ultrasound estimation of nonuniform plastic strains in metals / A.G. Lunev [et al.] // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2017. – Vol. 1909, no. 1. – P. 020121.

84. Semukhin B.S., Zuev L.B., Bushmeleva K.I. The velocity of ultrasound in low-carbon steel deformed at the low yield limit // Journal of applied mechanics and technical physics. – 2000. – Vol. 41, no. 3. – P. 556–559.

85. Zuev L.B., Semukhin B.S., Lunev A.G. Possibility of evaluation of strength of metals and alloys by a nonintrusive ultrasonic method // Journal of applied mechanics and technical physics. – 2002. – Vol. 43, no. 1. – P. 168–170.

86. Acoustic evaluation of the endurance of steel specimens and recovery of their serviceability / L.B. Zuev [et al.] // Journal of applied mechanics and technical physics. – 1998. – Vol. 39, no. 4. – P. 639–641.

87. Castellano A., Fraddosio A., Piccioni M.D. Quantitative analysis of QSI and LVI damage in GFRP unidirectional composite laminates by a new ultrasonic approach // Composites Part B: Engineering. – 2018. – Vol. 151. – P. 106–117.

88. Castellano A. et al. Mechanical characterization of CFRP composites by ultrasonic immersion tests: Experimental and numerical approaches // Composites Part B: Engineering. – 2014. – Vol. 66. – P. 299–310.

89. Castellano A., Fraddosio A., Piccioni M.D. Ultrasonic goniometric immersion tests for the characterization of fatigue post-LVI damage induced anisotropy superimposed to the constitutive anisotropy of polymer composites // Composites Part B: Engineering. – 2017. – Vol. 116. – P. 122–136.

90. Ivanova Y., Partalin T., Pashkuleva D. Acoustic investigations of the steel samples deformation during the tensile // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2017. – Vol. 53, no. 1. – P. 39–50.

91. Tang S., Kobayashi M. Comparison of ultrasonic pole figures based upon ultrasonic nondestructive evaluation method with pole figures based upon finite element polycrystal model // JSME International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering. – 2003. – Vol. 46, no. 1. – P. 76–85.

92. Tang S.H., Kobayashi M., Pan H.L. Ultrasonic characterization of point defects induced by cross slip under pure shear // Theoretical and applied fracture mechanics. – 2005. – Vol. 43, no. 2. – P. 169–180.

93. Ерофеев В.И., Морозов А.Н., Никитина Е.А. Учет влияния поврежденности материала на скорость распространения в нем упругой волны // Труды МАИ. – 2010. – №. 40. – С. 4–4.

94. Структурная и акустическая анизотропии материала лопаток турбокомпрессора / Ю.П. Тарасенко [и др.] // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). – 2014. – №. 4. – С. 82–89.

95. Структурная и акустическая анизотропии материала лопаток турбокомпрессора высокого давления / Ю.П. Тарасенко [и др.] // Вестник научно-технического развития. – 2015. – №. 7. – С. 35–39.

96. Ерофеев В.И., Никитина Е.А., Хазов П.А. Влияние поврежденности материала на дисперсию, диссипацию и нелинейность акустических волн // Вестник научно-технического развития. – 2016. – № 5. – С. 3–11.

97. Ерофеев В.И., Никитина Е.А., Хазов П.А. Влияние поврежденности материала на эволюцию акустической волны // Приволжский научный журнал. – 2015. – № 2. – С. 32–41.

98. Ерофеев В.И., Никитина Е.А., Хазов П.А. Об эффекте акустоупругости для поврежденных материалов // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. – 2017. – С. 77–79.

99. Erofeev V.I., Zaznobin V.A., Samokhvalov R.V. Determination of mechanical stresses in solids by an acoustic method // Acoustical Physics. – 2007. – Vol. 53, no. 5. – P. 546–552.

100. Акустические и акустико-эмиссионные свойства ферритно-мартенситных хромистых сталей / И.И. Новиков [и др.] // Физика и химия обработки материалов. – 2012. – №. 2. – С. 87–91.

101. Some advancements in the ultrasonic evaluation of initial stress states by the analysis of the acoustoelastic effect / A. Castellano [et al.] // Procedia engineering. – 2017. – Vol. 199. – P. 1519–1526.

102. Monitoring applied and residual stress in materials and structures by non-destructive acoustoelastic techniques / A. Castellano [et al.] // 2016 IEEE Workshop on Environmental, Energy, and Structural Monitoring Systems (EESMS). – IEEE, 2016. – P. 1–5.

103. Kobayashi M. Theoretical study of acoustoelastic effects caused by plastic anisotropy growth // International journal of plasticity. – 1987. – Vol. 3, no. 1. – P. 1–20.

104. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of annealed effects on plastic deformation of aluminum alloy // Mechanical Behavior of Materials VI. – Pergamon, 1992. – P. 735–740.

105. Kobayashi M. Acoustoelastic theory for finite plastic deformation of solids // JSME international journal. Ser. 1, Solid mechanics, strength of materials. – 1992. – Vol. 35, no. 1. – P. 45–52.

106. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation–Part I. Theory // International Journal of Plasticity. – 1998. – Vol. 14, no. 6. – P. 511–522.

107. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation–Part II. Experiment and simulation // International Journal of Plasticity. – 1998. – Vol. 14, no. 6. – P. 523–535.

108. Kobayashi M. Analysis of deformation localization based on proposed theory of ultrasonic wave velocity propagating in plastically deformed solids // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol. 26, no. 1. – P. 107–125.

109. ГОСТ Р 52890–2007 Название: Контроль неразрушающий. Акустический метод контроля напряжений в материале трубопроводов. Общие требования.

110. Lu W.Y., Man C.S. Measurement of stress based upon universal relations in acoustoelasticity // Experimental mechanics. – 1989. – Vol. 29, no. 2. – P. 109–114.

111. Sayers C.M. Ultrasonic velocities in anisotropic polycrystalline aggregates // Journal of Physics D: Applied Physics. – 1982. – Vol. 15, no. 11. – P. 2157.

112. Roe R.J. Description of crystallite orientation in polycrystalline materials. III. General solution to pole figure inversion // Journal of Applied Physics. – 1965. – Vol. 36, no. 6. – P. 2024–2031.

113. Johnson G.C. Acoustoelastic theory for elastic–plastic materials // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1981. – Vol. 70, no. 2. – P. 591–595.

114. Man C.S., Paroni R. On the separation of stress-induced and texture-induced birefringence in acoustoelasticity //Journal of Elasticity. – 1996. – Vol. 45, no. 2. – P. 91–116.

115. Pao Y.H., Gamer U. Acoustoelastic waves in orthotropic media // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1985. – Vol. 77, no. 3. – P. 806–812.

116. Hirao M., Pao Y.H. Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam // The Journal of the Acoustical society of America. – 1985. – Vol. 77, no. 5. – P. 1659–1664.

117. Pao Y.H., Wu T.T., Gamer U. Acoustoelastic Birefringences in plastically deformed solids: Part I–Theory // J. Appl. Mech. – 1991. – Vol. 58, no. 1. – P. 11–17.

118. Wu T.T., Hirao M., Pao Y.H. Acoustoelastic Birefringences in Plastically Deformed Solids: Part II–Experiment // J. Appl. Mech. – 1991. – Vol. 58, no. 1. – P. 18–23.

119. Nondestructive assessments of residual stresses in railroad wheel rim by acoustoelasticity / H. Fukuoka [et al.] // Journal of Engineering for Industry. – 1985. – Vol. 107, no. 3. – P. 281–287.

120. Noncontact ultrasonic inspection of train rails for stress / R.E. Schramm [et al.] // Rail Quality and Maintenance for Modern Railway Operation. – Springer, Dordrecht, 1993. – P. 99–108.

121. Santos Jr. A.A., Bray D.E. Comparison of acoustoelastic methods to evaluate stresses in steel plates and bars // J. Pressure Vessel Technol. – 2002. – Vol. 124, no. 3. – P. 354–358.

122. Ultrasonic measurement of stress in pin and hanger connections / A.V. Clark [et al.] //Journal of nondestructive evaluation. – 1999. – Vol. 18, no. 3. – P. 103–113.

123. Муравьев В.В., Байтеряков А.В., Котоломов А.Ю. Влияние структурного состояния металла труб магистральных газопроводов на параметры ультразвуковых волн // Вестник ИжГТУ им. М.Т. Калашникова. – 2014. – № 3. – С. 125–128.

124. Apostolopoulos K., Pappa E., Deligianni D. Acoustoelasticity in cancellous bone // The Journal of the Acoustical Society of America. – 2017. – Vol. 141, no. 1. – P. EL22–EL25.

125. Lavrentyev A.I., Degtyar A.D., Rokhlin S.I. Absolute ultrasonic measurements of residual stresses // Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation. – Springer, Boston, MA, 1996. – P. 1653–1660.

126. Acoustoelastic effect of wood / Y. Sasaki [et al.] // Mokuzai gakkaishi. – 1995. – Vol. 41, no. 12. – P. 1173–1175.

127. Hasegawa M., Sasaki Y. Acoustoelastic birefringence effect in wood I: effect of applied stresses on the velocities of ultrasonic shear waves propagating transversely to the stress direction // Journal of wood science. – 2004. – Vol. 50, no. 1. – P. 47–52.

128. Sasaki Y., Iwata T., Ando K. Acoustoelastic effect of wood II: Effect of compressive stress on the velocity of ultrasonic longitudinal waves parallel to the transverse direction of the wood // Journal of wood science. – 1998. – Vol. 44, no. 1. – P. 21–27.

129. Hasegawa M., Sasaki Y., Iwata T. Acoustoelastic effect of wood III: effect of applied stresses on the velocity of ultrasonic waves propagating normal to the direction of the applied stress // Journal of wood science. – 2000. – Vol. 46, no. 2. – P. 102–108.

130. Hasegawa M., Sasaki Y. Acoustoelastic birefringence effect in wood III: ultrasonic stress determination of wood by acoustoelastic birefringence method // Journal of Wood Science. – 2004. – Vol. 50, no. 2. – P. 108–114.

131. Hasegawa M., Sasaki Y. Acoustoelastic birefringence effect in wood II: influence of texture anisotropy on the polarization direction of shear wave in wood // Journal of Wood Science. – 2004. – Vol. 50, no. 2. – P. 101–107.

132. Sasaki Y., Hasegawa M. Effect of anisotropy on acoustoelastic birefringence in wood // Ultrasonics. – 2007. – Vol. 46, no. 2. – P. 184–190.

133. Smith J.F., Thompson R.B. Simultaneous ultrasonic evaluation with differentiation of stress and texture //Journal of materials engineering and performance. – 1994. – Vol. 3, no. 2. – P. 273–281.

134. Thompson R.B., Lee S.S., Smith J.F. Angular dependence of ultrasonic wave propagation in a stressed, orthorhombic continuum: Theory and application to the measurement of stress and texture // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1986. – Vol. 80, no. 3. – P. 921–931.

135. Мотова Е.А., Никитина Н.Е. О возможности ультразвукового контроля компрессорных лопаток после эксплуатации и ремонта // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). – 2011. – № 3–2. – С. 52–56.

136. Никитина Н.Е., Мотова Е.А., Тарасенко Ю.П. Неразрушающий контроль рабочих компрессорных лопаток авиационного двигателя // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). – 2012. – № 3-1. – С. 291–295.

137. Никитина Н.Е., Камышев А.В., Казачек С.В. Применение метода акустоупругости для определения напряжений в анизотропных трубных сталях // Дефектоскопия. – 2015. – № 3. – С. 51–60.

138. Никитина Н.Е., Камышев А.В., Казачек С.В. Использование явления акустоупругости при исследовании напряженного состояния технологических трубопроводов // Дефектоскопия. – 2009. – № 12. – С. 53–59.

139. Никитина Н.Е., Камышев А.В., Миронов Н.А. Измерение напряжений в технологических трубопроводах методом акустоупругости // Газовая промышленность. – 2009. – № 5. – С. 64–67.

140. Electromagnetic-acoustic structural analysis of rolled bars / O.V. Muravieva [et al.] // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2016. – Vol. 1785, no. 1. – P. 030017.

141. Оценка остаточных напряжений в ободьях вагонных колес электромагнитно-акустическим методом / В.В. Муравьев [и др.] // Дефектоскопия. – 2011. – № 8. – С. 16–28.

142. Мотова Е.А., Никитина Н.Е. Исследование акустической анизотропии конструкционных материалов при переменном нагружении // Проблемы и перспективы развития двигателестроения. – 2016. – С. 16–17.

143. Исследование разрушения при статическом нагружении сварных соединений акустическим методом / В.В. Мишакин [и др.] // Тяжелое машиностроение. – 2009. – № 7. – С. 27–30.

144. Влияние отрицательных температур и поврежденности на акустические характеристики сплава АМг6 / А.В. Гончар [и др.] // Дефектоскопия. – 2017. – № 4. – С. 66–70.

145. Application of the acoustic anisotropy approach for technical diagnostics of structures with large plastic deformations / A.K. Belyaev [et al.] // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2016. – Vol. 1785, no. 1. – P. 030004.

146. Estimating the plastic strain with the use of acoustic anisotropy / A.K. Belyaev [et al.] // Mechanics of Solids. – 2016. – Vol. 51, no. 5. – P. 606–611.

147. Experimental investigation of the acoustic anisotropy field in the sample with a stress concentrator / A.I. Grishchenko [et al.] // St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. – 2017. – Vol. 3, no. 1. – P. 77–82.

148. Оценка напряженно-деформированного состояния и растрескивания атмосферостойкой конструкционной стали методом акустоупругости / Е.Л. Алексеева [и др.] // Строительство уникальных зданий и сооружений. – 2016. – № 12. – С. 33–44.

149. Идентификация волн пластической деформации методом акустоупругости / А.К. Беляев, В.А. Полянский, Д.А. Третьяков, Ю.А. Яковлев // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научно-технической конференции – Воронеж: Изд-во «Научно-исследовательские публикации». – 2017. – С. 998–1004.

150. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method / E.L. Alekseeva [et al.] // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2017. – Vol. 1915, no. 1. – P. 030001.

151. Identification of Zones of Local Hydrogen Embrittlement of Metals by the Acoustoelastic Effect / K. Frolova [et al.] // Advanced Materials. – Springer, Cham, 2019. – P. 495–503.

152. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state / A.K. Belyaev [et al.] // Procedia Structural Integrity. – 2017. – Vol. 6. – P. 201–207.

153. Effect of surface layer damage on acoustic anisotropy / A.S. Semenov [et al.] // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2018. – Vol. 59, no. 6. – P. 1136–1144.

References

1. Green G. An Essay on the Determination of the Exterior and Interior attractions of Ellipsoids of Variable Densities. Mathematical Papers of George Green, New York, Chelsea, 1828.

2. Brillouin L. Sur les tensions de radiation. Annales de Physique, 1925, Vol. 10, No. 4, pp. 528-586.

3. Murnaghan F. D. Finite deformations of an elastic solid. American Journal of Mathematics, 1937, Vol. 59, No. 2, pp. 235-260.

4. Bridgman P. W. The effect of pressure on the rigidity of several metals. American Academy of Arts & Sciences, 1929, Vol. 64, No. 3, pp. 39-49.

5. Bridgman P. W. The pressure-volume-temperature relations of fifteen liquids. American Academy of Arts & Sciences, 1933, Vol. 68, No. 1, pp. 1-25.

6. Bridgman P. W. The Compression of 39 Substances to 100,000 Kg/Cm. American Academy of Arts & Sciences, 1948, Vol. 76, No. 3, pp. 55-70.

7. Birch F., Bancroft D. The effect of pressure on the rigidity of rocks. I. The Journal of Geology, 1938, Vol. 46, No. 1, pp. 59-87.

8. Biot M. A. XLIII. Non-linear theory of elasticity and the linearized case for a body under initial stress. The London, Edinburgh, and Dub-

lin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1939, Vol. 27, No. 183, pp. 468-489.

9. Biot M. A. The influence of initial stress on elastic waves. Journal of Applied Physics, 1940, Vol. 11, No. 8, pp. 522-530.

10. Lazarus D. The Variation of the Adiabatic Elastic Constants of KCl, NaCl, CuZn, Cu, and Al with Pressure to 10,000 Bars. Physical Review, 1949, Vol. 76, No. 4, pp. 545-553.

11. Hughes D. S., Kelly J. L. Second-order elastic deformation of solids. Physical Review, 1953, Vol. 92, No. 5, pp. 1145-1149.

12. Bergman R. H., Shahbender R. A. Effect of statically applied stresses on the velocity of propagation of ultrasonic waves. Journal of Applied Physics, 1958, Vol. 29, No. 12, pp. 1736-1738.

13. Benson R. W., Raelson V. J. Acoustoelasticity. Prod. Eng, 1959, Vol. 30, No. 29, pp. 56-59.

14. Frocht M. M. Photoelasticity. J. Wiley, 1946, 428 p.

15. Benson R. W., Raelson V. J. Method and apparatus for stress analysis. U.S. Patent No. 3,101,608, 1963.

16. Seeger A., Buck O. Die experimentelle Ermittlung der elastischen Konstanten höherer Ordnung. Zeitschrift für Naturforschung A, 1960, Vol. 15, No. 12, pp. 1056-1067.

17. Toupin R. A., Bernstein B. Sound waves in deformed perfectly elastic materials. Acoustoelastic effect. The Journal of the Acoustical Society of America, 1961, Vol. 33, No. 2, pp. 216-225.

18. Truesdell C. General and exact theory of waves in finite elastic strain. Archive for rational mechanics and analysis, 1961, Vol. 8, No. 1, pp. 263-296.

19. Bateman T., Mason W. P., McSkimin H. J. Third-order elastic moduli of germanium. Journal of Applied Physics, 1961, Vol. 32, No. 5, pp. 928-936.

20. McSkimin H. J., Andreatch Jr P. Measurement of third-order moduli of silicon and germanium. Journal of Applied Physics, 1964, Vol. 35, No. 11, pp. 3312-3319.

21. Hayes M., Rivlin R. S. Surface waves in deformed elastic materials. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1961, Vol. 8, No. 1, pp. 358-380.

22. Hikata A., Truell R., Granato A., Chick B., Lücke K. Sensitivity of ultrasonic attenuation and velocity changes to plastic deformation and recovery in aluminum. Journal of Applied Physics, 1956, Vol. 27, No. 4, pp. 396-404.

23. Hikata A., Chick B., Elbaum C., Truell R. Ultrasonic attenuation and velocity data on aluminum single crystals as a function of deformation and orientation. Acta Metallurgica, 1962, Vol. 10, No. 4, pp. 423-429.

24. Jones G. L., Kobett D. R. Interaction of elastic waves in an isotropic solid. The Journal of the Acoustical Society of America, 1963, Vol. 35, No. 1, pp. 5-10.

25. Gol'dberg Z. A. Interaction of plane longitudinal and transverse elastic waves. Sov. Phys. Acoust, 1961, Vol. 6, No. 3, pp. 306-310.

26. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of Theoretical Physics Vol 7: Theory and Elasticity. Pergamon press, 1959.

27. Einspruch N. G., Manning R. J. Third-Order Elastic Moduli of Anisotropic Solids. Journal of Applied Physics, 1964, Vol. 35, No. 3, pp. 560-567.

28. Thurston R. N. Effective elastic coefficients for wave propagation in crystals under stress. The Journal of the Acoustical Society of America, 1965, Vol. 37, No. 2, pp. 348-356.

29. Thurston R. N. Wave propagation in fluids and normal solids. Physical Acoustics. Academic Press, 1964, pp. 1-110.

30. Thurston R. N., McSkimin H. J., Andreatch Jr P. Third-order elastic coefficients of quartz. Journal of Applied Physics, 1966, Vol. 37, No. 1, pp. 267-275.

31. Thurston R. N., Brugger K. Third-order elastic constants and the velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. Physical Review, 1964, Vol. 133, No. 6A, pp. A1604.

32. Smith R. T. Stress-induced anisotropy in solids–the acoustoelastic effect. Ultrasonics, 1963, Vol. 1, No. 3, pp. 135-147.

33. Smith R. T., Stern R., Stephens R. W. B. Third-Order Elastic Moduli of Polycrystalline Metals from Ultrasonic Velocity Measurements. The Journal of the Acoustical Society of America, 1966, Vol. 40, No. 5, pp. 1002-1008.

34. Crecraft D. I. Ultrasonic wave velocities in stressed nickel steel. Nature, 1962, Vol. 195, No. 4847, pp. 1193-1194.

35. Cedrone N. P., Curran D. R. Electronic pulse method for measuring the velocity of sound in liquids and solids. The Journal of the Acoustical Society of America, 1954, Vol. 26, No. 6, pp. 963-966.

36. Myers A., Mackinnon L., Hoare F. E. Modifications to standard pulse techniques for ultrasonic velocity measurements. The Journal of the Acoustical Society of America, 1959, Vol. 31, No. 2, pp. 161-162.

37. Forgacs R. L. Improvements in the Sing-Around Technique for Ultrasonic Velocity Measurements. The Journal of the Acoustical Society of America, 1960, Vol. 32, No. 12, pp. 1697-1698.

38. Crecraft D. I. Launching ultrasonic shear waves into solids at normal incidence by pressure coupling. Journal of Sound and Vibration, 1964, Vol. 1, No. 4, pp. 381-387.

39. Crecraft D. I. The use of ultrasonics in stress analysis. Strain, 1965, Vol. 1, No. 4, pp. 4-8.

40. Crecraft D. I. The measurement of applied and residual stresses in metals using ultrasonic waves. Journal of Sound and Vibration, 1967, Vol. 5, No. 1, pp. 173-192.

41. Mahadevan P. Effect of frequency on texture-induced ultrasonic wave birefringence in metals. Nature, 1966, Vol. 211, No. 5049, pp. 621-622.

42. Sullivan P. F., Papadakis E. P. Ultrasonic double refraction in worked metals. The Journal of the Acoustical Society of America, 1961, Vol. 33, No. 11, pp. 1622-1624.

43. Tokuoka T. Mechanical foundations of birefringence of elastic media and viscous media. International Journal of Engineering Science, 1966, Vol. 4, No. 1, pp. 23-40.

44. Tatsuo T., Yukio I. Acoustical birefringence of ultrasonic waves in deformed isotropic elastic materials. International Journal of Solids and Structures, 1968, Vol. 4, No. 3, pp. 383-389.

45. Pearson C. E. General theory of elastic stability. Quarterly of Applied Mathematics, 1956, Vol. 14, No. 2, pp. 133-144.

46. Tokuoka T., Saito M. Elastic wave propagations and acoustical birefringence in stressed crystals. The Journal of the Acoustical Society of America, 1969, Vol. 45, No. 5, pp. 1241-1246.

47. Iwashimizu Y., Kubomura K. Stress-induced rotation of polarization directions of elastic waves in slightly anisotropic materials. International Journal of Solids and Structures, 1973, Vol. 9, No. 1, pp. 99-114.

48. Imanishi E., Sasabe M., Iwashimizu Y. Experimental study on acoustical birefringence in stressed and slightly anisotropic materials. The Journal of the Acoustical Society of America, 1982, Vol. 71, No. 3, pp. 565-572.

49. Meitzler A. H., Fitch A. H. Acoustoelastic Effect in Vitreous Silica, Pyrex, and T-40 Glass. Journal of Applied Physics, 1969, Vol. 40, No. 4, pp. 1614-1621.

50. Hsu N. N. Acoustical birefringence and the use of ultrasonic waves for experimental stress analysis. Experimental Mechanics, 1974, Vol. 14, No. 5, pp. 169-176.

51. Papadakis E. P. Ultrasonic phase velocity by the pulse-echo-overlap method incorporating diffraction phase corrections. The Journal of the Acoustical Society of America, 1967, Vol. 42, No. 5, pp. 1045-1051.

52. Hsu N. N., Sachse W. Generation and detection of plane-polarized ultrasound with a rotatable transducer. Review of Scientific Instruments, 1975, Vol. 46, No. 7, pp. 923-926.

53. Blinka J., Sachse W. Application of ultrasonic-pulse-spectroscopy measurements to experimental stress analysis. Experimental Mechanics, 1976, Vol. 16, No. 12, pp. 448-453.

54. Egle D. M., Bray D. E. Measurement of acoustoelastic and third-order elastic constants for rail steel. The Journal of the Acoustical Society of America, 1976, Vol. 60, No. 3, pp. 741-744.

55. Bray D. E., Egle D. M. Ultrasonic studies of anisotropy in cold-worked layer of used rail. Metal Science, 1981, Vol. 15, No. 11-12, pp. 574-582.

56. Bach F., Askegaard V. General stress-velocity expressions in acoustoelasticity. Experimental Mechanics, 1979, Vol. 19, No. 2, pp. 69-75.

57. Lüthi T. Determination of biaxial and triaxial stress distributions using ultrasonics. NDT International, 1990, Vol. 23, No. 6, pp. 351-356.

58. Salama K., Ling C. K. The effect of stress on the temperature dependence of ultrasonic velocity. Journal of Applied Physics, 1980, Vol. 51, No. 3, pp. 1505-1509.

59. Kino G. S. et al. Acoustoelastic imaging of stress fields. Journal of Applied Physics, 1979, Vol. 50, No. 4, pp. 2607-2613.

60. Ilić D. B., Kino G. S., Selfridge A. R. Computer-controlled system for measuring two-dimensional acoustic velocity fields. Review of Scientific Instruments, 1979, Vol. 50, No. 12, pp. 1527-1531.

61. Kino G. S. et al. Acoustic measurements of stress fields and microstructure. Journal of nondestructive evaluation, 1980, Vol. 1, No. 1, pp. 67-77.

62. King R. B., Herrmann G., Kino G. S. Use of stress measurements with ultrasonics for nondestructive evaluation of the J integral. Engineering Fracture Mechanics, 1981, Vol. 15, No. 1-2, pp. 77-86.

63. King R. B., Herrmann G. Acoustoelastic determination of forces on a crack in mixed-mode loading. J. Appl. Mech, 1983, Vol. 50, No.2, pp. 379–382.

64. King R. B., Fortunko C. M. Determination of in-plane residual stress states in plates using horizontally polarized shear waves. Journal of Applied Physics, 1983, Vol. 54, No. 6, pp. 3027-3035.

65. Husson D., Kino G. S. A perturbation theory for acoustoelastic effects. Journal of Applied Physics, 1982, Vol. 53, No. 11, pp. 7250-7258.

66. Husson D. A perturbation theory for the acoustoelastic effect of surface waves. Journal of Applied Physics, 1985, Vol. 57, No. 5, pp. 1562-1568.

67. Janssen M. Evaluation of an applied plane-stress tensor distribution using ultrasonic shear waves. Experimental mechanics, 1988, Vol. 28, No. 3, pp. 226-231.

68. Janssen M., Zuidema J. An acoustoelastic determination of the stress tensor in textured metal sheets using the birefringency of ultrasonic shear waves. Journal of Nondestructive Evaluation, 1985, Vol. 5, No. 1, pp. 45-52.

69. Okada K. Stress-acoustic relations for stress measurement by ultrasonic technique. Journal of the Acoustical Society of Japan (E), 1980, Vol. 1, No. 3, pp. 193-200.

70. Okada K. Acoustoelastic determination of stress in slightly orthotropic materials. Experimental Mechanics, 1981, Vol. 21, No. 12, pp. 461-466.

71. Clark A. V., Mignogna R. B. A comparison of two theories of acoustoelasticity. Ultrasonics, 1983, Vol. 21, No. 5, pp. 217-225.

72. Fukuoka H., Toda H., Yamane T. Acoustoelastic stress analysis of residual stress in a patch-welded disk. Experimental Mechanics, 1978, Vol. 18, No. 7, pp. 277-280.

73. Fukuoka H., Toda H., Naka H. Nondestructive residual-stress measurement in a wide-flanged rolled beam by acoustoelasticity. Experimental Mechanics, 1983, Vol. 23, No. 1, pp. 120-128.

74. Budenkov G. A., Kviatkovskii V. N., Petrov I. V. Electromagnetic-acoustic transducers for the oblique-entry radiation of ultrasound. SvJNT, 1974, Vol. 10, No. 1, pp. 38-44.

75. Bobrenko V. M., Kutsenko A. N., Lesnikov V. P. Elastic waves in a solid subjected to shear deformation. Soviet Applied Mechanics, 1990, Vol. 26, No. 1, pp. 67-71.

76. Zarembo L. K., Krasil'nikov V. A., Shkol'nik I. E. Nonlinear acoustics in a problem of diagnosing the strength of solids. Strength of Materials, 1989, Vol. 21, No. 11, pp. 1544-1551.

77. Subbotina E. K., Sekoyan S. S. Truesdell hyperelasticity criterion and characteristics of acoustoelasticity of certain structural materials. Soviet Applied Mechanics, 1984, Vol. 20, No. 2, pp. 177-181.

78. Makhort F. G. et al. Validation of the theory on the basis of which initial stresses in polycrystalline bodies are determined by the ultrasonic method. Soviet Applied Mechanics, 1971, Vol. 7, No. 12, pp. 1305-1310.

79. Znova V. A., Makhort F. G., Gushcha O. I. Stress determination by the ultrasonic method in bodies with initial property anisotropy. Soviet Applied Mechanics, 1986, Vol. 22, No. 10, pp. 966-970.

80. Guz' A. N., Makhort F. G., Gushcha O. I. Vvedenie v akustouprugost' [Introduction to acoustoelasticity]. Kiev: Naukova dumka, 1977, 148 p.

81. Huan H. et al. Mechanical strength evaluation of elastic materials by multiphysical nondestructive methods: a review. Applied Sciences, 2020, Vol. 10, No. 5, pp. 1588.

82. Nikitina N. E. Akustouprugost'. Opyt prakticheskogo primeneniia [Acoustoelasticity. Practical experience]. N. Novgorod: TALAM, 2005, 208 p.

83. Lunev A. G. et al. Ultrasound estimation of nonuniform plastic strains in metals. AIP Conference Proceedings, 2017, Vol. 1909, No. 1, pp. 020121.

84. Semukhin B. S., Zuev L. B., Bushmeleva K. I. The velocity of ultrasound in low-carbon steel deformed at the low yield limit. Journal of applied mechanics and technical physics, 2000, Vol. 41, No. 3, pp. 556-559.

85. Zuev L. B., Semukhin B. S., Lunev A. G. Possibility of evaluation of strength of metals and alloys by a nonintrusive ultrasonic method. Journal of applied mechanics and technical physics, 2002, Vol. 43, No. 1, pp. 168-170.

86. Zuev L. B. et al. Acoustic evaluation of the endurance of steel specimens and recovery of their serviceability. Journal of applied mechanics and technical physics, 1998, Vol. 39, No. 4, pp. 639-641.

87. Castellano A., Fraddosio A., Piccioni M. D. Quantitative analysis of QSI and LVI damage in GFRP unidirectional composite laminates by a new ultrasonic approach. Composites Part B: Engineering, 2018, Vol. 151, pp. 106-117.

88. Castellano A. et al. Mechanical characterization of CFRP composites by ultrasonic immersion tests: Experimental and numerical approaches. Composites Part B: Engineering, 2014, Vol. 66, pp. 299-310.

89. Castellano A., Fraddosio A., Piccioni M. D. Ultrasonic goniometric immersion tests for the characterization of fatigue post-LVI damage induced anisotropy superimposed to the constitutive anisotropy of polymer composites. Composites Part B: Engineering, 2017, Vol. 116, pp. 122-136.

90. Ivanova Y., Partalin T., Pashkuleva D. Acoustic investigations of the steel samples deformation during the tensile. Russian Journal of Nondestructive Testing, 2017, Vol. 53, No. 1, pp. 39-50.

91. Tang S., Kobayashi M. Comparison of ultrasonic pole figures based upon ultrasonic nondestructive evaluation method with pole figures based upon finite element polycrystal model. JSME International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering, 2003, Vol. 46, No. 1, pp. 76-85.

92. Tang S. H., Kobayashi M., Pan H. L. Ultrasonic characterization of point defects induced by cross slip under pure shear. Theoretical and applied fracture mechanics, 2005, Vol. 43, No. 2, pp. 169-180.

93. Erofeev V. I., Morozov A. N., Nikitina E. A. Uchet vliianiia povrezhdennosti materiala na skorost' rasprostraneniia v nem uprugoi volny [Considering the effect of material damage on speed of an elastic wave propagation]. Trudy MAI, 2010, No. 40, pp. 4-14.

94. Tarasenko Yu. P. Strukturnaia i akusticheskaia anizotropii materiala lopatok turbokompressora [Structural and acoustic anisotropy of the material of turbocharger blades]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva, 2014, No. 4, pp.82-89.

95. Tarasenko Yu. P. Strukturnaia i akusticheskaia anizotropii materiala lopatok turbokompressora vysokogo davleniia [Structural and acoustic anisotropy of the high-pressure turbocharger blade material]. Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiia, 2015, No. 7, pp. 35-39.

96. Erofeev V. I., Nikitina E. A., Khazov P. A. Vliianie povrezhdennosti materiala na dispersiiu, dissipatsiiu i nelineinost' akusticheskikh voln [Effect of material damage on dispersion, dissipation and nonlinearity of acoustic waves]. Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiia, 2016, No. 5, pp. 3-11.

97. Erofeev V. I., Nikitina E. A., Khazov P. A. Vliianie povrezhdennosti materiala na evoliutsiiu akusticheskoi volny [Influence of material damage on the evolution of an acoustic wave]. Privolzhskii nauchnyi zhurnal, 2015, No. 2, pp. 32-41.

98. Erofeev V. I., Nikitina E. A., Khazov P. A. Ob effekte akustouprugosti dlia povrezhdennykh materialov [About the effect of acoustoelasticity for damaged materials]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, slozhnykh i geterogennykh sred, 2017, pp. 77-79.

99. Erofeev V. I., Zaznobin V. A., Samokhvalov R. V. Determination of mechanical stresses in solids by an acoustic method. Acoustical Physics, 2007, Vol. 53, No. 5, pp. 546-552.

100. Novikov I. I. Akusticheskie i akustiko-emissionnye svoistva ferritno-martensitnykh khromistykh stalei [Acoustic and acoustic emission properties of ferritic-martensitic chromium steels]. Fizika i khimiia obrabotki materialov, 2012, No. 2, pp. 87-91.

101. Castellano A. et al. Some advancements in the ultrasonic evaluation of initial stress states by the analysis of the acoustoelastic effect. Procedia engineering, 2017, Vol. 199, pp. 1519-1526.

102. Castellano A. et al. Monitoring applied and residual stress in materials and structures by non-destructive acoustoelastic techniques. IEEE, 2016, pp. 1-5.

103. Kobayashi M. Theoretical study of acoustoelastic effects caused by plastic anisotropy growth. International journal of plasticity, 1987, Vol. 3, No. 1, pp. 1-20.

104. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of annealed effects on plastic deformation of aluminum alloy. Mechanical Behavior of Materials VI. Pergamon, 1992, pp. 735-740.

105. Kobayashi M. Acoustoelastic theory for finite plastic deformation of solids. JSME international journal. Ser. 1, Solid mechanics, strength of materials, 1992, Vol. 35, No. 1, pp. 45-52.

106. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation–Part I. Theory. International Journal of Plasticity, 1998, Vol. 14, No. 6, pp. 511-522.

107. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation–Part II. Experiment and simulation. International Journal of Plasticity, 1998, Vol. 14, No. 6, pp. 523-535.

108. Kobayashi M. Analysis of deformation localization based on proposed theory of ultrasonic wave velocity propagating in plastically deformed solids. International Journal of Plasticity, 2010, Vol. 26, No. 1, pp. 107-125.

109. GOST R 52890-2007 Nazvanie: Kontrol' nerazrushaiushchii. Akusticheskii metod kontrolia napriazhenii v materiale truboprovodov. Obshchie trebovaniia [Non-destructive testing. Acoustic method of stress control in pipeline material. General requirements].

110. Lu W. Y., Man C. S. Measurement of stress based upon universal relations in acoustoelasticity. Experimental mechanics, 1989, Vol. 29, No. 2, pp. 109-114.

111. Sayers C. M. Ultrasonic velocities in anisotropic polycrystalline aggregates. Journal of Physics D: Applied Physics, 1982, Vol. 15, No. 11, pp. 2157.

112. Roe R. J. Description of crystallite orientation in polycrystalline materials. III. General solution to pole figure inversion. Journal of Applied Physics, 1965, Vol. 36, No. 6, pp. 2024-2031.

113. Johnson G. C. Acoustoelastic theory for elastic–plastic materials. The Journal of the Acoustical Society of America, 1981, Vol. 70, No. 2, pp. 591-595.

114. Man C. S., Paroni R. On the separation of stress-induced and texture-induced birefringence in acoustoelasticity. Journal of Elasticity, 1996, Vol. 45, No. 2, pp. 91-116.

115. Pao Y. H., Gamer U. Acoustoelastic waves in orthotropic media. The Journal of the Acoustical Society of America, 1985, Vol. 77, No. 3, pp. 806-812.

116. Hirao M., Pao Y. H. Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam. The Journal of the Acoustical society of America, 1985, Vol. 77, No. 5, pp. 1659-1664.

117. Pao Y. H., Wu T. T., Gamer U. Acoustoelastic Birefringences in plastically deformed solids: Part I–Theory. J. Appl. Mech, 1991, Vol.58, No.1. –pp. 11–17.

118. Wu T. T., Hirao M., Pao Y. H. Acoustoelastic Birefringences in Plastically Deformed Solids: Part II–Experiment. J. Appl. Mech, 1991, Vol.58, No.1, pp. 18–23.

119. Fukuoka H. et al. Nondestructive assessments of residual stresses in railroad wheel rim by acoustoelasticity. Journal of Engineering for Industry, 1985, Vol.107, No.3, pp. 281–287.

120. Schramm R. E. et al. Noncontact ultrasonic inspection of train rails for stress. Springer, Dordrecht, 1993, pp. 99-108.

121. Santos Jr A. A., Bray D. E. Comparison of acoustoelastic methods to evaluate stresses in steel plates and bars. J. Pressure Vessel Technol, 2002, Vol. 124, No. 3, pp. 354-358.

122. Clark A. V. et al. Ultrasonic measurement of stress in pin and hanger connections. Journal of nondestructive evaluation, 1999, Vol. 18, No. 3, pp. 103-113.

123. Murav'ev V. V., Baiteriakov A. V., Kotolomov A. Iu. Vliianie strukturnogo sostoianiia metalla trub magistral'nykh gazoprovodov na parametry ul'trazvukovykh voln [Influence of the structural state of pipes metal of main gas pipelines on the parameters of ultrasonic waves]. Vestnik IzhGTU im. M.T. Kalashnikova, 2014, No. 3, pp. 125-128

124. Apostolopoulos K., Pappa E., Deligianni D. Acoustoelasticity in cancellous bone. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, Vol. 141, No. 1, pp. EL22-EL25.

125. Lavrentyev A. I., Degtyar A. D., Rokhlin S. I. Absolute ultrasonic measurements of residual stresses. Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation. Springer, Boston, MA, 1996, pp. 1653-1660.

126. Sasaki Y. et al. Acoustoelastic effect of wood. Mokuzai gakkaishi, 1995, Vol. 41, No. 12, pp. 1173-1175.

127. Hasegawa M., Sasaki Y. Acoustoelastic birefringence effect in wood I: effect of applied stresses on the velocities of ultrasonic shear waves propagating transversely to the stress direction. Journal of wood science, 2004, Vol. 50, No. 1, pp. 47-52.

128. Sasaki Y., Iwata T., Ando K. Acoustoelastic effect of wood II: Effect of compressive stress on the velocity of ultrasonic longitudinal waves parallel to the transverse direction of the wood. Journal of wood science, 1998, Vol. 44, No. 1, pp. 21-27.

129. Hasegawa M., Sasaki Y., Iwata T. Acoustoelastic effect of wood III: effect of applied stresses on the velocity of ultrasonic waves propagating normal to the direction of the applied stress. Journal of wood science, 2000, Vol. 46, No. 2, pp. 102-108.

130. Hasegawa M., Sasaki Y. Acoustoelastic birefringence effect in wood III: ultrasonic stress determination of wood by acoustoelastic birefringence method. Journal of wood science, 2004, Vol. 50, No. 2, pp. 108-114.

131. Hasegawa M., Sasaki Y. Acoustoelastic birefringence effect in wood II: influence of texture anisotropy on the polarization direction of shear wave in wood. Journal of wood science, 2004, Vol. 50, No. 2, pp. 101-107.

132. Sasaki Y., Hasegawa M. Effect of anisotropy on acoustoelastic birefringence in wood. Ultrasonics, 2007, Vol. 46, No. 2, pp. 184-190.

133. Smith J. F., Thompson R. B. Simultaneous ultrasonic evaluation with differentiation of stress and texture. Journal of materials engineering and performance, 1994, Vol. 3, No. 2, pp. 273-281.

134. Thompson R. B., Lee S. S., Smith J. F. Angular dependence of ultrasonic wave propagation in a stressed, orthorhombic continuum: Theory and application to the measurement of stress and texture. The Journal of the Acoustical Society of America, 1986, Vol. 80, No. 3, pp. 921-931.

135. Motova E. A., Nikitina N. E. O vozmozhnosti ul'trazvukovogo kontrolia kompressornykh lopatok posle ekspluatatsii i remonta [On the possibility of ultrasonic testing of compressor blades after operation and repair]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva, 2011, No. 3-2, pp.52-56.

136. Nikitina N.E., Motova E.A., Tarasenko Iu.P. Nerazrushaiushchii kontrol' rabochikh kompressornykh lopatok aviatsionnogo dvigatelia [Non-destructive testing of working compressor blades of an aircraft engine]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva, 2012, No. 3-1. – pp.291-295.

137. Nikitina N. E., Kamyshev A. V., Kazachek S. V. Primenenie metoda akustouprugosti dlia opredeleniia napriazhenii v anizotropnykh trubnykh staliakh [Application of the method of acoustoelasticity for determining stresses in anisotropic pipe steels]. Defektoskopiia, 2015, No. 3, pp. 51-60.

138. Nikitina N. E., Kamyshev A. V., Kazachek S. V. Ispol'zovanie iavleniia akustouprugosti pri issledovanii napriazhennogo sostoianiia tekhnologicheskikh truboprovodov [Using the phenomenon of acoustoelasticity in the study of the stress state of technological pipelines]. Defektoskopiia, 2009, No. 12, pp. 53-59.

139. Nikitina N. E., Kamyshev A. V., Mironov N. A. Izmerenie napriazhenii v tekhnologicheskikh truboprovodakh metodom akustouprugosti [Measurement of stresses in technological pipelines by the method of acoustoelasticity]. Gazovaia promyshlennost'. -2009.-No 5.-pp. 64-67.

140. Muravieva O. V. et al. Electromagnetic-acoustic structural analysis of rolled bars. AIP Conference Proceedings, 2016, Vol. 1785, No. 1, pp. 030017.

141. Murav'ev V. V. Otsenka ostatochnykh napriazhenii v obod'iakh vagonnykh koles elektromagnitno-akusticheskim metodom [Estimation of residual stresses in the rims of wagon wheels by the electromagnetic-acoustic method]. Defektoskopiia, 2011, №. 8, pp. 16-28.

142. Motova E.A., Nikitina N. E. Issledovanie akusticheskoi anizotropii konstruktsionnykh materialov pri peremennom nagruzhenii [Investigation of the acoustic anisotropy of structural materials under variable loading]. Problemy i perspektivy razvitiia dvigatelestroeniia, 2016, pp. 16-17.

143. Mishakin V. V. Issledovanie razrusheniia pri staticheskom nagruzhenii svarnykh soedinenii akusticheskim metodom [Study of fracture under static loading of welded joints by the acoustic method]. Tiazheloe mashinostroenie, 2009, No. 7, pp. 27-30.

144. Gonchar A. V. Vliianie otritsatel'nykh temperatur i povrezhdennosti na akusticheskie kharakteristiki splava AMg6 [Influence of negative temperatures and damage on the acoustic characteristics of the AMg6 alloy]. Defektoskopiia, 2017, No. 4, pp. 66-70.

145. Belyaev A. K. et al. Application of the acoustic anisotropy approach for technical diagnostics of structures with large plastic deformations. AIP Conference Proceedings, AIP Publishing LLC, 2016, Vol. 1785, No. 1, pp. 030004.

146. Belyaev A. K. et al. Estimating the plastic strain with the use of acoustic anisotropy. Mechanics of Solids, 2016, Vol. 51, No. 5, pp. 606-611.

147. Grishchenko A. I. et al. Experimental investigation of the acoustic anisotropy field in the sample with a stress concentrator. St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics, 2017, Vol. 3, No. 1, pp. 77-82.

148. Alekseeva E. L. i dr. Otsenka napriazhenno-deformirovannogo sostoianiia i rastreskivaniia atmosferostoikoi konstruktsionnoi stali metodom akustouprugosti [Estimating of the stress-strain state and cracking of weather-resistant structural steel by the method of acoustoelasticity]. Stroitel'stvo unikal'nykh zdanii i sooruzhenii, 2016, No. 12, pp. 33-44.

149. Beliaev A. K., Polianskii V. A., Tret'iakov D. A., Iakovlev Iu. A. Identifikatsiia voln plasticheskoi deformatsii metodom akustouprugosti [Identification of waves of plastic deformation by the method of acoustoelasticity]. Aktual'nye problemy prikladnoi matematiki, informatiki i mekhaniki: sbornik trudov Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii, 2017, pp. 998-1004.

150. Alekseeva E. L. et al. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method. AIP Conference Proceedings, 2017, Vol. 1915, No. 1, pp. 030001.

151. Frolova K. et al. Identification of Zones of Local Hydrogen Embrittlement of Metals by the Acoustoelastic Effect. Advanced Materials, Springer, Cham, 2019, pp. 495-503.

152. Belyaev A. K. et al. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state. Procedia Structural Integrity, 2017, Vol. 6, pp. 201-207.

153. Semenov A. S. et al. Effect of surface layer damage on acoustic anisotropy. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2018, Vol. 59, No. 6, pp. 1136-1144.