



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2020

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.18

УДК 539.3, 624.9

КОНСТРУКЦИОННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НА ОСНОВЕ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

С.А. Юргенсон¹, Е.В. Ломакин², Б.Н. Федулов³, А.Н. Федоренко³

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

³Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 09 ноября 2020 г.
Принята: 25 ноября 2020 г.
Опубликована: 30 декабря 2020 г.

Ключевые слова:

метаматериалы, топологическая оптимизация, несущие конструкции, трехслойные панели, периодические структуры, лазерная резка, лазерная сварка.

АННОТАЦИЯ

Рассматривается подход к созданию конструктивных элементов путем формирования периодических структур в конструкции, разрабатываемых на основе результатов топологической оптимизации. Под метаматериалом понимается конструкция со сложной внутренней периодической структурой, элементы которой существенно меньше типовых размеров итогового конструктивного изделия. Анализ посвящен панели с наполнителем на основе периодических структур для достижения необходимых механических характеристик. Переход от результатов топологической оптимизации проводится на основе инженерного анализа с учетом особенностей нагружения, закрепления и эксплуатационных воздействий на конструкцию. Использование топологической оптимизации позволяет определить плотность распределения периодических структур в материале и сократить цикл проектирования условно оптимальной конструкции. В качестве базового решения предлагаются панели на основе пирамидальных наполнителей с обшивками для применения в авиационной, судостроительной и строительной отраслях, с учетом технологических основ их изготовления. В качестве базовых технологических решений рассматриваются эффективные технологии с использованием источников лазерного излучения и высокой степени автоматизации для повышения уровня повторяемости технологического процесса. В отличие от стандартного подхода, когда результаты топологической оптимизации реализуются технологиями аддитивного производства, при применении поточных технологий изготовления достигается высокая экономическая эффективность и значительно снижаются затраты на обработку и сертификацию процесса изготовления. Предложенные элементы позволяют снизить металлоемкость при достижении аналогичной жесткости и прочности конструкции. Другим преимуществом предлагаемых конструкций является их модульность и возможность оптимизировать плотность заполнения панели без значительного изменения процесса изготовления и усложнения конструкции с технологической точки зрения. В качестве практического применения рассмотрена возможность создания большепролетной панели для гражданского строительства, которая характеризуется высокими удельными нагрузками при значительной длине пролета (20 м).

© ПНИПУ

© Юргенсон Сергей Андреевич – к.т.н., ст. преп., e-mail: sjurg@yandex.ru, [iD: 0000-0002-4998-5141](https://orcid.org/0000-0002-4998-5141)

Ломакин Евгений Викторович – д.ф.-м.н., зав. каф., чл.-корр. РАН, e-mail: evlomakin@yandex.ru, [iD: 0000-0002-8716-5363](https://orcid.org/0000-0002-8716-5363)

Федулов Борис Никитович – д.ф.-м.н., в.н.с., e-mail: fedulov.b@mail.ru, [iD: 0000-0002-6797-2424](https://orcid.org/0000-0002-6797-2424)

Федоренко Алексей Николаевич – к.т.н., с.н.с., e-mail: alexey.n.fedorenko@gmail.com, [iD: 0000-0002-3260-7531](https://orcid.org/0000-0002-3260-7531)

Sergey A. Yurgenson – Ph.D. in Technical Sciences, Senior Lecturer, e-mail: sjurg@yandex.ru, [iD: 0000-0002-4998-5141](https://orcid.org/0000-0002-4998-5141)

Evgeny V. Lomakin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of Department, Corresponding Member of the RAS, e-mail: evlomakin@yandex.ru, [iD: 0000-0002-8716-5363](https://orcid.org/0000-0002-8716-5363)

Boris N. Fedulov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Research, e-mail: fedulov.b@mail.ru, [iD: 0000-0002-6797-2424](https://orcid.org/0000-0002-6797-2424)

Alexey N. Fedorenko – CSc in Technical Sciences, Senior Research, e-mail: alexey.n.fedorenko@gmail.com, [iD: 0000-0002-3260-7531](https://orcid.org/0000-0002-3260-7531)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

STRUCTURAL ELEMENTS BASED ON THE METAMATERIALS

S.A. Yurgenson¹, E.V. Lomakin², B.N. Fedulov³, A.N. Fedorenko³

¹Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

²Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

³Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 09 November 2020

Accepted: 25 November 2020

Published: 30 December 2020

Keywords:

metamaterials, topology optimization, framings, sandwich panels, periodic structures, laser cutting, laser welding.

ABSTRACT

The article discusses an approach to creating structural elements by forming periodic structures in the structure, developed based on the results of topological optimization. In the article, a metamaterial is understood as a structure with a complex internal periodic organization of strength elements, the details of which are significantly smaller than the typical dimensions of the final structural product. In this paper, the analysis is devoted to panels with a filler based on periodic structures to achieve the required mechanical characteristics. The transition from the results of the topological optimization is carried out on the basis of engineering analysis, taking into account the particularities of loading, fastening and operational effects on the structure. The use of topology optimization makes it possible to determine the distribution density of periodic structures in the material and to shorten the design cycle of a conventionally optimal design. As a first step solution, authors consider panels based on sandwich panels with the pyramidal fillers. Their application is considered in the aircraft, shipbuilding and construction industries. As basic technological solutions, efficient technologies are proposed – laser radiation sources and a high degree of automation. With these technologies, efficiency and costs of testing and certification of manufacturing are reduced in comparison to the standard approaches, when results of the topology optimization are made using expensive additive manufacturing. The proposed elements make it possible to reduce the metal consumption while achieving the same rigidity and strength of the structure. Another advantage of the proposed structures is their modularity and the ability to optimize the panel filling density without significantly changing the manufacturing process and design. As an application, we considered the possibility of creating a large-span panel for civil constructions, which is characterized by high specific loads with a significant span length (20 m).

© PNRPU

Введение

В традиционном понимании к метаматериалам относятся материалы с искусственной периодической структурой, которая позволяет модифицировать его физико-механические характеристики [1]. В данной статье под метаматериалом понимаются композиционные или трехслойные конструкции, которые состоят из периодических объемных структур, выполняющих функцию армирующих или основных силовых элементов. К таким панелям можно отнести все подкрепленные панели на основе композиционных материалов.

Целью данной работы является создание конструкции, которая позволила бы получить высокую жесткость и прочность конструкции с минимальным весом. Для регулярных частей конструкции такими являются трехслойные или подкрепленные панели.

В разных отраслях промышленности нашли свое применение разные типы панелей с наполнителем или подкрепленные. Для авиационной отрасли применяются конструкции с алюминиевыми или бумажными сотами, наполнителем на основе пенопласта, хотя наибольшее распространение получили подкрепленные панели, к которым относятся стрингерные панели с опиранием на нервюры или шпангоуты. Широкое использование подкрепленных панелей связано с ограничением по вы-

соте для сотового наполнителя, что не позволяет его применять в высоконагруженных элементах планера.

В корабельных конструкциях применяются панели на основе подкрепленных обшивок или для композиционных конструкций с наполнителем на основе пенопласта.

Конструкции с сотовым или пенопластовым наполнителем имеют ряд недостатков, которые ограничивают объем их применения. К ним относятся повышенные требования к параметрам технологического процесса, наличие внутренних дефектов и их развитие в процессе эксплуатации, сложность проектирования стыковочных зон.

В строительной отрасли в основном используются железобетонные конструкции, которые включают в себя армирующие элементы (арматуру или гофрированные листы) и бетон.

В отличие от применяемых сегодня панелей, предлагается использование объемных структур, распределение которых близко к результатам топологической оптимизации конструкции [2–4].

Различные исследователи предлагали свои варианты периодических структур, которые бы позволили снизить вес конструкции при достижении необходимых прочности и жесткости конструкции. Ниже приведены отдельные решения по объемным наполнителям и конструкциям с периодической структурой.

А.И. Ендогур в [5, 6] предлагает конструкцию с объемно-стержневым наполнителем, при этом указывая на перспективу возможности ее изготовления при разработке новых материалов и технологий с возможностью их применения в конструкциях фюзеляжа самолета, днища катеров, каналов воздухозаборников и т.д. Варианты разработанных конструкций представлены на рис. 1.

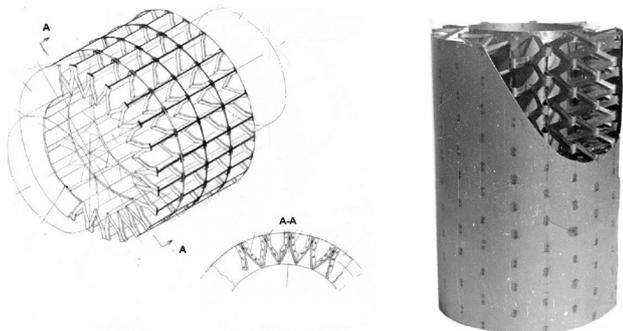


Рис. 1. Конструкции объемно-стержневых наполнителей А.И. Ендогура

Fig. 1. Structures of volume-core fillers of A.I. Endogura

В развитие идей А.И. Ендогура, В.Г. Гайнудинов и А.Я. Александров разработали объемный наполнитель с типовым элементом в форме трех- или четырехугольной призмы и методы их расчета. Заполнитель такой конструкции изготавливается методом штамповки из листа с вырезанными отверстиями заданной формы [7]. Второй вариант изготовления заключается в вырезании из листа зигзагообразных заготовок с последующим их соединением с обшивками через шипы [8, 9]. Схемы технологий изготовления представлены на рис. 2.

Данные решения обеспечивают изготовление объемно-стержневого наполнителя с учетом применения традиционных технологических решений, но при этом суммарная трудоемкость производства таких панелей выше, чем для панелей с сотовым наполнителем.

В качестве преимуществ объемно-стержневых наполнителей отмечается:

- возможность создания конструкций со сложной геометрией;
- увеличение сопротивления коррозии по сравнению с сотовыми панелями за счет отсутствия замкнутых полостей;
- поглощение ударных воздействий за счет упругой деформации [10, 11].

Еще одним вариантом объемных структур являются сетчатые конструкции (рис. 3), предложенные В.В. Васильевым, изготавливаемые из композиционных материалов. В качестве основного технологического процесса изготовления применяется метод намотки полимерного волокна на оправку. В таких конструкциях в полной мере реализуются механические характеристики композиционных материалов, за счет работы волокна вдоль направления приложения силы одновременно

с реализацией концепции безопасного разрушения – потеря одного ребра не приводит к разрушению всей конструкции. В связи с относительной простотой изготовления данным методом конструкций цилиндрической формы они нашли широкое применение в ракетно-космической технике, при этом снижение веса по сравнению с подкрепленными панелями достигало 50%. Распространение областей применения этих решений на самолетную технику сводится на сегодняшний день к созданию опытных образцов в связи с особенностями выполнения соединений в таких конструкциях и структуры конечного материала [12].

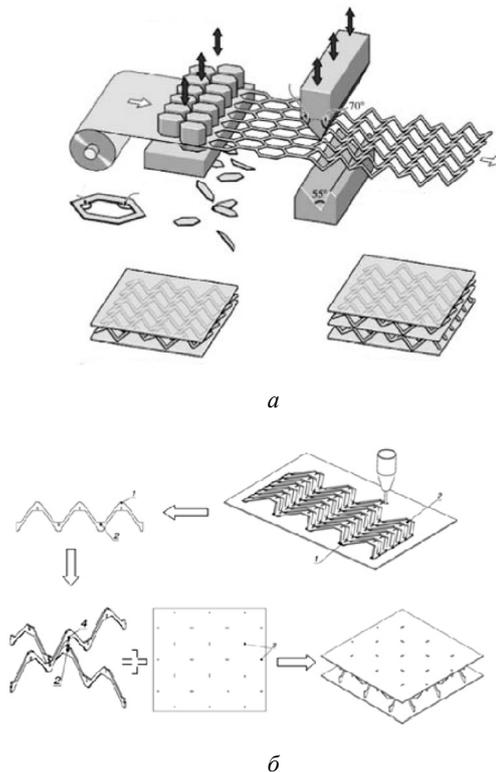


Рис. 2. Конструкция с объемно-стержневым наполнителем: а – изготовленные методом вырубкой со штамповкой; б – сборкой через шипы

Fig. 2. Construction with a volume-rod filler: а – made by punching with stamping; б – by assembly through spikes

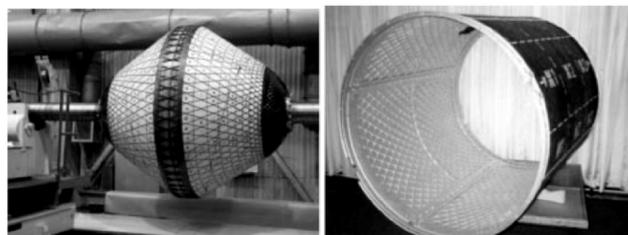


Рис. 3. Сетчатая конструкция В.В. Васильева

Fig. 3. Mesh structure of V.V. Vasiliev

В строительных конструкциях объемно-стержневые наполнители, аналогичные приведенным выше, практически не представлены. Широкое распространение получили железобетонные конструкции, которые также

можно отнести к объемно-стержневым с заполнителем в виде бетона. Внедрение таких конструкций связано с низким сопротивлением бетона растяжению. В качестве базовых методов армирования применяются арматура, которая в целом также образует периодические структуры. К недостаткам данного метода можно отнести высокую трудоемкость формирования таких структур при строительстве зданий, в связи с необходимостью выполнения большого объема ручного труда на строительной площадке. К преимуществам применения арматуры можно отнести создание предварительно напряженных конструкций с повышенной несущей способностью. Для повышения прочности строительной панели используется также листовая арматура – гофрированный лист, выполняющий функцию несъемной опалубки и размещенный с одной стороны панели.

К особенностям строительной отрасли следует отнести высокую степень стандартизации применяемых конструкций для типовых зданий. Уникальные сооружения, к которым относятся в том числе высотное строительство, многоуровневые гаражи и т.д., такого уровня стандартизации не имеют и допускают применение решений, к которым, в том числе, относятся предлагаемые панели.

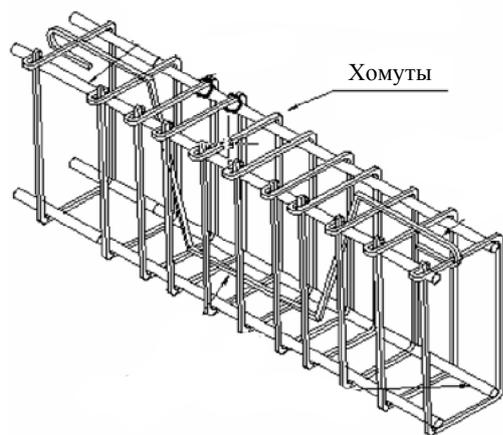


Рис. 4. Пространственный каркас из арматуры [13]

Fig. 4. Space frame made of reinforcement [13]

Развитием стандартных железобетонных конструкций является композитный несущий элемент строительных конструкций (КНЭСК) (рис. 5), который в дополнение к нижнему армирующему листу имеет продольные и поперечные листы, обеспечивающие повышение уровня воспринимающих нагрузок и снижающие склонность заполнителя к образованию трещин [14].

К преимуществам КНЭСК относят снижение трудоемкости изготовления, жесткое крепление арматурной сетки, высокую несущую способность.

Аналогичные приведенным выше объемно-стержневым конструкциям решения представлены в зарубежных научных исследованиях для создания периодических структур [15, 16]. Примеры таких структур представлены на рис. 6.



Рис. 5. Композитный несущий элемент строительных конструкций

Fig. 5. The composite structural element of building structures

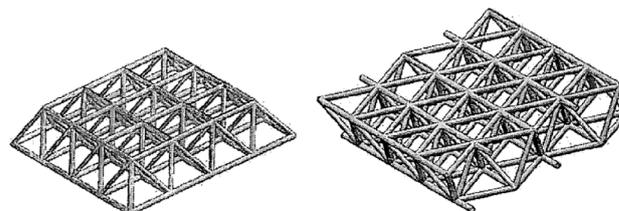


Рис. 6. Пример тетрагонального и четырехугольного заполнителя

Fig. 6. Example of the tetragonal and quadrangular filler

Рассмотренные выше структуры объемного заполнителя близки по своей конфигурации и структуре к результатам решения задачи топологической оптимизации, полученной для панели, нагруженной трехточечным изгибом. Использование топологической оптимизации на начальном этапе разработки новых конструкций значительно снижает трудоемкость процесса проектирования. Структуры, получаемые этим методом, при этом крайне сложно сразу воплотить в жизнь из-за сложной геометрии. В качестве базовой технологии для реализации результатов оптимизации, как правило, используют аддитивные технологии, которые на сегодня имеют значительные ограничения по областям их применения. В связи с этим после проведения базового расчета необходим инженерный анализ с точки зрения технологических и эксплуатационных ограничений.

В качестве исходной задачи для определения распределения материала в конструкции рассматривается задача топологической оптимизации конструкционной плиты $5 \times 5 \times 0,23$ м с целью максимизации жесткости под действием двух независимых случаев изгибного нагружения, как показано на рис. 7.

Для математической постановки оптимизации, следуя [2–4], предположим, что оптимизируемое тело Ω разбито на подобласти Ω_n (рис. 8) и нужно найти оптимальное распределение материала. Каждой подобласти Ω_n поставлено в соответствие значение ρ_n , так что если $\rho_n = 0$, то материал в данной области отсутствует, а если $\rho_n = 1$, то материал в этой области есть. В расслабленной постановке предполагается $0 \leq \rho_n \leq 1$, что позволяет применять градиентные методы оптимизации, а после получения решения по степени близости параметра ρ_n к 0 или 1 интерпретировать результат для выбора дискрет-

ного значения. При этом имеется в виду, что ρ_n – это функция координат, и если точка среды имеет координаты x внутри элемента с индексом n , то $\rho_n(x) = \rho_n(x \in \Omega_n)$.

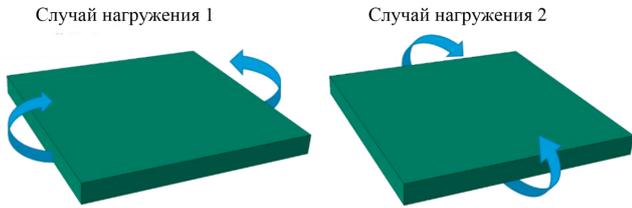


Рис. 7. Случаи нагружения для оптимизации конструкционной плиты

Fig. 7. Load cases for the structural plate optimization

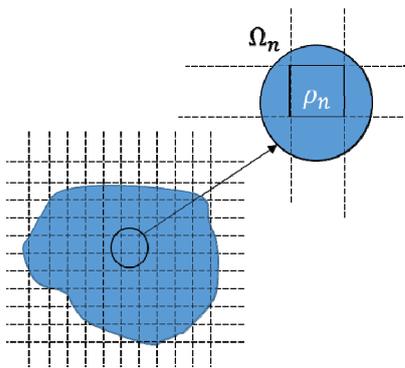


Рис. 8. Разбиение области оптимизации на подобласти

Fig. 8. Dividing the optimization area into sub-areas

Определяющие соотношения для материала, свойства которого зависят от параметра ρ , записываются в виде $\sigma_{ij} = \rho_n^p E_{ijkl}^0 \epsilon_{ij}$, где p – безразмерный параметр. Тогда задачу можно сформулировать как минимизацию энергии деформаций внутри Ω по всем $\rho_n(x)$:

$$\min_{\rho} \int_{\Omega} E_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} d\Omega, \quad (1)$$

где $\rho = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n\}$, при условии ограничения на массу $\sum_n \rho_i \Omega_i = M_0$ и параметры $0 \leq \rho_i \leq 1$.

Целевая масса M_0 выбрана равной 10 % от начальной массы полной области оптимизации исходной плиты (рис. 9). По области двух тонких внешних слоев плиты оптимизация не проводится. Для минимизации целевой функции использовался известный алгоритм наискорейшего градиентного спуска [17]. Численная реализация выполнена с использованием комплекса конечно-элементного моделирования ABAQUS. Каждая итерация упругого решения в рассмотренной постановке имеет свой собственный набор плотностей, который можно визуализировать путем удаления материала с небольшими значениями ρ (например, $\rho < 0,3$). На рис. 9

показаны этапы оптимизации и соответствующие изменения форм областей с высокой плотностью. Предложенная оптимизационным алгоритмом форма распределения материала довольно сложна, но она задает характерное направление для армирующих элементов, которые наиболее жестко передают сдвиг между внешними слоями плиты.



Рис. 9. Этапы распределения материала в процессе оптимизации

Fig. 9. Stages of the material distribution in the optimization process

В результате анализа представленных выше конструктивных решений и оптимизации плоской панели был разработан метаматериал на базе сварных конструкций с ленточным объемным наполнителем.

Данная конструкция представляет собой два металлических листа, соединенных объемным наполнителем в виде гнутых лент. Стыковка элементов между собой возможно различными типами соединений (пайка, сварка, механический крепеж), при этом предпочтительным является сварное соединение, которое, несмотря на технологически более сложное исполнение и создание локальных концентраций напряжений, обеспечивает высокую скорость и качество соединения элементов. Стыковка панелей также возможна различными типами соединений, при этом для упрощения процесса сборки целесообразно использовать механический крепеж.

В отличие от предложенных выше вариантов конструкция с наполнителем в виде штампованных или гнутых лент металла проще с технологической точки зрения, при сохранении преимуществ объемного наполнителя.

Для восприятия сосредоточенных нагрузок возможно уплотнение периодической структуры и локальное использование утолщенных лент металла. В зонах опирания или стыковки используется более частое расположение армирующих элементов, в том числе с формированием тетрагональной решетки, аналогичной представленной выше. Общий вид панели представлен на рис. 10.

Высота наполнителя ограничивается возможной потерей устойчивости отдельных элементов. Такая форма разрушения опасна для конструкций, используемых в авиационной и судостроительной отраслях.

Для строительных конструкций потеря устойчивости стержней маловероятна, в связи с использованием в качестве заполнителя бетона.

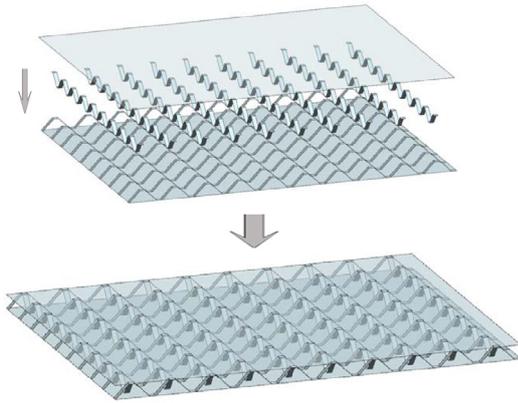


Рис. 10. Общий вид предлагаемой панели

Fig. 10. The general view of the proposed panel

На начальном этапе рассматривается применение разработанного метаматериала для использования в строительных сооружениях с учетом результатов топологической оптимизации, представленных выше.

Ниже приведен результат прочностного анализа предложенной панели. На рис. 11 показаны модели типовой плиты и плиты, предлагаемой в данной работе. Для моделирования использовалась конечно-элементная система ABAQUS. Весовые характеристики в моделях идентичны. Моделируется разрушение в условиях трехточечного изгиба. В силу симметрии моделируется только одна четвертая модели.

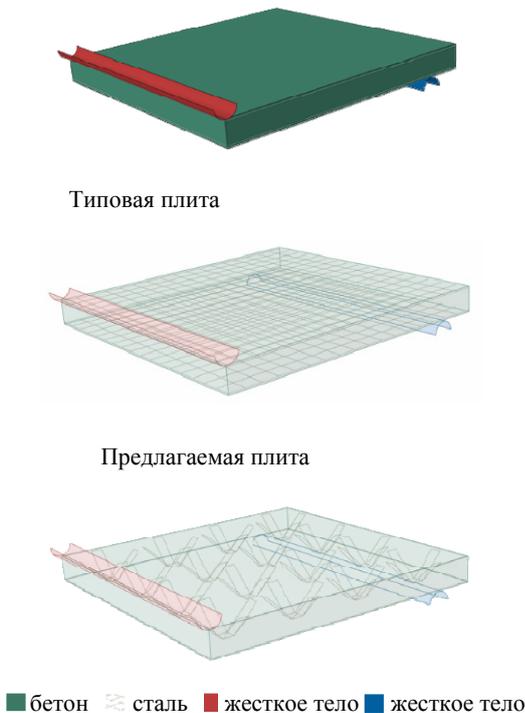


Рис. 11. Модели плит в условиях трехточечного изгиба

Fig. 11. Models of plates in conditions of three-point bending

Бетон моделировался трехмерными, полностью интегрируемыми элементами типа C3D8I. Арматура моделировалась на основе балочных элементов (B31), предлагаемый периодичный заполнитель моделировался плоскими элементами на основе оболочек (S4). Совместное перемещение силовых усилений и бетона осуществлялось при помощи техники встроенных элементов. Общее количество элементов в одной модели ~250 тыс. В таблице приведены необходимые для моделирования данные по материалам модели.

Материалы, используемые в моделировании

Materials used in modeling

Элемент конструкции	Название	Модель пластичности	Предел текучести при растяжении/сжатии, кгс/мм ²
Бетон	Бетон М50	Друкер-Прагер	0,5/5
Арматура	Сталь 40	Мизес	40/40
Периодический силовой наполнитель	Сталь 40	Мизес	40/40

На рис. 12 показан момент разрушения типовой плиты, видно хрупкое разрушение бетона в локализованной области. На рис. 13 представлено распределение напряжений по Мизесу в предлагаемой панели. Видно, что пластичность распределена на довольно больших областях конструкции. Также для сравнительного анализа конструкций было смоделировано разрушение чисто бетонной плиты без усилений.

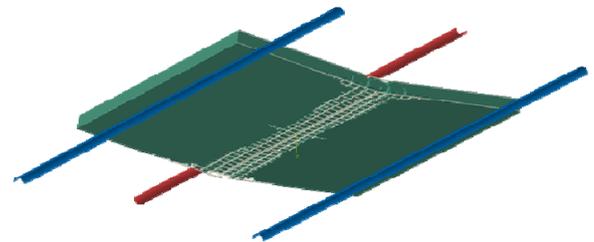


Рис. 12. Моделирование типовой плиты на трехточечный изгиб

Fig. 12. Modeling of a typical slab for three-point bending

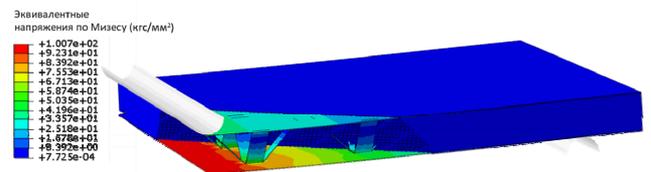


Рис. 13. Моделирование предлагаемой плиты на трехточечный изгиб

Fig. 13. Modeling the proposed plate for three-point bending

Результаты расчета предложенной панели на трехточечный изгиб по сравнению с традиционной армированной бетонной конструкцией показывает значитель-

ное увеличение жесткости панели, что позволяет снизить вес конструкции в два раза (рис. 14). При этом, с одной стороны, возникают технологические трудности с заливкой бетона, которые решаются применением специальных марок бетона и оптимизаций точек заливки. Наличие возможных зон с отклонениями структуры бетона в процессе отверждения от заданных технических условий, связанных с ограничением зон осмотра бетона после заливки, компенсируется конструкцией панели, которая даже в случае локального разрушения бетона продолжает нести нагрузку. С другой стороны, при применении таких панелей не требуется использование опалубки и нет необходимости формирования объемного каркаса на строительной площадке, что значительно сокращает сроки производства.

Аналогично выполнено сравнение с подкрепленной панелью, традиционной для авиационной и судостроительной отраслей. При аналогичной весовой отдаче жесткость панели с предлагаемым метаматериалом в четыре раза выше.

Производство панели выполняется промышленным поточным способом с доставкой готовых панелей без заливки бетоном на строительную площадку. Преимущество заводского изготовления включает в себя сокращение общих сроков строительства и достижение высокого качества конструкции.

В качестве базовых технологических решений предлагается использование технологий лазерной резки и сварки и технологий гибки или штамповки.

Лазерная обработка является одним из наиболее производительных технологических процессов, при этом объемы внедрения данных технологий последние 10 лет значительно растут.

При изготовлении предлагаемых панелей применяются технологии лазерной резки и лазерной сварки.

После сварки панелей выполняется ультразвуковой контроль сварных швов и контроль геометрии панели. Поскольку при лазерной сварке зона термического влияния достаточно небольшая, по сравнению, например, с аргоно-дуговой сваркой, то коробление конструкции будет минимальным. За счет оптимизации процесса сварки (порядка сварки элементов) также снижается итоговое коробление конструкции [18].

Все предлагаемые технологические процессы могут быть автоматизированы, в том числе перемещение элементов и их позиционирование (рис. 15). В результате возможно формирование высокоавтоматизированной линии производства, что обеспечивает высокую повторяемость и качество продукции.

Для оценки эффективности предложенного решения была разработана панель многоэтажной автостоянки. В [19] отмечается, что для массового строительства многоэтажных автостоянок желательно применение специальных сборных конструкций на основе сборно-монолитных перекрытий с безбалочными перекрытиями. Сегодня такие технологии на рынке не представлены или являются технологически трудоемкими.

Рассматривалась панель шириной 5 м и длиной 20 м, шарнирно опертая на балки. Предложена панель с периодическим заполнителем с верхним армирующим листом и без него (рис. 16). По результатам расчета получено, что жесткость такой панели в два раза выше по сравнению с нормируемыми прогибами при достижении весовой эффективности, аналогичной применяемым сегодня решениям.

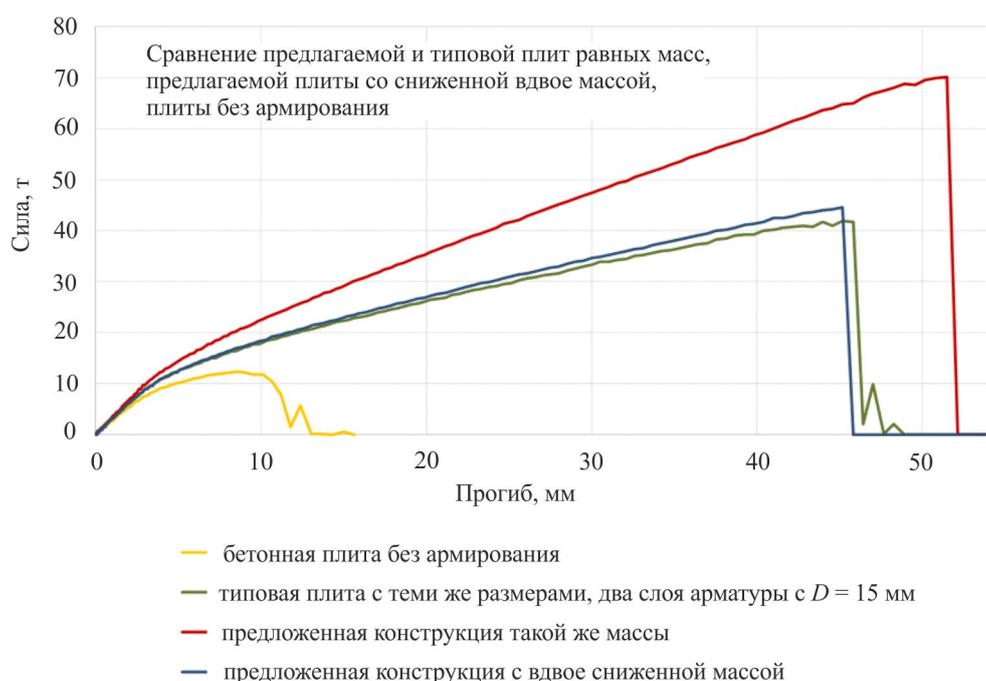


Рис. 14. Результаты конечно-элементного расчета на трехточечный изгиб

Fig. 14. Results of the finite element analysis for three-point bending

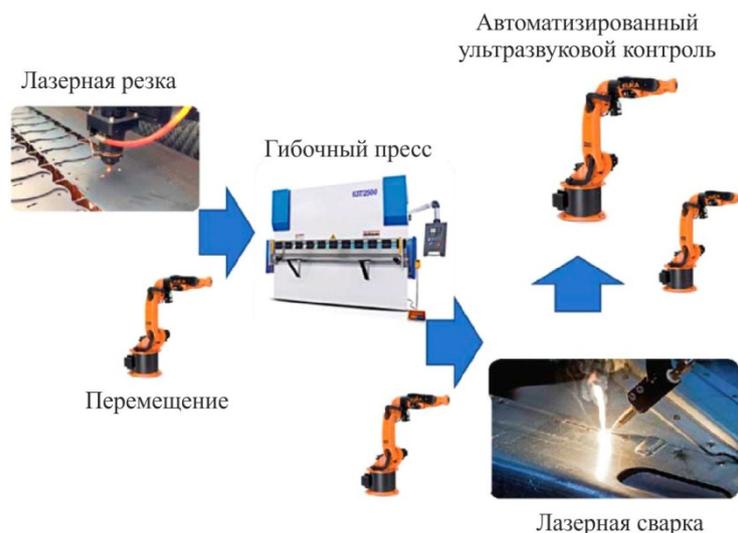


Рис. 15. Схема технологического процесса

Fig. 15. Scheme of the manufacturing process



Рис. 16. Общий вид панели для многоэтажной стоянки

Fig. 16. The general view of the panel for a multi-storey parking lot

На основании проведенных работ можно сделать вывод о перспективности предлагаемых панелей с периодическими структурами для использования в различных отраслях с достижением высокой весовой эффективности в сочетании с достаточно простыми тех-

нологическими решениями. Данный метаматериал близок по своей структуре к результатам топологической оптимизации при значительно более простом методе изготовления по сравнению с периодическими структурами, предлагаемыми ранее. Применение предложенного метаматериала в комплексе с использованием топологической оптимизации позволяет достичь высокой весовой эффективности для конкретных условий нагружения и закрепления.

Благодарность

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФ (грант № 20-11-20230).

Acknowledgement

This work was carried out with financial support from the Russian Science Foundation (grant no. 20-11-20230).

Библиографический список

1. Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83, вып. 1. – С. 3–28.
2. Bendsoe M.P. Optimal shape design as a material distribution problem // Structural optimization. – 1989. – Vol. 1, № 4. – P. 193–202.
3. Bendsoe M.P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods, and applications. – Springer Science & Business Media, 2013.
4. Sigmund O., Maute K. Topology optimization approaches // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2013. – Vol. 48, № 6. – P. 1031–1055.
5. Ендогур А.И., Жуков С.М., Колганов А.Ф. Проектирование трехслойных конструкций с объемно-стержневым заполнителем: Методы синтеза современных самолетов. – М.: Изд-во МАИ, 1989.

6. Ендогур А.И. Конструкция самолетов. Конструирование агрегатов планера: учебник. – МАИ-ПРИНТ, 2012. – 496 с.
7. Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures / N.G. Haydn Wadely, N.A. Fleck, A.G. Evans // Composites Science and Technology. – 2003.
8. Гайнутдинов В.Г., Мусави Сафави С.М., Абдуллин И.Н. Условия разрушения пирамидальных и тетраэдральных ячеек ферменных заполнителей // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2015. – № 2. – С. 11–16.
9. Александров А.Я., Куршин Л.И. Многослойные пластинки и оболочки // VII Всесоюзная конференция теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1970. – С. 714–721.
10. Syneck D.J. Wrought aluminum truss core sandwich structures // Metall. Trans – 2005. – P. 125–131.

11. Menges A. Integral computational design for composite spacer fabric structures // In: Proceedings of eCAADe 2009, Istanbul, Turkey, September 16–19, 2009. – P. 289–297.

12. Анизогридные композитные сетчатые конструкции – разработка и приложение в космической технике / В.В. Васильев, В.А. Барынин, А.Ф. Разин, С.А. Петроковский, В.И. Халиманович // Композиты и наноструктуры. – 2009. – № 3. – С. 38–50.

13. Артюхин Г.А., Рудницкий В.П. Чертежи строительных конструкций: учебное пособие по строительному черчению. Ч. 1. «Конструкции железобетонные». Ч. 2. «Конструкции металлические» для студентов первого курса дневного и заочного обучения строительных специальностей. – Казань: КГАСУ, 2008. – 113 с.

14. Кузменко И.М., Фридкин В.М. Перспективы развития строительных конструкций инженерных сооружений: монография. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2017. – 171 с.

15. The compressive and shear responses of corrugated and diamond lattice materials / F. Cote, V.S. Deshpande, N.A. Fleck, A.G. Evans // International Journal of Solids and Structures. – 2006. – Vol. 43. – P. 6220–6242.

16. Truss type periodic cellular materials having internal cells, some of which are filled with solid materials. Patent US 2011/0117315 A1.

17. Bendsoe, M.P. and Sigmund, O., Topology optimization: theory, methods, and applications. – Springer Science & Business Media. 2013.

18. Handbook of Laser Technology and Applications Volume II: Laser Design and Laser Systems / Edited by E. Colin. – Webb Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 2004. – P. 1555.

19. Серебров Б.Ф. Многоэтажные гаражи и автостоянки: учеб. пособие. – Новосибирск: НГАХА, 2005. – 131 с.

References

1. Vendik I.B., Vendik O.G. Metamaterials and their application in ultrahigh frequency engineering // Journal of technical physics, 2013, v 83, r. 1 p. 3-28

2. Bendsoe M. P. Optimal shape design as a material distribution problem // Structural optimization. – 1989. – Т. 1. – №. 4. – С. 193-202.

3. Bendsoe M. P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods, and applications. – Springer Science & Business Media, 2013.

4. Sigmund O., Maute K. Topology optimization approaches // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2013. – Т. 48. – №. 6. – С. 1031-1055.

5. Endogyr A.I. Design of honeycomb structures with a volume-rod filler: methods of synthesis of modern aircraft / A.I. Endogyr, S.M. Zhukob, A.F. Kolganov-M. : MAI, 1989

6. Endogyr A.I. Aircraft design. Designing glider units / A.I. Endogyr. – MAI-Print, 2012. – 496с.

7. Haydn N.G. Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures / N.G. Haydn Wadley, N.A. Fleck, A.G. Evans // Composites Science and Technology, 2003.

8. Gainutdinov, V. G. conditions for destruction of pyramidal and tetrahedral cells of truss fillers / V.G. Gainutdinov, S.M. Musavi Safavi, I.N. Abdullin // Bulletin of the Kazan state technical University named after A.N. Tupolev: Scientific and technical journal – Kazan state tech university – Kazan, 2015, no. 2. – P. 11-16.

9. Aleksandrov A.Ya. multilayer plates and shells / A.Ya. Aleksandrov, L.I. Kurshin // VII all – Union conference of the theory of shells and plates. – Moscow: Nauka, 1970. – P. 714-721.

10. Syneck D.J. Wrought aluminum truss core sandwich structures // Metall. Trans, 2005. – Pp. 125-131.

11. Menges A. Integral computational design for composite spacer fabric structures//In: Proceedings of eCAADe 2009, Istanbul, Turkey, September 16-19, 2009.- Pp.289–297.

12. Vasiliev V.V. anisogrid Composite mesh structures – development and application in space technology / V. V. Vasiliev, V.A. barynin, A.F. Razin, S.A. Petrokovsky, V.I. Halimanovich // Composites and nanostructures. – 2009. – no. 3. – Pp. 38-50

13. Artyukhin G.A., Rudnitsky V.P. Drawings of building structures: A textbook on construction drawing. Part 1. "Reinforced concrete structures". Part 2. "Metal structures" for first-year full-time and part-time students of construction specialties/ G.A. Artyukhin, V.P. Rudnitsky // Kazan: kgasu, 2008.- 113 p.

14. Kuzmenko I.M. prospects for the development of building structures of engineering structures: monograph / I.M. Kuzmenko, V.M. Fridkin. – Mogilev : Belarusian.-ROS. UN-t, 2017. – 171 p.

15. The compressive and shear responses of corrugated and diamond lattice materials / F. Cote, V.S. Deshpande, N.A. Fleck, A.G. Evans // International Journal of Solids and Structures 43 (2006) p. 6220–6242

16. Truss type periodic cellular materials having internal cells, some of which are filled with solid materials. Patent US 2011/0117315 A1

17. Bendsoe M.P. and Sigmund O. Topology optimization: theory, methods, and applications. Springer Science & Business Media. 2013.

18. Handbook of Laser Technology and Applications Volume II: Laser Design and Laser Systems / Edited by Colin E. – Webb Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 2004, p. 1555.

19. Serebров B.F. Multi-storey garages and Parking lots. – Novosibirsk: NGAKHA, 2005. -131с.