

Григорьев А.С., Шилько Е.В., Скрипняк В.А., Чернявский А.Г., Псахье С.Г. Численная модель динамического механического поведения хрупких материалов, основанная на принципах кинетической теории прочности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 75–99. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.3.05

Grigoriev A.S., Shilko E.V., Skripnyak V.A., Chernyavsky A.G., Psakhie S.G. The numerical model of dynamic mechanical behavior of brittle materials based on the concept of the kinetic theory of strength. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no. 3, pp. 75-99. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.3.05



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2017

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2017.3.05

УДК 51-7:539.4.019:539.41

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ, ОСНОВАННАЯ НА ПРИНЦИПАХ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ

А.С. Григорьев¹, Е.В. Шилько^{1,2}, В.А. Скрипняк², А.Г. Чернявский³, С.Г. Псахье^{1,2}

¹Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

²Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия

³ОАО РКК «Энергия», Королев, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 29 мая 2017 г.

Принята: 28 августа 2017 г.

Опубликована: 30 сентября 2017 г.

Ключевые слова:

кинетическая теория прочности, хрупкие материалы, неупругое поведение, разрушение, математическая модель, лагранжевы численные методы, время разрушения, время релаксации, скорость деформации, динамическое нагружение, метод подвижных клеточных автоматов.

АННОТАЦИЯ

Развита численная модель динамического механического поведения хрупких материалов, основанная на идеях кинетической теории прочности. Предложенная динамическая модель хрупких материалов представляет собой обобщение формализма классической «квазистатической» модели пластичности Николаевского (неассоциированного закона пластического течения с критерием пластичности в форме Мизеса–Шлейхера) и модели разрушения Друкера–Прагера на область скоростей деформации, соответствующую динамическому нагружению. При этом в отличие от традиционного подхода к построению динамических моделей, для которого характерно введение зависимостей параметров модели от скорости деформации, в предложенной модели ключевыми параметрами являются характерные времена зарождения несплошностей соответствующего масштаба.

Представленная модель описывает изменение прочностных и реологических свойств хрупких материалов с ростом скорости нагружения. При этом обеспечивается корректный переход от квазистатического режима деформирования к динамическому в диапазоне скоростей деформации $10^{-3} < \dot{\epsilon} < 10^3 \text{ с}^{-1}$.

В рамках предложенной динамической модели предполагается наличие экспериментальных данных о зависимостях прочностных и реологических характеристик материала от характерных времен зарождения несплошностей различного

© Григорьев Александр Сергеевич – младший научный сотрудник, e-mail: grigoriev@ispms.tsc.ru

Шилько Евгений Викторович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, e-mail: shilko@ispms.tsc.ru

Скрипняк Владимир Альбертович – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: skrp2006@yandex.ru

Чернявский Александр Григорьевич – советник ген. директора РКК «Энергия», e-mail: alexander.cherniavsky@rsce.ru

Псахье Сергей Григорьевич – член-корреспондент РАН, директор Института физики прочности и материаловедения СО РАН, e-mail: sp@ispms.tsc.ru

Aleksandr S. Grigoriev – Junior Researcher, e-mail: grigoriev@ispms.tsc.ru

Evgeny V. Shilko – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, e-mail: shilko@ispms.tsc.ru

Vladimir A. Skripnyak – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: skrp2006@yandex.ru

Aleksandr G. Chernyavsky – Advisor of General Director, e-mail: alexander.cherniavsky@rsce.ru

Sergey G. Psakhie – Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, e-mail: sp@ispms.tsc.ru



масштаба. Однако ввиду сложности и трудоемкости получения данной информации в работе предложен способ получения оценок требуемых зависимостей путем преобразования зависимостей механических характеристик материала от скорости деформации, которые могут быть получены с помощью стандартных испытаний.

Развитая в работе динамическая модель может быть реализована в рамках различных лагранжевых численных методов, использующих явную схему интегрирования (включая методы конечных и дискретных элементов), и является актуальной для решения нового класса прикладных задач, связанных с природными и техногенными динамическими воздействиями на элементы конструкций из искусственных строительных материалов, в том числе бетонов и керамик, а также из природных каменных материалов.

© ПНИПУ

THE NUMERICAL MODEL OF DYNAMIC MECHANICAL BEHAVIOR OF BRITTLE MATERIALS BASED ON THE CONCEPT OF THE KINETIC THEORY OF STRENGTH

A.S. Grigoriev¹, E.V. Shilko^{1,2}, V.A. Skripnyak², A.G. Chernyavsky³, S.G. Psakhie^{1,2}

¹Institute of Strength Physics and Materials Science, SB RAS, Tomsk, Russian Federation

²National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

³S.P. Korolev Rocket and Space Corporation "Energia", Korolev, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 29 May 2017
Accepted: 28 August 2017
Published: 30 September 2017

Keywords:

kinetic theory of strength, brittle materials, inelastic behavior, fracture, mathematical model, Lagrangian numerical methods, fracture time, relaxation time, strain rate, dynamic loading, movable cellular automata method.

ABSTRACT

A model of the dynamic mechanical behavior of brittle materials based on the ideas of the kinetic theory of strength is developed. The proposed model is a generalization of the classical "quasi-static" Nikolaevsky plasticity model (non-associated flow law with the plasticity criterion in the form of Mises-Schleicher) to the strain rate interval corresponding to the dynamic loading. In contrast to the traditional approach to constructing dynamic models, in which the dependence of the model parameters on the strain rate is specified, the proposed model suggests to use the relaxation time and time of fracture as the key parameters.

The presented model allows taking into account the change in the strength and rheological properties of brittle materials with an increase in the loading rate. This ensures a correct transition from the quasi-static regime of loading to the dynamic one in the range of strain rates within $10^{-3} < \dot{\epsilon} < 10^3 \text{ s}^{-1}$.

Within the framework of the proposed model it is assumed that there exist the experimental data about the dependences of the strength and rheological characteristics of the material on the times of different scales discontinuities nucleation. However, in view of the complexity of obtaining this information, we propose a way of obtaining the estimates of these dependencies by transforming the dependences of the mechanical properties on the strain rate that can be gained with standard tests.

The developed dynamic model can be implemented within various Lagrangian numerical methods using an explicit integration scheme (including the finite element and discrete element methods) and is relevant for solving a new class of applied problems related to natural and technogenic dynamic impacts to structures of artificial building materials, including concretes, ceramic elements of structures and natural rock materials.

© ПНИПУ

Введение

Известно, что макроскопические упругие, реологические и прочностные свойства хрупких материалов чувствительны к скорости деформирования и могут существенно отличаться от соответствующих характеристик механического поведения, определенных в «квазистатических» условиях нагружения [1–9]. У хрупких материалов существенная зависимость характеристик прочностных и реологических свойств от скорости деформации наблюдается в диапазоне от 10^2 с^{-1} до 10^7 с^{-1} . При этом эффективные упругие модули хрупких материалов проявляют заметные изменения при скоростях деформации выше 10^3 с^{-1} .

Распространенным инструментом, используемым для детального изучения особенностей динамического механического поведения материалов, включая динамику разрушения, является численное моделирование в лагранжевых координатах с использованием явных схем интегрирования. Наиболее известным «лагранжевым» численным методом, применяемым для решения таких задач, является метод конечных элементов (МКЭ) [9–13]. Хорошо развитый математический аппарат этого метода позволяет реализовывать сложные реологические модели механического отклика материалов и решать сложные задачи механики деформируемого твердого тела. Отметим, что при использовании этого метода для решения динамических задач возникают и хорошо известные сложности, связанные с моделированием множественного разрушения, сопровождающегося интенсивным массопереносом и перемешиванием. Помимо МКЭ, в настоящее время для моделирования динамических процессов множественного разрушения и переноса фрагментов активно применяются численные методы дискретного подхода к описанию среды, в частности методы дискретных элементов (МДЭ) [14–18]. Несмотря на известные преимущества при моделировании разрушения, МДЭ обладают рядом ограничений, к которым относятся, как правило, более низкий порядок точности по пространству в сравнении с традиционно используемыми конечно-элементными реализациями и недостаточное развитие математического формализма, ограниченного использованием квазистатических механических моделей материалов. Преодоление некоторых важных ограничений этих методов и объединение их преимуществ возможно, например, путем создания комбинированных (МКЭ/МДЭ) методов [19, 20]. Создание подобных «гибридных» методов является возможным вследствие общности базовых принципов реализации моделей упругости, пластичности и разрушения в МКЭ и МДЭ, использующих явные схемы интегрирования. Поэтому уточнение существующих и построение новых реологических моделей, учитывающих особенности динамического отклика хрупких материалов, является актуальным для развития широкого класса «лагранжевых» численных методов.

Неупругое поведение хрупких материалов связано главным образом с накоплением микроповреждений (образованием пор и трещин различного масштаба, их ростом или заживанием, объединением, коллапсом и т.д.) [21–25]. Вовлечение дефектов кристаллической решетки в процесс деформирования таких материалов имеет место только в условиях высоких давлений и температур [24, 26–28]. Поэтому для описания динамического неупругого поведения хрупких материалов применяются модифицированные модели пластичности, которые учитывают высокую чувствительность параметров неупругого отклика к величине давления, а также сложный характер связи между сдвиговой и объемной пластическими деформациями (неассоциированные законы течения). При этом особенности используемого пластического потенциала и предельной поверхности определяют область применения модели. Например, в работе [29] предложена динамическая реологическая модель для моделирования асфальтовых бетонов, основанная на неассоциированном законе пластического течения с предельной поверхностью типа Вермира (Vermeer).

Также широкое распространение получили такие модели динамического поведения хрупких изотропных материалов, как модель Тейлора–Чена–Куззмаула [30, 31], Холмквиста–Джонсона–Кука [32], «Continuous Surface Cap» (CSC) модель [33], модель бетона Karagozian и Case (KCC) [34], модель Риделя–Тома–Хермайера (RHT) [35] и ряд других [36]. Эти модели включают в себя значительное количество модельных параметров и при их корректном определении обеспечивают адекватное описание особенностей динамиче-

ского деформирования и разрушения хрупких материалов, включая чувствительность свойств к давлению и скорости нагружения. Среди динамических моделей отметим модели, основанные на использовании модифицированных критериев Друкера–Прагера для описания неупругой деформации и разрушения. В частности, одна из таких моделей (Drucker–Prager Cap), модифицированная для описания зависимости поведения хрупких материалов от скорости деформации, описана в работе [37]. Она учитывает роль избыточного давления, приводящего к коллапсу пор [38], размерный эффект [39, 40] и влияние скорости деформации на величину сцепления [41]. Различные модификации модели пластичности Друкера–Прагера широко применяются для моделирования динамического неупругого отклика хрупких материалов [42–44]. Отметим также, что наряду с «изотропными» моделями активно развиваются динамические модели ортотропных хрупких материалов, учитывающие анизотропию упругих и неупругих (в том числе прочностных) механических свойств [9, 45]. В настоящей работе ограничимся рассмотрением локально изотропных материалов, в которых механические свойства элементарных объемов полагаются ориентационно независимыми.

В описанных моделях применяется традиционный подход, учитывающий чувствительность характеристик неупругого отклика материала к динамике изменения локального напряженно-деформированного состояния путем введения зависимостей параметров моделей пластичности и разрушения от скорости деформации. В то же время скорость деформации (в отличие от физической массовой скорости) является техническим параметром, характеризующим усредненную по объему скорость изменения размеров образца или его фрагмента. Как правило, при экспериментальном определении зависимостей параметров применяемой модели пластичности или разрушения от скорости деформации используются интегральные значения $\dot{\epsilon}$ для всего образца. При этом локальные (например, в области формирования разрушающей трещины) значения $\dot{\epsilon}$ могут существенно отличаться от интегральной величины. Альтернативным способом описания поведения материалов в условиях динамического нагружения является подход, развитый в работах таких авторов, как Журков, Регель, Петров, Морозов [46–49]. В рамках данного подхода в качестве основного параметра динамического деформационного отклика материала используется характерное время деградации материала T . Параметр T является физическим и, как правило, характеризует процесс зарождения и развития магистральной трещины (разрушение) в образце или фрагменте материала или формирование системы микроповреждений, обуславливающих макроскопически неупругое поведение этого фрагмента. Очевидно, что временной параметр T является масштабно зависимым, причем иерархия соответствующих масштабов связана с иерархией элементов внутренней структуры материала [50–52]. В работах Журкова этот параметр связывается с термофлуктуационными эффектами в кристаллической решетке и определяется температурой и приложенной нагрузкой. В более поздних работах Петрова и Морозова в качестве характерного времени деградации или разрушения используется интегральный физический параметр с размерностью времени, имеющий более общий смысл и называемый инкубационным временем. Так, в работе [53] предлагается трактовка параметра T как характерного времени релаксации напряжений. Авторы отмечают, что для различных процессов релаксации (пластическая деформация, разрушение) и различных материалов механизмы релаксации напряжений могут качественно различаться, однако это не является препятствием для описания этих процессов на основе общего подхода.

В данной работе кинетический подход к построению модели динамического механического поведения материалов реализован на примере модели пластичности Николаевского (неассоциированный закон пластического течения с критерием пластичности в форме Мизеса–Шлейхера) и критерия разрушения Друкера–Прагера [54, 55]. Первоначальная реализация этой модели применима для решения квазистатических задач. В настоящей работе впервые предложена динамическая модификация данной модели, позволяющая учитывать особенности деформирования хрупких материалов при скоростях деформации до $\sim 10^3 \text{ с}^{-1}$.

1. Описание модели квазистатического механического поведения хрупких материалов

Макроскопическое описание неупругой деформации и разрушения хрупких гетерогенных материалов, как правило, осуществляется с использованием моделей механического поведения, включающих первый, второй и третий инварианты тензора напряжений. Это связано с особенностями описания неупругой деформации, обусловленной возникновением и развитием повреждений структуры (трещин различного масштаба, пор). Рост концентрации и размеров повреждений обуславливает эффект дилатансии, т.е. возрастание объемной неупругой деформации.

В данной работе рассматривается одна из популярных моделей неупругого деформационного отклика хрупких материалов – модель Николаевского (неассоциированный закон пластического течения). Реализации модели в рамках различных лагранжевых численных методов успешно используются для изучения особенностей деформирования хрупких гетерогенных материалов и сред [24, 54–57]. В основе этой модели лежит неассоциированный закон пластического течения с критерием пластичности в форме Мизеса–Шлейхера $\Phi = \omega J_1 + \sqrt{J_2} = 3\omega \sigma_{mean} + \sigma_{eq} / \sqrt{3}$, где J_1 и J_2 – первый инвариант тензора напряжений и второй инвариант девиатора тензора напряжений; ω – безразмерный параметр, пропорциональный коэффициенту внутреннего трения α ($\alpha = 3\omega$); σ_{mean} – среднее напряжение; σ_{eq} – интенсивность напряжений.

Условием наступления предельного состояния является выполнение неравенства

$$\Phi \geq Y, \quad (1)$$

где Y – сцепление.

В модели Николаевского постулируется линейная связь между объемной и сдвиговой скоростью пластической деформации

$$\dot{I}_1^p = 2\Lambda \sqrt{\dot{I}_2^p}, \quad (2)$$

где \dot{I}_1^p – первый инвариант тензора скорости пластической деформации; \dot{I}_2^p – второй инвариант девиатора тензора скорости пластической деформации; Λ – коэффициент дилатансии.

Для реализации модели Николаевского в рамках численных методов, использующих явные схемы интегрирования, широко применяется алгоритм Уилкинса (Wilkins) [58]. В рамках алгоритма Уилкинса решение упругопластической задачи разбивается на два этапа:

1) Решение упругой задачи в приращениях. Примеры численной реализации упругой задачи в рамках МДЭ можно найти в более ранних работах авторов [54, 59].

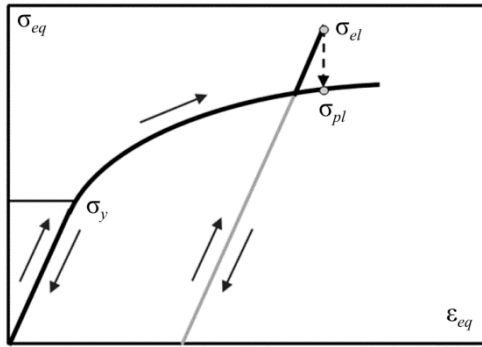


Рис. 1. Схематичное описание работы алгоритма Уилкинса

Fig. 1. Scheme of the Wilkins algorithm

2) Приведение компонент девиатора тензора напряжений к поверхности текучести в случае выполнения неравенства (1) на текущем шаге интегрирования уравнений движения (рис. 1).

Математически приведение можно выразить в терминах девиаторов напряжений:

$$D'_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta} \cdot M, \quad (3)$$

где $D_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - \sigma_{mean} \delta_{\alpha\beta}$ – компоненты девиатора тензора напряжений (исходные значения, полученные после решения упругой задачи); $D'_{\alpha\beta}$ – приведенные (скорректированные) компоненты девиатора тензора напряжений (здесь и далее

символом «'» обозначены скорректированные значения соответствующих величин), $M \leq 1$ – коэффициент приведения (коррекции) напряжений.

Таким образом, в области упругого отклика моделируемого элементарного объема хрупкого материала в качестве определяющего соотношения используется линейный закон Гука. Для описания релаксации напряжений за пределом упругости применяется алгоритм Уилкинса [58]. В рамках модели Николаевского приведение тензора напряжений к соответствующей точке предельной поверхности осуществляется с использованием следующего выражения:

$$\sigma'_{\alpha\beta} = (\sigma_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta} \sigma_{mean}) M + \delta_{\alpha\beta} \sigma'_{mean}, \quad (4)$$

где $M = \sqrt{J'_2/J_2}$; $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера. Приведенные («исправленные») значения инвариантов тензора напряжений имеют вид [55]

$$\begin{cases} \sqrt{J'_2} = \frac{\sigma'_{eq}}{\sqrt{3}} = \sqrt{J_2} - \frac{G(\Phi - Y)}{K\Lambda\omega + G}, \\ J'_1 = 3\sigma'_{mean} = J_1 - \frac{K\Lambda(\Phi - Y)}{3K\Lambda\omega + G}, \end{cases} \quad (5)$$

где G – модуль сдвига; K – модуль объемного сжатия. Отметим, что в приведенной модели величина упругих модулей элементарного объема материала полагается постоянной и не зависящей от величины накопленной неупругой деформации (отражающей степень поврежденности элементарного объема).

В настоящей работе в качестве критерия локального разрушения используется двухпараметрический критерий Друкера–Прагера, учитывающий характерную для хрупких материалов чувствительность сдвиговой прочности к гидростатическому давлению и имеющий тот же структурный вид, что и критерий Мизеса–Шлейхера:

$$\sigma_{eq} 0,5(a+1) + \sigma_{mean} 1,5(a-1) \geq \sigma_c, \quad (6)$$

где σ_c – предел прочности на сжатие; $a = \sigma_c/\sigma_t$, σ_t – предел прочности на растяжение; σ_{mean} и σ_{eq} среднее напряжение и интенсивность напряжений.

2. Описание модели динамического механического поведения хрупких материалов

Главной идеей кинетической модели динамического неупругого поведения хрупких материалов, развиваемой в представленной работе, является учет конечного времени процесса релаксации локальных напряжений, обусловленного возникновением повреждений различного масштаба. Описанная выше статическая модель адекватно описывает неупругий отклик материала при нагружении с малыми скоростями деформации, когда инерционными эффектами можно пренебречь (квазистатический режим). В рамках квазистатического приближения фактически полагается, что релаксация локальных напряжений и связанное с этим перераспределение напряжений в образце осуществляются за пренебрежимо малое время (при численном моделировании – за один шаг интегрирования по времени). Однако при динамическом нагружении вклад инерционных членов в перераспределение кинетической и потенциальной энергии в объеме образца становится значимым или даже определяющим. Поэтому в динамическом режиме нагружения характеристики интегрального отклика образцов оказываются зависимыми от скорости деформирования. Сказанное обосновывает необходимость учета конечного времени релаксации локальных напряжений, поскольку его величина будет определять динамику перераспределения напряжений.

В современных кинетических моделях неупругости и прочности хрупких материалов, как правило, применяются интегральные критерии разрушения, основанные на вычислении приращения импульса нагружения за некоторое время τ , называемое временем инкубации разрушения [49, 60]. Параметр τ интерпретируется как временной период, за который формируется разрушающая трещина при постоянной нагрузке, равной статическому пределу прочности материала σ_c^{st} . Такой интегральный критерий разрушения можно записать в виде

$$\int_{t-\tau}^t \sigma(t') dt' = \sigma_c^{st} \tau, \quad (7)$$

где $\sigma(t')$ – скалярный силовой параметр напряженного состояния; t – время. В различных реализациях критерия в качестве силового параметра используется максимальное главное напряжение либо комбинация инвариантов тензора напряжений.

Очевидно, что выполнение критерия (7) возможно в случае, если приложенная нагрузка достигнет или превысит величину статического предела прочности материала σ_c^{st} и не опустится ниже σ_c^{st} в течение некоторого конечного промежутка времени. При этом, если приложенная нагрузка на протяжении времени τ остается постоянной и равна статическому пределу прочности материала, разрушение произойдет за время τ (характерное время инкубации разрушения).

Экспериментальное определение величины параметра τ является сложной задачей. Более того, его количественное значение зависит от пространственного масштаба рассматриваемого образца [49]. Поэтому в данной работе предлагается упрощенная реализация динамического критерия разрушения (7):

$$\sigma(t) \geq \sigma_c^{dyn} (t - t_0) H(t_0 + \tau - t), \quad (8)$$

где σ_c^{dyn} – динамическое значение предела прочности материала, $H(t_0 + \tau - t)$ – функция Хевисайда. Такая формулировка критерия (7) подразумевает, что при достижении скалярным силовым параметром σ статического предела прочности (σ_c^{st}) в момент времени t_0 начинается процесс разрушения. Длительность этого процесса определяется динамикой изменения параметра σ при $t > t_0$. К моменту формирования разрушающей трещины (при $t = t_{fr}$) величина параметра σ составит некоторое значение $\sigma_c^{dyn} \geq \sigma_c^{st}$ (конкретное значение σ_c^{dyn} зависит от динамики изменения напряженного состояния в период времени $(t_{fr} - t_0)$). Предположим, что за время формирования трещины скорость деформации не претерпевает существенных изменений. В этом случае скорость роста параметра σ за время $(t_{fr} - t_0)$ также не претерпит существенных изменений. В рамках данного предположения время разрушения $(t_{fr} - t_0)$, локальная скорость деформации и динамический предел прочности однозначно связаны между собой. При этом значение любого параметра из тройки $(\sigma_c^{dyn}, (t_{fr} - t_0), \dot{\epsilon})$ может быть однозначно определено, если известны значения двух других параметров.

В случае одноосного сжатия с постоянной скоростью время разрушения может быть вычислено по формуле

$$T_f = t_{fr} - t_0 = \frac{\sigma_c^{dyn} - \sigma_c^{st}}{E \dot{\epsilon}}, \quad (9)$$

где σ_c^{st} и σ_c^{dyn} – статическое и динамическое значения предела прочности материала при одноосном сжатии; E – модуль Юнга; $\dot{\epsilon}$ – скорость осевой деформации; T_f – время разрушения (в общем случае отличное от времени инкубации).

Аналогичное соотношение можно записать и для одноосного динамического растяжения с постоянной скоростью. Отметим, что к настоящему времени накоплен достаточно большой массив данных о зависимостях динамической прочности образцов хрупких материалов от скорости деформации при одноосном сжатии и растяжении [1–8]. Наличие этих данных позволяет получить зависимости $T_f(\sigma_c^{dyn})$ в указанных условиях нагружения. Важно отметить, что эти зависимости являются нелинейными и монотонно убывающими (таким образом, функция $T_f(\sigma_c^{dyn})$ является однозначной).

Пусть для некоторого заданного вида напряженного состояния (в общем случае отличного от одноосного нагружения) известна зависимость $T_f(\sigma_c^{dyn})$, полученная при постоянной скорости деформирования. Положим, как и для случая одноосного нагружения, что эта зависимость является монотонно убывающей. Тогда сделанное выше допущение постоянства скорости роста локальных напряжений в течение временного интервала T_f позволяет предложить следующую численную реализацию динамического критерия разрушения (8).

В рамках данной реализации полагаем, что разрушение материала происходит не в момент t_0 достижения статического предела прочности $\sigma = \sigma_c^{st}$, а спустя некоторое время, в течение которого в рассматриваемой локальной области материала протекают внутренние переходные процессы (инкубация разрушения). Результатом этих процессов станет образование новых свободных поверхностей (разрушение материала), приводящее к падению сопротивления внешнему нагружению. При этом в течение времени разрушения T_f рассматриваемая локальная область сохраняет целостность. Как отмечалось выше, сделанное

приближение постоянства скорости деформации на протяжении T_f обеспечивает единственное значение динамической прочности, отвечающее текущей скорости изменения скалярного силового параметра σ , и, следовательно, единственное значение T_f (рис. 2).

Тогда для определения момента окончания подготовки разрушения в каждый момент времени $t > t_0$ после достижения статического предела прочности производится проверка неравенства

$$\sigma(t) \geq \sigma_c^{dyn}(T_f), \quad (10)$$

где $\sigma(t)$ – текущее локальное значение силового параметра; $T_f = t - t_0$, а значение σ_c^{dyn} определяется из «калибровочной» зависимости $T_f(\sigma_c^{dyn})$. При выполнении условия (10) (в момент времени t_{fr}) динамическая прочность материала считается достигнутой, процесс инкубации завершенным, и происходит локальное разрушение материала. Соответствующие величины $T_f = t_{fr} - t_0$ и σ_c^{dyn} рассматриваются как локальные значения времени разрушения и динамической прочности. Отметим, что предложенная схема численной реализации динамического критерия (8) является общей для силовых параметров различного структурного вида.

В настоящей работе в качестве силового параметра σ используется предложенная Друкером и Прагером комбинация первых двух инвариантов тензора напряжений. При этом формулировка условия (10) принимает следующий вид:

$$\sigma_{DP}(t) = \sigma_{eq}(t)0,5(a+1) + \sigma_{mean}(t)1,5(a-1) \geq \sigma_c^{dyn}(t-t_0), \quad (11)$$

где $a = \sigma_c^{dyn} / \sigma_t^{dyn}$, $\sigma_c^{dyn} = \sigma_c^{dyn}(t-t_0)$ – динамический предел прочности на сжатие, $\sigma_t^{dyn} = \sigma_t^{dyn}(t-t_0)$ – динамический предел прочности на растяжение. Применение критерия (11) возможно в случае, если известны зависимости $\sigma_c^{dyn}(T_f)$ и $\sigma_t^{dyn}(T_f)$.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что чувствительными к скорости нагружения являются не только прочностные, но и неупругие свойства хрупких материалов, такие как сцепление Y , коэффициент внутреннего трения α и коэффициент дилатансии Λ [5]. Это связано с тем, что неупругий отклик хрупких материалов связан с возникновением системы внутренних несплошностей (повреждений и микротрещин), формирование которых длится конечное время. Для адекватного описания неупругого деформирования хрупких материалов при динамическом нагружении необходимо учитывать зависимости величин параметров модели от времени формирования системы несплошностей. Поскольку неупругий отклик материала связан с релаксацией локальных напряжений, время формирования системы микроповреждений далее будем называть временем релаксации напряжений или сокращенно – временем релаксации T_r . Как и в случае динамического разрушения, конкретное значение времени релаксации зависит от динамики изменения напряженного состояния. В частном случае постоянства напря-

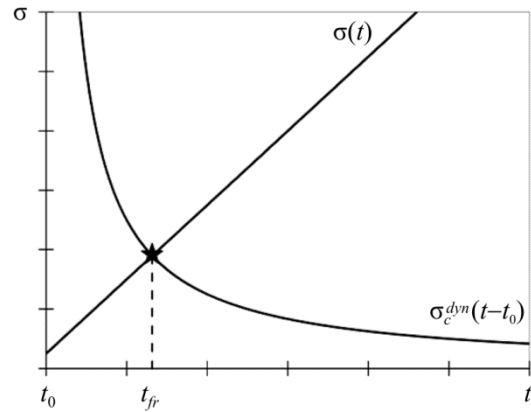


Рис. 2. Схема динамического разрушения
Fig. 2. Scheme of dynamic fracture

женного состояния в точке, отвечающей пределу текучести, время релаксации является кинетической константой материала, аналогично времени инкубации разрушения τ .

Так как в рассматриваемом случае механизмы неупругой деформации аналогичны механизмам локального разрушения, модель динамического неупругого отклика хрупких материалов также может быть построена на основе формализма кинетической теории прочности. В рамках данной модели предполагается, что скорость деформации и скорость изменения параметра напряженного состояния σ остаются постоянными в течение времени релаксации (конкретный вид параметра σ может быть отличным от того же в динамическом критерии разрушения). В этом случае динамический предел текучести является однозначной монотонно убывающей функцией времени релаксации. Для частного случая одноосного нагружения вид данной зависимости можно получить из уравнения, аналогичного (9), с использованием пределов текучести вместо пределов прочности и модулем $E^* = E / \sqrt{3}$ вместо E .

В общем случае форма записи динамического критерия пластичности идентична (8):

$$\sigma(t) \geq \sigma_y^{dyn}(T_r) H(t_0 + \tau - t), \quad (12)$$

где σ_y^{dyn} – динамический предел текучести.

Конкретный вид этого критерия определяется применяемой моделью пластичности. Как и в модели разрушения, полагаем, что релаксация напряжений происходит не в момент t_0 достижения статического предела текучести $\sigma = \sigma_y^{st}$, а спустя определенное время (время релаксации).

Алгоритм Уилкинса заключается в решении упругой задачи в приращениях на каждом шаге интегрирования уравнений движения и приведении вычисленных таким образом напряжений к соответствующей точке предельной поверхности согласно соотношениям (4)–(5) при выполнении неравенства $\Phi \geq Y^{st}$. В численной реализации статической модели приведение осуществляется за шаг интегрирования по времени. В динамической модели напряжения приводятся к поверхности текучести постепенно, в течение времени релаксации. Полагаем, что для рассматриваемого материала известна зависимость величины сцепления от времени релаксации $Y^{dyn}(T_r)$, которая является монотонно убывающей функцией. При выполнении неравенства $\Phi \geq Y^{st}$ на данном шаге интегрирования текущее значение параметра Φ рассматривается как текущее (динамическое) значение предела упругости на сдвиг: $Y^{dyn} = \Phi$. При этом использование «калибровочной зависимости» $Y^{dyn}(T_r)$ позволяет определить текущее (отвечающее текущей динамике изменения напряжений) значение времени релаксации $T_r = T_r(\Phi)$. Полагая, что релаксация напряжений (т.е. их приведение к точке Y^{st} предельной поверхности) на протяжении периода времени T_r происходит по линейному закону, уменьшение величины параметра Φ за шаг по времени Δt можно записать на основе линейной интерполяции:

$$\Delta\Phi = (\Phi - Y^{st}) \frac{\Delta t}{T_r}. \quad (13)$$

Приращение $\Delta\Phi$ используется в соотношениях (4)–(5) динамической реализации модели пластичности Николаевского вместо «статической» разницы $(\Phi - Y)$.

Текущие значения других параметров модели пластичности (ω^{dyn} и Λ^{dyn}) в соотношениях (4)–(5) определяются на основе «калибровочных» зависимостей $\omega^{dyn}(T_r)$ и $\Lambda^{dyn}(T_r)$ с

использованием текущего значения времени релаксации T_r . Здесь предполагается, что кривые $\omega^{dyn}(T_r)$ и $\Lambda^{dyn}(T_r)$ известны и имеют монотонный характер. Важно отметить, что калибровочные зависимости $Y^{dyn}(T_r)$, $\omega^{dyn}(T_r)$ и $\Lambda^{dyn}(T_r)$ должны соответствовать друг другу, т.е. конкретные значения Y^{dyn} , ω^{dyn} и Λ^{dyn} при некотором T_r должны отвечать одному и тому же состоянию материала (т.е., быть полученными при одних и тех же условиях нагружения).

В общем случае величина сцепления является функцией не только времени релаксации (или скорости деформации), но и функцией деформации ($Y^{dyn} = Y^{dyn}(\varepsilon^{pl}, T_r)$). Так, в модели Николаевского функция $Y(\varepsilon)$ определяет упрочнение материала за пределом упругости. Известно, что при динамическом нагружении материала функция упрочнения претерпевает значительные изменения. А именно наряду с ростом предельных напряжений (пределов упругости, прочности) наблюдается снижение доли пластической деформации материала и, как следствие, увеличение наклона функции упрочнения. Поэтому для адекватного моделирования деформационного отклика материала при динамических воздействиях необходимо учитывать снижение доли пластической деформации при высоких скоростях нагружения. В данной работе предлагается учитывать снижение доли пластической деформации путем введения функции $\varepsilon^{pl}(T_r)$ с использованием того же временного параметра T_r , что и для остальных параметров модели. При этом очевидно, что функция $\varepsilon^{pl}(T_r)$ должна быть монотонно возрастающей, то есть стремиться к верхнему пределу при стремлении к квазистатическому режиму нагружения.

Как уже отмечалось ранее, упругие свойства материала также чувствительны к скорости деформирования, однако этот эффект проявляется при достаточно высоких скоростях деформации ($>10^3 \text{ с}^{-1}$) и в рамках данной работы не рассматривается.

Следует отметить, что предложенная модель динамического поведения хрупких материалов фактически представляет собой обобщение статических моделей неупругого деформирования и разрушения материала, учитывающее конечное (хотя и малое) время релаксационных процессов. Это обеспечивает возможность моделирования как квазистатических, так и динамических процессов в рамках единого формализма.

3. Определение зависимостей неупругих/прочностных параметров модели хрупких материалов от времени релаксации/разрушения

Предложенная модификация модели Николаевского позволяет описывать механическое поведение хрупких гетерогенных локально изотропных материалов в условиях динамического нагружения. Однако для решения конкретных задач необходимо знать вид зависимости каждого из параметров модели от времени релаксации. В идеальном случае эта информация должна быть получена на основе обобщения экспериментов по динамическому деформированию образцов рассматриваемого материала требуемого масштаба при использовании различных видов напряженного состояния.

Как уже отмечалось, эксперименты по определению времени разрушения и времени релаксации для различных видов напряженного состояния и различных материалов весьма сложны. Это обуславливает нехватку данных о зависимости прочностных и реологических характеристик материалов от времени разрушения и релаксации.

С другой стороны, в последние десятилетия накоплена большая база экспериментальных данных о зависимости свойств хрупких материалов от скорости деформации в условиях одноосного деформирования и при некоторых других видах нагружения. Анализ этих

данных показывает, что, несмотря на различие в абсолютных значениях величин динамических характеристик, зависимости приведенных динамических значений этих параметров (полученных нормированием на соответствующие статические значения) от скорости деформации могут быть с хорошей точностью аппроксимированы едиными зависимостями для широкого класса хрупких материалов [1–5]. Используя единые зависимости свойств материалов от скорости деформации, можно получить (например, по формуле (9)) требуемые зависимости параметров модели от времени релаксации и разрушения для конкретного хрупкого материала. В данной работе для получения таких зависимостей использованы экспериментальные данные по динамическому нагружению хрупких материалов в условиях одноосного сжатия и растяжения, собранные и обобщенные в работе [5].

Из экспериментальных данных хорошо известны зависимости пределов прочности на сжатие и растяжение от скорости деформации для широкого спектра хрупких материалов. В настоящей работе использовались обобщенные в [5] зависимости пределов прочности на сжатие и растяжение от скорости деформации (рис. 3, а, кривые 1 и 2 соответственно):

$$\frac{\sigma_c^{dyn}(\dot{\epsilon})}{\sigma_c^{st}} = 1 + 0,238 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_r} \right)^{0,348}, \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_t^{dyn}(\dot{\epsilon})}{\sigma_t^{st}} = 1 + 0,093 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_r} \right)^{0,617}, \quad (15)$$

где $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации в единицах с^{-1} ; $\dot{\epsilon}_r = 1 \text{ с}^{-1}$ – нормировочный коэффициент.

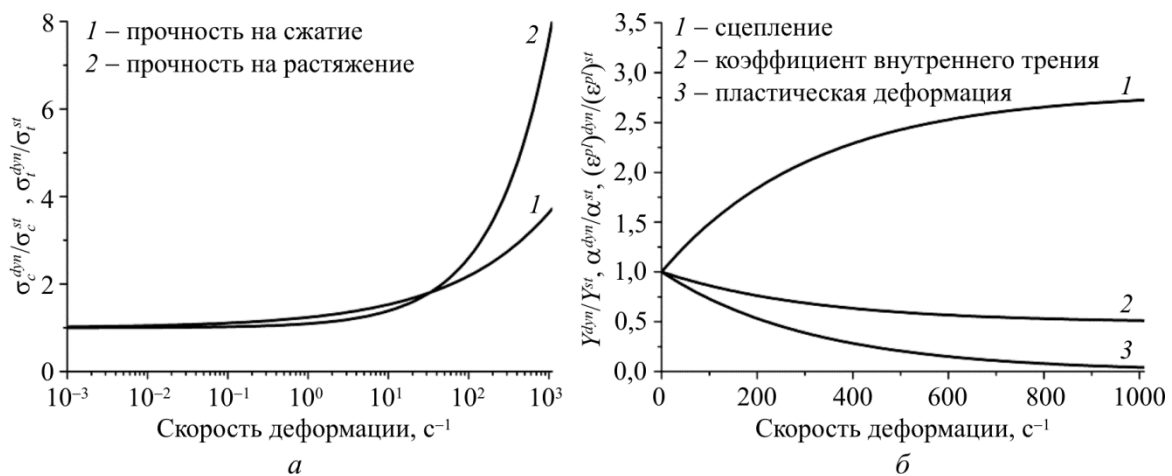


Рис. 3. Зависимости пределов прочности при сжатии и растяжении (а) и сцепления, коэффициента внутреннего трения и пластической деформации (б) от скорости деформации для бетонов и горных пород

Fig. 3. Dependencies of the compressive and tensile strengths (а) and cohesion, internal friction coefficient and plastic strain (б) on strain rate for concretes and rocks

Эти данные о динамической прочности хрупких материалов можно представить в терминах характерного времени релаксации напряжений (в данном случае – времени разрушения). Так, для определения характерного времени разрушения конкретного материала (например, песчаника $E = 16 \text{ ГПа}$, $\sigma_c^{st} = 70 \text{ МПа}$, $\sigma_t^{st} = 31,5 \text{ МПа}$) в условиях одноосного сжатия использовалась формула (9)

$$T_f(\dot{\epsilon}) = \frac{(\sigma_c^{dyn}(\dot{\epsilon})/\sigma_c^{st} - 1) \sigma_c^{st}}{\dot{\epsilon} E}. \quad (16)$$

Полученная зависимость $\frac{\sigma_c^{dyn}(T_f)}{\sigma_c^{st}}$ является убывающей и носит ярко выраженный нелинейный характер. При малых значениях времени разрушения (соответствующих высоким скоростям деформаций) она быстро убывает, а при достаточно больших значениях T_f (соответствующих квазистатическим скоростям деформации) асимптотически стремится к единице.

Построенный набор точек $\frac{\sigma_c^{dyn}(T_f)}{\sigma_c^{st}}$, соответствующий интервалу скоростей деформации $10^{-3} \text{ с}^{-1} - 10^3 \text{ с}^{-1}$, не удастся удовлетворительно аппроксимировать аналитической функцией простого вида. Наилучшая аппроксимация возможна в случае разделения зависимости $\frac{\sigma_c^{dyn}(T_f)}{\sigma_c^{st}}$ на два участка. Область малых значений T_f аппроксимировалась логарифмической зависимостью, а область высоких значений T_f (пологий участок) аппроксимировалась линейной функцией

$$\frac{\sigma_c^{dyn}(T_f)}{\sigma_c^{st}} = \begin{cases} 0,48 - 0,48 \ln\left(\frac{T_f}{T_f^0} - 0,005\right) & \text{при } T_f < 2,157 \cdot 10^{-4} \text{ с}, \\ 1,575 - 0,57 \frac{T_f}{T_f^0} & \text{при } T_f > 2,157 \cdot 10^{-4} \text{ с}, \end{cases} \quad (17)$$

где время разрушения T_f приводится в секундах, $T_f^0 = 0,00175 \text{ с}$.

Аналогичным образом для песчаника была определена зависимость $\frac{\sigma_t^{dyn}(T_f)}{\sigma_t^{st}}$, также аппроксимируемая двумя функциями в области малых и больших значений T_f :

$$\frac{\sigma_t^{dyn}(T_f)}{\sigma_t^{st}} = \begin{cases} -2,1 - 1,1 \ln\left(\frac{T_f}{T_f^0} - 0,0075\right) & \text{при } T_f < 1,27 \cdot 10^{-4} \text{ с}, \\ 1,055 - 0,05 \frac{T_f}{T_f^0} & \text{при } T_f > 1,127 \cdot 10^{-4} \text{ с}. \end{cases} \quad (18)$$

Выражения (17)–(18) получены для песчаника на основе единых кривых зависимости прочности от скорости деформации. Для обобщения (17)–(18) на класс хрупких материалов в качестве аргумента функций должны использоваться «масштабированные» параметры $\frac{T_f}{F_c} = T_f^{ref}$ в (17) и $\frac{T_f}{F_t} = T_f^{ref}$ в (18), где $F_c = \frac{\sigma_c^{st}}{E} / \frac{(\sigma_c^{st})^{ref}}{E^{ref}}$, $F_t = \frac{\sigma_t^{st}}{E} / \frac{(\sigma_t^{st})^{ref}}{E^{ref}}$, $(\sigma_c^{st})^{ref}$ – предел прочности на сжатие для «опорного» материала; $(\sigma_t^{st})^{ref}$ – предел прочности на растяжение для «опорного» материала; E^{ref} – модуль Юнга опорного материала; T_f^{ref} – время разрушения для «опорного» материала в соответствующем виде нагружения. В данном случае в качестве опорного материала выступает песчаник.

Для моделирования зависимости величины сцепления от скорости деформации также использовались сведенные в работе [5] экспериментальные данные для различных хрупких материалов, с хорошей точностью аппроксимируемые зависимостью (см. рис. 3, б, кривая 1)

$$\frac{Y^{dyn}(\dot{\epsilon})}{Y^{st}} = 2,8 - 1,8e^{\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_r}}, \quad (19)$$

где $\dot{\epsilon}_r = 317 \text{ с}^{-1}$ – нормировочный коэффициент.

Переход от скорости деформации к времени релаксации для произвольного хрупкого материала осуществлялся с помощью формулы, аналогичной (9):

$$T_r(Y^{dyn}/Y^{st}) = f(Y^{dyn}/Y^{st}) \frac{Y^{st}}{E/\sqrt{3}}, \quad (20)$$

$$f(Y^{dyn}/Y^{st}) = \frac{(Y^{dyn}(\dot{\epsilon})/Y^{st} - 1)}{\dot{\epsilon}}. \quad (21)$$

Так как полагается, что исходная зависимость $\frac{Y^{dyn}(\dot{\epsilon})}{Y^{st}}$ описывает широкий класс хрупких материалов, функция $f(Y^{dyn}/Y^{st})$ является инвариантной частью в выражении для определения времени релаксации T_r . Множитель $\frac{Y^{st}}{E/\sqrt{3}}$ по своей сути является масштабным коэффициентом, определяющимся «статическими» характеристиками материала. В первом приближении зависимость $f(Y^{dyn}/Y^{st})$ можно аппроксимировать линейной функцией вида

$$f(Y^{dyn}/Y^{st}) = 0,00787 - 0,00216 \left(\frac{Y^{dyn}}{Y^{st}} \right), \quad (22)$$

числовые коэффициенты в которой имеют размерность времени.

Определяемая из (20) зависимость $T_r(Y^{dyn}/Y^{st})$ используется в формуле (13) для определения приращения параметра Φ при численной реализации динамической модели пластичности.

Остальные параметры модели (α , Λ , ε^{pl}) также являются функциями скорости деформации, а следовательно, и времени релаксации T_r . В частности, известно, что зависимость приведенной величины коэффициента внутреннего трения от скорости деформации является единой для широкого класса хрупких материалов [5] и может быть аппроксимирована функцией (см. рис. 3, б, кривая 2):

$$\frac{\alpha^{dyn}(\dot{\epsilon})}{\alpha^{st}} = 0,49 + 0,51e^{\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_r}}, \quad (23)$$

где $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации в единицах с^{-1} и использован тот же нормировочный множитель в показателе экспоненты, что и в (19).

Используя определенную на основе (20) связь между T_r и $\dot{\epsilon}$, можно получить зависимость приведенного коэффициента внутреннего трения от времени релаксации для «опорного» материала. Расширить область применения этой зависимости на класс хрупких материалов можно путем введения безразмерного материального коэффициента:

$$R = \frac{Y^{st}}{E/\sqrt{3}} \frac{E^{ref}/\sqrt{3}}{(Y^{st})^{ref}}. \quad (24)$$

Тогда выражение для нахождения времени релаксации для произвольного хрупкого материала может быть записано в виде

$$T_r(Y^{dyn}/Y^{st}) = T_r^{ref}(Y^{dyn}/Y^{st})R, \quad (25)$$

где

$$T_r^{ref}(Y^{dyn}/Y^{st}) = f(Y^{dyn}/Y^{st}) \frac{(Y^{st})^{ref}}{E^{ref}/\sqrt{3}}. \quad (26)$$

Зная зависимость приведенного коэффициента внутреннего трения от времени релаксации для опорного материала и используя коэффициент R , можно построить «единую» зависимость приведенного коэффициента внутреннего трения от времени релаксации (в качестве «опорного» материала использовался песчаник ($(Y^{st})^{ref} = 15,4$ МПа, $E^{ref} = 16$ ГПа):

$$\frac{\alpha^{dyn}(T_r)}{\alpha^{st}} = 0,212 + 0,193e^{\frac{T_r}{R \cdot T_r^0}}, \quad (27)$$

где время разрушения приводится в секундах, а $T_r^0 = 6,7 \cdot 10^{-6}$ с.

Зависимость коэффициента дилатансии от времени релаксации может быть получена аналогичным образом. Однако ввиду отсутствия исчерпывающей информации о зависимости коэффициента дилатансии от скорости деформации в представленных далее тестовых расчетах использована зависимость величины коэффициента дилатансии от времени релаксации того же вида, что и для коэффициента внутреннего трения:

$$\frac{\Lambda^{dyn}(T_r)}{\Lambda^{st}} = \frac{\alpha^{dyn}(T_r)}{\alpha^{st}} = 0,212 + 0,193e^{\frac{T_r}{R \cdot T_r^0}}. \quad (28)$$

Учет зависимости величины вклада пластической составляющей в полную деформацию от $\dot{\epsilon}$ в представленных ниже расчетах осуществлялся путем введения экспоненциального закона снижения этого вклада с ростом $\dot{\epsilon}$ (см. рис. 3, б, кривая 3):

$$\frac{(\epsilon^{pl})^{dyn}(\dot{\epsilon})}{(\epsilon^{pl})^{st}} = e^{\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_r}}, \quad (29)$$

где $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации в единицах c^{-1} и использован тот же нормировочный множитель в показателе экспоненты, что и в (19). Как и в случае коэффициента внутреннего

трения, была получена зависимость $\frac{(\epsilon^{pl})^{dyn}(T_r)}{(\epsilon^{pl})^{st}}$ для «опорного» материала и обобщена

путем введения материального коэффициента R :

$$\frac{(\epsilon^{pl})^{dyn}(T_r)}{(\epsilon^{pl})^{st}} = 0,378 \cdot e^{\frac{T_r}{R \cdot T_r^0}} - 0,546, \quad (30)$$

где время разрушения приводится в секундах и используется тот же нормировочный коэффициент, что и в выражениях (27)–(28).

4. Верификация динамической модели

Для демонстрации корректности и адекватности предложенной модели динамического деформирования хрупких материалов был проведен ряд численных тестов с использованием одного из представителей класса лагранжевых численных методов, а именно метода подвижных клеточных автоматов (англ. Movable cellular automaton method – МСА [54, 61, 62]). Метод подвижных клеточных автоматов является активно развивающимся представителем группы МДЭ, основными особенностями которого являются приближение однородного распределения деформаций и напряжений в объеме элемента и многочастичная формулировка межэлементного взаимодействия, полученная на основе использования модели клеточных автоматов Виннера–Розенблюта [63, 64].

Моделировались испытания на одноосное сжатие и растяжение с постоянной скоростью двумерных образцов прямоугольной формы размером 6×9 мм. Скорость деформирования варьировалась в пределах от 10^{-3} с^{-1} (что полагалось соответствующим квазистатическому нагружению) до 10^3 с^{-1} . В качестве предела прочности образца принималась максимальная величина регистрируемого сопротивления нагружению образца, отнесенная к площади торцевой поверхности. Рассматривались образцы двух модельных материалов (таблица), механические параметры которых близки к характерным механическим свойствам песчаника и бетона нормальной прочности.

Механические характеристики тестовых образцов бетона и песчаника
Mechanical properties of concrete and sandstone samples for tests

Образцы	Коэффициент Пуассона	Плотность, кг/м ³	E , ГПа	σ_y^{st} , МПа	σ_c^{st} , МПа	σ_t^{st} , МПа	α	Λ
Бетон	0,194	4660	38,6	21,8	45,8	21	0,63	0
Песчаник	0,28	2200	16	40	70	31,5	0,57	0,36

На рис. 4 приведены расчетные диаграммы одноосного сжатия модельных образцов бетона и песчаника при различных скоростях деформации. Представленные диаграммы получены в приближении плоского напряженного состояния. Рисунки демонстрируют корректное изменение интегральных свойств материала с ростом скорости деформирования, а именно увеличение пределов упругости и прочности, а также уменьшение пластической составляющей деформации (увеличение коэффициента деформационного упрочнения).

На основе анализа диаграмм одноосного сжатия и растяжения образцов рассматриваемых материалов были получены зависимости пределов прочности на сжатие и растяжение от скорости деформации (рис. 5). Можно видеть, что результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными [5], которые использовались для получения зависимостей времени релаксации от параметров модели ($T_r(Y)$, $T_f(\sigma_c^{dyn})$, $T_f(\sigma_t^{dyn})$). Это подтверждает адекватность развитой динамической численной модели неупругого деформирования и разрушения хрупких материалов.

Для наглядной демонстрации необходимости учета изменения прочностных и неупругих характеристик материалов с ростом скорости деформирования было проведено моделирование испытаний образцов бетона на одноосное сжатие, в котором зависимости параметров модели от скорости деформирования не учитывались. Скорость деформации

образцов варьировалась в пределах от 10^{-3} с^{-1} до 10^3 с^{-1} . Результаты, полученные в ходе численных экспериментов, приведены на рис. 6. Хорошо видно, что при использовании «квазистатических» значений параметров модели изменение прочностных характеристик образцов с ростом скорости деформации является несущественным. Только в области высоких скоростей деформации имеет место небольшое увеличение прочности образцов. Данный эффект является следствием инерционности образцов, которая начинает играть значимую роль при высокоскоростном деформировании материала. Таким образом, результаты моделирования демонстрируют важность и наглядно подтверждают необходимость учета конечного времени формирования повреждений и трещин различного масштаба в хрупких материалах при решении задач динамического нагружения.

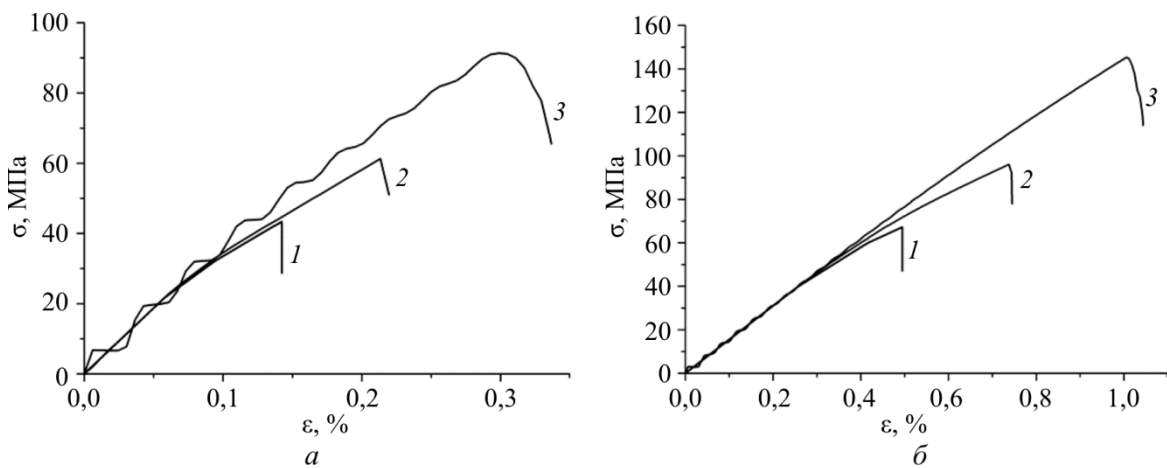


Рис. 4. Диаграммы одноосного сжатия образцов бетона (а) и песчаника (б) при скоростях деформации $\dot{\varepsilon}$: 10^{-3} с^{-1} – 1; 10 с^{-1} – 2; 100 с^{-1} – 3
 Fig. 4. Uniaxial compression loading diagrams of concrete (a) and sandstone (b) samples at various strain rates $\dot{\varepsilon}$: 10^{-3} s^{-1} – 1; 10 s^{-1} – 2; 100 s^{-1} – 3

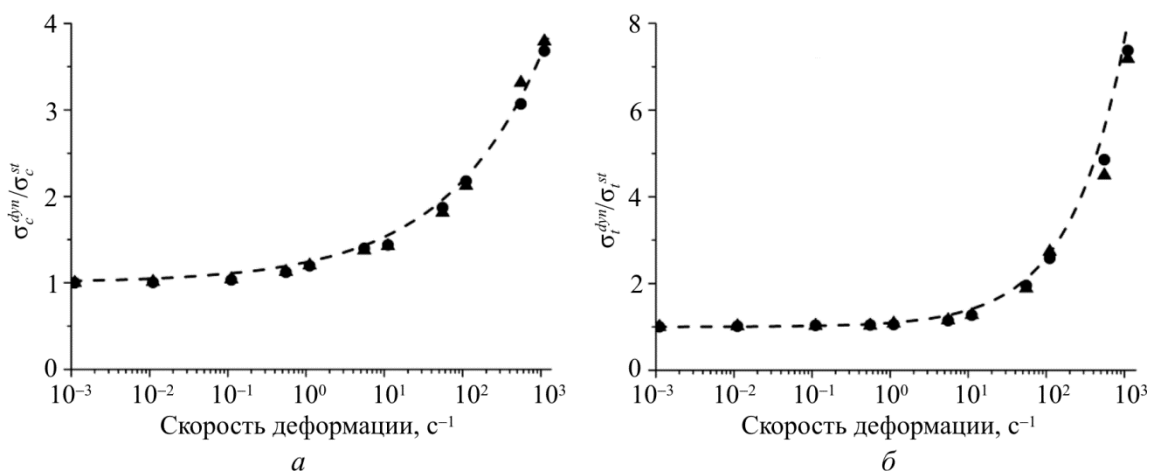


Рис. 5. Зависимости приведенного предела прочности на сжатие (а) и растяжение (б) образцов бетона и песчаника от скорости деформации: ● – бетон; ▲ – песчаник. Пунктирной линией показана аппроксимация экспериментальных данных [5]
 Fig. 5. Numerical tests results: dependencies of specified compressive strength (a) and specified tensile strength (b) of the concrete and sandstone samples on the strain rate: ● – concrete; ▲ – sandstone. Dash line is the experimental data approximation [5]

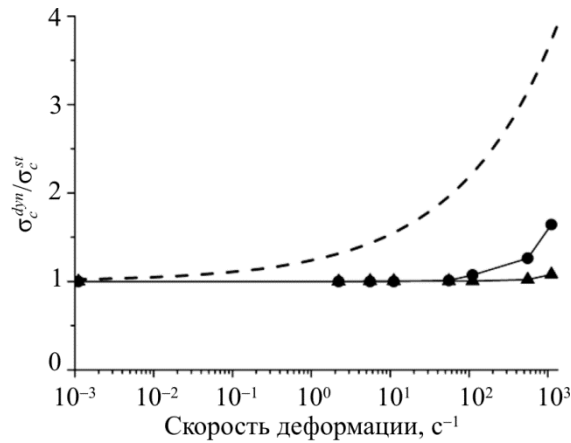


Рис. 6. Зависимость предела прочности на сжатие от скорости деформации, полученная без учета зависимости свойств материала от скорости деформации, для образцов бетона и песчаника: ● – бетон; ▲ – песчаник.

Пунктирной линией показана аппроксимация экспериментальных данных [5]

Fig. 6. Numerical tests results with no dependence of model parameters on strain rate: dependence of specified compressive strength of the concrete and sandstone samples on the strain rate:

● – concrete; ▲ – sandstone. Dash line is the experimental data approximation [5]

Динамика и итоговая картина разрушения являются важными результатами моделирования деформирования и разрушения хрупких материалов. При моделировании испытаний на одноосное сжатие в модельных образцах бетона и песчаника наблюдалась классическая картина разрушения: при «квазистатических» скоростях сжатия образцы разрушаются путем формирования магистральных трещин, от которых развиваются вторичные трещины. С ростом скорости деформации усиливается степень фрагментации образцов, а также появляются эффекты откола небольших фрагментов с боковых поверхностей. Подобные закономерности и особенности разрушения наблюдаются и в испытаниях реальных образцов хрупких материалов [36, 65]. Полученные результаты свидетельствуют, что развитая в работе динамическая модель может применяться для изучения зависимостей величины интегральной энергии разрушения «квасихрупких» систем и распределения фрагментов по размерам от амплитуды и скорости нагружения.

Заключение

Основной идеей развитого подхода к построению моделей динамического механического поведения хрупких материалов является учет конечного времени зарождения несплошностей различного масштаба (времени релаксации T_r и времени разрушения T_f) в материале на основе кинетической теории прочности. В отличие от традиционных динамических моделей, здесь основным управляющим параметром, определяющим динамику отклика материала, является не локальная скорость деформации, а физический параметр – время зарождения несплошностей. Отметим, что при этом не требуется строгого разделения задач деформирования материала (и соответствующих математических моделей) на статическую и динамическую и тем самым обеспечивается возможность корректного перехода от режима квазистатического нагружения в высокоскоростной динамический режим и наоборот. Более того, хотя развитый подход реализован на примере кон-

кретных моделей пластичности и разрушения хрупких материалов, он естественным образом может быть применен к различным моделям неупругого отклика и разрушения, реализуемым в рамках различных лагранжевых численных методов (включая не только методы конечных и дискретных элементов, но и методы конечных разностей). Дальнейшее развитие этого подхода может быть связано с учетом зависимостей величин упругих модулей материала от степени поврежденности (что позволит более точно описывать упругий отклик материала при относительно больших неупругих деформациях) и анизотропии локальных механических свойств.

Поскольку управляющие параметры модели (характерные времена зарождения несплошностей различного масштаба) определяются масштабно-зависимой величиной времени инкубации [53], они также являются масштабно-зависимыми. Поэтому при экспериментальном определении ключевых зависимостей параметров численной модели от времени зарождения несплошностей необходимо учитывать масштабный фактор. В частности, характерный размер образцов, используемых для определения зависимостей прочностных и реологических свойств от скорости деформации (или времени зарождения несплошностей), должен быть сопоставим с размером конечного/дискретного элемента, поведение которого будет определяться этими зависимостями.

Развитый в работе подход к построению динамических моделей является актуальным для решения нового класса прикладных задач, связанных с природными и техногенными динамическими воздействиями на конструкции из искусственных строительных материалов, включая бетоны, элементы конструкций из керамики и природные каменные материалы. В частности, реализация предложенного подхода в рамках метода частиц позволяет решать задачи прогнозирования времени разрушения материалов и конструкций в зависимости от амплитуды и скорости нагружения с учетом структурных особенностей рассматриваемых материалов. При этом на основе решения обратной задачи предложенный подход дает возможность проводить оценки характерного размера элементов внутренней структуры материала, определяющих разрушение на рассматриваемом масштабном уровне.

Благодарности/Acknowledgments

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

Библиографический список

1. A review of mechanisms and models for dynamic failure, strength, and fragmentation / K.T. Ramesh, J.D. Hogan, J. Kimberley, A. Stickle // *Planet. Space Sci.* – 2015. – Vol. 107. – P. 10–23.
2. Brischoff P.H., Perry S.H. Compressive behavior of concrete at high strain rates // *Mater. Struct.* – 1991. – Vol. 24. – P. 425–450.
3. Malvar L.J., Crawford J.E. Dynamic increase factors for concrete // *Proceedings of 28th DDESB seminar.* – Orlando, FL, 1998. – P. 1–17.
4. Xu H., Wen H.M. Semi-empirical equations for the dynamic strength enhancement of concrete-like materials // *Int. J. Impact. Eng.* – 2013. – Vol. 60. – P. 76–81.
5. Мохначев М.П., Присташ В.В. Динамическая прочность горных пород / под ред. Л.Ф. Данковой. – М.: Наука, 1982. – 140 с.

6. Динамическое деформирование и разрушение хрупких структурно-неоднородных сред / А.М. Брагов [и др.] // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – № 74. – С. 59–67.
7. Исследование механических свойств мелкозернистого бетона при динамическом нагружении / А.М. Брагов [и др.] // Приволжский научный журнал. – 2014. – № 4. – С. 8–17.
8. Response of high-strength concrete to dynamic compressive loading / Y.B. Guo, G.F. Gao, L. Jing, V.P.W. Shim // International Journal of Impact Engineering. – 2017. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.04.015
9. Радченко А.В., Радченко П.А. Ударно-волновые процессы и разрушение в анизотропных материалах и конструкциях. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2015. – 204 с.
10. Oden J. T. An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements. – Wiley, New York, 1976. – 429 p.
11. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 539 с.
12. Yuh-Shiou Tai, Chia-Chih Tang Numerical simulation: The dynamic behavior of reinforced concrete plates under normal impact // Theor. Appl. Fract. Mec. – 2006. – Vol. 45. – No. 2. – P. 117–127.
13. Panteki E., Máca P., Häussler-Combe U. Finite element analysis of dynamic concrete-to-rebar bond experiments in the push-in configuration // Int. J. Impact. Eng. – 2017. – Vol. 106. – P. 155–170.
14. Potyondy D.O., Cundall P.A. A bonded-particle model for rock. Int J Rock Mech Min Sci. – 2004. – Vol. 41. – P. 1329–1364.
15. Jing L, Stephansson O. Fundamentals of discrete element method for rock engineering: theory and applications. – Elsevier, 2007. – 562 p.
16. Dmitriev A.I., Österle W. Modelling the sliding behaviour of tribofilms forming during automotive braking: Impact of loading parameters and property range of constituents // Tribology Letters. – 2014. – Vol. 53. – No. 1. – P. 337–351.
17. Kuznetsov, V.P., Tarasov, S.Yu., Dmitriev, A.I. Nanostructuring burnishing and subsurface shear instability // Journal of Materials Processing Technology. – 2015. – Vol. 217. – P. 327–335.
18. Астафуров С.В., Шилько Е.В., Псахье С.Г. О возможностях и ограничениях усредненного описания неупругого поведения хрупких пористых материалов в стесненных условиях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 1. – С. 208–232. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.12
19. Munjiza A. The combined finite-discrete element method. – Chichester, Wiley, 2004. – 333 p.
20. Y-Geo: New combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications / O.K. Mahabadi, A. Lisjak, A. Munjiza, G. Grasselli // International Journal of Geomechanics. – 2012. – Vol. 12. – P. 676–688.
21. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Модель хрупкого разрушения пористых материалов при сжатии // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2009. – №17. – С. 47–57.
22. Wong T.-f., David C., Zhu W. The transition from brittle faulting to cataclastic flow in porous sandstones // J. Geophys. Res. – 1997. – Vol. 102. – P. 3009–3025.
23. Wong T.-f., Baud P. The brittle-ductile transition in porous rock: A review // J. Struct. Geol. – 2012. – Vol. 44. – P. 25–53.
24. Стефанов Ю.П. Моделирование поведения консолидированных и высокопористых геологических сред в условиях сжатия // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2007. – №15. – С. 156–169.
25. Paterson M.S., Wong T.-f. Experimental rock deformation – the brittle field. – Springer-Verlag, New York, 2005. – 347 p.
26. Jaeger C. Rock Mechanics and Engineering. – Cambridge University Press, 2009. – 523 p.
27. Николаевский В.Н. Собрание трудов. Геомеханика. Т. 3. Землетрясения и эволюция коры. Скважины и деформации пласта. Газоконденсат / НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований. – М.; Ижевск, 2012. – 644 с.
28. Post-yield strength and dilatancy evolution across the brittle-ductile transition in indiana limestone / G. Walton, A. Hedayat, E. Kim [et al.] // Rock Mech Rock Eng. – 2017. – Vol. 50. – P. 1–20. DOI:10.1007/s00603-017-1195-1

29. Cheng J., Qian X., Zhao T. Rheological viscoplastic models of asphalt concrete and rate-dependent numerical implement // *International Journal of Plasticity*. – 2016. – Vol. 81. – P. 209–230.
30. Taylor L.M., Chen E.-P., Kuzmaul J.S. Microcrack-induced damage accumulation in brittle rock under dynamic loading // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 1986. – Vol. 55. – No. 3. – P. 301–320.
31. Shahzamanian M.M. Implementation of a rate dependent tensile failure model for brittle materials in ABAQUS // *International Journal of Impact Engineering*. – 2016. – Vol. 97. – P. 127–147.
32. Holmquist T.J., Johnson G.R., Cook W.H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressures / M. Murphy, J. Backofen (Eds.) // *Proceedings of the 14th international symposium on Ballistics*. – Canada, Quebec, 1993. – P. 591–600.
33. Murray Y.D., Abu-Odeh A., Bligh R. Users manual for LS-DYNA concrete material model 159. – U.S. Department Transportation Federal Highway Administration, FHWA-HRT-05-062, 2007. – P. 53–78.
34. A plasticity concrete material model for DYNA3D / L.J. Malvar, J.E. Crawford, J.W. Wesevich, D. Simons // *Int J Impact Eng*. – 1997. – Vol. 19. – No. 9–10. – P. 847–873.
35. Penetration of Reinforced Concrete by BETA-B-500, Numerical Analysis using a New Macroscopic Concrete Model for Hydrocodes / W. Riedel, K. Thoma, S. Hiermaier, E. Schmolinske // SKA (Ed.), *Proceedings of the 9th international symposium on interaction of the effects of munitions with structures*. – Germany, Berlin Strausberg, 1999. – P. 315–322
36. A nonlinear dynamic uniaxial strength criterion that considers the ultimate dynamic strength of concrete / D. Lu, G. Wang, X. Du, Y. Wang // *International Journal of Impact Engineering*. – 2017. – Vol. 103. – P. 124–137.
37. Dynamic spherical cavity expansion analysis of rate-dependent concrete material with scale effect / J. Feng, W. Li, X. Wang, M. Song, H. Ren, W. Lia // *Int J Impact Eng*. – 2015. – Vol. 84. – P. 24–37.
38. Micromechanical model for comminution and granular flow of brittle material under high strain rate application to penetration of ceramic targets / D. Curran, L. Seaman, T. Cooper, D. Shockey // *Int J Impact Eng*. – 1993. – Vol. 13. – No. 1. – P. 53–83.
39. Bažant Z.P. Size effect // *Int J Solids Struct*. – 2000. – Vol. 37. – No. 1. – P. 69–80.
40. Marti P. Size effect in double-punch tests on concrete cylinders // *ACI Mater J*. – 1989. – Vol. 86. – No. 6. – P. 597–601.
41. Holmquist T.J., Johnson G.R. A computational constitutive model for glass subjected to large strains, high strain rates and high pressures // *ASCE J Appl Mech*. – 2011. – Vol. 78. – No. 5. – P. 051003.
42. A concrete constitutive model considering coupled effects of high temperature and high strain rate / Xiao Yu, Li Chen, Qin Fang, Zheng Ruan, Jian Hong, Hengbo Xiang // *Int J Impact Eng*. – 2017. – Vol. 101. – P. 66–77.
43. Park S.W., Xia Q., Zhou M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: II. numerical simulation // *International Journal of Impact Engineering*. – 2001. – Vol. 25. – No. 9. – P. 887–910.
44. Numerical modeling of ice behavior under high velocity impacts / J. Pernas-Sánchez, D.A. Pedroche, D. Varas, J. López-Puente, R. Zaera // *International Journal of Solids and Structures*. – 2012. – Vol. 49. – No. 14. – P. 1919–1927.
45. Радченко А.В., Радченко П.А. Поведение хрупких анизотропных материалов с различной ориентацией механических свойств на пределе пробития // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. – 2012. – №1. – С. 122–131.
46. Zhurkov S.N. Kinetic concept of the strength of solids // *International Journal of Fracture*. – 1984. – Vol. 26. – No. 4. – P. 295–307.
47. Regel V.R. Present state of solid bodies strength physics // *Rheologica Acta*. – 1975. – Vol. 14. – P. 19–26.
48. Братов В.А., Петров Ю.В. Применение критерия инкубационного времени для описания распространения динамических трещин // *Докл. РАН*. – 2007. – Т. 416, № 5. – С. 624–626.

49. Morozov N. F., Petrov Yu. V. Incubation time based testing of materials // *European Journal of Mechanics A/Solids*. – 2006. – Vol.25. – No. 4. – P. 670–676.
50. Petrov Yu.V., Gruzdkov A.A., Bratov V.A. Structural-temporal theory of fracture as a multiscale process // *Physical Mesomechanics*. – 2012. – Vol. 15. – P. 232–237.
51. Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials / Y.V. Petrov, B.L. Karihaloo, V.V. Bratov, A.M. Bragov // *International Journal of Engineering Science*. – 2012. – Vol. 61. – P. 3–9.
52. Selyutina N., Petrov Y. The dynamic strength of concrete and macroscopic temporal parameter characterized in fracture process // *Procedia Structural Integrity*. – 2016. – Vol. 2. – P. 438–445.
53. Морозов Н. Ф., Петров Ю. В. Проблемы динамики разрушения твердых тел. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 1997. –129 с.
54. A mathematical model of particle–particle interaction for discrete element based modeling of deformation and fracture of heterogeneous elastic–plastic materials / S.G. Psakhie, E.V. Shilko, A.S. Grigoriev, S.V. Astafurov, A.V. Dimaki, A.Yu. Smolin // *Eng. Fract. Mech*. – 2014. – Vol. 130. – P. 96–115.
55. Stefanov Yu.P. Deformation localization and fracture in geomaterials. Numerical simulation // *Phys Mesomech*. – 2002. – Vol. 5–6. – P. 67–77.
56. Effect of dynamic stress state perturbation of irreversible strain accumulation at interfaces in block-structured media / A.S. Grigoriev [et al.] // *Physical Mesomechanics*. – 2016. – Vol. 19. – No. 2. – P. 136–148.
57. Влияние фильтрации флюида на прочность пористых флюидонасыщенных хрупких материалов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Г. Псахье // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2016. – № 4. – С. 220–247. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.13
58. Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. – Springer-Verlag, 1999. – 246 p.
59. Development of a formalism of movable cellular automaton method for numerical modeling of fracture of heterogeneous elastic-plastic materials / S. Psakhie [et al.] // *Fracture and Structural Integrity*. – 2013. – Vol. 24. – P. 26–59.
60. Petrov Yu.V. On the “quantum” nature of dynamic fracture in brittle solids // *Sov. Phys. Dokl*. – 1991. – Vol. 36. – P. 802–804.
61. Approach to simulation of deformation and fracture of hierarchically organized heterogeneous media, including contrast media / S.G. Psakhie, E.V. Shilko, A.Yu. Smolin, A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, I.S. Konovalenko, S.V. Astafurov, S. Zavsek // *Phys. Mesomechanics*. – 2011. – Vol. 14. – P. 224–248.
62. Overcoming the limitations of distinct element method for multiscale modeling of materials with multimodal internal structure / E.V. Shilko, S.G. Psakhie, S. Schmauder, V.L. Popov, S.V. Astafurov, A.Yu. Smolin // *Comp. Mater. Sci*. – 2015. – Vol. 102. – P. 267–285.
63. Mikhailov A.S. Foundations of synergetics I. Distributed active systems. – Berlin: Springer, 1994. – 187 p.
64. Wiener N., Rosenblueth A. The mathematical formulation of the problem of conduction of impulses in a network of connected excitable elements, specially in cardiac muscle // *Arch Inst Cardiol Mex*. – 1946. – Vol. 16. – No. 3–4. – P. 205–65.
65. Su Haoyang, Xu Jinyu. Weibo Ren Mechanical properties of geopolymer concrete exposed to dynamic compression under elevated temperatures // *Ceramics International*. – 2016. – Vol. 42. – P. 3888–3898.

References

1. Ramesh K.T., Hogan J. D., Kimberley J., Stickle A. A review of mechanisms and models for dynamic failure, strength, and fragmentation, *Planet. Space Sci*, 2015, vol. 107, pp. 10-23.
2. Brischoff P.H., Perry S.H. Compressive behavior of concrete at high strain rates, *Mater. Struct*, 1991, Vol. 24, pp. 425-450.

3. Malvar L.J., Crawford J.E. Dynamic increase factors for concrete, *Proceedings of 28th DDESB seminar, Orlando, FL*, 1998, pp. 1-17.
4. Xu H., Wen H.M. Semi-empirical equations for the dynamic strength enhancement of concrete-like materials. *Int. J. Impact. Eng*, 2013, vol. 60, pp. 76-81.
5. Mokhnachev M.P., Pristash V.V. Dinamicheskaia prochnost' gornykh porod [Dynamic strength of rocks]. *Moscow, Nauka*, 1982, 140 p.
6. Bragov A.M., Konstantinov A.Yu., Lamzin D.A., Lomunov A.K., Filippov A.R. Dinamicheskoe deformirovanie i razrushenie khrupkikh strukturno neodnorodnykh sred [Dynamic deformation and fracture of structural-inhomogeneous brittle materials]. *Problemy prochnosti i plastichnosti – Problems of strength and plasticity*, 2012, no. 74, pp. 59 – 67.
7. Bragov A.M., Konstantinov A.Yu., Lomunov A.K., Lamzin D.A. Issledovanie mekhanicheskikh svoystv melkozernistogo betona pri dinamicheskom nagruzhении [Study of mechanical properties of fine concrete at dynamic loading]. *Privolzhskii nauchnyi zhurnal – Privolzhsky scientific journal*, 2014, no. 4, pp. 8-17.
8. Guo Y.B., Gao G.F., Jing L., Shim V.P.W. Response of high-strength concrete to dynamic compressive loading. *International Journal of Impact Engineering*, 2017, vol. 108, pp. 114-135. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.04.015
9. Radchenko A.V., Radchenko P.A. Udarno-volnovyye protsessy i razrushenie v anizotropnykh materialakh i konstruktsiakh [Shock-wave processes and fracture in anisotropic materials and structures]. *Tomsk, Izdatelstvo TGASU*, 2015, 204 p.
10. Oden J. T. An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements, *Wiley, New York*, 1976, 429 p.
11. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike [Finite elements method in technics]. *Moscow, Mir*, 1975, 539 p.
12. Yuh-Shiou Tai, Chia-Chih Tang Numerical simulation: The dynamic behavior of reinforced concrete plates under normal impact. *Theor. Appl. Fract. Mec*, 2006, vol. 45, no. 2, pp. 117-127.
13. Panteki E., Máca P., Häussler-Combe U. Finite element analysis of dynamic concrete-to-rebar bond experiments in the push-in configuration. *Int. J. Impact. Eng*, 2017, vol. 106, pp. 155-170.
14. Potyondy D.O., Cundall P.A. A bonded-particle model for rock. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2004, vol. 41, pp. 1329-1364.
15. Jing L, Stephansson O. Fundamentals of discrete element method for rock engineering: theory and applications. *Elsevier*, 2007, 562 p.
16. Dmitriev, A.I., Österle, W. Modelling the sliding behaviour of tribofilms forming during automotive braking: Impact of loading parameters and property range of constituents. *Tribology Letters*, 2014, vol. 53, no. 1, pp. 337-351.
17. Kuznetsov, V.P., Tarasov, S.Yu., Dmitriev, A.I. Nanostructuring burnishing and subsurface shear instability. *Journal of Materials Processing Technology*, 2015, vol. 217, pp. 327-335.
18. Astafurov S.V., Shilko E.V., Psakhie S.G. The possibilities and limitations of the homogenized description of inelastic behavior of brittle porous materials under constrained conditions. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2017. no. 1. pp. 208-232. DOI:10.15593/perm.mech/2017.1.12
19. Munjiza A The combined finite-discrete element method, Chichester. *Wiley*, 2004, 333 p.
20. Mahabadi O.K., Lisjak A., Munjiza A., Grasselli G. Y-Geo: New combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications. *International Journal of Geomechanics*, 2012, vol. 12, pp. 676-688.
21. Goldstein R.V., Osipenko N.M. The model of brittle fracture of porous materials under compression. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2009, no. 17, pp. 47-57.
22. Wong T.-f., David C., Zhu W. The transition from brittle faulting to cataclastic flow in porous sandstones. *J. Geophys. Res*, 1997, vol. 102, pp. 3009-3025.
23. Wong T.-f., Baud P. The brittle-ductile transition in porous rock: A review. *J. Struct. Geol*, 2012, vol. 44, pp. 25-53.
24. Stefanov Yu.P. Modeling the behavior of consolidated and high-porous geological media under the condition of compression. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2007, no. 15, pp. 156-169.
25. Paterson M.S., Wong T.-f. Experimental rock deformation – the brittle field. *Springer-Verlag, New York*, 2005, 347 p.
26. Jaeger C. Rock Mechanics and Engineering. *Cambridge University Press*, 2009, 523 p.
27. Nikolaevskii V.N. Sobranie trudov. Geomekhanika. Tom 3. Zemletriaseniia I evoliutsiia kori. Skvazhini I deformatsii plasta. Gazokondensat [Collected works. Geomechanics. Volume 3. Earthquakes and evolution of the

Earth's Crust. Boreholes and strain distribution in beds. Gas Condensate]. *Moscow-Izhevsk, NIC "Reguliarnaya I khaoticheskaya dinamika"*, Institut komp'yuternikh issledovaniy, 2012, 644 p.

28. Walton, G., Hedayat, A., Kim, E. et al. Post-yield strength and dilatancy evolution across the brittle-ductile transition in Indiana limestone. *Rock Mech Rock Eng*, 2017, vol. 50, pp. 1-20. DOI:10.1007/s00603-017-1195-1.

29. Jianlian Cheng, Xudong Qian, Tieshuan Zhao Rheological viscoplastic models of asphalt concrete and rate-dependent numerical implement. *International Journal of Plasticity*, 2016, Vol. 81, pp. 209-230.

30. Taylor L.M., Chen E.-P., Kuszmaul J.S. Microcrack-induced damage accumulation in brittle rock under dynamic loading. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1986, vol. 55, no. 3, pp. 301-320.

31. Shahzamanian M.M. Implementation of a rate dependent tensile failure model for brittle materials in ABAQUS. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, vol. 97, pp. 127-147.

32. Holmquist T.J., Johnson G.R., Cook W.H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressures. In: M. Murphy, J. Backofen (Eds.). *Proceedings of the 14th international symposium on Ballistics*, Quebec, Canada, 1993, pp. 591-600.

33. Murray Y.D., Abu-Odeh A., Bligh R. Users manual for LS-DYNA concrete material model 159. *U.S. Department Transportation Federal Highway Administration, FHWA-HRT-05-062*, 2007, pp. 53-78.

34. Malvar L.J., Crawford J.E., Wesevich J.W., Simons D. A plasticity concrete material model for DYNA3D. *Int J Impact Eng*, 1997, vol. 19, no. 9-10, pp. 847-873.

35. Riedel W., Thoma K., Hiermaier S., Schmolinske E. Penetration of Reinforced Concrete by BETA-B-500, Numerical Analysis using a New Macroscopic Concrete Model for Hydrocodes. SKA (Ed.), *Proceedings of the 9th international symposium on interaction of the effects of munitions with structures*, Berlin Strausberg, Germany, 1999, pp. 315-322

36. Lu D., Wang G., Du X., Wang Y. A nonlinear dynamic uniaxial strength criterion that considers the ultimate dynamic strength of concrete. *International Journal of Impact Engineering*, 2017, vol. 103, pp. 124-137.

37. Feng J., Li W., Wang X., Song M., Ren H., Lia W. Dynamic spherical cavity expansion analysis of rate-dependent concrete material with scale effect. *Int J Impact Eng*, 2015, vol. 84, pp. 24-37.

38. Curran D, Seaman L, Cooper T, Shockey D. Micromechanical model for comminution and granular flow of brittle material under high strain rate application to penetration of ceramic targets. *Int J Impact Eng*, 1993, vol. 13, no. 1, pp. 53-83.

39. Bažant Z.P. Size effect. *Int J Solids Struct*, 2000, Vol. 37, No. 1, pp. 69-80.

40. Marti P. Size effect in double-punch tests on concrete cylinders. *ACI Mater J*, 1989, vol. 86, no. 6, pp. 597-601.

41. Holmquist T.J., Johnson G.R. A computational constitutive model for glass subjected to large strains, high strain rates and high pressures. *ASCE J Appl Mech*, 2011, vol. 78, no. 5, pp. 051003.

42. Xiao Yu, Li Chen, Qin Fang, Zheng Ruan, Jian Hong, Hengbo Xiang A concrete constitutive model considering coupled effects of high temperature and high strain rate. *Int J Impact Eng*, 2017, vol. 101, pp. 66-77.

43. Park S.W., Xia Q., Zhou M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: II. numerical simulation. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, vol. 25, no. 9, pp. 887-910.

44. Pernas-Sánchez J., Pedroche D.A., Varas D., López-Puente J., Zaera R. Numerical modeling of ice behavior under high velocity impacts. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, vol. 49, no. 14, pp. 1919-1927.

45. Radchenko A.V., Radchenko P.A. Behavior of brittle anisotropic materials with different orientation of mechanical properties at the edge of piercing. *Mechanics of Solids*, 2012. vol. 47, no. 1, pp. 95-102.

46. Zhurkov S.N. Kinetic concept of the strength of solids. *International Journal of Fracture*, 1984, vol. 26, no. 4, pp. 295-307.

47. Regel V. R. Present state of solid bodies strength physics. *Rheologica Acta*, 1975, vol. 14, pp. 19-26.

48. Bratov V.A., Petrov Yu.V. Application of the incubation time criterion to the description of dynamic crack propagation. *Doklady Physics*, 2007, vol. 52, no. 10, pp. 565-567.

49. Morozov N. F., Petrov Yu. V. Incubation time based testing of materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2006, vol. 25, no. 4, pp. 670-676.

50. Petrov, Yu.V., Gruzdkov, A.A., Bratov, V.A. Structural-temporal theory of fracture as a multiscale process. *Physical Mesomechanics*, 2012, vol. 15, 232-237.

51. Petrov Y.V., Karihaloo B.L., Bratov V.V., Bragov A.M. Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials. *International Journal of Engineering Science*, 2012, vol. 61, pp. 3-9.

52. Selyutina N., Petrov Y. The dynamic strength of concrete and macroscopic temporal parameter characterized in fracture process. *Procedia Structural Integrity*, 2016, vol. 2, pp. 438-445.
53. Morozov N. F., Petrov Yu. V. Problemy dinamiki razrusheniia tverdykh tel [Problems of fracture dynamics of solids]. *Saint Petersburg, Izdatelstvo SPbGU*, 1997, 129 p.
54. Psakhie S.G., Shilko E.V., Grigoriev A.S., Astafurov S.V., Dimaki A.V., Smolin A.Yu. A mathematical model of particle–particle interaction for discrete element based modeling of deformation and fracture of heterogeneous elastic–plastic materials. *Eng. Fract. Mech*, 2014, vol.130, pp. 96-115.
55. Stefanov Yu.P. Deformation localization and fracture in geomaterials. Numerical simulation. *Phys Mesomech*, 2002, vol. 5-6, pp. 67-77.
56. Grigoriev A.S., Shilko E.V., Astafurov S.V., Dimaki A.V., Vysotsky E.M, Psakhie S.G. Effect of dynamic stress state perturbation of irreversible strain accumulation at interfaces in block-structured media. *Physical Mesomechanics*, 2016, vol.19, no.2, pp. 136-148.
57. Dimaki A.V., Shilko E.V., Astafurov S.V., Psakhie S.G. The influence of fluid filtration on the strength of porous fluidsaturated brittle materials. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. no. 4. pp. 220-247. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.13
58. Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. *Springer-Verlag*, 1999, 246 p.
59. Psakhie S., Shilko E., Smolin A., Astafurov S., Ovcharenko V. Development of a formalism of movable cellular automaton method for numerical modeling of fracture of heterogeneous elastic-plastic materials. *Fracture and Structural Integrity*, 2013, vol. 24, P. 26-59.
60. Petrov, Yu.V. On the “quantum” nature of dynamic fracture in brittle solids. *Sov. Phys. Dokl*, 1991, Vol. 36, pp. 802-804.
61. Psakhie S.G., Shilko E.V., Smolin A.Yu., Dimaki A.V., Dmitriev A.I., Konovalenko I.S., Astafurov S.V., Zavsek S. Approach to simulation of deformation and fracture of hierarchically organized heterogeneous media, including contrast media. *Phys. Mesomechanics*, 2011, vol. 14, pp. 224-248.
62. Shilko E.V., Psakhie S.G., Schmauder S., Popov V.L., Astafurov S.V., Smolin A.Yu. Overcoming the limitations of distinct element method for multiscale modeling of materials with multimodal internal structure. *Comp. Mater. Sci*, 2015, vol. 102, pp. 267-285.
63. Mikhailov AS. Foundations of synergetics I. Distributed active systems. *Berlin: Springer*; 1994, 187 p.
64. Wiener N, Rosenblueth A. The mathematical formulation of the problem of conduction of impulses in a network of connected excitable elements, specially in cardiac muscle. *Arch Inst Cardiol Mex*, 1946, vol. 16, no. 3-4, pp. 205-265.
65. Haoyang Su, Jinyu Xu, Weibo Ren Mechanical properties of geopolymer concrete exposed to dynamic compression under elevated temperatures. *Ceramics International*, 2016, vol. 42, pp. 3888-3898.